

文章编号 1004-924X(2017)04-0835-07

高斯涡旋光束通过像散透镜后的相位奇异特性

唐碧华¹, 郑尚彬¹, 张 勇¹, 罗亚梅^{1,2*}, 高曾辉²

(1. 西南医科大学 医学信息与工程学院, 四川 泸州 646000;

2. 宜宾学院 计算物理重点实验室, 四川 宜宾 644000)

摘要: 光场相位奇异特性研究在奇点光学研究领域中具有非常重要的意义。本文运用广义惠更斯-菲涅尔衍射积分公式推导出高斯涡旋光束通过像散透镜后的光场分布表达式, 并研究了它在几何焦平面上的相位奇异特性。结果表明, 高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面上存在相位奇点, 相位奇点受到透镜的像散系数、光束束腰宽度和涡旋离轴量等参数的影响。在一定条件下, 几何焦平面上出现直刃型位错线或光涡旋。当像散系数为 0 时, 光涡旋出现在 y 轴上。当像散系数不为 0, 而涡旋离轴量为 0 时, 会出现直刃型位错线或光涡旋, 且各自的位置都非常稳定。当像散系数、涡旋离轴量或束腰宽度改变时, 光涡旋会发生移动。这对光学元器件的设计和涡旋光束相位奇点的控制有一定的参考价值。

关键词: 奇点光学; 高斯涡旋光束; 像散透镜; 相位奇点

中图分类号: O436 文献标识码: A doi:10.3788/OPE.20172504.0835

Phase singularities of Gaussian vortex beams through an astigmatic lens

TANG Bi-hua¹, ZHENG Shang-bin¹, ZHANG Yong¹, LUO Ya-mei^{1,2*}, GAO Zeng-hui²

(1. School of Medical Information and Engineering,
Southwest Medical University, Luzhou 646000, China;

2. Key Laboratory of Computational Physics, Yibin University, Yibin 644000, China)

* Corresponding author, E-mail: luoluoeryan@126.com

Abstract: The research of phase singularity in light fields is significant in singular optics. Herein, the expressions of field distribution and phase singularity distribution for Gaussian vortex beams through an astigmatic lens were derived based on the generalized Huygens-Fresnel diffraction integral formula, in order to study phase singularities at geometrical focal plane. The results show that the phase singularities that appear at the geometrical focal plane when Gaussian vortex beams pass through an astigmatic lens, are dependent on the astigmatic coefficient, waist width and off-axis distance of vortex. Under certain conditions, a straight edge dislocation or an optical vortex appears at the geometrical focal plane. The optical vortex locates on the y axis when the astigmatic coefficient is zero. Otherwise with the off-axis distance of zero, there is a fixed straight edge dislocation or a stable optical vortex. The optical vortex moves with the variation of astigmatic coefficient, off-axis distance or waist width.

收稿日期: 2016-10-10; 修订日期: 2016-12-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61505075, No. 61275203); 四川省教育厅自然科学基金资助项目 (No. 16ZA0185); 四川省科技厅支撑计划项目 (No. 2014SZ0001)

Thoes results are proved to be references for the design of optical components and the control of vortex beam phase singularities.

Key words: singular optics; Gaussian vortex beams; astigmatic lens; phase singularity

1 引言

奇点光束的光波相位在某点或某线处的振幅为零且相位具有不确定性,由此形成光涡旋或刃型位错。其中涡旋光束是一种具有螺线形相位分布的特殊光束,它具有柱对称的传播性质^[1-2]。这种光束的涡旋中心是一个暗核,即中心光强为零。光涡旋具有独特的相位、强度分布及拓扑特性,在数据存储、光学开关、量子信息处理等方面有着重要的应用价值。1992年, Bazhenov 等提出涡旋光束可作为一个捕获冷原子的“势阱”^[3]。1995年, He 等利用计算全息法生成涡旋光束,可捕获和引导粒子,并利用其轨道角动量实现了微粒的旋转^[4]。1996年, Simpson 等利用高阶拉盖尔-高斯光束获得了圆周方向的捕获力,实现了对粒子的转动操作,并将这种技术称为光学扳手^[5]。1997年, Berzanskis 等将光涡旋应用于光子计算,主要用涡旋光束的相位拓扑荷数进行操控^[6]。产生光涡旋的方法主要有计算全息图法、螺旋相位板法和空间光调制器法^[7-8]。针对涡旋光束相位拓扑荷的测量主要有干涉测量法、衍射测量法和柱面镜测量法等^[9]。目前,人们对光涡旋在微测量和变形测量方面的应用展开了深入研究^[10]。

涡旋光束通过大气、非线性介质和具有像差的光学系统时,波前会发生畸变,同时光强分布以及拓扑结构也会发生改变等。像散透镜是实际工作中常用的一类具有像差的光学元件,当光束通过不同像散透镜后,光束束宽、远场发散角等参数

一般会变化^[11-13],有时出现相位奇异特性^[14]。例如光涡旋偶极子通过像散透镜后,随着传输距离、束腰宽度、离轴距离和像散系数的改变,光涡旋成对产生或湮灭,相位拓扑荷发生反转^[15];涡旋-刃型位错通过像散透镜后,光涡旋并不稳定,在一定条件下,光涡旋会产生或移动到无穷远处消失,在演化过程中涡旋的相位拓扑荷不总是守恒的^[16]。研究涡旋光束通过像散透镜的相位奇异特性,有利于掌握相位奇点的传输、演化及其相互作用,这对设计合适的光学元器件以达到精确控制相位奇点有重要的实际意义。

本文基于广义惠更斯-菲涅尔衍射积分公式^[15-16],推导出高斯涡旋光束通过像散透镜后的光场分布和相位分布的表达式,研究了该光束通过像散透镜后的相位奇异特性,重点探讨了像散系数、涡旋离轴量和束腰宽度对几何焦平面上相位奇点的影响。

2 理论模型

在直角坐标系下,高斯涡旋光束在 $z=0$ 处的场分布表示为:

$$E(x_0, y_0, 0) = (x_0 - a + iy_0) \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right), \quad (1)$$

式中: a 为涡旋离轴量, ω_0 为光束的束腰宽度。

假定焦距为 f 的像散透镜位于 $z=0$ 平面处,根据广义惠更斯-菲涅尔衍射积分公式,通过像散透镜的场分布为:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda z} \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E(x_0, y_0, 0) \exp[-ikC_6(x_0^2 - y_0^2)] \times \exp\left\{-\frac{ik}{2z}[(1 - z/f)(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0 x + y_0 y)]\right\} dx_0 dy_0, \quad (2)$$

式中: λ 为波长, $k=2\pi/\lambda$ 为波数。透镜的像散用 $\exp[-ikC_6(x_0^2 - y_0^2)]$ 来表示, C_6 为像散系数。

将式(1)代入式(2),利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-px^2 + qx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right) \text{ 和}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x \exp(-px^2 + 2qx) dx = \frac{q}{p} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \exp\left(\frac{q^2}{p}\right) \quad (p \text{ 的实部大于 } 0),$$

计算整理后得到高斯涡旋光束通过像散透镜后的场分布为:

$$E(x, y, z) = \frac{\pi \omega_0^4}{2(-i + kq_1 \omega_0^2)^2 (i + kq_2 \omega_0^2)^2 z^2 \lambda} \exp\left\{-\frac{ik}{4z^2} \left[k\omega_0^2 \left(\frac{x^2}{i - kq_1 \omega_0^2} + \frac{y^2}{i + kq_2 \omega_0^2} \right) + 2z(x^2 + y^2) \right]\right\} \cdot \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2} + ikq_1} \sqrt{\frac{1}{\omega_0^2} - ikq_2} \left\{ -2iaz - k\omega_0^2 [x + iy + 2az(q_2 - q_1)] + k^2 \omega_0^4 [q_1 y + iq_2 (x - 2aq_1 z)] \right\}, \quad (3)$$

式中:

$$q_1 = C_6 + \frac{1}{2z} - \frac{1}{2f}, q_2 = C_6 - \frac{1}{2z} + \frac{1}{2f}, \quad (4)$$

相位奇点的位置取决于:

$$\begin{cases} \operatorname{Re}[E(x, y, z)] = 0 \\ \operatorname{Im}[E(x, y, z)] = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

式中 Re 和 Im 分别表示 $E(x, y, z)$ 的实部和虚部。

把式(3)代入式(5),可得高斯涡旋光束通过像散透镜后的相位奇点位置为:

$$E(x, y, f) = \frac{\pi \omega_0^4}{2(1 + k^2 C_6^2 \omega_0^4)^2 f^2 \lambda} \exp\left\{-\frac{ik}{4f^2} \left[k\omega_0^2 \left(\frac{x^2}{i - kC_6 \omega_0^2} + \frac{y^2}{i + kC_6 \omega_0^2} \right) + 2f(x^2 + y^2) \right]\right\} \sqrt{\frac{1}{\omega_0^4} + C_6^2 k^2} \cdot \left\{ -2iaf - k\omega_0^2 (x + iy) + k^2 \omega_0^4 [C_6 y + iC_6 (x - 2aC_6 f)] \right\}. \quad (7)$$

当 $z = f$ 时,根据式(6)可得高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面上的相位奇点位置为

$$\begin{cases} C_6 k \omega_0^2 y - x = 0 \\ k \omega_0^2 y - C_6 k^2 \omega_0^4 x + 2af(1 + C_6^2 k^2 \omega_0^4) = 0 \end{cases}. \quad (8)$$

针对式(8)讨论不同参数下高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面上的相位奇异特性。

3.1 $C_6 = 0$ 的情况

当 $C_6 = 0$ 时,由式(8)可得 $x = 0, y = -\frac{2af}{k\omega_0^2}$,

即在 y 轴上将出现一个光涡旋。设像散透镜的焦距 $f > 0$,当 $a > 0$ 时,光涡旋在 y 轴负半轴;当 $a = 0$ 时,光涡旋在原点;当 $a < 0$ 时,光涡旋在 y 轴正半轴。

3.2 $C_6 \neq 0$ 的情况

当 $C_6 \neq 0, a = 0$ 时,若 $C_6 k \omega_0^2 = 1$,由式(8)可得 $y = x$,即在几何焦平面上将出现一条直刃型位错线;若 $C_6 k \omega_0^2 \neq 1$,由式(8)可得 $x = 0, y = 0$,即直刃型位错线消失,将出现一个光涡旋,且始终在原点上。

当 $C_6 \neq 0, a \neq 0$ 时,若 $C_6 k \omega_0^2 \neq 1$,根据式(8)可得:

$$\begin{cases} x = \frac{2afC_6(1 + C_6^2 k^2 \omega_0^4)}{C_6^2 k^2 \omega_0^4 - 1} \\ y = \frac{2af(1 + C_6^2 k^2 \omega_0^4)}{k\omega_0^2(C_6^2 k^2 \omega_0^4 - 1)} \end{cases}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} kq_1 \omega_0^2 y - x + 2az(q_1 - q_2) = 0 \\ k\omega_0^2 y - k^2 q_2 \omega_0^4 x + 2az(1 + k^2 q_1 q_2 \omega_0^4) = 0 \end{cases}. \quad (6)$$

由式(6)可知,高斯涡旋光束通过像散透镜后的相位奇点位置与像散系数 C_6 、焦距 f 、涡旋离轴量 a 、束腰宽度 ω_0 等参数有关。

3 焦平面上的相位奇异特性

根据式(3)可得高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面 $z = f$ 处的场分布为:

即在几何焦平面上将出现一个光涡旋;若 $C_6 k \omega_0^2 = 1$,式(8)无解。

对高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面上的相位奇异特性进行图示分析,其中参数 $\lambda = 1 \mu\text{m}, f = 200 \text{ mm}$ 固定不变。

图 1 所示为 $C_6 = 0$,取不同涡旋离轴量 a 时,高斯涡旋光束通过理想透镜后在几何焦平面上的等相位线分布和强度分布,其中图 1(a)、1(b)、1(c)为等相位图,1(d)、1(e)、1(f)为强度分布图,参数 $\omega_0 = 0.5 \text{ mm}$ 。从图 1(a)、1(b)、1(c)可知,当 $C_6 = 0$ 时,在几何焦平面上将出现一个光涡旋(箭头所指位置),其位置在 y 轴上,并随着 a 的改变而移动。当 $a = 0.45 \text{ mm}$ 时,光涡旋的位置在点 $A(0, -0.115 \text{ mm})$,如图 1(a)所示,该点的光强为 0,如图 1(d)所示。当 $a = 0$ 时,光涡旋移动到原点 O ,如图 1(b)所示,此时在图 1(e)原点处形成一个暗核,中心处的光强为 0。当 $a = -0.45 \text{ mm}$ 时,光涡旋移动到点 $B(0, 0.115 \text{ mm})$,如图 1(c)所示,该点的光强为 0,与图 1(f)一致。光涡旋的位置坐标可由 $(0, -\frac{2af}{k\omega_0^2})$ 得出。图 1 中光涡旋的相位拓扑荷均为 +1(相位拓扑荷的值由符号法则决定^[17]),即在移动过程中相位拓扑荷守恒。

图 2 所示为 $a = 0, C_6 k \omega_0^2 = 1$ 时,高斯涡旋光束通过像散透镜后在几何焦平面上的等相位线分

布。由图 2 可知,当像散系数 C_6 和束腰宽度 τ_0 不同时,几何焦平面上出现一条直刃型位错线(箭头所指位置),其位置为 $y=x$ 。这说明在满足 $a=0, C_6 k\tau_0^2=1$ 的条件下,该位错线的位置非常稳定。

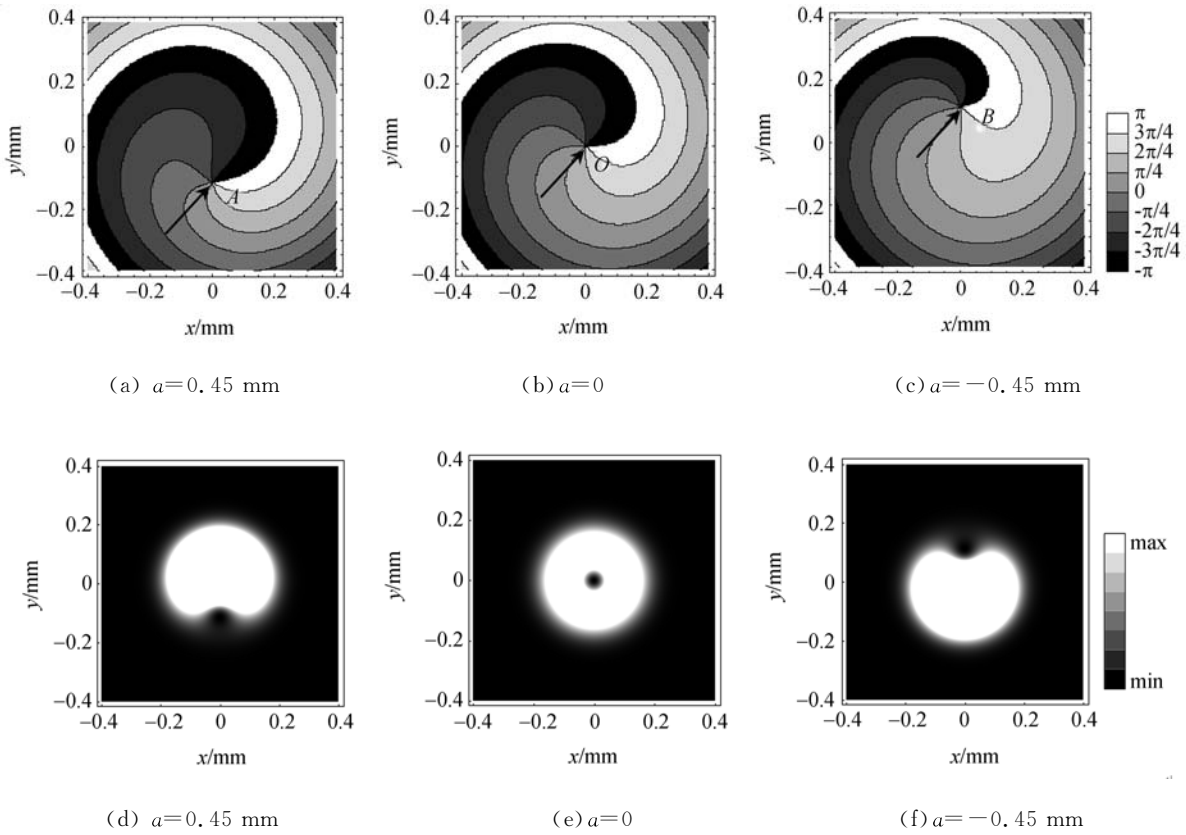


图 1 在 $C_6=0$ 条件下的等相位线分布和强度分布

Fig. 1 Contour lines of phase and intensity distribution for $C_6=0$

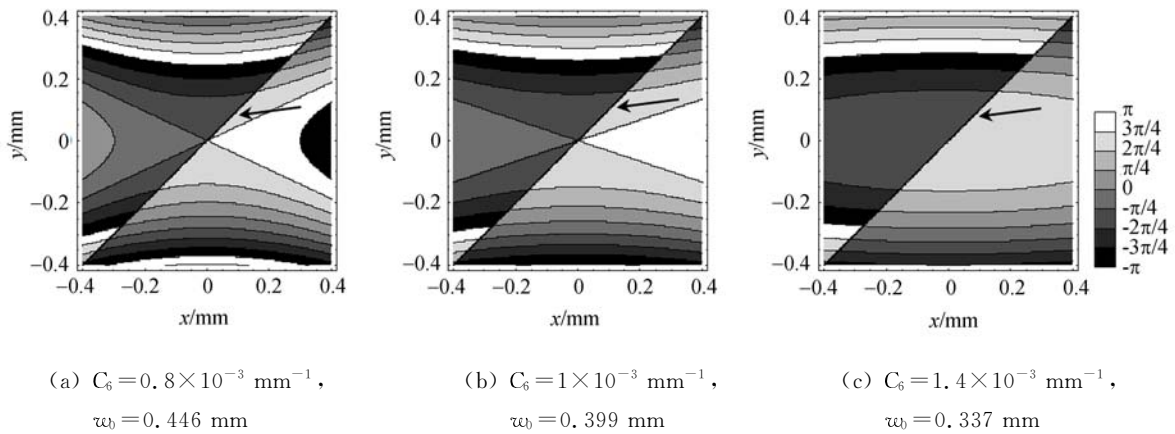


图 2 在 $a=0, C_6 k\tau_0^2=1$ 条件下的等相位线分布

Fig. 2 Contour lines of phase for $a=0$ and $C_6 k\tau_0^2=1$

图 3 所示为 $a=0, C_6 k\tau_0^2 \neq 1$ 时, 高斯涡旋光束通过不同像散透镜后在几何焦平面上的等相位线分布, 参数 $\tau_0=0.8 \text{ mm}$ 。根据图 3 可知, 高斯涡旋光束通过不同像散透镜后在几何焦平面上出现一个光涡旋, 而且光涡旋的位置都在原点 O 处,

其相位拓扑荷均为 -1 。对比图 3 与图 2 可知, 在满足 $a=0, C_6 k\tau_0^2 \neq 1$ 的条件下, 直刃型位错线消失, 出现光涡旋, 其位置和相位拓扑荷非常稳定。

图 4(a)~4(d)所示为 $a=0.4 \text{ mm}$, $C_6 k\tau_0^2 \neq 1$ 时, 高斯涡旋光束通过不同像散透镜后在几何焦

平面上的等相位线分布;图 4(e)为 $a=0.4 \text{ mm}$, $C_6 k\omega_0^2=1$, 参数 $\omega_0=0.6 \text{ mm}$ 时的情况。当 $C_6=0.2 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_6=0.28 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时,光涡旋的坐标位置分别在点 A(-0.048 mm , -0.107 mm) 和点 B(-0.105 mm , -0.165 mm), 其相位拓扑荷均为 +1, 分别如图 4(a) 和 4(b) 所示。当 $C_6=0.9 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 和 $C_6=1.4 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时,光涡旋的坐标位置分别在点

$C(0.236 \text{ mm}, 0.116 \text{ mm})$ 和点 $D(0.274 \text{ mm}, 0.086 \text{ mm})$, 其相位拓扑荷均为 -1, 分别如图 4(c) 和 4(d) 所示。当 $C_6=0.442 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时,几何焦平面上没有光涡旋,如图 4(e) 所示。由图 4 可知,当满足 $a \neq 0, C_6 k\omega_0^2 \neq 1$ 的条件时,几何焦平面上出现一个光涡旋,其位置坐标可由式(9)得出;而满足 $a \neq 0, C_6 k\omega_0^2 = 1$ 条件时,几何焦平面上则没有相位奇点。

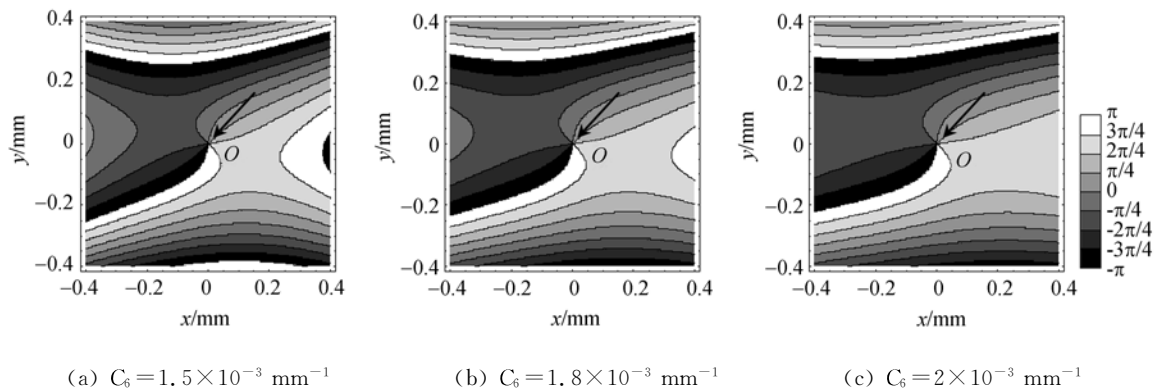


图 3 在 $a=0, C_6 k\omega_0^2 \neq 1$ 条件下的等相位线分布

Fig. 3 Contour lines of phase for $a=0$ and $C_6 k\omega_0^2 \neq 1$

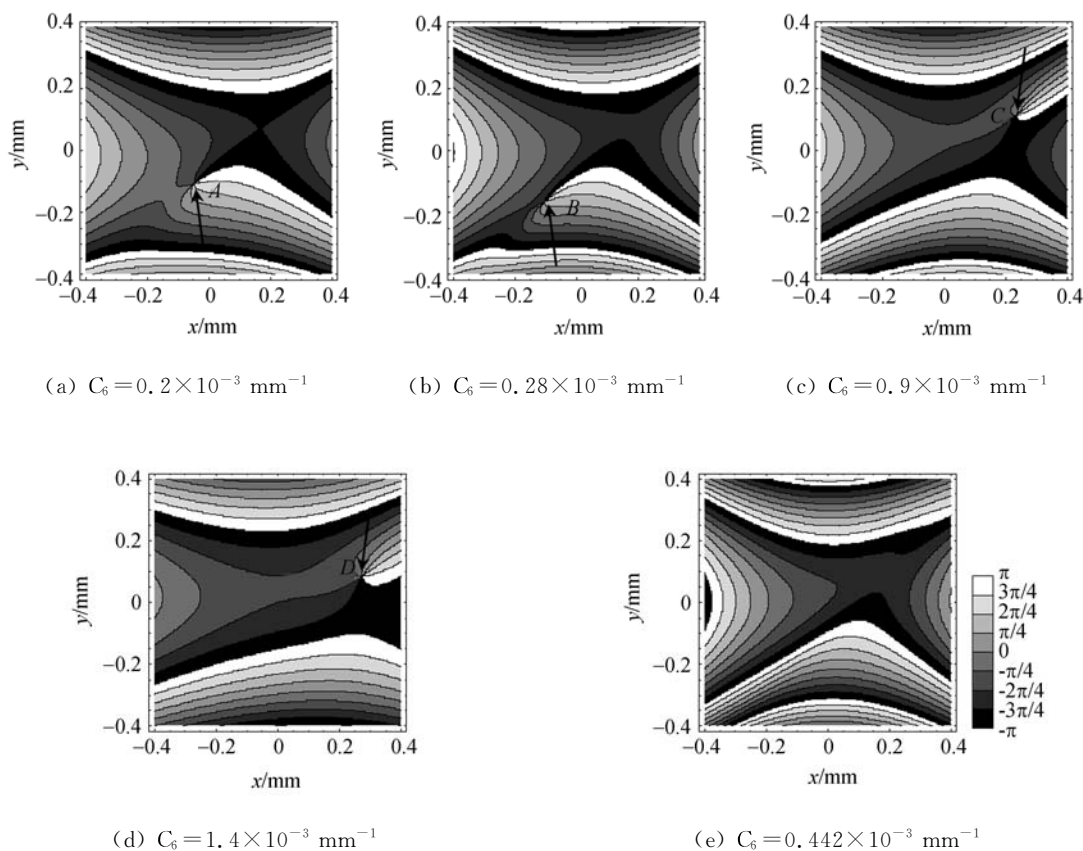


图 4 在 $a=0.4 \text{ mm}$ 条件下的等相位线分布

Fig. 4 Contour lines of phase for $a=0.4 \text{ mm}$

图 5 所示为光涡旋坐标位置 (x, y) 随 C_6 的变化关系, 图中“○”表示相位拓扑荷为 +1 的光涡旋, “●”表示相位拓扑荷为 -1 的光涡旋, 参数 $a=0.4 \text{ mm}$, $w_0=0.6 \text{ mm}$, $0.435 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1} \leq C_6 \leq 0.449 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 。由图 5 可知, 当 C_6 变化时, 光涡旋出现的位置并不相同。当 $0.435 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1} \leq C_6 < 0.442 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时, 光涡旋

的相位拓扑荷均为 +1, 且随着 C_6 的增大, 光涡旋移向无穷远处; 而当 $C_6 = 0.442 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时, 根据图 4(e) 可知, 几何焦平面上没有光涡旋; 当 $0.442 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1} < C_6 \leq 0.449 \times 10^{-3} \text{ mm}^{-1}$ 时, 随着 C_6 的增大, 光涡旋从无穷远处逐渐向原点附近移动, 其相位拓扑荷均为 -1。由此可知, 像散系数不同, 光涡旋的位置和相位拓扑荷也不同。

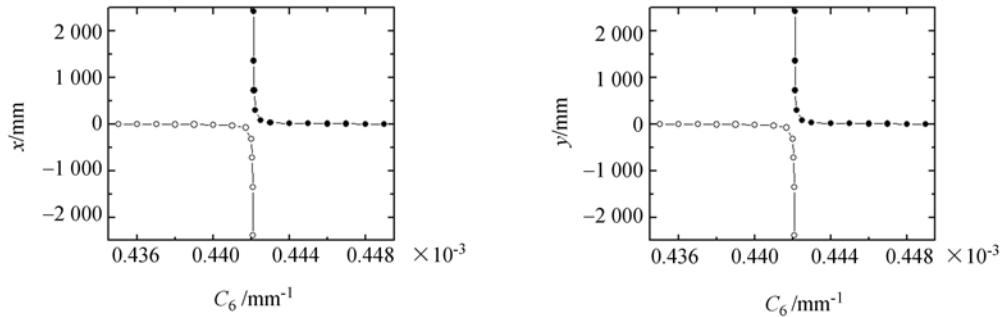


图 5 光涡旋坐标位置 (x, y) 随 C_6 的变化关系

Fig. 5 Coordinate (x, y) of optical vortices as a function of C_6

4 结 论

本文推导出高斯涡旋光束通过像散透镜后的场分布和相位奇点分布的表达式, 并重点研究了其在几何焦平面上的相位奇异特性。结果表明, 相位奇点主要与像散系数、束腰宽度和涡旋离轴量等参数有关。当像散系数为 0 时, 几何焦平面上出现光涡旋; 随着涡旋离轴量的改变, 光涡旋在 y 轴上移动。当像散系数不为 0 时, 若涡旋离轴

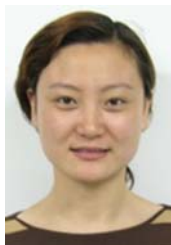
量为 0, 则在几何焦平面上会出现直刃型位错线或光涡旋, 且它们的位置都非常稳定。在一定条件下, 当像散系数改变时, 光涡旋会向无穷远处移动, 也可从无穷远处向原点靠近, 且相位拓扑荷不同。与文献[18]中的柱透镜类似, 像散透镜的光学参数也会影响涡旋光束的强度分布、相位分布以及相位拓扑荷。本文的研究结果对设计合适的透镜光学系统和通过调整涡旋光束的参数来控制相位奇点有重要的实际意义。

参考文献:

- [1] SOSKIN M S, VASNETSOV M V. Singular optics [J]. *Prog. Opt.*, 2001, 42: 219-276.
- [2] NYE J F, BERRY M V. Dislocations in wave trains [J]. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A*, 1974, 336 (1605): 165-190.
- [3] BAZHENOV V Y, SOSKIN M S, VASNETSOV M V. Screw dislocations in light wave fronts [J]. *J. Mod. Opt.*, 1992, 39(5): 985-990.
- [4] HE H, HECKENBERG N R, RUBINSZTEIN-DUNLOP H. Optical particle trapping with higher-order doughnut beams produced using high efficiency computer generated holograms [J]. *J. Mod. Opt.*, 1995, 42(1): 217-223.
- [5] SIMPSON N B, ALLEN L, PADGETT M J. Optical tweezers and optical spanners with Laguerre - Gaussian modes [J]. *J. Mod. Opt.*, 1996, 43 (12): 2485-2491.
- [6] BERZANSKIS A, MATIJOSIUS A, PISKARSKAS A, et al.. Conversion of topological charge of optical vortices in a parametric frequency converter [J]. *Opt. Commun.*, 1997, 140(4-6): 273-276.
- [7] 陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良, 等. 涡旋光束和光学涡旋 [J]. *激光与光电子学进展*, 2008, 45(1): 50-56. LU X H, HUANG H Q, ZHAO CH L, et al.. Optical vortex beams and optical vortices [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, 45(1): 50-56. (in Chinese)
- [8] 柴忠洋, 王祺昌, 曾臻, 等. 基于光楔阵列产生光

- 学涡旋阵列的研究[J]. 光子学报, 2015, 44(4): 426005-426009.
- CHAI ZH Y, WANG Q CH, ZENG ZH, *et al.*. Research on the generation of optical vortex array using a wedge array[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(4): 426005-426009. (in Chinese)
- [9] 王希瑞, 郑旭阳, 李新忠, 等. 涡旋光束拓扑荷值的柱面镜测量方法研究[J]. 激光杂志, 2016, 37(5): 26-28.
- WANG X R, ZHENG X Y, LI X ZH, *et al.*. Topological charge determination of Laguerre-Gaussian beam using cylindrical lens[J]. *Laser Journal*, 2016, 37(5): 26-28. (in Chinese)
- [10] 孙海滨, 刘婷婷, 孙平. 光学涡旋应用于微测量的研究进展[J]. 激光杂志, 2015, 36(6): 8-11.
- SUN H B, LIU T T, SUN P. Research progress of applications of optical vortex in micro-measurement[J]. *Laser Journal*, 2015, 36(6): 8-11. (in Chinese)
- [11] 李冬, 吴逢铁, 李攀, 等. 像散对周期性局域空心光束的影响[J]. 光学学报, 2014, 34(s1): s126002.
- LI D, WU F T, LI P, *et al.*. Influence of astigmatism on periodic bottle beam[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(s1): s126002. (in Chinese)
- [12] 李长伟, 冯浩. 部分相干双曲余弦-高斯光束通过像散透镜的光束参数变化[J]. 琼州学院学报, 2015, 22(2): 52-56.
- LI CH W, FENG H. Changes in the beam parameters of partially coherent cosh-Gaussian beams after the passage through an astigmatic lens[J]. *Journal of Qiongzhou University*, 2015, 22(2): 52-56. (in Chinese)
- [13] 林惠川, 蒲继雄. 像散对径向偏振无衍射光束产生的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2015, 52(1): 012602.
- LIN H CH, PU J X. Influence of astigmatism on the generation of radial polarized non-diffracting beams[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(1): 012602. (in Chinese)
- [14] CHEN H T, GAO ZH, HUANG W G. Transformation of the V-dipole by an astigmatic lens[J]. *J. Mod. Opt.*, 2014, 61(20): 1625-1633.
- [15] YAN H W, LÜ B D. Transformation of the optical vortex dipole by an astigmatic lens[J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, 11(6): 065706.
- [16] YAN H W, LÜ B D. Vortex-edge dislocation interaction in the presence of an astigmatic lens[J]. *Opt. Commun.*, 2009, 282(5): 717-726.
- [17] FREUND I, SHVARTSMAN N. Wave-field phase singularities: the sign principle[J]. *Phys. Rev. A*, 1994, 50(6): 5164-5172.
- [18] 方亮, 甘雪涛, 赵建林. 利用柱透镜调控涡旋光束的拓扑结构[J]. 光子学报, 2014, 43(3): 0326001.
- FANG L, GAN X T, ZHAO J L. Topological transformation of vortex beams using cylindrical lens[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(3): 0326001. (in Chinese)

作者简介:



唐碧华(1977—),女,四川绵阳人,硕士,副教授,2006年于四川大学获得硕士学位,主要从事激光技术及应用方面的研究。E-mail: anguia@126.com

通讯作者:



罗亚梅(1978—),女,四川自贡人,博士,研究员,2010年于四川大学获得博士学位,主要从事激光技术及应用方面的研究。E-mail: luoluoeryan@126.com