

文章编号 1004-924X(2021)05-1154-15

泛函回归代理及条件期望配准的机械摆动测量

郑思凡^{1,2}, 陈平平^{1,3*}, 苏凯雄^{1,3}, 吴永春²

(1. 福州大学 物理与信息工程学院, 福建 福州 350116;

2. 泉州黎明职业大学 智能制造工程学院, 福建 泉州 362000;

3. 数字电视智能化技术国家地方联合工程研究中心, 福建 福州 350116)

摘要:在机械摆动的运动分割及视觉测量中,针对传统以块状轨迹群为单位的谱聚类运动分割因摆杆光流轨迹中断及线速度分布差异所导致的碎片化与过分割的局限性,提出一种以曲率为相似度度量的弧状轨迹群为单位的谱聚类分割算法,并结合点云配准完成转速图像测量。算法先用活动子集的稀疏高斯回归学习出弧状轨迹群的平均轨迹,将此平均轨迹作为稀疏子空间聚类的种子样本一次性完成运动分割,最后将非种子样本重新归入其被代理的种子样本聚类中以获得每帧最大稠密度的分割点云。在各帧点云基础上,通过条件期望点云配准算法求取帧间点云变换矩阵,并提取转动分量完成摆杆摆角测量。为证明有效性,结合客运车辆日次安全检测视觉自动化系统项目,以 6 种不同照度下 5 种车型的双摇杆刮水器总成成为对象,比较了三种算法对摆角的测量精度。结果表明:本算法能完整学习出等长轨迹,且与人为标定角位移回归值误差均方值小于 10%,同时运算量小于传统的交替方向乘法(ADMM)单次迭代,可作为工业智能制造与自动控制系统中的机械视觉运动测量及机械视觉故障诊断方面应用。

关键词:变分光流;子空间聚类;稀疏高斯回归;RKHS 空间;视觉里程计;Grashof 双摇杆;李群流形;最大条件期望
中图分类号:TP751;TH691.9 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20212905.1154

Mechanical swing measurement based on functional regression surrogate and conditional expectation registration

ZHENG Si-fan^{1,2}, CHEN Ping-ping^{1,3*}, SU Kai-xiong^{1,3}, WU Yong-chun²

(1. College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. Intelligent Manufacturing Institute, LiMing University, Quanzhou 362000, China;

3. Digital TV Intelligent Technology National and Local Joint Engineering Research Center, Fuzhou 350116, China)

* Corresponding author, E-mail: ppchem.xm@gmail.com

Abstract: The process of motion segmentation and measurement of mechanical swing based on traditional block shape optical flow trajectory group clustering exhibits limitations in terms of over-segmentation and fragmentation due to the partial occlusion, interruption, and uneven velocity distribution of the optical flow trajectory. To overcome these limitations, we herein propose an arc-shaped trajectory clustering algorithm

收稿日期:2020-08-20;**修订日期:**2020-10-17.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. U1505251, No. 61871132);福建省高职院校智能制造协同创新中心项目资助(No. 2016071);福建省政府招标采购交通执法信息系统运维服务项目资助(No. 3500FRGK201708-1);服务项目资助(No. 3500FRGK2017008-1)

that uses curvature as a similarity metric and combines it with point cloud registration to perform mechanical swing measurement. The algorithm first performs sparse Gaussian regression of the active subset to learn the average trajectory of the arc-shaped trajectory group. Subsequently, the average trajectory is used as the seed sample of the sparse subspace clustering to complete the motion segmentation at one time. Finally, the non-seed sample is reclassified into its surrogate seed sample cluster to obtain the point set of each frame. Through conditional expectation point cloud registration, the rotation component is extracted to complete the swing angle measurement. The proposed algorithm is used for a vehicle windshield wiper under the four-link wiper assembly model and six different environment illuminances, as part of a visual automation system project targeting the daily safety inspection of passenger station vehicles, and compared with other algorithms. The experimental results show that the proposed algorithm can fully learn the blocked trajectory, and the mean square error with an artificially calibrated value is less than 10%. Furthermore, the computational complexity is only equivalent to that in the case of a single iteration of the alternating direction method of multipliers (ADMMs), Therefore, the proposed algorithm can be used for mechanical vision motion measurement in industrial intelligent manufacturing and automatic control systems.

Key words: variational optical flow; subspace clustering; sparse Gaussian regression; reproducing kernel Hilbert space; visual odometer; Grashof double rocker; lie group manifold; maximum conditional expectation

1 引言

机械摆动测量在精密制造与智能制造的精密闭环控制具有广泛的应用,如五轴数控机床摆动式回转轴角位置测量^[1],固体发动机柔性摆动喷管摆角测量^[2],起重机吊钩摆动角测量^[3],偏摆仪指针偏摆检测等。相应地,工程上也出现了各种基于光电技术的高精度测角仪^[4],但一般对测量相对位置与光照环境要求较高,测量对象单一,无法满足广泛应用需求,因而如何运用图像运动感知技术对上述机械摆件进行逐帧提取分割,对摆角进行视觉测量则具有很大的工业实际意义。

随着图像采集及视频压缩传输硬件技术的发展,高帧率,高分辨率自带光学防抖的CMOS与CCD摄像机的出现为高速的机械运动非接触式视觉测量提供了硬件实现条件,如三星6400万像素ISOCELL Bright GW1 CMOS感光元,其单个像素面积仅 $0.8\ \mu\text{m}$,支持Tetracell像素合成技术和Remosaic还原,可直接输出480FPS的1080 pixel图像^[5]。当前国内也有关于三维运动图像测量分析系统的相关软件产品,如北京现代富博科技有限公司的MIAS3.0^[6],但是产

品需要手工标定跟踪像素,在自动化方面存在提升空间。

当前SLAM^[7](Simultaneous Localization and Mapping)地图重建技术及其衍生品视觉里程计^[8](Visual Odometry)技术的发展为视觉测速提供了许多成熟的算法框架,二者的核心框架均在于通过相邻帧对应目标点云配准完成对相机的位姿运动参数的估计。对于SLAM技术的视觉测速,当前也有比较成熟的研究成果,如图优化工具g2o(General Graph Optimization)^[9]所集成的基于指数映射的李代数扰动模型的集束调整(Bundle Adjustment)^[10]算法。该算法将有约束的旋转矩阵李群目标函数,转化为无约束的李代数矢量优化问题,从而可以用普通牛顿迭代法求解。但上述研究仅局限于相机本身运动估计,如何将点云配准结合运动分割,用于工业上机械刚体点云的运动参数估计与测量则有较大研究空间。

为实现对弱结构张量特征点光流的运动分割,T. Brox, J. Malik等提出通过对变分稠密光流轨迹时空相似度拉氏谱图谱聚类的运动分割算法^[11-13]。此类算法是采用 ϵ -NN或K-NN近邻矩阵来构建,其超参数 ϵ 或K的取值由数据集训

练后统一设定,无法根据实际光流稠密度不同自适应调整。为此 Roberto Tron, Ren'e Vidal 等根据 SFM (Structure From Motion)^[14] 三维重建理论为基础,将运动分割转化为刚体光流轨迹,聚类到 2~4 维的低维超平面子空间里来完成运动分割。代表性算法有广义主成分分析、局部子空间相似度聚类、低秩分解、低秩子空间聚类、多段学习等^[15]。上述算法充分挖掘了刚体光流轨迹蕴含的子空间结构信息,克服了光流空间分散及密度不均造成的分割尺度误差。但是各子空间的维度及个数参数仍然需要事先指定。有鉴于此, von 等于 2013 年提出了稀疏子空间聚类^[16],将传统的基于 ϵ -NN 或 K-NN 近邻矩阵替换为 L1 范数图。其中各光流轨迹为图的节点,边的权重则是以其他轨迹作为字典基进行稀疏学习后的自线性表达系数组成。这样利用高维数据的稀疏性使得同一流形内部取得不为零的表达系数,而不同流形的节点其代表的轨迹互表达系数为零。从而以特征选择的方式自适应表达了光流轨迹密度不均的流形结构,解决了 ϵ -NN 或 K 自适应调整问题。论文[17-19]等通过扩展修正不同的字典基表达系数的正则约束,改进 SSC 聚类的类内一致性及稀疏性。但是,上述算法均是针对块状移动物体进行分割提取,在机械摆动的视觉运动分割中,因背景复杂性及运动对象的材质(如金属件),存在大量弱结构张量特征点及被中断为多段零散的光流轨迹,利用传统的时空相似度谱聚类易形成碎片化的块状轨迹群,难以一次性完成所有轨迹的子空间聚类,而是需要分段多次进行,不仅计算量大且在光流遮挡处密度过于稀疏影响配准精度,因此 SSC 在机械摆动的运动分割方面存在较大的局限性。

为此本文提出了一种以高斯随机过程泛函回归代理的弱结构张量机械摆动测量算法。首先获取机械摆动件 LDOF 变分光流;其次通过构建新的邻接矩阵与相似度度量获取过分割状态的弧状轨迹群;再者以时间为参变量分别对轨迹群 x, y 坐标进行高斯回归,学习出该轨迹群的平均轨迹,此平均轨迹代理该轨迹群作为稀疏子空间聚类的种子样本,一次性完成聚类;这样即克服了碎片化导致的分段多次聚类,也通过 SSC 的

模型选择得到正确的运动物体数目从而克服了过分割的局限性,最后对每帧运动分割后的机械摆件特征点云匹配关系建模为各匹配对应点为中心的 GMM 分布,将该分布的数据最大似然参数估计作为运动位姿矩阵估计值,通过提取旋转矩阵欧拉角完成摆角计算及测量。为证明所提算法的有效性,本文以理想双摇杆模型的 6 种不同照度下的车辆刮水器摆杆为对象,结合基于机器视觉的车辆安全自动化日检工程项目于安检现场提取了 30 组数据实验。分析比较了所提算法与当前算法对摆杆的光流轨迹聚类角位移误差。实验结果表明:本算法能完整学习出等长轨迹并在满足一定的环境亮度情况下,角位移测算值与人为标定的回归值均方差小于 10%。同时解决了当前算法存在的过分割,稠密度不均导致的配准误差及多次分段与迭代的运算量问题。

本文首先介绍测量对象四连杆机构动力学原理及其理想角位移曲线;其次介绍稠密变分光流种类及被测刮刷总成运动光流轨迹的获取;第三部分介绍传统块状谱聚类运动分割存在的过分割及碎片化两个局限性现象及原因并通过修改传统块状轨迹群的相似度度量与近邻矩阵构建方法引出本文的弧状超流素轨迹群概念及实现;第四部分介绍超流素泛函回归代理参数的训练及推断;第五部分介绍算法的聚类性能比较;第六部分为算法角位移测量误差效果比较;最后为总结与展望。

2 四连杆机构动力学原理

当前客运车辆较常用的刮水器总成结构由两部分四连杆组成,为研究方便,可在 solidworks 建模如图 1 所示。图中 L_1 为左摇杆、 L_2 为机架、 L_3 为右摇杆、 L_4 为耦合连杆, L_{1-4} 构成双摇杆机构, L_5 为雨刮摆杆, L_6 为输入连杆, L_7 为电机驱动曲柄,三者构成主刮曲柄摆杆系统;通过设定左右摆杆长度起到控制输入动杆与输出杆速度和相位的作用。

为了构建仿真算例,观察左右摇杆角位移变化曲线,取 $L_1=L_2=75$ cm, $L_3=L_4=35$ cm 并设仿真时间设置为 5 s,电机转速 $r=30$ rmps,动画帧率为 30 FPS。算例求解完成后,得左摇杆的角速度变化曲线分别如图 2 所示。

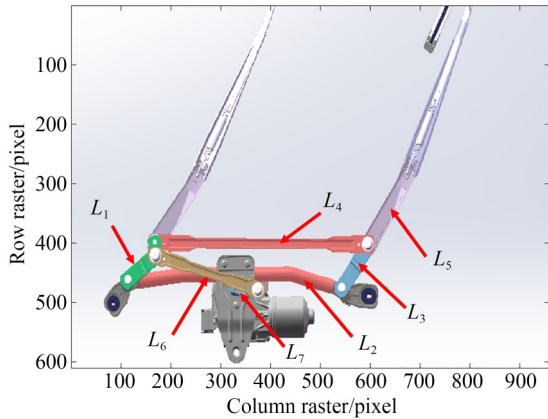


图 1 刮水器连杆结构
Fig. 1 Wiper link structure

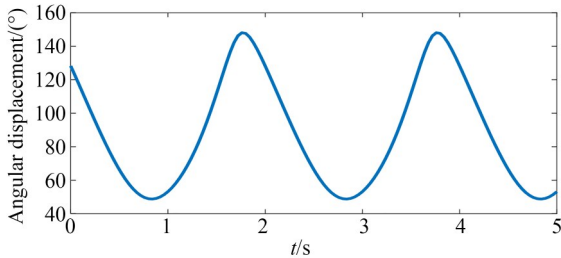


图 2 左摇杆角位移变化曲线
Fig. 2 Angular velocity curve of left Rocker

由图可见四连杆刮刷运动过程呈周期性变化,且在启动与结束处速度存在收敛的过渡过程。若按照图像逐帧分割进行还原,则会呈现如图 3 图样。

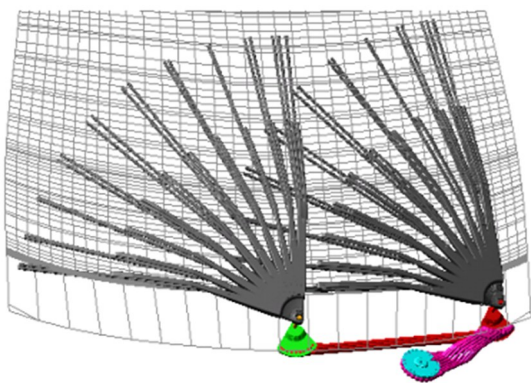


图 3 刮杆逐帧运动分割图样
Fig. 3 Frame-by-frame motion segmentation of Wiper

根据矢量运算原理,同样可以得到右摇杆的角位移曲线,因为不同摆杆其在 SFM 模型对应

的运动矩阵平移分量不同,所以左右摆杆处于不同仿射空间,在理想情况下,可以直接使用子空间聚类对满幅等长轨迹一次性完成聚类分割,相应地,各帧分割形成的点云经过配准并提取位姿旋转矩阵的欧拉角则可一次性求得角位移曲线,但在复杂背景下将呈现为多段碎片化分割区域,无法一次完成分割。

3 稠密变分光流定义及计算

为了解决传统光流亮度一致性方程梯度逆阵病态带来的孔径问题,Horn-Schunck 等提出了数据项与正则项联合变分的稠密光流^[11]。其中数据项主要完成亮度一致性约束,具体形式如式(1)所示:

$$\min_{u(x,y),v(x,y)} \iint \varphi(T(x,y)-I(x+u,y+v))dx dy. \quad (1)$$

其中: $T(x,y)$ 为参考图像, $I(x,y)$ 为当前图像。 $u(x,y),v(x,y)$ 是图像上每一点的偏移量, $\varphi(x)$ 为代价函数,可取绝对值,二次函数等一些非负对称且正半轴单调递增的函数。

为了对纯色区域的弱结构张量像素实现帧间稠密匹配,在数据项加入一个平滑项,使得相邻两个特征点的偏移量相差不能太大:

$$\min_{u(x,y),v(x,y)} \iint \psi(|\nabla u, |\nabla v|)dx dy, \quad (2)$$

其中: $|\nabla u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ 是梯度的模长, $\psi(x,y)$ 为误差代价函数。将上述数据项与正则项通过权衡系数 λ 联合起来,构成稠密变分光流的通用架构如式(3):

$$\min_{u(x,y),v(x,y)} \iint [\varphi(T(x,y)-I(x+u,y+v))+ \lambda \cdot \psi(|\nabla u, |\nabla v|)]dx dy \quad (3)$$

为研究方便,本文采用华睿 A3200CU000 面阵高速工业相机进行采集。在帧率为 120 FPS,分辨率 720 pixel 的设定下,在安检台采集客车雨刮器上升动作视频 180 帧分析。当设定空间采样率为 8、像素灰度结构张量阈值为 0.4 的情况下,可以采用前述 OpenCV3.4 提供的 BroxOptical-

Flow 类完成实时 LDOF 光流计算并生成相应的 flo 文件,为了保证轨迹的鲁棒性,在各相邻帧的光流连线形成轨迹前,必须对各光流进行前向与后向方向一致性检查^[14],这里设定一致性系数 0.06,一致性偏移阈值为 4,可得雨刮的轨迹分布如图 4 所示。

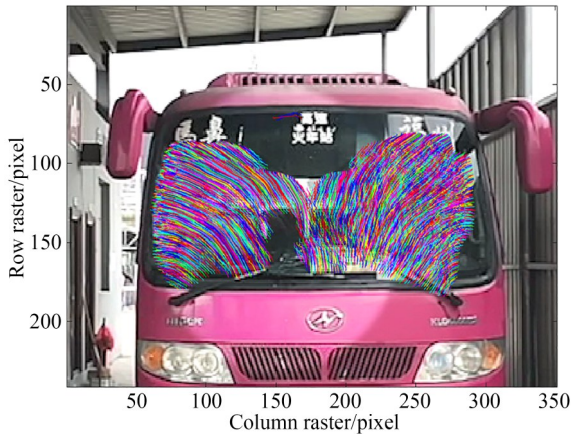


图 4 刮水器总的光流轨迹分布

Fig. 4 Total optical flow trajectory distribution of wiper

4 当前运动分割局限性及原因分析

这里先考虑以轨迹时空相似度谱聚类前述光流轨迹的运动分割算法^[11],其中轨迹的相似度以共有帧的位移及速度范数距离的 RBF 核来构建,此相似度进一步作为 ϵ -NN 近邻矩阵的边权重 $A(tr_i, tr_j)$ 即:

$$A(tr_i, tr_j) = w_v(tr_i, tr_j) \cdot w_l(tr_i, tr_j), \quad (4)$$

其中: $w_v(tr_i, tr_j)$ 为轨迹 tr_i 与轨迹 tr_j 在帧 t 的速度相似度,定义如下:

$$w_v(tr_i, tr_j) = \exp(-\eta \cdot \max_{t \in t_s^i \dots t_s^j} (\|\partial_t tr_i - \partial_t tr_j\|^2)), \quad (5)$$

其中: $\partial_t tr_i = \frac{1}{T} (x_i^{t+T} - x_i^t, y_i^{t+T} - y_i^t)$ 为轨迹 i 在帧 t 的速度矢量, η 为速度相似度尺度系数,完成对不同速度的归一化,这里参考文献^[11]取值 0.1, T 为求速度的帧差阈值,这里取 $T=3$ 。这样共有帧少于 3 的轨迹其速度相似度为零,另外 $w_l(tr_i, tr_j)$ 为轨迹 tr_i 与轨迹 tr_j 在帧 t 的位移相似度,定义如式(6):

$$w_l(tr_i, tr_j) = \exp\left(-\frac{D_{ij}}{g}\right), \quad (6)$$

$$D_{ij} = \frac{\sum_{k=t_s^i}^{t_s^j} |p_{\text{ind}^i(k)}^i - p_{\text{ind}^j(k)}^j|}{t_s^j - t_s^i}$$

其中: D_{ij} 为轨迹 tr_i 与轨迹 tr_j 在共有帧 t_s^i, \dots, t_s^j 的平均欧式距离, $\text{ind}^i(k)$ 为轨迹 i 在帧 t 的序号, $p_k^i = (x_k^i, y_k^i)$ 为轨迹 i 第 k 点横纵坐标, g 为空间相似度归一化参数,这里参考文献^[20]里取 330。另外在大于 3 的共有时间帧内同时设置空间阈值 ϵ 为 8,使共有帧间平均距离大于 8 的轨迹相似度为零,这样便得到较为稀疏的 ϵ -NN 近邻矩阵。对非零边利用公式(4)计算其权值则可得各轨迹的时空相似度拉氏谱图,根据谱图理论^[21],拉式图 SVD 分解后特征值为 0 的特征向量可以用 K 个分段连通的指示矢量来线性表示,这样便可以分解出 K 个簇状流形。实践中,为了克服不同连接密度节点对聚类中心不均等的影响,一般采用规范化后的拉式谱图如式(7):

$$L_{rw} = D^{-1}L = I - D^{-1}W, \quad (7)$$

其中: L_{rw} 为随机矩阵,其元素 $p_{ij} = w_{ij}/d_i$ 可以看成是节点 i 通过随机行走到达节点 j 的概率^[21],其中 w_{ij} 为节点 i 与节点 j 之间相似度权值, d_i 为连接到节点 i 的边总数。这样通过特征分解可得特征矢量如式(8):

$$V^T \mathbf{A} V = D^{-\frac{1}{2}} (D - W) D^{-\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

最后取特征值小于 0.15 对应的特征矢量矩阵,构成行矢量空间进行 k-mean 聚类。图 5 展示了特征矢量对应的特征值从小到大排列。

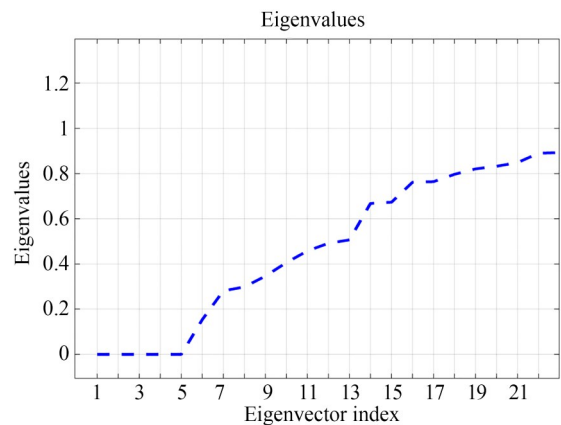


图 5 SC 特征值排列

Fig. 5 Eigenvalue index of Spectral Clustering

由图可见,前 5 个特征矢量特征值小于 0.15,因此直接对前述光流轨迹谱聚类得到如下的聚类结果,如图 6 所示。

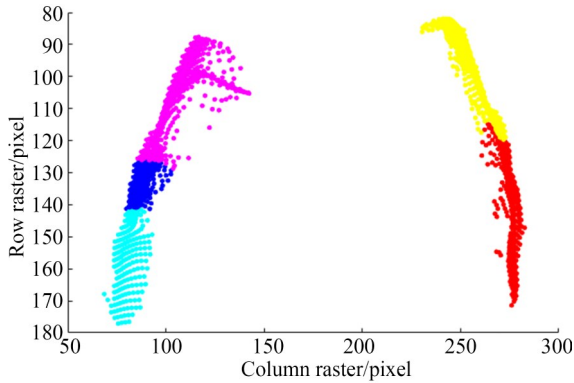


图 6 谱聚类运动分割结果

Fig. 6 Spectral clustering motion segmentation results

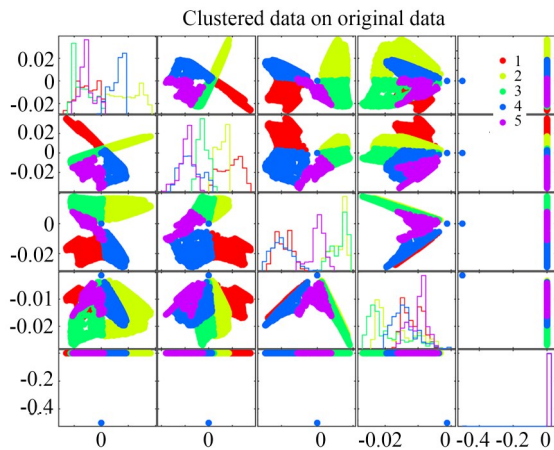


图 7 拉氏特征映射低维嵌入分布图

Fig.7 Low-dimensional embedding of Laplace Eigenmaps

相应地,图 7 展示了轨迹相似度在 1~5 各维度的低维嵌入分布。由上述可见,直接对轨迹相似度矩阵谱聚类能够得到较好的类内一致性。相似度矩阵也显示出块状结构,各低维嵌入的同类数据也保持相邻的拓扑关系。

但是因其构建相似度矩阵所采用统一固定的邻域 ϵ 参数,与尺度参数 η 无法反映同一摆杆不同段光流线速度存在的差异,导致其受到轨迹密度与速度分布不均的影响,将两根摆杆过分割为 5 根。因此,算法没有利用同一刚体的轨迹处于同一子空间的线性表达关系的内在信息,得到

准确的聚类超参数 K ,出现了过分割现象。

下面介绍分析此算法的另一个局限性即碎片化现象,为此在前述得到轨迹相似度拉氏矩阵的情况下,直接取 $K=24$ 得到超流素并以颜色区分,如图 8 所示(彩图见期刊电子版)。由图可以看出,传统谱聚类运动分割在 K 取较大值时,因为遮挡及轨迹的中断将使得分割结果碎片化,无法理想将线速度相近的轨迹聚类为同一轨迹群。

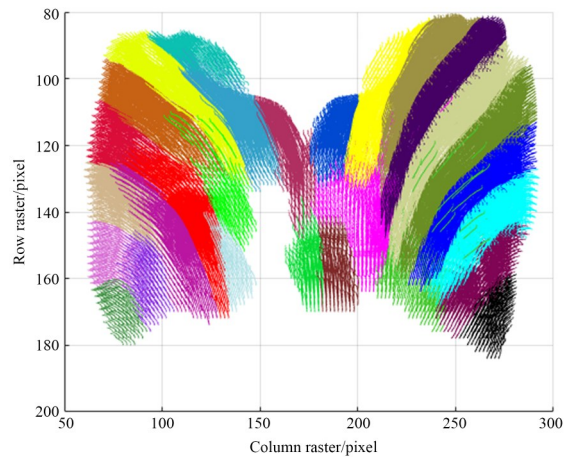


图 8 SC 轨迹聚类碎片化现象

Fig. 8 fragmentation phenomenon caused by SC

下面从相似度的距离度量定义及邻接矩阵的构建方式两个方面来说明上述聚类形成碎片化的原因并提出弧状轨迹群的分割方法。

第一,在构建邻接矩阵方面,以图 9 为例,参考文献[11]提出以轨迹公共时间帧里两条轨迹相应 X, Y 位移差最大值作为 ϵ ,则图 9 中轨迹 A 与 B, C 与 D 两两之间满足条件构成邻接关系,而

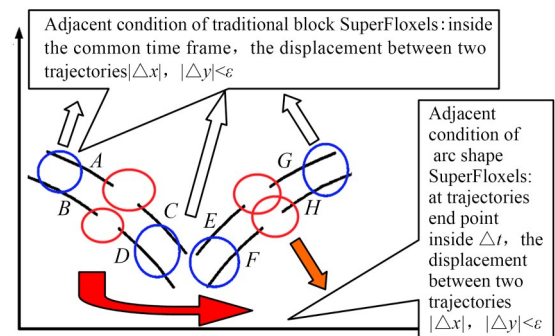


图 9 SC 轨迹聚类碎片化现象

Fig. 9 Fragmentation phenomenon caused by SC

A 与 C , B 与 D 因为中间出现了轨迹中断,没有公共时间帧,于是邻接关系为零,不构成邻接关系,在后续的聚类结果里被聚类为不同类别, E , F , G , H 同样如此,从而出现了碎片化。

于是本文在原邻接关系的基础上,将共有时间帧推广到在轨迹终点处且时间差 Δt 在10帧以内且轨迹起点在 ϵ 位移半径以内的另一条轨迹建立轨迹邻接关系,这样就使得 A 与 C , B 与 D 分别构成邻接关系为后面将他们聚类为同一类别创造了基础。

其次,从公式(4)定义的时空相似度来看,图10中 A 与 B 的相似度大于 A 与 C 和 B 与 D ,同理 E 与 F 相似度大于 E 与 G 和 F 与 H (块状轨迹群相似度 $>$ 弧状轨迹群相似度),因此在 K 值较小时 A 与 C , B 与 D 还有可能通过某条中间桥接轨迹分别聚为同一类,但是在 K 取较大时 A 与 B , C 与 D 各自聚为同一类形成块状轨迹群,而 AC , BD 则聚为不同轨迹群,从而造成 K 值较大时出现碎片化。

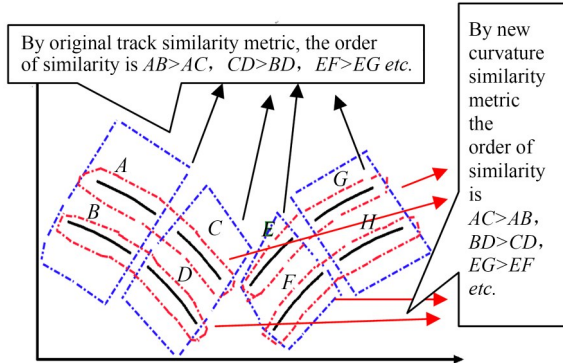


图10 稀疏子空间运动分割结果

Fig. 10 Results of Sparse subspace clustering

为了使 A 与 C 聚为同一类形成弧状轨迹群,而 A 与 B 形成不同轨迹群,考虑到同一半径处的像素运动轨迹不管被中断为几段,各段的平均曲率或线速度绝对值相似,因此这里将轨迹相似度距离度量修改为各轨迹的平均曲率,使得 AC 的相似度大于 AB 的相似度,同理, EG 相似度大于 EF 相似度,这样在 K 取较大值时准确构建弧状轨迹群,为后面的 GP 回归及Lasso回归提供了正确的种子样本。

综合上述,这里 ϵ 取8, K 取48,将各段轨迹经立方样条spline拟合后对函数结构求一二阶导数

所得平均曲率作为近邻矩阵的边权重 $A(tr_i, tr_j)$ 后再谱聚类可得48个弧状轨迹群如图11。

由图可见,上述分割方式解决了直接谱聚类在弧向方向的碎片化问题。各弧状轨迹群在径向方向则形成高维的线性表达关系,这一特征可以用子空间聚类方式再进一步聚类,从而可以以无监督的机器学习方式经过两层回归对原始零散的轨迹群进行完整聚类。

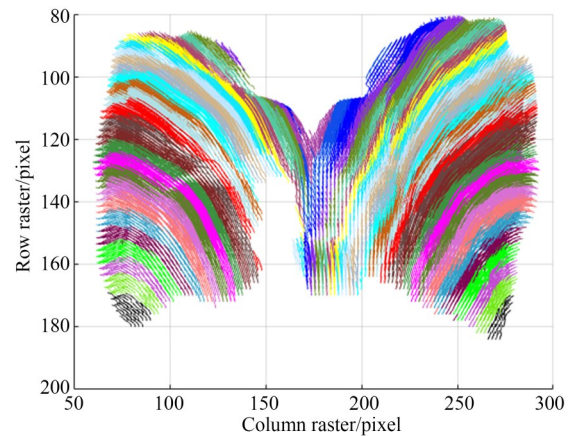


图11 弧状轨迹群聚类对碎片化的改进结果

Fig. 11 Improved results by hierarchical clustering

5 超流素的定义及泛函回归参数的学习与样本推断

5.1 超流素定义

超流素是在轨迹元(Tracklet)^[20-22]基础上经过一层聚类的轨迹群,代表一段视频中光流轨迹时空相似度最小分割单位,将其作为视频分割的中层表达形式由文献[23]提出。为了与相关文献保持名称一致,下面以超流素的概念作为本文轨迹群的定义。

5.2 高斯回归定义及新值统计推断

高斯回归代理作为一种泛函回归^[24],是基于假定采样点之间的距离或方向可存在变化的空间相关性基础上,将此相关性以统计模型进行学习拟合,利用统计推断对新测试值做出最佳预测。其本质可以看为一种贝叶斯推断,因此如果数据 X 似然部分采用高斯似然作为核函数,则可以利用共轭先验特性获取新数据协方差 Σ^* 及平均值 μ^* 的闭式解。由此通过贝叶斯推断可得新测试样本 X^* 的泛函分布 f^* 如下:

$$p(f|X^*, X, y) = N(f|\mu_*, \Sigma_*), \quad (9)$$

$$\mu_* = K^T K_y^{-1} y, \Sigma_* = K_{**} - K^T K_y^{-1} K_*, \quad (10)$$

其中: X 为样本数据, y 为样本对应的训练值, K 为数据核函数矩阵, 此矩阵可以分为样本数据与测试数据两部分, 分别以脚标 $*$ 与 y 标出, 定义为: $K = \kappa(X, X)$; $K_* = \kappa(X, X_*)$; $K_{**} = \kappa(X_*, X_*)$ 。

将前述超流素的坐标位移容限 15 看为高斯回归的数据噪声协方差 σ_y^2 , 则可得核函数矩阵元素对应核函数如下:

$$\kappa_y(x_p, x_q) = \sigma_f^2 \exp\left(-\frac{1}{2\ell^2} (x_p - x_q)^2\right) + \sigma_y^2 \delta_{pq}, \quad (11)$$

其中: ℓ 为核函数水平宽度, σ_f^2 为核函数变化幅度, δ_{pq} 为序号 p, q 的克罗内克函数, 相应地, 样本数据对测试数据的条件概率核函数矩阵 K_y 为:

$$\text{cov}[y|X] = K + \sigma_y^2 I_N \triangleq K_y. \quad (12)$$

5.3 高斯回归超参数学习

综上所述, 为减少运算量, 除了参数 σ_y^2 可以取超流素位移容限外, 其余两个核函数参数 (ℓ, σ_f^2) 则作为超参数由数据的最大似然 MAP 估计进行学习, 其中学习的数据 X 可由每个超流素在 F 时间帧内各轨迹的横纵坐标值, 而数据最大似然如下:

$$\begin{aligned} \log p(y|X) &= \log N(y|0, K_y) = \\ &= -\frac{1}{2} y K_y^{-1} y - \frac{1}{2} \log |K_y| - \frac{N}{2} \log(2\pi). \end{aligned} \quad (13)$$

设 $\theta = (\ell, \sigma_f^2)$ 则可得上述 MAP 估计对超参数的梯度如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \log p(y|X) &= \frac{1}{2} y^T K_y^{-1} \frac{\partial K_y}{\partial \theta_j} K_y^{-1} y - \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}\left(K_y^{-1} \frac{\partial K_y}{\partial \theta_j}\right) = \frac{1}{2} \text{tr}\left((\alpha \alpha^T - K_y^{-1}) \frac{\partial K_y}{\partial \theta_j}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

令此梯度为零可得超参数闭式解, 而上述高斯过程对新数据的 MAP 估计等价于无限维的 RKHS 空间二次范数正则化泛函的线性回归, 根据里斯表示定理 (Riesz Representation Theorem) 可以由数据样本张成的有限维空间表示如下:

$$\tilde{f}_* = k^T K_y^{-1} y = \sum_{i=1}^N \alpha_i \kappa(x_i, x_*), \quad (15)$$

其中: $\alpha \triangleq K_y^{-1} y$ 为各已知样本与测试点距离的加权系数, k^T 是测试点与各样本的核函数矢量, 其元素为 $\kappa(x_i, x_*)$, 即测试数据与样本映射到 RKHS 希尔伯特空间的内积距离。

为反映各轨迹时间方面的同步与次序信息, 这里对超流素轨迹的回归以时间为中间参变量, 分别对轨迹群的横纵坐标进行插值。如前述取超参数 $\sigma_y^2 = 15, \sigma_f^2 = 20, \ell = 480$ 为初值, 利用公式 (14) 对每个超流素的超参数重新学习后, 由公式 (9) 对所有时间段横坐标值重新推断, 则可得回归的平均横坐标值如图 12 所示。

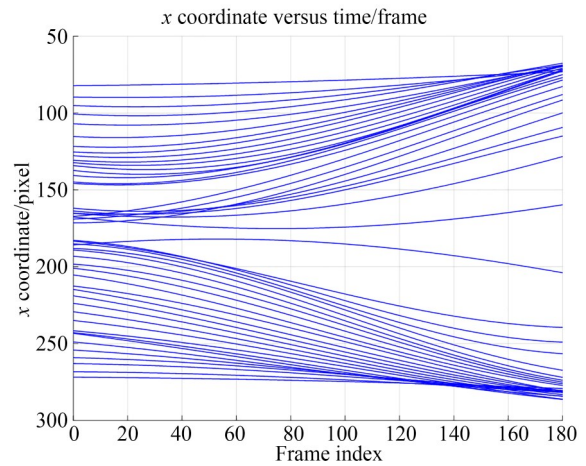


图 12 超流素横坐标随时间的高斯回归

Fig. 12 Gaussian regression of Superfloxel's x coordinate

相应地, y 坐标的回归平均轨迹如图 13 所示。

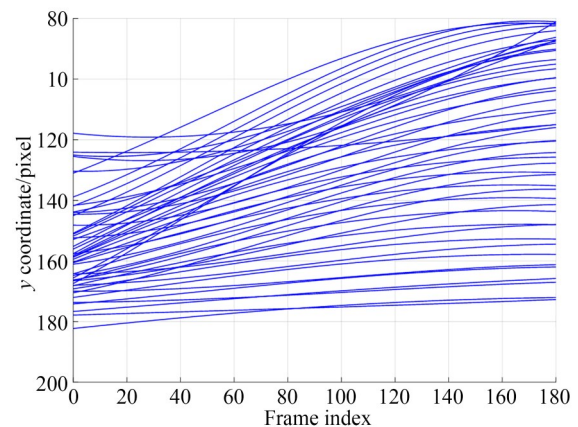


图 13 超流素纵坐标随时间的高斯回归

Fig. 13 Gaussian regression of Superfloxel's y coordinate

5.4 算法实现及时间复杂度

为了考量算法时间复杂度,这里假定样本数为 r 。由公式(17)可见,为了算法稳定性,不宜直接对 K_y 求逆,这里采用对 K_y 做 Cholesky 分解为 $K_y = LL^T$ 则算法具体实现如下:

1. $L = \text{cholesky}(K + \sigma_y^2 I)$;
2. $\alpha = L^T \setminus (L \setminus y)$;
3. $E[f_*] = k_*^T \alpha$
4. $v = L \setminus k_*$;
5. $\text{var}[f_*] = \kappa(x_*, x_*) - v^T v$;
6. $\log p(y|X) = -\frac{1}{2} y^T \alpha - \sum_i \log L_{ii} - \frac{N}{2} \log(2\pi)$ 。

其中步骤 1 的 Cholesky 分解时间复杂度为 $O(r^3)$, 步骤 2 求 α 时间复杂度为 $O(r^2)$, 步骤 3 的矩阵乘法需要 $O(r)$, 步骤 4 和步骤 5 运算复杂度为 $O(r^2)$ 。为减少运算量,在实践中只需要求出步骤 3 所表示的坐标值为回归轨迹坐标,步骤 4~6 所求的回归置信度可以省去。为进一步降低运算量,这里采用子集回归的稀疏高斯回归 (SoD)^[25] 算法对数据核 Gram 矩阵 K 分块如下:

$$K = \begin{pmatrix} K_{mm} & K_{m(n-m)} \\ K_{(n-m)m} & K_{(n-m)(n-m)} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

其中: K_{mm} 由 m 个引导点 (Inducing Point) 构成活动集 I (Active Set) 对应的分块矩阵,则经过 SVD 分解后原来核 Gram 矩阵 K 可用其前最大 m 个特征值及相应特征向量构成的 m 阶降秩矩阵 \bar{K} 近似,其定义如下:

$$\bar{K} = K_{mm} K_{mm}^{-1} K_{mn}. \quad (17)$$

相应地,公式(17)核函数由测试点与子集样本的核函数线性组合近似表达为:

$$k(x_i, x) \simeq \sum_{j \in I} c_{ij} k(x_j, x) \triangleq \hat{k}(x_i, x), \quad (18)$$

其中: j 为引导点序号, c_{ij} 为线性表达系数,其构成矩阵 C 由式(19)确定:

$$E(C) = \sum_{i=1}^n \left\| k(x_i, x) - \hat{k}(x_i, x) \right\|_H^2 = \text{tr} K - 2 \text{tr}(CK_{mm}) + \text{tr}(CK_{mm} C^T) \quad (19)$$

其闭式解为:

$C_{\text{opt}} = K_{mm} K_{mm}^{-1}$, 这样新的子集回归对应的平均值与协方差近似值如下:

$$\bar{f}_{\text{SR}}(x_*) = k_m(x_*)^T (K_{mm} K_{mm} + \sigma_n^2 K_{mm})^{-1} K_{mn} y, \quad (20)$$

$$V[f_{\text{SR}}(x_*)] = \sigma_n^2 k_m(x_*)^T (K_{mn} K_{nm} + \sigma_n^2 K_{mm})^{-1} k_m(x_*). \quad (21)$$

这样总的时间复杂度降为 $O(m^2 r)$, 这里取 m 值为帧数,并分别对前述 48 个超流素进行坐标插值回归,可得回归后的轨迹形状如图 14 所示。

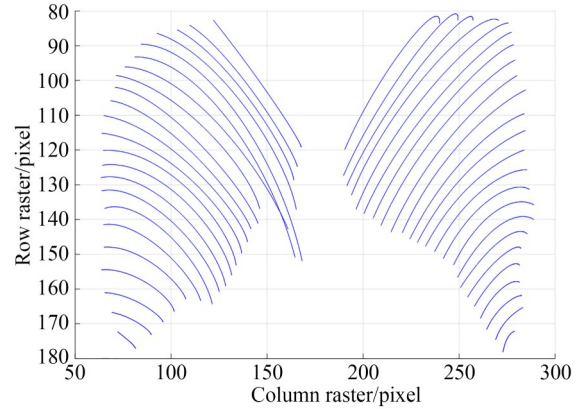


图 14 超流素高斯回归平均轨迹

Fig. 14 Gaussian regression of Superfloxel

6 聚类性能比较

将上述回归的轨迹作为种子样本,假设轨迹长度为 F 帧,轨迹数为 N ,将轨迹每个点坐标按照先横坐标后纵坐标次序排列为矩阵 Y 的每一列。

则 SSC 通过如下目标函数求解线性自表达系数矩阵 X :

$$\min_{X, E} \|E\|_F^2 + \lambda \|X\|_1, \text{ s.t. } \text{diag}(X) = 0,$$

$$Y = YX + E,$$

$$E = Y - YX = \{\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \dots, \epsilon_n\} \in \mathbb{R}^{2F \times N} \quad (22)$$

其中: E 为字典重构误差, $\|E\|_F^2$ 为误差 E 的 Frobenius 范数,当假定重构误差为高斯分布时此范数反映误差代价, λ 为权衡参数,平衡轨迹误差与解的稀疏性及泛函的凸性,因为本文是针对回归后的轨迹聚类,故误差相比理想情况下的轨迹大,故对 λ 取较大的值 0.1 以克服回归带来的误差 σ_y^2 。

通过引入拉格朗日乘子 $\Delta \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 及惩罚系

数 μ 可将上式转化为无约束目标函数如下:

$$L(\mathbf{X}, \mathbf{E}) = \|\mathbf{E}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1 + \text{tr}(\Delta^T(\mathbf{Y} - \mathbf{YX} - \mathbf{E})) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{YX} - \mathbf{E}\|_F^2, \quad (23)$$

$$= \|\mathbf{E}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{YX} - \mathbf{E} + \frac{\Delta}{\mu}\|_F^2. \quad (24)$$

文献[16]通过 ADMM(交替方向乘子法)算法轮流优化变量 $\mathbf{E}, \mathbf{X}, \Delta$ 及 μ 将上述目标函数转化为两个子优化问题如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{X}} & \frac{\mu^{(k)}}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{YX} - \mathbf{E}^{(k)} + \frac{\Delta^{(k)}}{\mu^{(k)}}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1 = \operatorname{argmin}_{\mathbf{X}} \langle \partial_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}^{(k)}, \mathbf{E}^{(k)}, \Delta^{(k)}, \mu^{(k)}), \mathbf{X} - \mathbf{X}^{(k)} \rangle > \\ & \frac{\mu^{(k)} \theta}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(k)}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1 \end{aligned}, \quad (25)$$

$$= \operatorname{argmin}_{\mathbf{X}} \frac{\mu^{(k)} \theta}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{X}^{(k)} - \frac{\mathbf{Y}^T \left(\mathbf{YX}^{(k)} + \mathbf{E}^{(k)} - \mathbf{Y} - \frac{\Delta^{(k)}}{\mu^{(k)}} \right)}{\theta}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_1, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{(k+1)} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{E}} & \frac{\mu^{(k)}}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{YX}^{(k)} - \mathbf{E} + \frac{\Delta^{(k)}}{\mu^{(k)}}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_F^2 \end{aligned}, \quad (27)$$

其中: $\theta = \|\mathbf{Y}\|_F^2$, $\partial_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}^k, \mathbf{E}^k, \Delta^k, \mu^k)$ 为目标函数 L 对 \mathbf{X} 的偏导函数, k 为迭代次数, 则公式(25)变为标准 LASSO 问题, 可以采用通用迭代收缩阈值算法 (Generalized Iterated Shrinkage Algorithm)^[26] 求解。另外通过引入辅助变量, 即假设 $\mathbf{B} = \mathbf{YX}^{(k)} - \mathbf{Y} - \Delta^{(k)}/\mu^{(k)}$, 则公式 (27) 可改写为:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{E}} & \frac{1}{2} \|\mathbf{E} - \mathbf{B}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{E}\|_1 = \\ \min_{\mathbf{E}} & \sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{2} \|\epsilon_j - b_j\|_2^2 + \lambda \|\epsilon_j\|_1 \right) \end{aligned} \quad (28)$$

一样转化为针对每个数据 ϵ_j 的标准 LASSO 问题从而同求解。由式(26), 式(27)可见 ADMM 算法每进行一次迭代都需要求 N 阶逆阵, 其运算复杂度为 $O(N^3)$, 在 N 取 1 000, m 取 100, 超

流素 K 取 50 时, 则 r 为 2 000, 可见 ADMM 的单步复杂度 $O(N^3)$ 大于稀疏高斯回归 $O(m^2 r)$, 但是高斯回归不需要迭代, 因此本文算法可减少一阶运算量。

最后将所求的矩阵 \mathbf{X} 元素作为 L1 范数图节点间的权值并预先取 $K=2$ 进行谱聚类可得如图 15 所示结果。

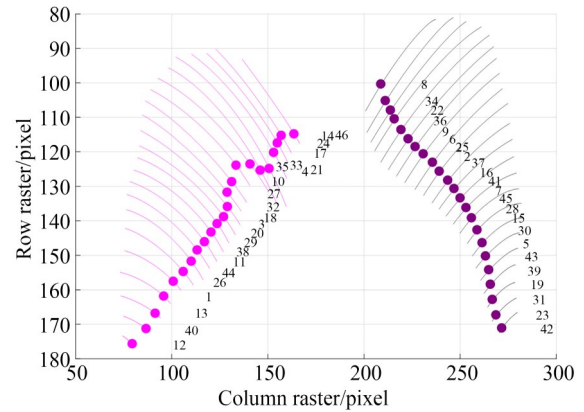


图 15 代理轨迹的 SSC 聚类结果

Fig. 15 SSC clustering result of the surrogate trajectories

由图可见, 回归轨迹代理的 SSC 聚类 (RS-SSC) 准确标识了左右摆杆, 但上述的聚类数目为事先取定, 依据前述谱图理论, 聚类个数的值可由特征值为零的个数决定, 相应图 5, 这里将特征矢量对应的特征值从小到大排列如图 16 所示。

相应的 48 条种子轨迹相似度拉氏图矩阵及 1~2 维的拉氏映射嵌入分别如图 17~图 18 所示。由图可见由线性自表达系数构成 L1 范数图构成

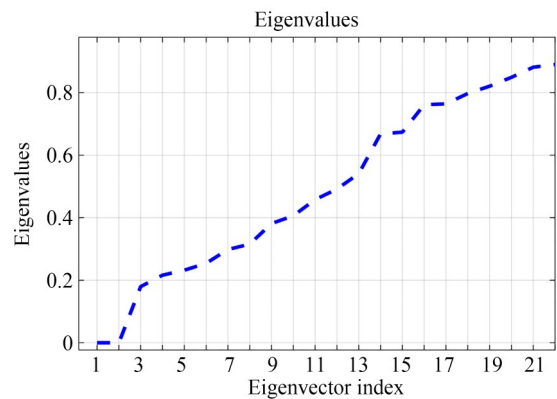


图 16 回归轨迹代理的 SSC 特征值排列

Fig. 16 Eigenvalue index of the regression surrogate SSC

的轨迹相似度图相比原来的相似度矩阵,在特征值分布和低维嵌入数据的类间距离,更接近超参数 K 真实值 2。

从而说明了经过超流素回归轨迹代理的 SSC 聚类在 K-mean 聚类前可以通过矩阵干扰理论或模型选择等方法获取最佳聚类数目,克服了前述谱聚类过分割缺陷,同时这一优势使得本算法可以从光流轨迹中发现真正摆杆数目,在机械故障诊断中(如检测因疲劳而停止摆动的贾卡针数目)有一定实际意义。

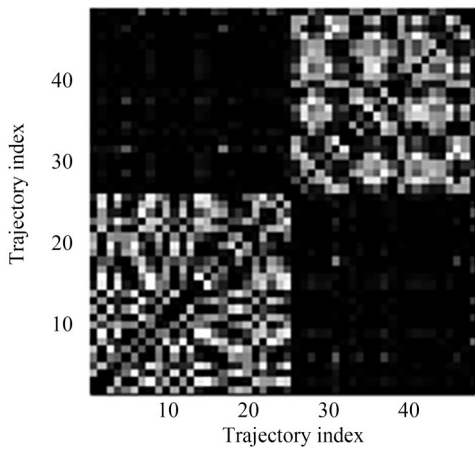


图 17 回归轨迹代理的 SSC 的相似度矩阵

Fig. 17 Affinity matrix of the regression surrogate SSC

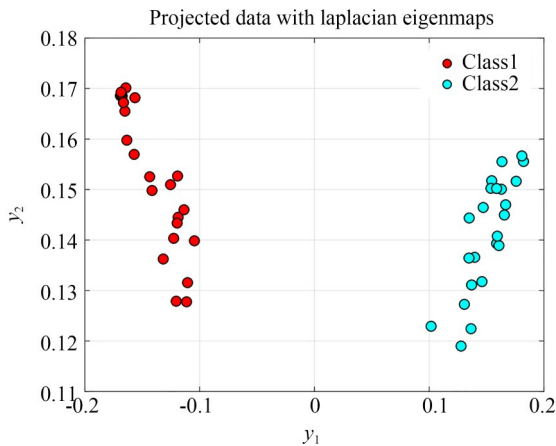


图 18 回归轨迹代理的 SSC 低维嵌入分布图

Fig. 18 Low-dimensional embedding of RS-SSC

7 角位移曲线的测量及比较

除了类内一致性性能,下面从聚类稠密度提高的优势说明经过代理回归后 SSC 聚类相比直

接稀疏子空间聚类可提高后续摆件分割点云配准得到的角位移精度。

7.1 非种子轨迹的分割及点云提取

代理回归 SSC 得到各帧种子轨迹聚类标签后,将种子轨迹标签在超流素内部扩散至回归前的所有轨迹样本,使得运动分割后各种分割点云稠密度达到光流采样的密度. 在第 125 帧将扩散后非种子轨迹的像素点云及所属聚类标签用颜色标出如图 19 所示(彩图见期刊电子版)。



图 19 回归轨迹代理的 SSC 聚类运动分割结果

Fig. 19 Motion segmentation results of the RS-SSC

7.2 最大条件期望点云配准及角位移测量

由前述可以看出,因为光流阻断,各帧分割的运动摆杆点云个数不同,不能直接采用 ICP 等配准算法求位姿,故这里采用论文[27]基于条件期望的最大似然参数估计来求点云间的位姿变换矩阵,为减少匹配离群点个数,这里取个数最大的点云为模型数据,表示为 $X = \{X_i\}_{1 \leq i \leq n}$,而待匹配各帧点云为 $Y = \{Y_j\}_{1 \leq j \leq m}$,模型经过位姿参数配准后的点云为: $\mu(X; \Theta) = RX_i + t$, $\Theta := \{R, t\}$ 。假定数据点云每个点以其匹配的相应模型点云中的点为中心的高斯分布,则配准问题转化为以匹配关系矩阵 Z 为隐含变量并以观察到的数据为条件的 GMM 最大似然参数估计问题,被估计的参数为 $\Psi = \{\Theta, \Sigma_1, \dots, \Sigma_n\}$,其中 Σ_n 为各点分布协方差, $\Theta := \{R, t\}$ 为位姿参数。

估计的目标函数即条件数据最大似然通过隐含变量 Z 可分解为:

$$E(\Psi|Y,Z) = \sum_Z P(Z|Y,\Psi) \log P(Y,Z;\Psi), \quad (29)$$

其中,对应各数据的隐含变量矩阵为 $Z = \{Z_j\}, 1 \leq j \leq m$, 矩阵元素取值为该点所匹配对应模型点的序号,可定义该随机变量取值分布如下:

$$\alpha_{ji} = \frac{|\Sigma_i|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \|Y_j - \mu(X_i; \Theta)\|_{\Sigma_i}^2\right)}{\sum_{k=1}^n |\Sigma_k|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \|Y_j - \mu(X_k; \Theta)\|_{\Sigma_k}^2\right) + \mathcal{O}_{3D}}, \quad (31)$$

其中 \mathcal{O}_{3D} 为失配离群点集,定义如下:

$$\mathcal{O}_{3D} = 1.5\sqrt{2\pi} r^{-3}. \quad (32)$$

其次在 M 步分别对另外两个运动参数估计如下:

$$\Theta^{q+1} = \arg \max_{\Theta} E_Z[\log P(Y,Z;\Theta,\Sigma^q)|Y], \quad (33)$$

$$\Sigma^{q+1} = \arg \max_{\Sigma} E_Z[\log P(Y,Z;\Theta^{q+1},\Sigma)|Y]. \quad (34)$$

为保证全局最优,求解前,先对摆杆点云进行 RANSAC 拟合得到的转角结合平移分量为零构成的旋转矩阵作为参数 R 初值。

7.3 角位移测量误差比较

为方便与其他两种算法比较,将视频分割为 4 段长度为 35 的视频共 140 帧数据,分别进行 SSC 运动分割以保证每段有一定数量的种子轨迹.为简单起见,点云所在平面为 XOY 平面, Z 坐标为 0,采用右手系确定 Z 轴方向后,通过反正切公式提取旋转矩阵 R 的 Z 轴欧拉角为摆杆摆角测量值,基准值采用人工标定,标定方法为在 matlab2017 里 figure 对象的鼠标点击回调函数里实现了取点及对雨刮根部主摆杠 RANSAC 拟合与反正切求角,最后可得三种算法各帧摆角测量结果如图 20 所示(彩图见期刊电子版)。图中不同颜色点为 SSC,SC,RS-SSC 各算法的测量值,曲线为测量值相应的高斯回归平均值,图中 SSC,SC,RS-SSC 对标定回归曲线的均方差分别为 16.96,11.71,8.79。因此,RS-SSC 最接近标定值,这是因为 SSC 只能选长度大于 35 的光流,而 RS-SSC 可以将回归前超流素所包含的所有的被阻断的光流轨迹经过标签扩散后一同参与点云配准,其像素的稠密度大于前者,而 SC 在

$\alpha_{ji} = P(Z_j = i|Y_j)$, 引入克罗内克离散取值定义后可将上述随机变量取值视为条件期望:

$$E_Z[\delta_{iz_j}|Y] = \sum_{k=1}^{n+1} \delta_{ik} P(Z_j = k|Y_j) = \alpha_{ji}. \quad (30)$$

从而可以采用 E-M 架构对目标函数求解,其中 E 步为求解该匹配关系隐含变量的后验估计如式(31):

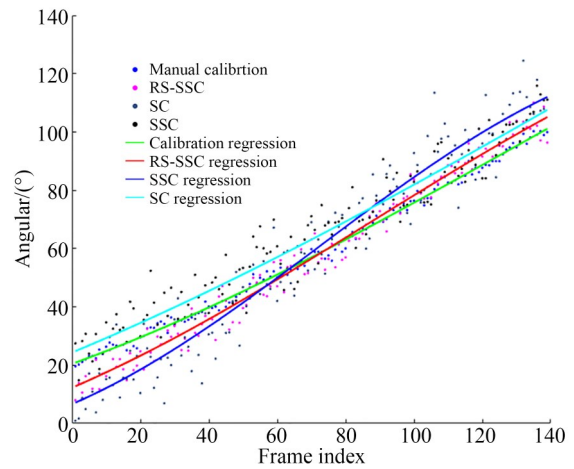


图 20 SC,SSC,RS-SSC 各算法的摆角曲线检测结果
Fig. 20 Angle curve detection of SC,SSC,RS-SSC

摆杆接近处轨迹会出现混叠导致部分异常点降低了一部分精度。

为了在工程现场考量算法的测量精度,结合客运车辆的机器视觉自动安检项目,在现场采集了 6 种不同环境亮度同一车型客车雨刮摆杆的 5 组角位移曲线作为测量对象,将人为标定回归值作为基准则测量误差平均值如下:

由表 1 可知,随着环境照度的提高,角位移检测精确率均有所提高。这是因为环境亮度的提高增加了摆杆前景对比度,这样减少了轨迹中断现象使得种子轨迹数目增加,同时因前景特征点结构张量增加也增加

了总体轨迹的数目与稠密度。总体上看,当环境亮度大于 700 lux 时,代理回归的 SSC 的摆角测量误差不超过 10%,工程上可以作为此安检项目中刮杆卡扣及其驱动电机的速度是否正常无故障的判断依据。

表 1 各算法在不同照度下的摆角检测误差

Tab. 1 Angle detection error under different algorithm and illuminance

环境照度/lux 算法	167.5±185	352.5±185	537.5±185	722.5±185	907.5±185	1 092.5±185
RS-SSC	26.96%	20.80%	15.58%	9.81%	8.77%	7.67%
SSC	32.68%	28.23%	24.60%	17.21%	14.92%	12.60%
SC	30.68%	26.23%	21.60%	15.91%	12.92%	10.60%

8 结 论

本文在利用图像视觉对单色的机械摆件的运动参数测量中,针对当前两类运动分割的缺陷,提出了一种通过超流素回归平均轨迹代理的 SSC 聚类的运动分割算法。该算法因采用轨迹自表达系数构成的 L1 范数图取代传统的变分光流的时空相似度拉式谱图进行聚类,从而克服了选择超参数 ϵ 、 K 的困难并以无监督机器学习方式通过子空间结构的信息挖掘出运动物体数目 K ,为运动分割用于机械摆动故障检测提供了算

法依据。

另一方面,本算法利用高斯泛函回归学习出因背景复杂而被阻断的轨迹并代理超流素轨迹群一次性完成 SSC 运动分割,相比不回归直接分时间片段的 SSC 算法降低了运算量,增加了子空间聚类种子样本的稠密度,结合 SLAM 点云配准技术提高了逐帧角位移测量精度。所提出的算法提供了一个将图像学与图形学有机结合的机械运动测量框架,具有广阔的研究空间及工业机器视觉测量应用价值。

参考文献:

- [1] 于海莲,滕强,李正伟. 基于干涉原理的机床摆动式回转轴位置精度测量[J]. 机床与液压, 2019, 47(14):167-172.
YU H L, TENG Q, LI ZH W. Measurement method for non-orthogonal rotary axes positioning error of machine tool based on laser interferometry[J]. *Machine Tool & Hydraulics*, 2019, 47(14): 167-172. (in Chinese)
- [2] 杨明,余菲,王继鹏. 摆动喷管摆角测量系统设计[J]. 自动化技术与应用, 2018, 37(5):145-148.
YANG M, YU F, WANG J P. Design of a swing angle measurement system of nozzle[J]. *Techniques of Automation & Applications*, 2018, 37(5): 145-148. (in Chinese)
- [3] 谢为金,王惠民,张诗清,等. 一种利用角度传感器测量吊钩摆动角的方法[J]. 建筑机械, 2013, (17): 71-74.
XIE W J, WANG H M, ZHANG SH Q, et al. A method of using the angle sensor for measuring hook swing angle [J]. *Construction Machinery*, 2013, (17):71-74. (in Chinese)
- [4] 吴斌,王航,康杰虎. 小型精密谐波转台角度定位精度标定与补偿[J]. 光学精密工程, 2019, 27(10): 2207-2214.
WU B, WANG H, KANG J H. Calibration and compensation of small precision harmonic turntable [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(10): 2207-2214. (in Chinese)
- [5] 64Mp ultra-high resolution image sensor with Tetra-cell technology [OL]. available: <https://www.samsung.com>, March 3, 2020.
- [6] 郭学梅,刘阳,何醇,等. 基于 MIAS3D 系统的驾驶动作三维运动参数测量[J]. 数字技术与应用, 2010(9): 158-160.
GUO X M, L Y, H CH, et al. Measurement of three-dimensional motion parameters of driving action based on mias3d system[J]. *Digital Technology Application*, 2010, 2010(9): 158-160 (in Chinese)
- [7] 尹芳,吴云. 空间非合作旋转目标的模型重建与姿态优化[J]. 光学精密工程, 2019, 27(8): 1854-1862.
YIN F, WU Y. Model reconstruction and pose optimization of non-cooperative rotating space target [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(8): 1854-

1862. (in Chinese)
- [8] HE M, ZHU C, Huang Q, *et al.* A review of monocular visual odometry [J]. *The Visual Computer*, 2020, 36(5):1053-1065.
- [9] LI Y, USHIKU Y, HARADA T. Pose graph optimization for unsupervised monocular visual odometry [C]. 2019 *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Montreal, QC, Canada, 2019, pp. 5439-5445
- [10] CHEN W L, HOU R B, ALLAM M. Optimization of position and pose estimation by using Epipolar line segmentation optimization BA algorithm [C]. *Proceedings of the 2019 4th International Conference on Robotics, Control and Automation (ICRCA 2019)*. New York, NY, USA, 21-26.
- [11] OCHS P, MALIK J, BROX T. Segmentation of moving objects by long term video analysis [J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2014, 36(6): 1187-1200.
- [12] KEUPER M, ANDRES B, BROX T. Motion trajectory segmentation via minimum cost multi-cuts [C]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Santiago, Chile: IEEE*, 2015: 3271-3279.
- [13] KEUPER M, TANG S, ANDRES B, *et al.* Motion segmentation & multiple object tracking by correlation co-clustering [J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2018, 1(1): 1-1.
- [14] INGWER P, GASSEN F, POST S, *et al.* Practical usefulness of structure from motion (SfM) point clouds obtained from different consumer cameras[J]. *Spie. International Society for Optics and Photonics*, 2015, 9411(1): 1-11.
- [15] TRON R, VIDAL R. A benchmark for the comparison of 3d motion segmentation algorithms. [C]. 2007 *IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, Minneapolis, MN, USA: *IEEE*, 2007.
- [16] ELHAMIFAR E, VIDAL R. Sparse subspace clustering: Algorithm, theory, and applications [J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2013, 35(11): 2765-2781.
- [17] PIMENTEL-ALARCÓN D, BALZANO L, MARCIA R, *et al.* Group-sparse subspace clustering with missing data [C]. 2016 *IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*. Palma de Mallorca, Spain: *IEEE*, 2016.
- [18] XU J, XU K, CHEN K, *et al.* Reweighted sparse subspace clustering [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2015, 138: 25-37.
- [19] YOU C, ROBINSON D, VIDAL R. Scalable sparse subspace clustering by orthogonal matching pursuit [C]. *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. Las Vegas, NV, USA: IEEE*, 2016: 3918-3927.
- [20] FRAGKIADAKI K, SHI J. Detection free tracking: Exploiting motion and topology for segmenting and tracking under entanglement [C]. *CVPR 2011. Providence, RI, USA: IEEE*, 2011. 2073-2080.
- [21] GRADY L. Random walks for image segmentation [J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2006, 28(11): 1768-1783.
- [22] FRAGKIADAKI K, ARBELAEZ P, FELSEN P, *et al.* Learning to segment moving objects in videos [C]. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Boston, MA, USA: IEEE*, 2015. 4083-4090.
- [23] RAVICHANDRAN A, WANG C, RAPTIS M, *et al.* Superfloxels: A mid-level representation for video sequences [C]. *European Conference on Computer Vision. Springer, Berlin, Heidelberg*, 2012: 131-140.
- [24] 陈静,张静. 改进高斯过程回归的高光谱空谱联合分类算法 [J]. *光学精密工程*, 2019, 27(07): 1649-1660.
- CHEN J, ZHANG J. Spectral-spatial joint classification of hyperspectral image algorithm based on improved Gaussian process regression [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(7): 1649-1660. (in Chinese).
- [25] LIU H, ONG Y S, SHEN X, *et al.* When Gaussian process meets big data: a review of scalable GPs [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, (99): 1-19.
- [26] ZHU Y. An augmented ADMM algorithm with ap-

plication to the generalized lasso problem[J]. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 2017, 26(1): 195-204.

[27] HORAUD R, FORBES F, YGUEL M, *et al.* Rig-

id and Articulated Point Registration with Expectation Conditional Maximization[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2011, 33(3): 587-602.

作者简介:



郑思凡(1975—),男,福建仙游人,博士研究生,2008年于华侨大学获得硕士学位,现为黎明职业大学智能制造工程学院实验师,主要从事机器视觉故障诊断,经编机贾卡嵌入式系统与写花工艺图形软件开发。

E-mail: zhengsf@lmu.edu.cn



陈平平(1985—),福州大学物理与信息工程学院教授,博导,2012年于厦门大学获得博士学位,2013~2015香港中文大学博士后,2016~2017新加坡科技技术大学博士后,2019年广东省科技进步二等奖,主要研究方向为人工智能,计算机通信以及wifi通信。

E-mail: ppchen.xm@gmail.com