

文章编号 1004-924X(2016)09-2318-07

条纹投影三维形貌测量的变分模态分解相位提取

朱新军^{1*}, 邓耀辉¹, 唐 晨², 宋丽梅¹, 郭庆华¹

(1. 天津工业大学 电气工程与自动化学院, 天津 300387;

2. 天津大学 电子信息工程学院, 天津 300072)

摘要:针对条纹投影三维形貌测量涉及的相位提取,提出了一种基于变分模态分解的单幅条纹投影相位提取方法。通过建立变分模态分解模型和极小化变分模态分解将单幅投影条纹图分解成背景部分、条纹部分和噪声部分。然后对得到条纹部分进行 Hilbert 变换和反正切变换得到包裹相位;对其进行质量导向相位解包裹和 Zernike 多项式去载频得到解包裹相位。将该方法与 Fourier 变换、连续小波变换进行了对比,结果显示:本文提出的相位提取方法相位误差为 3.14×10^{-4} , 小于 Fourier 变换和连续小波变换方法对应的误差 3.30×10^{-4} 和 6.52×10^{-4} 。模拟和实验结果表明:本文提出的方法在处理具有边缘信息投影条纹图时具有优势,能够提取出更准确的相位信息,可有效地用于含边缘不连续和突起的三维物体测量。

关键词:条纹投影;三维形貌测量;变分模态分解;相位提取

中图分类号: TP92;O436.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20162409.2318

Variational mode decomposition for phase retrieval in fringe projection 3D shape measurement

ZHU Xin-jun^{1*}, DENG Yao-hui¹, TANG Chen², Song Li-mei¹, GUO Qing-hua¹

(1. School of Electrical Engineering and Automation,
Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387, China;

2. School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

* Corresponding author, E-mail: xinjunzhu@tjpu.edu.cn

Abstract: For the phase retrieval in fringe projection 3D shape measurements, a new fringe projection phase retrieval method based on variational mode decomposition was proposed. Firstly, the projection fringe pattern was decomposed into a background part, a fringe part and a noise part by the development of variational mode decomposition model and the minimization of the model. Then, the fringe part was processed by Hilbert and arc tangent transform to obtain a wrapping phase, and by quality guided phase unwrapping and Zernike carrier removal to acquire the final absolute phase. Simulation and experimental results show that the phase error by the proposed method is 3.14×10^{-4} , smaller than the errors 3.30×10^{-4} and 6.52×10^{-4} that respectively obtained by Fourier transform method and continuous wavelet transform method. The proposed method is superior to the Fourier

收稿日期:2016-06-05;修订日期:2016-08-01.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60808020, No. 61078041);天津市应用基础与前沿技术研究计划资助项目(No. 15JCYBJC51700)

transform method and continuous wavelet transform method in the process of projection fringes with edge information, providing more accurate results, and is more effective for the application of the three dimensional measurement of objects with discontinuous and abrupt changes.

Key words: fringe projection; three dimensional measurement; variational mode decomposition; phase retrieval

1 引言

作为现代光学测试方法中的一种常用方法,条纹投影三维测量具有较高的速度和较高的精度,并且其光学和数字硬件设备比较低廉,近年来已逐渐成为十分受欢迎的一种非接触、快速和高精度的三维形貌测量方法^[1-4]。而相位提取是条纹投影的难点,也是重点研究内容,因此,国内外学者提出了多种相位提取方法。总的来讲,条纹投影相位提取方法可分为两类^[5-12]:一类是基于单幅条纹图的相位提取,一类是以相移法为代表的基于多幅条纹图的相位提取。由于多幅投影条纹图比单幅投影条纹图提供了更多的信息,通常相移法比其它方法具有更高的精度。与相移法相比,基于单幅投影图的条纹相位提取是在某一时刻只采集一幅图像,受环境扰动的影响较小,更适合动态过程的三维测量和显示。

单幅投影条纹相位提取方法包括 Fourier 变换(FTM)、连续小波变换(CWT)以及经验模态分解方法^[8,10-11]等。这些算法在对噪声的鲁棒性、图像边缘细节的保持等方面进行了改进,但仍存在缺点。目前为止,经验模态分解处理噪声条纹图时,在分解层数的选择,包络面的选择上存在困难。受噪声的影响,经验模态分解在模态混合问题,严重影响条纹投影条纹分析结果,一般情况下需要进行滤波预处理^[8]。此外,经验模态分解需要包络面插值,而包络面插值的计算量巨大。

本课题组前期提出了基于变分图像分解的FPP相位提取方法,其通过变分图像分解,可有效地将条纹图分解为背景部分、条纹部分和噪声部分^[13,14]。与 Fourier 变换,连续小波变换以及经验模态分解方法相比,此方法得到的相位更准确,但此方法的缺点是计算复杂。考虑到变分图像分解和经验模态分解的优势,本文在前期工作的基础上,引入了变分模态分解方法。变分模态分解是一种新的信号分解方法,由

Dragomiretskiy 和 Zosso 于 2014 年提出^[15]。变分模态分解能自适应地将几种具有不同模态的信号进行分离。与经验模态分解相比,变分模态分解方法是非递归的,并且具有良好的数学基础。本文提出了基于变分模态分解(Variational Mode Decomposition, VMD)的相位提取方法,将条纹分解成背景部分、条纹部分和噪声部分,再对条纹部分进行包裹相位提取、相位解包裹和去载频,得到最终相位,在文章最后通过模拟和实验验证了提出方法的有效性。

2 基于变分模态分解的条纹相位提取

2.1 变分模态分解

变分模态分解是一种新提出的自适应信号分析方法,其建立在变分法和维纳滤波基础上,能自适应地将几种具有不同模态的信号进行分离,即能得到带限本征模态函数。首先,对于每一个本征模态 u_k ,通过 Hilbert 变换计算得到相应的解析信号,并获得单边频谱。其次,对于每一个单边谱模态,通过混合一个中心频率为 ω_k 的指数调制项将每一个频谱移动至“基带”。最后,通过解调信号的 H^1 高斯光滑性(梯度的 L^2 范数)估计带宽。综上所述,对于一维信号 f ,通过分析变分模态分解构成如下约束变分问题:

$$\min_{u_k, \omega_k} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left[\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right] * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\}$$

$$\text{s. t. } \sum_k u_k = f, \quad (1)$$

其中: $*$ 代表卷积, $\delta(t)$ 为狄拉克函数, ∂_t 为关于时间 t 的偏导数。

对于二维解析信号 u_k ,其频域可定义为:

$$\hat{u}_{AS,k}(\vec{\omega}) = \begin{cases} 2\hat{u}_k(\vec{\omega}), & \text{if } \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k > 0 \\ \hat{u}_k(\vec{\omega}), & \text{if } \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k = 0 \\ 0, & \text{if } \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k < 0 \end{cases}$$

$$= (1 + \text{sgn}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k)) \hat{u}_k(\vec{\omega}). \quad (2)$$

其中:sgn 为门限函数, $\vec{\omega}$ 为 2D 解析信号的频率, $\vec{\omega}_k$ 为中心频率, \hat{u} 代表 u 的 Fourier 变换。

借助于二维解析信号的定义,二维变分模态分解的能量泛函为:

$$\min_{\vec{u}_k, \vec{\omega}_k} \left\{ \sum_k \left\| \nabla [u_{AS,k}(x) e^{-j(\vec{\omega}_k, x)}] \right\|_2^2 \right\} \quad (3)$$

s. t. $\sum_k u_k = f,$

其中: $u_{AS,k}(x)$ 为式(4)对应的解析信号, \langle, \rangle 代表内积, ∇ 代表梯度。

采用乘子交替方向法极小化问题^[15]。首先,求解关于 u_k 的极小化问题:

$$\hat{u}_k^{n+1} = \arg \min_{\hat{u}_k} \left\{ \alpha \left\| j(\vec{\omega} - \vec{\omega}_k) \cdot [(1 + \text{sgn}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k)) \hat{u}_k(\vec{\omega})] \right\|_2^2 + \left\| \hat{f}(\vec{\omega}) - \sum_k \hat{u}_i(\vec{\omega}) + \frac{\hat{\lambda}(\vec{\omega})}{2} \right\|_2^2 \right\}, \quad (4)$$

其中 α 为正归化参数。

式(4)写成以下维纳滤波结果:

$$\hat{u}_k^{n+1}(\vec{\omega}) = \left[\hat{f}(\vec{\omega}) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(\vec{\omega}) + \frac{\hat{\lambda}(\vec{\omega})}{2} \right] \cdot \frac{1}{1 + 2\alpha |\vec{\omega} - \vec{\omega}_k|^2} \quad (5)$$

$\forall \vec{\omega} \in \Omega_k: \Omega_k = \{ \vec{\omega} | \vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k \geq 0 \}.$

其次,求解关于 $\vec{\omega}$ 的极小化问题:

$$\vec{\omega}_k^{n+1} = \arg \min_{\vec{\omega}_k} \left\{ \sum_k \left\| \nabla [u_{AS,k}(x) e^{-j(\vec{\omega}_k, x)}] \right\|_2^2 \right\}. \quad (6)$$

在频域内:

$$\vec{\omega}_k^{n+1} = \arg \min_{\vec{\omega}_k} \left\{ \alpha \left\| j(\vec{\omega} - \vec{\omega}_k) \cdot [(1 + \text{sgn}(\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}_k)) \hat{u}_k(\vec{\omega})] \right\|_2^2 \right\}. \quad (7)$$

其解为:

$$\vec{\omega}_k^{n+1} = \frac{\int_{\Omega_k} \vec{\omega} |u_k(\vec{\omega})|^2 d\vec{\omega}}{\int_{\Omega_k} |u_k(\vec{\omega})|^2 d\vec{\omega}}. \quad (8)$$

经过若干次迭代,可实现能量泛函(3)极小化并得到各个模态成分。

2.2 基于变分模态分解相位提取

通过极小化能量泛函(3)得到本征模态函数 u_k , 从而有:

$$\begin{cases} \text{背景部分} = u_1(x, y) \\ \text{条纹部分} = u_2(x, y), \\ \text{噪声部分} = u_3(x, y) \end{cases} \quad (9)$$

对条纹 $u_2(x, y)$ 进行 Hilbert 变换得到 $c(x, y)$, 通过如下反正切函数获得包裹相位图:

$$\varphi(x, y) + 2\pi f_0 x = \arctan \left[\frac{\text{Im}\{c(x, y)\}}{\text{Re}\{c(x, y)\}} \right], \quad (10)$$

其中 $\text{Re}\{ \}$ 与 $\text{Im}\{ \}$ 分别代表实部与虚部。

公式(10)得到的相位被截断在 $(-\pi, \pi)$ 内, 采用质量导向相位解包裹算法进行相位解包裹^[16], 从而得到连续的分布。得到连续的分布之后, 还需要去除载频 $2\pi f_0 x$, 最终得到 $\varphi(x, y)$ 。

采用 Zernike 多项式^[17] 拟合消除载频, 将展开后的连续相位表示为 n 项 (Zernike) 多项式的组合。记 $\varphi_c(x, y) = 2\pi f_0 x$, 写成 Zernike 多项式的线性组合形式为:

$$\varphi_c(x, y) = a_0 u_0(x, y) + a_1 u_1(x, y) + \dots + a_i u_i(x, y) + \dots + a_{n-1} u_{n-1}(x, y). \quad (11)$$

其中: $a_i u_i(x, y)$ 表示第 $i+1$ 项 Zernike 多项式, a_i 表示第 $i+1$ 项 Zernike 多项式的系数。在参考面区域内, 有:

$$\varphi(x', y') = a_0 u_0(x', y') + a_1 u_1(x', y') + \dots + a_i u_i(x', y') + \dots + a_{n-1} u_{n-1}(x', y'), \quad (12)$$

其中 (x', y') 表示属于参考平面区域的点。由于 $\varphi(x', y')$, $u_0(x', y')$, $u_1(x', y')$, \dots , $u_i(x', y')$, \dots , $u_{n-1}(x', y')$ 等均为已知数据, 因此可以求得系数 $a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_{n-1}$ 。将系数带入式(11), 得到 $\varphi_c(x, y)$, 从而得到相位 $\varphi(x, y)$ 。

图 1 总结了上述基于变分模态分解的相位提取的整个过程, 主要包含上述的变分模态分解得到条纹、反正切得到包裹相位、解包裹和拟合载频、去除载频 5 个主要步骤。

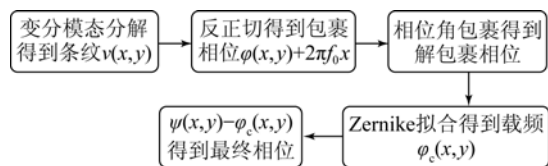


图 1 变分模态分解相位提取流程

Fig. 1 Flow chart for VMD phase retrieval

3 实验结果与分析

3.1 仿真模拟

首先采用模拟数据进行分析,模拟的变形条纹图公式为:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\varphi(x, y) + 2\pi f_0(x)) + n, \quad (13)$$

其中载频频率 $f_0 = 1/16$, 调制部分 $b(x, y)$ 取为 1, 投影条纹图背景部分 $a(x, y)$ 取为 $1/2\varphi(x, y)$, $\varphi(x, y)$ 为模拟相位, n 代表方差为 0.1 的高斯白噪声。为测试各种方法的相位边缘保持能力, 相位 $\varphi(x, y)$ 取为带有阶梯形状的三维分布, 如图 2(a) 所示, 有模拟的投影条纹图则如图 2(b) 所示。

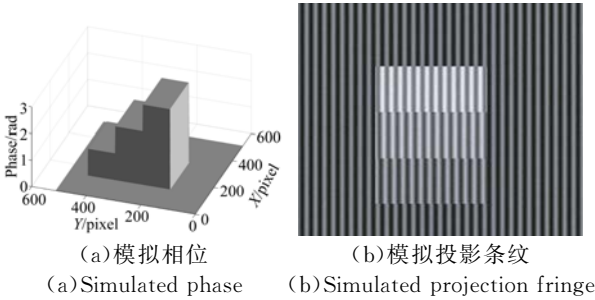


图 2 模拟相位和投影条纹图

Fig. 2 Simulated phase and projection fringe

相位误差定义为 $\varphi(i, j) - \varphi_0(i, j)$, 其中 $\varphi_0(i, j)$ 为理论相位, $\varphi(i, j)$ 为求得的相位。将相位的均方差(MSE)定义为:

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\varphi(i, j) - \varphi_0(i, j)]^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [\varphi_0(i, j)]^2}, \quad (14)$$

式中 M 和 N 为相位的大小。

模拟图结果如图 3(彩图见期刊电子版)所示, 其中图 3(a)、(c)和(e)分别为 Fourier 变换、连续小波变换与 VMD 提取的相位结果, 图 3(b)、(d)和(f)为 3 种方法第 256 行数据的结果。利用式(14), 可计算出 Fourier 变换、CWT 与 VMD 处理所得相位误差 MSE 分别为 3.30×10^{-4} 和 6.52×10^{-4} 和 3.14×10^{-4} 。从图 3 和 MSE 可看出, 本文算法给出的相位差更小、结果更准确。

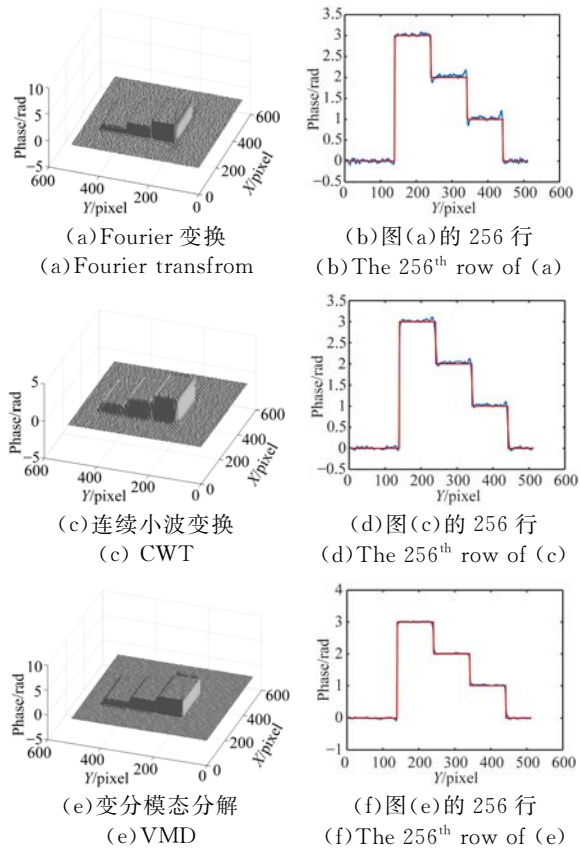


图 3 模拟图的相位提取结果

Fig. 3 Phase retrieval from simulated projection fringe

3.2 实验验证

采用两幅实验图像对算法进行测试, 图 4(a) 为石膏人脸模型的投影条纹图, 图像大小为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ (西安交通大学机械工程学院周翔副教授提供)。图 4(b) 为实验室采集的人脸模型的条纹图, 图像大小同样为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 。图 5(a)、(b)和(c)分别为采用 FTM、CWT 和 VMD 方法得到的最终相位图。图 5(d) (彩图见期刊电子版) 为 3 种方法与文献[14]中所提 VID 方法第 256 列的比较, 可以看出, 本文方法的结果与文献[14]所提 VID 方法的结果最接近, 两条线几乎重合。图 6(a)、(b)、(c)和(d) (彩图见期刊电子版) 分别为采用四步相移、VMD、FTM、CWT 方法得到的最终相位图。从图 5 可以看出, 在石膏人脸的眼部和鼻子等凸起部位, FTM 和 CWT 得到的结果与实际情况差别较大, 不能恢复出合理的相位, 而采用本文提出的变分模态分解方法则可有效地恢复出合理的相位。从图 6 可知, 本文的 VMD 得到的相位与四步相移的偏离最小, FTM 次之, CWT 偏差最大。以上

结果表明在处理具有边缘信息的物体投影条纹图时,本文方法更具有优势,能够提取出更准确的相位信息,能够有效进行具有不连续和突起的三维物体测量。

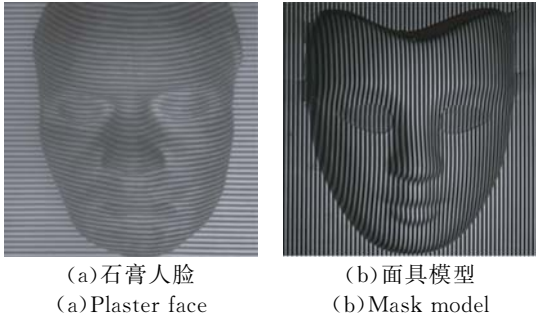
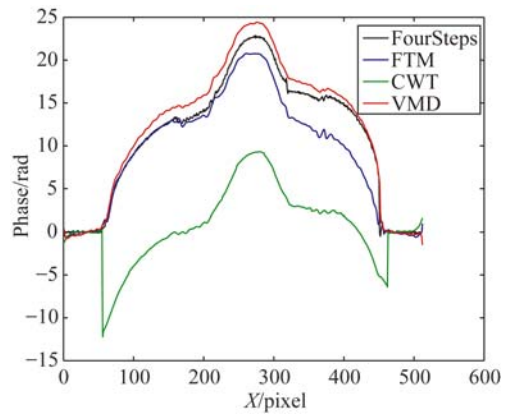


图 4 两幅实验条纹投影图
Fig. 4 Two real fringe projection images



(e)图(a),(b),(c)和(d)第 256 行结果
(e)Results of the 256th row in (a),(b),(c) and (d)

图 6 图 4(b)相位提取结果
Fig. 6 Phase retrieval results from Fig. 4(b)

3.3 动态实验

本节采用实验室搭建的条纹投影测量系统对人脸表情的动态三维形貌进行测量,并用 VMD 方法对测量数据进行相位提取。实验系统主要包括数字投影仪(德州仪器公司 DLP LightCrafter 3000),高速 CCD 摄像机(奥林巴斯 i-SPEED TR)。DLP 投影仪将正弦条纹投射到真实人脸,高速摄像机以 20 frame/s 的速度采集变形投影条纹图。图 7(a)和(b)为两幅不同时刻得到的人脸变形条纹图,图 7(c)和(d)为相位提取结果,由图 7 可知,本文方法能较好地反应人脸的鼻子、眼部和嘴部的细节信息。

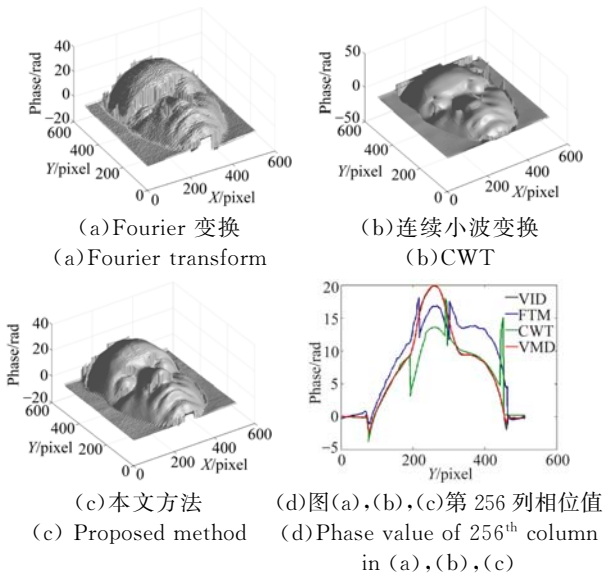


图 5 图 4(a)相位提取结果
Fig. 5 Phase retrieval results from Fig. 4(a)

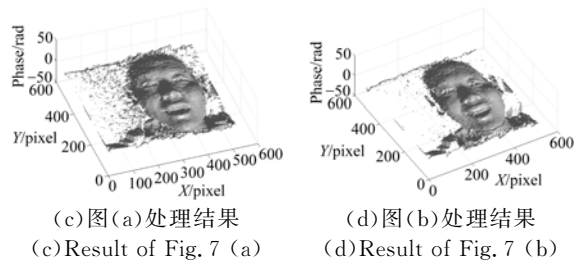
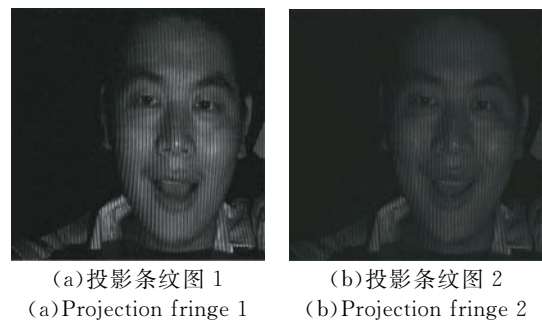
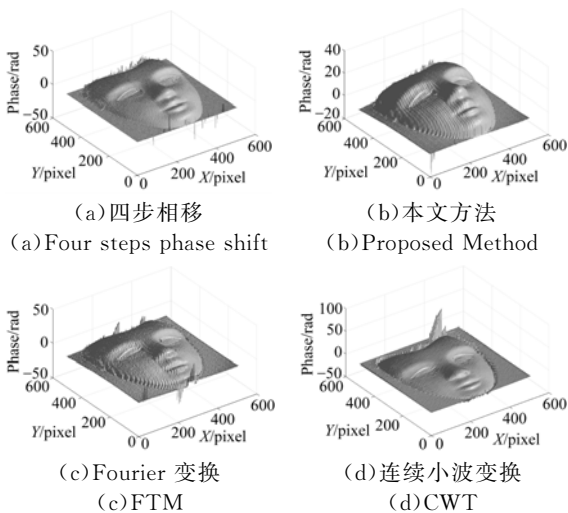


图 7 真实人脸三维测量实验
Fig. 7 3-D measurement experiment of real face

综上所述,本文提出的方法在更大程度上保持了条纹在物体表面边缘不连续处和剧烈突起处的细节。因此,本文提出的方法可更有效地用于边缘和剧烈突起的物体表面三维形貌测量中。

4 结 论

本文首先提出了一种基于变分模态分解的条纹投影相位提取方法,该方法可以有效地将 FPP 条纹图分解成背景部分、条纹部分和噪声部分,再对条纹部分进行相位提取,从而得到最终的相位。

参考文献:

- [1] GORTHI S S, RASTOGI P. Fringe projection techniques: Whither we are? [J]. *Opt. Lasers Eng.*, 2010, 48 (2): 133-140.
- [2] DAI M L, YANG F J, HE X Y. Single-shot color fringe projection for three-dimensional shape measurement of objects with discontinuities [J]. *Appl. Opt.*, 2012, 51(12): 2062-2069.
- [3] 张鹏,张元,金光,等. 应用条纹投影法测量薄膜反射镜的成形[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(6): 1185-1191
- ZHANG P, ZHANG Y, JIN G, *et al.*. Measurement of space membrane mirror shaping based on fringe projection [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(6): 1185-1191. (in Chinese)
- [4] 安东,陈李,丁一飞,等. 光栅投影相位法系统模型及标定方法[J]. *中国光学*, 2015, 8(2): 248-254
- AN D, CHEN L, DING Y F, *et al.*. Optical system model and calibration of grating projection phase method [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(2): 248-254. (in Chinese)
- [5] 张旭,李祥,屠大维. 相位高度的显函数模型及其标定[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(8): 2384-2392
- ZHANG X, LI X, TU D W. Explicit phase height model and its calibration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(8): 2384-2392. (in Chinese)
- [6] 戴美玲,杨福俊,何小元. 基于双频彩色光栅投影测量不连续物体三维形貌[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(1): 7-12
- DAI M L, YANG F J, HE X Y. Three-dimensional shape measurement of objects with discontinuities by dual-frequency color fringe projection [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(1): 7-12. (in Chinese)
- [7] 武迎春,曹益平,肖焱山. 任意相移最小二乘法迭代的在线三维检测[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(5): 1347-1353
- WU Y CH, CAO Y P, XIAO Y SH. On-line three-dimensional inspection using randomly phase-shifting fringe based on least-square iteration [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5): 1347-1353. (in Chinese)
- [8] ZHOU X, PODOLEANU A, YANG Z Q, *et al.*. Morphological operation-based bi-dimensional empirical mode decomposition for automatic background removal of fringe patterns [J]. *Opt. Express*, 2012, 20(22): 24247-24262.
- [9] GUTIÉRREZ-GARCÍA J C, MOSIÑO J F, MARTÍNEZ A, *et al.*. Practical eight-frame algorithms for fringe projection profilometry [J]. *Opt. Express*, 2013, 21(1): 903-917.
- [10] TAKEDA M, MUTOH K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes [J]. *Appl Opt*, 1983, 22(24): 3977-3982.
- [11] MA J, WANG Z, VO M, PAN B. Wavelet selection in two-dimensional continuous wavelet transform technique for optical fringe pattern analysis [J]. *Journal of Optical*, 2012, 14(6): 065403.
- [12] ZHENG S, CAO Y. Fringe-projection profilometry based on two-dimensional empirical mode decomposition [J]. *Appl. Opt.*, 2013, 52(31): 7648-7653.
- [13] ZHU X, CHEN Z, TANG C. Variational image decomposition for automatic background and noise removal of fringe patterns [J]. *Opt. Lett.*, 2013, 38 (3): 275-277.
- [14] ZHU X J, TANG C CH, LI B, *et al.*. Phase retrieval from single frame projection fringe pattern

- with variational image decomposition [J]. *Opt. Lasers Eng.*, 2014, 59:25-33.
- [15] DRAGOMIRETSKIY K, ZOZZO D. Variational mode decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3):531-544.
- [16] GHIGLIA D C, PRITT M D. *Two-dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithm, and Software* [M]. New York: Wiley, 1998.
- [17] ZHANG Q, WU Z. A carrier removal method in Fourier transform profilometry with Zernike polynomials [J]. *Opt. Lasers Eng.*, 2013, 51(3): 253-260.

作者简介:



朱新军(1985-),男,山东临沂人,博士,讲师,2008年于临沂大学获得学士学位,2011年于山东理工大学获得硕士学位,2015年于天津大学获得博士学位,现为天津工业大学电气工程与自动化学院讲师,主要从事光干涉测量、散斑测量及机器视觉的研究。E-mail: xinjunzhu@tjpu.edu.cn



邓耀辉(1993-),男,河北石家庄人,硕士研究生,2015年于河北工业大学获得学士学位,主要从事三维重建、机器视觉、模式识别等领域的研究。E-mail: 18202511970@163.com

(版权所有 未经许可 不得转载)