

文章编号 1004-924X(2016)09-2325-07

数字天顶仪中倾角仪参数的标定

刘先一, 周召发*, 张志利, 刘殿剑, 朱文勇

(火箭军工程大学 兵器发射理论和技术国家重点学科实验室, 陕西 西安 710025)

摘要: 针对运用数字天顶仪进行天文定位时旋转轴与垂直轴之间存在的轴系偏差, 提出了高精度天顶仪倾角补偿方法。从数字天顶仪倾角补偿原理出发, 引入了倾角仪双轴尺度系数、双轴交角等参数对倾角仪的输出值进行修正, 然后提出了一种双轴倾角仪参数的标定方法。分析了旋转角度对于参数标定的影响, 运用实验数据对标定方法进行了论证。结果显示: 旋转角度会直接影响 CCD 图像传感器安装角度的标定值。另外, 倾角仪参数的引入提高了数字天顶仪的定位精度, 当旋转角度的误差值在 2° 以内时, 标定参数的误差对定位结果的影响非常小。

关键词: 数字天顶仪; 双轴倾角仪; 轴系偏差; 倾角补偿; 旋转角度; 参数标定

中图分类号: TH752 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20162409.2325

Calibration of inclinometer parameters in digital zenith camera

LIU Xian-yi, ZHOU Zhao-fa*, ZHANG Zhi-li, LIU Dian-jian, ZHU Wen-yong

(State Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory and Technology,
Rocket University of Engineering, Xi'an 710025, China)

* Corresponding author, E-mail: 15594979259@139.com

Abstract: To compensate the axis errors between rotation axis and vertical axis when a digital zenith camera was used in celestial positioning, a incline angle compensation method for the digital zenith camera was proposed. On the principle of incline angle compensation, the scale coefficients and the cross angle of two axes were taken into account to modify the inclinometer values. Then, a calibration method was proposed for the parameters of the two-axis inclinometer. The influence of rotation angle on calibration parameters was analyzed, and some experimental data were used to verify the calibration method. The result demonstrates that the rotation angle directly affects the calibration of CCD installation angle. Moreover, the introduction of inclinometer parameters improves the positioning accuracy. If the error of rotation angle is below 2° , the influence caused by inclinometer parameters can be ignored.

Key words: digital zenith camera; two-axis inclinometer; axis error; angle compensation; rotation angle; parameter calibration

收稿日期: 2016-01-15; 修订日期: 2016-03-14.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 41174162)

1 引言

数字天顶仪是一种高精度的天文定位仪器, 可用来测量测站点的天文坐标, 在军事和大地天文测量中有较大应用。相较于国外, 国内对于数字天顶仪的研究起步较晚^[1-4]。在运用数字天顶仪进行天文定位的过程中由于旋转轴与垂直轴存在不一致性, 所以需要旋转轴进行倾角补偿^[5]。曾志雄等人就天顶摄影仪的轴系误差对垂线偏差测量精度的影响及其修正方法进行了定性分析^[6]。郭金运等人对数字天顶仪的垂线偏差和精度进行了定量分析^[7], 两者的结果基本一致, 但是他们均缺乏对倾角仪的研究。在数字天顶仪中采用的是双轴倾角仪^[8], 对倾角仪输出数据的处理将直接影响到旋转轴与垂直方向间的倾角补偿, 从而影响最终的定位精度。德国的 Christian Hirt 等人运用蒙特卡洛方法对双轴倾角仪问题进行了分析^[9-10], 但是却没有考虑双轴倾角仪双轴间的非正交及尺度系数等问题。

倾角仪的读数受零漂及温漂等影响^[11-13], 为了进行高精度的倾角补偿, 本文从数字天顶仪倾角补偿原理出发, 在考虑双轴倾角仪尺度系数和安装误差等参数的条件下对倾角值进行了修正, 并提出了一种双轴倾角仪参数的标定方法, 并分析了旋转角度对参数标定的影响, 最后运用实验数据对标定方法进行了论证。

2 双轴倾角仪输出值的修正

双轴倾角仪能够对倾斜角进行高精度测量, 从而实现旋转轴的补偿。如图 1 所示, A 为 CCD 图像传感器安装位置与北向之间的夹角; β 为双轴倾角仪与 CCD 图像传感器之间的安装夹角。

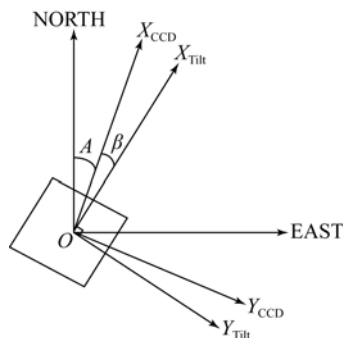


图 1 倾角补偿原理图

Fig. 1 Schematic diagram of inclination compensation

由图 1 可得经纬度补偿值分别为:

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= (n_1^* \sin(A+\beta) + n_2^* \cos(A+\beta)) / \cos(\delta), \\ \Delta\delta &= n_1^* \cos(A+\beta) - n_2^* \sin(A+\beta), \end{aligned} \quad (1)$$

式中: n_1^* 和 n_2^* 为双轴倾角仪正交状态下的精确值; α 与 δ 表示测站点的经纬度。

然而安装在数字天顶仪上的双轴倾角仪两轴之间的夹角不可能完全正交, 另外, 由于变形等原因倾角仪的尺度系数也会发生变化。倾角仪的双轴用 X 轴与 Y 轴表示, 在这里令双轴倾角仪双轴之间的夹角为 ϵ , X 与 Y 轴的尺度系数分别为 m_1 与 m_2 。由于倾角仪的读数存在零点偏差和漂移。其中漂移主要来自于温度的影响, 但是在一定时间内温度漂移的数值几乎可以忽略。为了得到高精度的倾角仪数据, 采取对称位置的数据读取方法。令 X 轴与 Y 轴置于初始位置时的读数分别为 n_1 与 n_2 , 如图 2 所示。

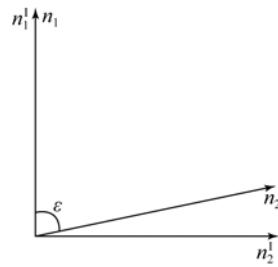


图 2 双轴倾角仪两轴处于正交状态下的倾角示意图
Fig. 2 Schematic of tilt angle for inclinometer with two axis in orthogonal state

将倾角仪读数转化为正交状态下的读数 n_1^I 与 n_2^I , 此时包含零点偏差 Δn_1 和 Δn_2 。则有:

$$\begin{aligned} n_1^I &= n_1, \\ n_2^I &= \frac{n_2}{\sin \epsilon} - \frac{n_1}{\tan \epsilon}. \end{aligned} \quad (2)$$

也可以表示为 $n_1^I = n_1^* + \Delta n_1$, $n_2^I = n_2^* + \Delta n_2$ 。其中 n_1^* 与 n_2^* 是倾角仪正交状态下不含误差的准确值, Δn_1 与 Δn_2 是倾角仪正交状态下的零漂值。

在数字天顶仪旋转 φ 角度至对称位置时, X 与 Y 轴的读数分别为 n_1' 与 n_2' , 将倾角仪读数转化为正交读数 n_1^{Π} 与 n_2^{Π} 。可得:

$$n_1^{\Pi} = n_1', \quad n_2^{\Pi} = \frac{n_2'}{\sin \epsilon} - \frac{n_1'}{\tan \epsilon}. \quad (3)$$

又因为:

$$\begin{bmatrix} n_1^{\Pi} \\ n_2^{\Pi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1^* \\ n_2^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta n_1 \\ \Delta n_2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

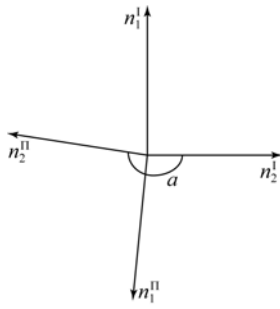


图 3 旋转后的倾角仪状态

Fig. 3 Inclinometer condition after rotation

得到倾角仪尺度系数 m_1 与 m_2 、旋转角度 φ 和倾角仪双轴夹角 ϵ 后,最终可求得双轴倾角仪正交状态下的精确值 n_1^* 和 n_2^* 为:

$$\begin{aligned} n_1^* &= m_1 n_x - \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} \left(\frac{m_2 n_y}{\sin \epsilon} - \frac{m_1 n_x}{\tan \epsilon} \right), \\ n_2^* &= \frac{m_2 n_y}{\sin \epsilon} - \frac{m_1 n_x}{\tan \epsilon} + \frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} m_1 n_x, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $n_x = \frac{n_1 - n_1'}{2}$, $n_y = \frac{n_2 - n_2'}{2}$ 。

$$\begin{cases} \Delta\alpha = \alpha_T - \alpha_R = (n_1^* \sin(A + \beta) + n_2^* \cos(A + \beta)) / \cos(\delta_R) \\ \Delta\delta = \delta_T - \delta_R = n_1^* \cos(A + \beta) - n_2^* \sin(A + \beta) \end{cases}, \quad (6)$$

式中: (α_R, δ_R) 为旋转轴的天文坐标, (α_T, δ_T) 为测站点真实的天文坐标。

在运用数字天顶仪进行定位及利用倾角仪进行参数标定时采用处于对称位置的两幅恒星星图进行解算,一般认为旋转角度 φ 为已知量 π , 令:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \beta} & \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \epsilon} & \frac{\partial \Delta\alpha}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial \Delta\delta}{\partial \beta} & \frac{\partial \Delta\delta}{\partial m_1} & \frac{\partial \Delta\delta}{\partial m_2} & \frac{\partial \Delta\delta}{\partial \epsilon} & \frac{\partial \Delta\delta}{\partial \varphi} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \Delta\epsilon \\ \Delta\varphi \end{bmatrix}. \quad (8)$$

首先对倾角仪安装角度和倾角仪参数分别赋初值 $\beta_0, m_{10}, m_{20}, \epsilon_0, \varphi$, 能够得到倾角补偿值 $\Delta\alpha_0$ 和 $\Delta\delta_0$ 。令:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \alpha_T - \alpha_F - \Delta\alpha_0 \\ \delta_T - \delta_F - \Delta\delta_0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

3 双轴倾角仪参数的标定

在对双轴倾角仪的输出数值进行修正的过程中引入了倾角仪尺度系数、双轴夹角。另外,双轴倾角仪与 CCD 图像传感器之间的安装角度也需要精确测定。这些参数的标定精度将直接影响到倾角的修正值,从而对测站点的定位结果造成影响,因此需要对这些参数进行高精度标定。

3.1 参数标定的方法

在运用数字天顶仪定位时,通过对星图的解算得出数字天顶仪旋转轴的天文坐标,经过倾角补偿后求得测站点垂轴指向的天文坐标。依据倾角补偿值等于测站点真值与数字天顶仪旋转轴天文坐标之间的差值这一基本原理,对倾角仪参数进行标定。在参数标定的过程中测站点天文坐标的真实值是已知的,则有:

构建函数:

$$\mathbf{B}\Delta \mathbf{x} = \mathbf{b}. \quad (10)$$

运用最小二乘算法可分别解算出 $\Delta\beta, \Delta m_1, \Delta m_2, \Delta\epsilon$ 。则倾角仪参数值变为:

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_0 + \Delta\beta, \\ m_1 &= m_{10} + \Delta m_1, \\ m_2 &= m_{20} + \Delta m_2, \\ \epsilon &= \epsilon_0 + \Delta\epsilon. \end{aligned} \quad (11)$$

将新的参数值代入式(10)中重复进行计算,直到得到稳定的双轴倾角仪参数值为止。

3.2 旋转角度对参数标定的影响

在对倾角仪进行参数标定的过程中,需要旋转拍摄星图,理想状态下旋转角度 $\varphi = \pi$ 。在倾角仪参数标定时,往往直接将旋转角度取为 π ,但在实际的旋转过程中,并不能使旋转角度严格处于对称位置,而是存在旋转误差 $\Delta\varphi$ 。经计算有:

$$\frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \varphi} = \left[\left(\frac{m_2 n_y}{\sin \varepsilon} - \frac{m_1 n_x}{\tan \varepsilon} \right) \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \sin(A + \beta) - m_1 n_x \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \cos(A + \beta) \right] / \cos \delta,$$

$$\frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \beta} = (n_1^* \cos(A + \beta) - n_2^* \sin(A + \beta)) / \cos \delta,$$

$$\frac{\partial \Delta \delta}{\partial \varphi} = \left(\frac{m_2 n_y}{\sin \varepsilon} - \frac{m_1 n_x}{\tan \varepsilon} \right) \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \cos(A + \beta) + m_1 n_x \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \sin(A + \beta),$$

$$\frac{\partial \Delta \delta}{\partial \beta} = -n_1^* \sin(A + \beta) - n_2^* \cos(A + \beta). \quad (12)$$

对上式进行简化处理后有:

$$\frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \varphi} = - \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \beta} \approx - \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \alpha}{\partial \beta},$$

$$\frac{\partial \Delta \delta}{\partial \varphi} = - \left(\frac{1}{1 - \cos \varphi} \right) \frac{\partial \Delta \delta}{\partial \beta} \approx - \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \delta}{\partial \beta}. \quad (13)$$

式(13)表明旋转角度 φ 的增量和安装角度 β 增量之间具有相关性,即旋转角度 φ 的设定值将会直接影响安装角度 β 的标定值。另外,旋转角度 φ 也会使式(7)中的矩阵 \mathbf{B} 发生变化,从而会对倾角仪双轴尺度系数及双轴之间夹角的标定结果造成一定的影响。

从文献[14]可知,当倾角仪双轴尺度系数的标定误差的平方和小于 10^{-6} 时,参数的标定误差对于定位结果的影响可以忽略不计。即:

$$\Delta m_1^2 + \Delta m_2^2 \leq 10^{-6}. \quad (14)$$

也就是当存在旋转角度误差时,应保证标定结果满足式(14)。

4 实验数据的处理与分析

数字天顶仪中采用的双轴倾角仪为 Nivel210,分辨率为 $0.2''$ 。数字天顶仪的工作流程为先顺时针旋转拍摄 8 幅星图,然后再逆时针旋转拍摄 8 幅星图,也就是在一个定位循环中,数字天顶仪拍摄的星图总数为 16 幅。已知测站点真实的天文经度为 $108^{\circ}55'17.78''$,天文纬度为 $34^{\circ}32'21.48''$,在对倾角仪参数进行标定时,倾角仪读数如表 1 所示。

表 1 倾角值

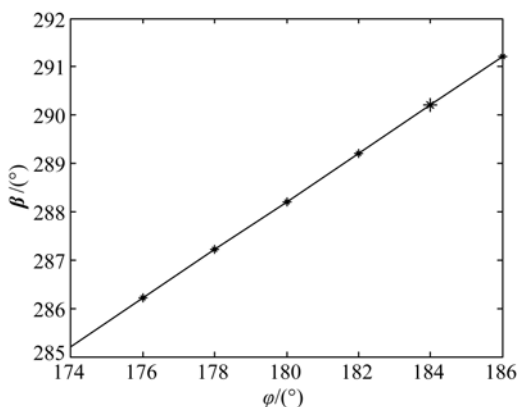
Tab. 1 Tilt angle values

拍摄位置	$n_1/(^{\circ})$	$n_2/(^{\circ})$	拍摄位置	$n_1/(^{\circ})$	$n_2/(^{\circ})$
1	73.636	-74.667	5	-99.007	74.049
2	-6.806	-111.382	6	-18.151	113.858
3	-84.774	-81.062	7	64.973	81.474
4	-122.315	-8.869	8	100.450	5.362
9	100.244	5.362	13	-121.902	-9.075
10	64.973	81.680	14	-83.743	-80.855
11	-18.151	114.270	15	-5.362	-110.145
12	-99.213	74.049	16	74.874	-72.811

为了分析旋转角度对于倾角仪参数标定的影响,不断改变旋转角度 φ ,标定结果如图 4 所示。

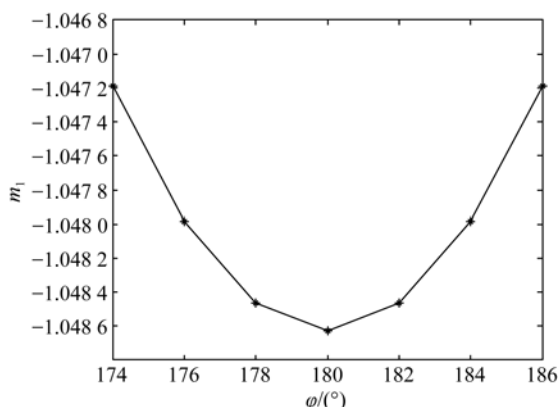
通过图 4 可知,改变旋转角度 φ 时,标定的参数值也发生了变化,旋转角度将直接影响安装角度 β 的标定,旋转角度每改变 1° ,标定出来的安装角度 β 改变 0.5° ,两者之间的增量基本成线性相关,这与理论推导相一致;尺度系数在旋转角度为 180° 左右基本呈对称关系;而倾角仪双轴之间的夹角基本不受旋转角度变化的影响。结合式(14)分析可知,当旋转角度在 2° 以内时,倾角仪参数的变化对于定位结果的影响较小。

下面分别对引入倾角仪参数和未引入倾角仪参数两种情况下的定位精度进行比较,如图 5 所示。



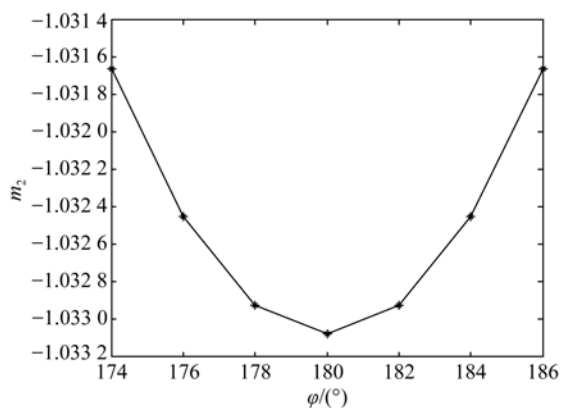
(a) 安装角度 β 随旋转角度的变化

(a) Installation angle β changes with rotation angle φ



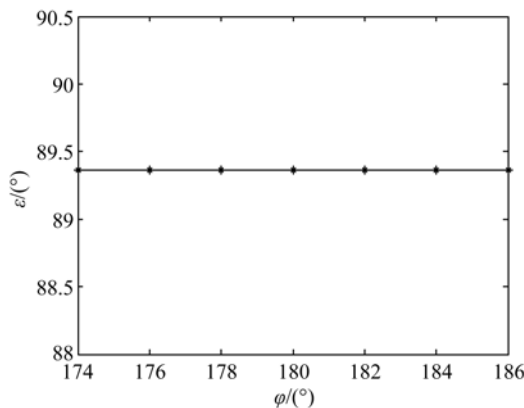
(b) 尺度系数 m_1 随旋转角度的变化

(b) Scaling coefficient m_1 changes with rotation angle φ



(c) 尺度系数 m_2 随旋转角度的变化

(c) Scaling coefficient m_2 changes with rotation angle φ

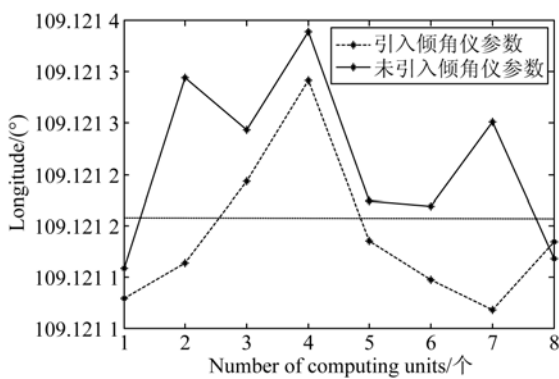


(d) 双轴夹角随旋转角度的变化

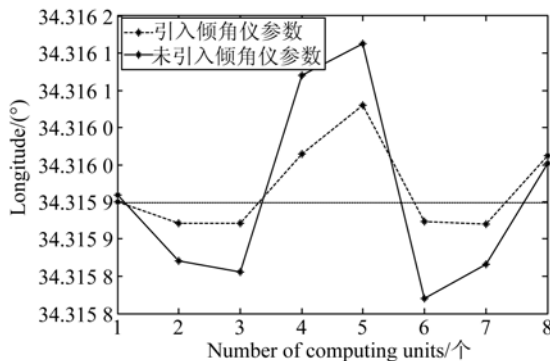
(d) ϵ changes with rotation angle φ

图 4 旋转角度对标定参数的影响

Fig. 4 Influence of rotation angle on calibration parameters



(a) 测站点经度
(a) Station longitude



(b) 测站点纬度
(b) Station latitude

图 5 精度的比较

Fig. 5 Accuracy comparison

从图 5 可以看出,在引入倾角仪参数后,数字天顶仪的定位结果更加接近真实值,定位精度也有了显著提高。

5 结 论

倾角仪的读数直接影响了旋转轴与垂线之间的

倾角补偿,为了对旋转轴进行高精度补偿,在考虑倾角仪的双轴尺度系数及双轴之间夹角等参数的条件下,对倾角值进行修正。倾角仪参数的引入提高了数字天顶仪的定位精度。在对参数进行标定时,旋转角度将直接影响 CCD 图像传感器安装角度的标定值。当旋转角度误差值在 2° 以内时,标定参数的误差值对于最终的定位结果影响较小。

参考文献:

- [1] SCHOEBEL R, HEIN G, EISSFELLER B. Renaissance of astrogeodetic levelling using GPS/CCD zenith camera [C]. *Proceedings of the IAIN World Congress in association with the U. S. ION Annual Meeting, San Diego*, 2000:26-28.
- [2] 田立丽,郭金运,韩廷本,等.我国的数字化天顶望远镜样机[J].科学通报,2014,59(12):1094-1099. TIAN L L, GUO J Y, HAN Y B, et al.. Digital zenith telescope prototype of China [J]. *Chin. Sci. Bull.*, 2014,59(12):1094-1099. (in Chinese)
- [3] KEREM H, RASIM D, HALUK O. Digital zenith camera system for Astro-Geodetic applications in Turkey [J]. *Journal of Geodesy and Geoinformation*, 2012, 1(2):115-120.
- [4] HIRT C, SEEBER G. High-resolution local gravity field determination at the sub-millimeter level using a digital zenith camera [J]. *Dynamic Planet: IAG Symp*, 2007,316-321.
- [5] 张志利,刘先一,周召发,等.转台误差对数字天顶仪轴系误差的影响[J].光学精密工程,2015,23(11):3090-3096. ZHANG ZH L, LIU X Y, ZHOU ZH F, et al.. Influence of turntable error on axis error in digital zenith camera [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015,23(11):3090-3096. (in Chinese)
- [6] 曾志雄,胡晓东,高立民.天顶摄影仪轴系误差对垂线偏差测量精度的影响及其修正方法[J].光学精密工程,2004,12(1):6-11. ZENG ZH X, HU X D, GAO L M. Effect of digital zenith camera axis error on measurement precision of vertical deflection and its correction [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2004,12(1):6-11. (in Chinese)
- [7] 郭金运,宋来勇,常晓涛,等.数字天顶摄影仪确定垂线偏差及其精度分析[J].武汉大学学报信息科学版,2011,36(9):1085-1088. GUO J Y, SONG L Y, CHANG X T, et al.. Vertical deflection measure with digital zenith camera and accuracy analysis [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(9): 1085-1088. (in Chinese)
- [8] HITR C, TIMO K. Hochprazise Neigungsmessung mit dem elektronischen pendelneigungssensor HRTM [J]. *Zeitschrift fur Vermessungswesen*, 2004,129(4):266-276.
- [9] HIRT C, GABOR P, ANDRA S, et al.. Expected accuracy of tilt measurements on a novel hexapod-based digital zenith camera system; a Monte-Carlo simulation study [J]. *Measurement Science and Technology*, 2014,25(8):1-9.
- [10] HIRT C, BURKI B, SOMIESKI A, et al.. Modern determination of vertical deflections using digital zenith camera [J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2010,136(1):1-12.
- [11] 文香稳,潘明华,朱国力.倾角仪特性研究及其测量误差补偿[J].传感器与微系统,2011,30(3):84-86. WEN X W, PAN M H, ZHU G L. Research on characteristic of the inclinometer and compensation for its measurement error [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2011,30(3):84-86. (in Chinese)
- [12] 于娜,刘志远,赵佳龙.倾角传感器的温度补偿研究[J].传感器与微系统,2014,33(10):14-16. YU N, LIU ZH Y, ZHAO J L. Research of temperature compensation of inclination sensor [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2014, 33(10):14-16. (in Chinese)
- [13] 樊锐,史磊.数字倾角仪的非线性补偿及抗干扰技术[J].仪表技术与传感器,2013(5):36-38. FAN R, SHI L. Nonlinear error compensation and anti-jamming technique of digital clinometer [J]. *Instrument Technique and Sensor*, 2013(5): 36-38. (in Chinese)
- [14] 周召发,刘先一,张志利,等.基于数字天顶仪的双轴倾角仪研究[J].光子学报,2015,44(8):21-26.

ZHOU ZH F, LIU X Y, ZHANG ZH L, *et al.*.
Research on two-axis tilt sensor based on digital

zenith camera [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015,
44(8): 21-26. (in Chinese)

作者简介:



刘先一(1991—),男,河南信阳人,博士研究生,2013年于第二炮兵工程大学获得学士学位,主要从事定位技术研究。E-mail: 1397559188@qq.com

通信作者:



周召发(1973—),男,重庆忠县人,博士,副教授,1996年、2002年、2007年于第二炮兵工程学院分别获得学士、硕士、博士学位,主要从事定位定向与基准传递技术的研究。E-mail: 15594979259@139.com

(版权所有 未经许可 不得转载)