

文章编号 1004-924X(2017)04-0987-12

多脉冲异面交会对接转移轨道的优化

刘 源, 叶 潇, 郝 勇*, 李玉玲

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:针对三维空间交会对接中的异面非圆轨道转移规划问题,提出了一种基于粒子群算法(PSO)的多脉冲异面交会对接能量最优的转移轨道优化算法。该算法以二体动力学方程及脉冲变轨理论构造空间多脉冲异面交会对接优化模型;通过引入 Lambert 算法处理终端约束条件,减少未知变量的个数从而简化问题。然后,将追踪飞行器变轨过程中脉冲的作用时刻、方向、大小设计成待优化变量,以交会对接过程中消耗能量、终端约束条件等为目标函数,基于 PSO 优化了最省燃料转移轨道。在 MATLAB 中对四脉冲交会对接问题进行了仿真测试,并与相同初始条件下,采用 Lambert 算法的双脉冲交会对接仿真结果进行了对比。结果显示:在本文所给算例条件下,采用 PSO 优化的四脉冲交会对接过程所需速度增量为 4.4243 km/s,而采用 Lambert 算法的双脉冲对接过程所需速度增量为 11.2691 km/s,前者节省了 60%的能量。数据表明,设计方案有效节省了燃料消耗,从而证明了设计方法的有效性。

关键词:交会对接;异面轨道;多脉冲转移;粒子群算法;轨道优化

中图分类号:V526; V448.234 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172504.0987

Optimization of transfer orbit for multiple-pulse noncoplanar rendezvous and docking

LIU Yuan, YE Xiao, HAO Yong*, LI Yu-ling

(College of Automatic, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

* Corresponding author, E-mail: haoyong@hrbeu.edu.cn

Abstract: For the transferring and planning problem on a noncoplanar non-circular orbit in rendezvous and docking of three-dimensional space, an optimization algorithm for transfer orbit of energy optimization of multiple-pulse noncoplanar rendezvous and docking was proposed based on Particle Swarm Optimization(PSO). The two-body correlation dynamic equation and pulse orbit theory were used to construct the optimization model for multiple-pulse noncoplanar rendezvous and docking in space. Then, Lambert algorithm was introduced to handle terminal constraint condition and to decrease the number of unknown variables, so as to simplify the problem. Furthermore, the function time, direction and size of a pulse were designed into variables to be optimized, the energy consumed and the terminal constraint condition during rendezvous and docking were set as the objective function and the transfer orbit that saves the fuel was optimized by the PSO. Finally, a simulation test was carried out on the four-pulse rendezvous and docking problem in MATLAB and the simulation results were com-

收稿日期:2016-06-24;修订日期:2016-09-10.

基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2013AA122904)

pared with that of double-pulse rendezvous and docking based on the Lambert algorithm under the same initial condition. The results show that speed increments needed in four-pulse rendezvous and docking with the PSO is 4.4243 km/s, while that in double-pulse rendezvous and docking with Lambert algorithm is 11.2691 km/s. By comparison, the former has saved the energy by 60%. In conclusion, the scheme designed effectively saves the fuel consumption, which verifies the effectiveness of the method designed.

Key words: rendezvous and docking; noncoplanar orbits; multiple -impulse transfer; particle swarm optimization; trajectory optimization

1 引 言

随着人类探索太空活动的日益频繁以及载人航天技术的飞速发展,近年来许多国家先后研制并且发射了大量面向各种任务需求的航天器。不过航天运载器的运载能力一般都有一定限度,一些重型、大型空间结构需要进行在轨装配。此外,航天器运行过程中也会受其设计、制造技术,太空环境等因素的影响而出现设备老化失效、退化,燃料不足而性能变差等问题,如果不能有效控制,就会出现轨道偏移,性能下降甚至失去使用价值,由于重新发射替代航天器需要大量成本,所以利用空间在轨服务(On-Orbit Servicing, OOS)技术^[1],通过宇航员、机器人来完成对空间航天器的装配、补给、维护以解决上述问题备受人们关注。空间交会对接是实现在轨航天器、太空平台等运输系统空间的装配、补给、维修、回收等一系列在轨服务的必要条件。共面交会对接技术通常只能实现对单一航天器的维护,若要实现对多个航天器逐一进行维护时,就有必要讨论非共面交会对接轨道优化问题。

目前,常用于交会对接控制方式主要有脉冲控制方式^[2]和有限推力控制方式^[3]。有限推力控制方式由于提供的推力较小,产生加速度较小,因而所需变轨时间较长。脉冲控制方式能在短时间内完成变轨所需速度改变,目前广泛用于交会对接中的轨道转移;因此,也吸引了国内外大量学者研究脉冲交会的轨迹优化问题。早期的研究主要是关于开普勒轨道分析,通过构造函数求其极值条件来研究优化脉冲问题,但此方法只适用于简单问题分析,随着所讨论问题的复杂,计算过程也

十分繁琐。后来又有人提出了基于主矢量理论^[4]构造优化模型,获得目标函数和约束条件的解析梯度的推导方法。应用较多的有梯度优化法、NPSOL(Nonlinear Programming System Optimization Laboratory)法、序列二次优化算法、拟牛顿法等。Prussing 和 Chiu^[5]运用变尺度法,较好地解决了二体多脉冲最优交会问题。之后 Hughes^[6]等将以上几种算法分别用求解二体多脉冲最优交会算法进行了测试,结果显示该算法受计算条件限制,效率较低。

最近二十多年,随着计算机技术的发展,一些启发式优化算法先后被提出与运用,如:遗传算法、模拟退火、进化规划等。这些算法不需要一个足够精确的初始预测解,通过高效地进行大量迭代运算,就能够解决一些经典算法难以解决的复杂问题。一般是先构造问题的优化性能模型,然后采用启发式算法在解空间上进行优化,从而得出最优解。目前,在控制、航天等领域得都广泛运用这些算法。在脉冲优化对接方面,应用比较多的有遗传算法。王华和唐国金^[7]采用遗传算法求解了 C-W 双脉冲最优交会问题,但该方法过度依赖初值的选取,仅能获得局部最优解;YOUNG H K 和 DAVID B S^[8]采用的遗传算法对霍曼交会和双椭圆交会进行仿真,得到的结果具有较高的精度,但对于一般的多脉冲交会问题仿真结果不理想;Ahdelkhalik 和 Mortari^[9]对于多脉冲转移问题进行初步研究,给出了多脉冲最优转移模型;庐山^[10]等通过改进遗传算法求解最优 Lambert 转移问题,能够很好地解决初始位置、目标位置、时间、不固定燃料最省的优化轨道,但仅限于共面轨道之间的研究。由于 OOS 往往需要对一个以上的航天器提供服务,因此仅讨论共面轨道的最

优转移明显是不够的。故本文针对异面椭圆轨道最优转移问题,在文献[11]的基础上,提出了一种基于粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)的多脉冲异面交会轨道优化算法,该算法通过对多个脉冲方向、大小、及作用时刻的优化,最终得到能量最优的转移路径。

2 数学模型

2.1 多脉冲轨道交会

二体问题下,飞行器运动轨道动力学方程

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3}, \quad (1)$$

其中: μ 为引力常数,通常取地球引力常数也即 $\mu = 398600.4405(\text{km}^3/\text{s}^2)$; \mathbf{r} 为飞行器位置矢量。脉冲作用时,作用前后瞬间分别用“ $-$ ”和“ $+$ ”表示,在 t 时刻脉冲变轨前后有:

$$\begin{cases} t^+ = t^- \\ \mathbf{r}^+ = \mathbf{r}^- \\ \mathbf{v}^+ = \mathbf{v}^- + \Delta \mathbf{v} \end{cases}, \quad (2)$$

初始条件给定目标飞行器,追踪飞行器的轨道六根数分别为: $(a_0, e_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, \tau_0)$ 、 $(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \tau_1)$,已知六根数即可求出任意时刻 t 卫星的位置矢量 \mathbf{r} 和速度矢量 \mathbf{v} ,反之亦可^[11]。方程(1)可以进一步改写为:

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t+\Delta t) = f_1(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t, t+\Delta t) \\ \mathbf{v}(t+\Delta t) = g_1(\mathbf{r}(t), \mathbf{v}(t), t, t+\Delta t) \end{cases}, \quad (3)$$

因此很容易得出第 $n(n>1)$ 次脉冲作用之前和第 $n-1$ 次脉冲作用之后的关系,由如下关系表示:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_n = f_1(\mathbf{r}_{n-1}, \mathbf{v}_{n-1}^+, t_{n-1}, t_n) \\ \mathbf{v}_n = g_1(\mathbf{r}_{n-1}, \mathbf{v}_{n-1}^+, t_{n-1}, t_n) \end{cases}, \quad (4)$$

第一次脉冲作用初始时刻 t_1 的追踪飞行器位置、速度矢量可表示为 $(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1, t_1)$,终端时刻 t_f 追踪飞行器的位置、速度矢量为 $(\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f, t_f)$ 。相应的多脉冲转移如图 1所示:

在航天器交会对接过程中,一般认为:

(1)追踪航天器在每次脉冲作用前后的运行轨迹均为开普勒弧。

(2)对目标航天器不进行轨道机动,即目标航天器始终运行在其既定轨道上。

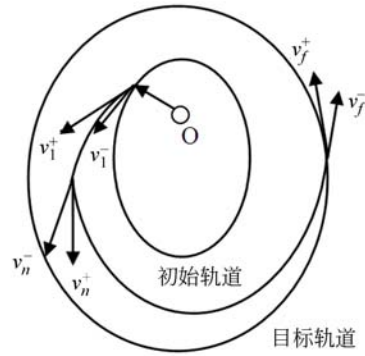


图 1 多脉冲变轨示意图

Fig. 1 Schematic diagram of multi-pulse transfer

因此可以通过轨道要素计算出追踪航天器第一次脉冲变轨时刻 t_1 前的速度与位置矢量:

$$(\mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) = f_2(a_1, e_1, i_1, \Omega_1, \omega_1, \tau_1), \quad (5)$$

脉冲作用之后,通过脉冲变轨后的位置及速度矢量可计算出转移轨道的轨道要素:

$$(a_2, e_2, i_2, \Omega_2, \omega_2, \tau_2) = g_2(\mathbf{r}_1, (\mathbf{v}_1 + \Delta \mathbf{v}_1)). \quad (6)$$

同理,每次脉冲作用过程中可由(5)、(6)两式计算出脉冲变轨前的速度、位置矢量及变轨后的转移轨道要素,再依据脉冲变轨相关理论可计算出终端时刻 t_f 追踪器的位置矢量及速度矢量为 $\mathbf{P}(\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f)$ 。对于目标航天器,可由(5)式(相应轨道要素改为目标器轨道要素)计算出终端时刻 t_f 其速度、位置矢量为 $\mathbf{T}(\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f)$ 。空间飞行器交会对接最终要求实现终端时刻追踪器和目标器的位置、速度矢量完全相同,即满足以下约束条件:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f) = \mathbf{T}(\mathbf{r}_f, \mathbf{v}_f). \quad (7)$$

2.2 Lambert 转移轨道

如图 2所示,设空间中任意固定两点 1、2,它们相对焦点 O 的矢量分别表示为 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 ,两矢量的夹角为 Δf ,由 Lambert 定有:在满足 $r_1 + r_2 =$ 常数,椭圆半长轴 a 也为常数,1、2 两点距离 S 也为常数的条件下,则有 1 到 2 两点的转移时间随之确定,即:

$$\sqrt{\mu} \Delta t = \sqrt{\mu} (t_2 - t_1) = L(a, r_1 + r_2, S), \quad (8)$$

其中 t_1, t_2 分别为过 1、2 两点的时刻, r_1, r_2 为矢量 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ 的模, μ 为引力常数。

Lagrange 形式的 Lambert 椭圆轨道转移时间方程可以表示为:

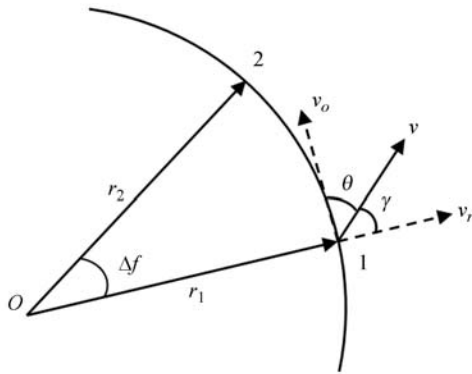


图 2 Lambert 转移示意图

Fig. 2 Schematic diagram of Lambert transfer

$$\begin{cases} \sqrt{\mu}\Delta t = a^{\frac{3}{2}} [2N\pi + (\alpha - \sin \alpha) - (\beta - \sin \beta)] \\ \sin \frac{\alpha}{2} = \left(\frac{S}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} \\ \sin \frac{\beta}{2} = \left(\frac{S-c}{2a}\right)^{\frac{1}{2}} \end{cases}, \quad (9)$$

$$p = \frac{4a(S-r_1)(S-r_2)}{c^2} \sin^2\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right), \quad (10)$$

其中 α, β 为 Lagrange 参数, 取值为 $0 \leq \alpha \leq 2\pi, \Delta f \leq \pi$ 时, $-\pi \leq \beta \leq 0; \Delta f > \pi$ 时, $-\pi \leq \beta \leq 0; N$ 为转移轨道圈数, p 为转移轨道半通径, $c = |r_1 - r_2|$, $S = (r_1 + r_2 + c)/2$ 。

通过解 Lambert 方程来完成给定转移时间 Δt_{tran} 。求解转移轨道半长轴 a_{tran} , 求解方法有很多, 比较典型的有 Vallado 求解 Lambert 问题的普适变量算法^[12,13], Lambert 飞行时间定理计算公式的变形与转移轨道的求解方法计算较为复杂。因此, 本文采用一种基于固定大步长的迭代获得搜索闭区间, 然后采用牛顿迭代法两端逼近来计算 a_{tran}, p , 该方法简单, 可靠性高。获得转移轨道半长轴 a_{tran} 后, 计算入轨速度矢量 v_1 及交会时刻速度 v_2 。因此可以计算出 Lambert 双脉冲对接所需两脉冲速度增量分别为:

$$\Delta v_1 = v_1 - v_1^-, \Delta v_2 = v_2 - v_2^- \quad (11)$$

3 交会对接转移轨道优化算法设计

针对空间轨迹优化这类问题, 通常是在一个由多个微分方程或代数方程确定的动力学系统中给出一个目标函数, 通过找出和目标函数值相关

的一些未知参数的值, 使目标函数取得最小值。目前, 国内常用于研究多脉冲交对接优化问题的算法有 Lambert 算法、遗传算法等。这些算法基本上能够寻找到优化路径, 但是算法涉及到交叉以及变异, 过程较为复杂。而粒子群算法由于简单, 易于实现并没有许多参数需要调整, 目前已广泛应用于函数优化, 神经网络训练, 模糊控制及其它遗传算法领域。Bessette and Spencer^[14] 运用 PSO 成功解决了限制时间情况下, 空间轨道最优转移问题; 陈全^[15] 等采用粒子群算法对多脉冲共面转移问题进行了讨论, 能够对共面转移轨道能量进行优化; Mauro Pontani 和 Bruce A. Conway^[16] 采用 PSO 有效解决了小推力轨迹优化问题, 证明了 PSO 在航天器轨迹优化方面的有效性。

3.1 PSO 算法的基本框架

- (1) 目标搜寻空间为 D 维空间;
- (2) 粒子群由 N 个粒子组成;
- (3) 第 i 个粒子在 D 维空间的位置为:

$$X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}),$$

- (4) 第 i 个粒子的当前运动速度为:

$$v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}),$$

- (5) 第 i 个粒子的历史最优位置为:

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}),$$

- (6) 整个群体历史最优位置为:

$$P_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD}),$$

- (7) 粒子按一定规律进行位置更新。

3.2 无约束问题的优化

所谓无约束参数优化问题是指在优化过程中没有涉及对未知参数进行任何限制, 意味着未知参数在一个合适的范围内, 在描述问题中没有任何路径和终端形式的限制, 即在由未知参数 $X \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 各自的变化范围决定的整个搜寻空间中找出未知参数 $X \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 的值, 使目标函数 J 的取值最小, 即有 $\min J$, 其中有:

$$a_i \leq x_i \leq b_i, (i=1, 2, \dots, n), \quad (12)$$

对于群体中, 第 i 个粒子在 $k+1$ 时刻的 d 维邻域函数计算公式如下:

$$\begin{cases} v_{id}^{k+1} = \omega v_{id}^k + c_1 \text{rand}() (p_{id}^k - x_{id}^k) + c_2 \text{rand}() (p_{gd}^k - x_{id}^k) \\ x_{id}^{k+1} = x_{id}^k + v_{id}^{k+1} \end{cases} \quad (13)$$

为了不使粒子搜寻空间超出范围, 相应地对

粒子的运动速度也必须有合适的范围:

$$-(b_i - a_i) \leq v_i \leq (b_i - a_i), i = (1, 2, \dots, N), \quad (14)$$

其中 ω 为惯性因子, c_1, c_2 为加速因子, 都是非负常数, 这两个常数使得粒子具有自我总结和向群体中优秀个体学习的能力, 使粒子可以向自己的历史最优位置和群体全局最优位置靠拢, $rand()$ 为 $(0, 1)$ 之间的随机数。

PSO 算法是一种基于迭代的优化工具, 粒子根据粒子本身历史的最优位置和整个群体的全优位置, 在一定随机扰动的情况下决定下一步的移动方向, 进而在整个解空间搜寻最优解。其中每个粒子代表一个可能的解, 所有的粒子组成一个群体。当达到最大迭代次数时, 算法停止, 即认为得到最优值, 通常需要大量的粒子进行多次迭代才能找到较为可靠的最优解。

3.3 带约束的问题优化

空间轨迹优化问题建立的优化问题模型经常是有约束优化问题, 即未知参数设计各种直接或间接的等式或不等式约束, 因此上面介绍的 PSO 算法必须做相应调整, 以便能够处理约束问题。通常, 用进化算法处理等式约束问题时有一定限制, 因为等式约束会减少问题的自由度, 而不等式约束通常只是缩小解空间的搜索范围。因此, 在此类优化问题中等式约束的个数 m 一般不超过未知参数的个数 n , 即需满足:

$$I_r(X) = 0, (r = 1, 2, \dots, m) \quad (m \leq n). \quad (15)$$

处理有约束问题的方法有增强拉格朗日算法^[17], 重复种群初始化^[18], 剔除不可行解以及惩罚函数法^[19], 其中最常用的方法还是构造惩罚函数。比较而言, 这种方法在整个迭代计算过程中不会忽略那些与不合适解相关的粒子, 而是考虑所有粒子的影响, 因此在整个算法运行过程中, 使整个种群向着不违反约束条件的搜寻空间迁移。本文在罚函数基础上采用非平稳的多级罚函数分配方法^[11], 具体处理方法如下:

$J(X)$ 约束条件:

$$\Gamma_i(X) \leq 0, (i = 1, \dots, l), \quad (16)$$

对于(14)式等式约束可用两个不等式处理:

$$I_r(X) \leq 0, -I_r(X) \leq 0 \quad (r = 1, 2, \dots, m), \quad (17)$$

构造惩罚函数如下:

$$\Psi(X) = J(X) + \lambda(X) \sum_{i=1}^l h(q_i(X)) q_i(X)^{\gamma(q_i(X))}, \quad (18)$$

其中: 惩罚值: $\lambda(X) = \sqrt{j}$, j 为当前迭代次数,

$$q_i(X) = \max(0, \Gamma_i(X)), \quad (19)$$

$h(q_i(X))$ 随着 $q_i(X)$ 的取值而变化, 具体如下:

$$\begin{cases} q_i(X) < 0.001 & , h(q_i(X)) = 10 \\ 0.001 \leq q_i(X) < 0.1 & , h(q_i(X)) = 20 \\ 0.1 \leq q_i(X) < 1 & , h(q_i(X)) = 100 \\ q_i(X) \geq 1 & , h(q_i(X)) = 300 \end{cases} \quad (20)$$

$\gamma(q_i(X))$ 取值的选取依据 $q_i(X)$ 而定:

$$\begin{cases} q_i(X) < 0.1, \gamma(q_i(X)) = 1 \\ q_i(X) \geq 0.1, \gamma(q_i(X)) = 2 \end{cases} \quad (21)$$

与固定的惩罚函数相比较, 它的惩罚值在优化过程中不是固定不变的, 而是动态改变的, 更加适合处理优化多约束问题。

3.4 多脉冲异面交会对接 PSO 优化算法

本设计主要研究三维空间中任意给定目标轨道要素及初始时刻追踪器轨道要素, 通过四脉冲变轨, 实现在规定交会对接初始时刻及终端时刻的前提下, 通过 PSO 优化相关变量使整个交会过程所需能量最小, 具体表现为:

$$\min J = \sum_{i=1}^n \Delta v_i. \quad (22)$$

为了瞄准终端目标位置, 选用最后 2 次脉冲用于满足终端约束条件, 通过 Lambert 定理来求解。鉴于初始时刻和最终时刻已经限定, 因此只需优化前 $n-2$ 个脉冲的大小、方向、作用时刻来得到最优结果, 不用对每个脉冲的大小、方向、时间间隔来逐一进行优化, 减少了需要优化的未知参数的个数, 在一定程度上减少了问题的复杂度, 使算法具有更高效率。由于三维空间中一个矢量的方向可由两个夹角来表示如图 3, 这里分别用与 Z 轴夹角 γ , 以及其矢量在 XOY 平面的投影与 X 轴的夹角 δ 唯一描述。

追踪飞行器在两个相邻脉冲作用时刻之间的运动轨迹可近似看作开普勒弧, 由于航天器在开普勒弧上运动的时间可以由偏近点角的改变量来描述, 故可以通过优化偏近点角的改变量来优化脉冲作用时刻。因此 n 个脉冲作用时, 共需优化的变量数为 $4(n-2)$, 具体可描述为:

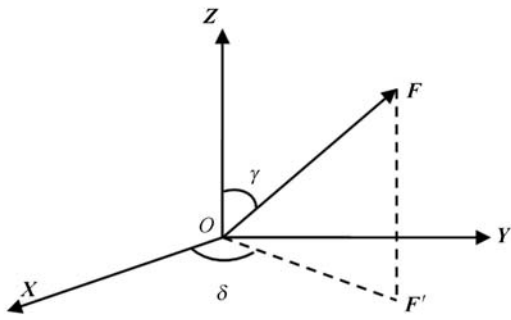


图 3 三维矢量表示方法

Fig. 3 Representation of three dimensional vectors

$$D = [\Delta v_i, \gamma_i, \delta_i, \Delta E_i]^T, \text{ (其中 } i=1, 2, \dots, n-2\text{).} \quad (23)$$

3.5 PSO 优化多脉冲交会问题相关参数的设置

根据本设计讨论问题的特点,为了使 PSO 算法尽可能得到最优结果,本次优化过程中选取了 100 个粒子 ($N=100$),最大迭代运行次数为 2000 次 ($N_{IT}=2000$),每个粒子包括 $4(n-2)$ 个未知参数,即待优化的变量 $D = [\Delta v_i, \gamma_i, \delta_i, \Delta E_i]^T$,其中 ($i=1, 2, \dots, n-2$),加速度因子 $c_1=2, c_2=2$;惯性因子 ω 的取值为 $0.4 \leq \omega \leq 0.9$,初始时刻 $\omega=0.9$,收敛时刻 $\omega=0.4$,种群初始化方式为随机初始化方式,粒子的搜寻空间由以下约束条件确定:

$0 \leq \Delta v_i \leq 0.2 v_0$ (v_0 为初始时刻速度大小,单位为 km/s); $0 \leq \gamma_i \leq 180$ (单位为 $^\circ$); $0 \leq \delta_i \leq 360$ (单位为 $^\circ$); $0 \leq \Delta E_i \leq 720$ (单位为 $^\circ$); 其中 $i=1, 2, \dots, n-2$.

约束条件:

(1)对于本文中考虑追踪器在脉冲作用之间的运行轨迹为椭圆轨道,因此需满足:

$$a_{n1} > 0, a_{n2} > 0, a_{n3} > 0, \quad (24)$$

其中 a_{n1}, a_{n2}, a_{n3} 分别为三段转移轨道半长轴。

(2)后两次脉冲作用过程是通过 Lambert 转移来处理的,而其转移时间 Δt_{tran} :

$$\Delta t_{tran} > \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{\mu}} [S^{2/3} - \text{sign}(\sin(\Delta f)) (S-c)^{3/2}]. \quad (25)$$

4 仿真算例

给定追踪飞行器和目标飞行器的初始轨道根

数,考虑四脉冲交会问题,初始时刻 t_0 ,追踪卫星经过一段时间调整后,卫星在 t_1 时开始第一次脉冲变轨,最后一次脉冲(即交会对接完成时刻)作用时刻为 t_4 ,以 MATLAB 为仿真平台,在两个不同初始状态的算例中,分别采用 PSO 算法对其交会过程相关变量进行优化。

4.1 算例 1

初始时刻追踪飞行器和目标飞行器的轨道根数如表 1,各时间点分别为: $t_0=0$ s, $t_1=3\ 292$ s, $t_4=1\ 610$ s。表 2 中列出了通过粒子群算法优化得到的各变量的结果,从中可以看出粒子群算法的寻优效果。表 3、表 4 分别给出了追踪飞行器和目标飞行器在各脉冲作用时刻前后的位置矢量和速度矢量。图 4 给出目标函数值 J 随迭代次数增大的改变过程,可以看到算法运行的稳定性及高效率。图 5、图 6 分别给出了此过程中两飞行器速度差及距离随时间的变化过程,图 7 给出了四脉冲对接过程中的交会轨迹,从图中可以看出追踪飞行器能够在规定时刻处完成与目标飞行器的交会。

表 1 追踪器和目标飞行器的轨道根数

Tab. 1 Orbit elements of tracking spacecraft and target spacecraft

轨道要素	追踪飞行器	目标飞行器
半长轴 a/km	8371.11	26371.11
偏心率 e	0.1	0.05
轨道倾角 $i/^\circ$	30	55
升交点赤经 $\Omega/^\circ$	45	55
近地点幅角 $\omega/^\circ$	20	70
过近地点时刻 τ/s	10	10

表 2 待优化变量通过粒子群算法优化的结果

Tab. 2 Variables optimized by PSO swarm optimization algorithm

脉冲	$\Delta v/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	$\gamma/^\circ$	$\delta/^\circ$	t/s
1	0.3844	92.73	136.76	3292
2	1.5086	77.35	197.80	7667.9
3	0.7568	161.08	354.70	10845
4	1.7744	121.36	63.32	16170

故经 PSO 优化得到的目标函数最小值:

$$J = \sum_{i=1}^4 \Delta v_i = 4.424\ 3 \text{ km/s.}$$

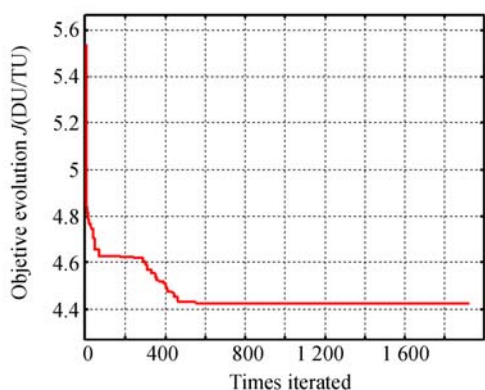


图 4 优化过程中目标函数值随迭代次数的变化

Fig. 4 Objective evolution as a function of iteration process

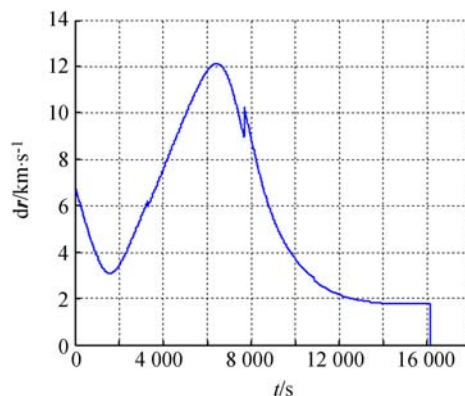


图 5 四脉冲对接中两飞行器速度差的变化过程

Fig. 5 Variation of the velocity difference between tracking spacecraft and target spacecraft

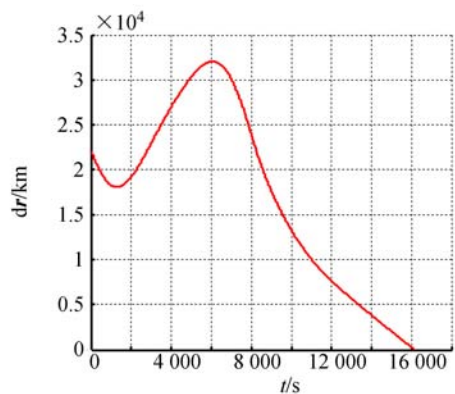


图 6 四脉冲对接中两飞行器距离的变化过程

Fig. 6 Variation of the distance between tracking spacecraft and target spacecraft

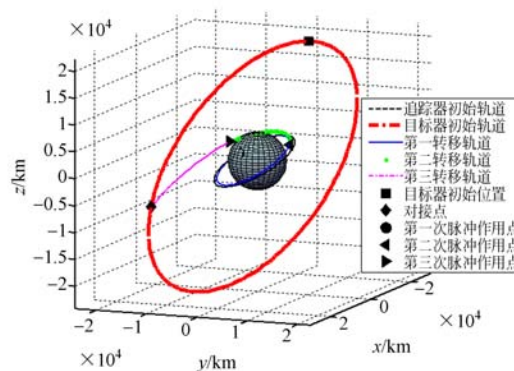


图 7 四脉冲交会对接优化轨迹

Fig. 7 Optimal four-impulse rendezvous trajectory

表 3 四脉冲交会中追踪器在各时间点上的位置和速度

Tab. 3 Positions and velocities of tracking spacecraft at different time points during four-impulse rendezvous

时刻 t/s	位置矢量 r/km	点火前速度矢量 $v^-/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	点火后速度矢量 $v^+/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	速度增量 $\Delta v/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
t_0	$[3.4903, 6.5583, 1.2525] \times 10^3$	$[-6.2026, 2.6062, 3.5962]$	——	——
t_1	$[-6.5280, -6.4013, 0.0518] \times 10^3$	$[3.6243, -4.0708, -3.1415]$	$[3.3446, -3.8078, -3.1599]$	$[-0.2797, 0.2630, -0.0183]$
t_2	$[-1.4111, 5.7412, 3.1611] \times 10^3$	$[-7.5765, -1.9620, 2.4772]$	$[-8.9780, -2.4119, 2.8077]$	$[-1.4015, -0.4498, 0.3305]$
t_3	$[-1.2943, -1.0658, 0.0856] \times 10^4$	$[-0.1838, -4.3969, -1.8745]$	$[-0.4282, -4.3742, -2.5904]$	$[-0.2443, 0.0227, -0.7159]$
t_f	$[-0.7072, -2.3891, -1.1297] \times 10^4$	$[1.8885, -0.9804, -1.7760]$	$[2.5689, 0.3735, -2.6994]$	$[0.6804, 1.3539, -0.9234]$

表 4 四脉冲交会中目标飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 4 Positions and velocities of target spacecraft at different time points during four-impulse rendezvous

时刻	t_1	t_2	t_3	t_f
位置矢量 $r/(\text{km})$	$[-1.4296, 0.4377, 2.0310] \times 10^4$	$[-1.9175, -1.0760, 1.3618] \times 10^4$	$[-1.7557, -1.9224, 0.4791] \times 10^4$	$[-0.7072, -2.3891, -1.1297] \times 10^4$
速度矢量 $v/(\text{km/s})$	$[-1.9966, -3.4971, -0.5289]$	$[-0.1703, -3.1586, -2.3881]$	$[1.1542, -2.0815, -3.0554]$	$[2.5689, 0.3735, -2.6994]$

本文在采用 PSO 优化四脉冲异面非圆轨道交会对接问题后,又参考文献[20]中的设计思想采用了基于 Lambert 算法的双脉冲转移方法,在相同条件下对这一问题进行了仿真验证。表 5、表 6 分别给出了此过程中追踪飞行器、目标飞行器在给定时刻点上的位置和速度矢量,图 8 给出了此过程追踪器与目标器的运行轨迹。并将采用 PSO 优化后的结果与采用此方法得到的结果进行了对比,说明了 PSO 算法优化特性,表 7 给出了对比结果。

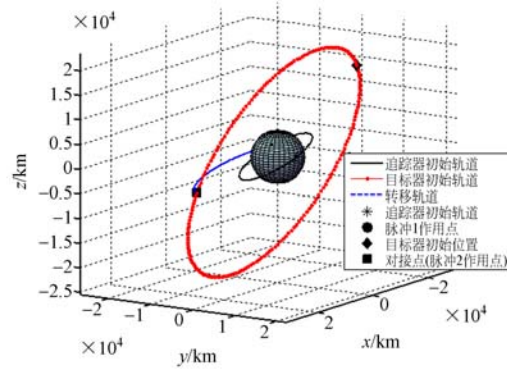


图 8 Lambert 双脉冲交会轨迹

Fig. 8 Lambert two-impulse rendezvous trajectory

表 5 Lambert 双脉冲交会中追踪飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 5 Positions and velocities of track spacecraft at different time points during Lambert two-impulse rendezvous

时刻	位置矢量	点火前速度矢量	点火后速度矢量	速度增量
t/s	r/km	$\mathbf{v}^-/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	$\mathbf{v}^+/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	$\Delta \mathbf{v}/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
t_0	$[3.4903, 6.5583, 1.2525] \times 10^3$	$[-6.2026, 2.6062, 3.5962]$	—————	—————
t_1	$[-6.5280, -6.4013, 0.0518] \times 10^3$	$[3.6243, -4.0708, -3.1415]$	$[-3.7741, -6.6235, -1.9269]$	$[-7.3984, -2.5526, 1.2146]$
t_f	$[-0.7072, -2.3891, -1.1297] \times 10^4$	$[1.2387, 1.4868, 0.1724]$	$[2.5689, 0.3735, -2.6994]$	$[1.3302, -1.1133, -2.8717]$

表 6 Lambert 双脉冲交会中目标飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 6 Positions and velocities of target spacecraft at different time points during Lambert two-impulse rendezvous

时刻	t_0	t_1	t_f
位置矢量 $r(\text{km})$	$[-0.6118, 1.4791, 1.9273] \times 10^4$	$[-1.4296, 0.4377, 2.0310] \times 10^4$	$[-0.7072, -2.3891, -1.1297] \times 10^4$
速度矢量 $\mathbf{v}(\text{km/s})$	$[-2.8614, -2.6826, 1.1500]$	$[-1.9966, -3.4971, -0.5289]$	$[2.5689, 0.3735, -2.6994]$

表 7 粒子群优化与 Lambert 交会结果比较

Tab. 7 Comparison of optimal solutions obtained by PSO and Lambert

速度增量/ $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	Δv_1	Δv_2	Δv_3	Δv_4	$\sum_{i=1}^4 v_i$
四脉冲交会对接	0.384 4	1.508 6	0.756 8	1.774 4	4.424 3
Lambert 双脉冲交会	7.915 5	3.353 6	—————	—————	11.269 1

4.2 算例 2

初始时刻追踪飞行器和目标飞行器的轨道根数如表 8,各时间点分别为: $t_0 = 0 \text{ s}$, $t_1 = 260 \text{ s}$, $t_f = 12\ 300 \text{ s}$ 。表 9 中列出了通过粒子群算法优化得到的各变量的结果,从中可以看出粒子群算法的寻优效果。表 10、表 11 分别给出了追踪飞行器和目标飞行器在各脉冲作用时刻前后的位置矢

量和速度矢量。图 9 给出目标函数值 J 随迭代次数增大的改变过程,可以看到算法运行的稳定性及高效率。图 10、图 11 分别给出了此过程中两飞行器速度差及距离随时间的变化过程,图 12 给出了采用 PSO 算法优化的四脉冲交会对接轨迹,从图中可以看出追踪卫星能够在规定时刻处完成与目标卫星的交会。

表 8 追踪器和目标飞行器的轨道根数

Tab. 8 Orbit elements of tracking spacecraft and target spacecraft

轨道要素	追踪飞行器	目标飞行器
半长轴 a/km	7 623.6	27 611.5
偏心率 e	0.2	0.1
轨道倾角 $i/(\circ)$	40	55
升交点赤经 $\Omega/(\circ)$	30	60
近地点幅角 $\omega/(\circ)$	50	85
过近地点时刻 τ/s	20	10

表 9 待优化变量通过粒子群算法优化的结果

Tab. 9 Variables optimized by PSO optimization algorithm

脉冲	$\Delta v/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	$\gamma/(\circ)$	$\delta/(\circ)$	t/s
1	1.016 6	71.64	360.00	260
2	0.913 3	71.41	113.83	3871.4
3	4.621 2	33.15	284.27	5845.0
4	2.200 2	136.42	249.37	12300

故经 PSO 优化得到的目标函数最小值:

$$J = \sum_{i=1}^4 \Delta v_i = 8.751 3 \text{ km/s}.$$

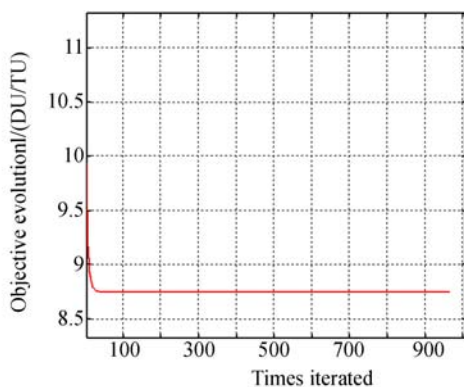


图 9 优化过程中目标函数值随迭代次数的变化

Fig. 9 Objective evolution as a function of iteration process

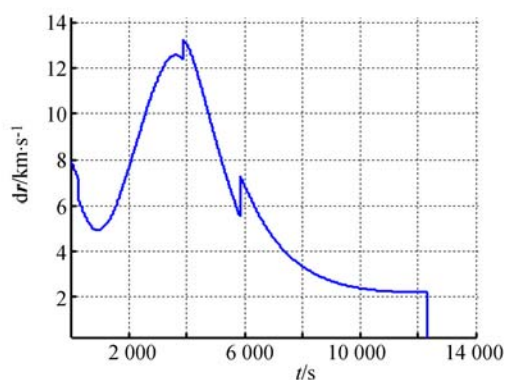


图 10 四脉冲对接中两飞行器速度差的变化过程

Fig. 10 The variation of the velocity difference between tracking spacecraft the target spacecraft

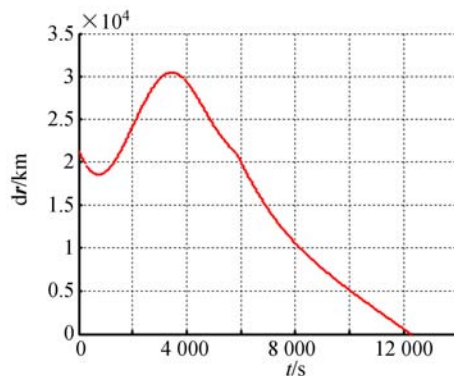


图 11 四脉冲对接中两飞行器距离的变化过程

Fig. 11 Variation of the distance between tracking spacecraft and target spacecraft

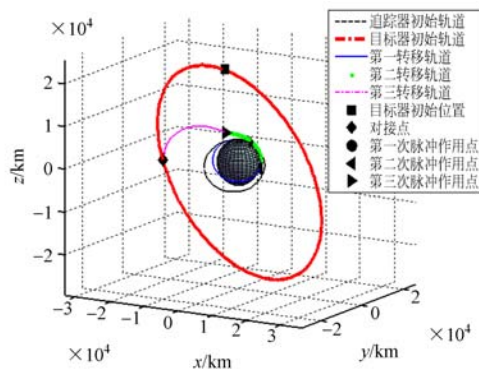


图 12 四脉冲交会对接优化轨迹

Fig. 12 Optimal four-impulse rendezvous trajectory

表 10 四脉冲交会中追踪器在各时间点上的位置和速度

Tab. 10 Positions and velocities of tracking spacecraft at different time points during four-impulse rendezvous

时刻 t/s	位置矢量 r/km	点火前速度矢量 $v^-/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	点火后速度矢量 $v^+/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	速度增量 $\Delta v/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
t_0	$[1.7661, 5.0502, 2.9289] \times 10^3$	$[-7.9963, 0.5621, 3.7633]$	-----	-----
t_1	$[-0.3758, 4.8977, 3.7167] \times 10^3$	$[-8.3165, -1.7119, 2.2451]$	$[-7.3516, -1.7119, 2.5653]$	$[0.9649, 0.0000, 0.3202]$
t_2	$[5.1262, 1.6455, -1.4638] \times 10^3$	$[-0.5062, 6.9869, 5.2868]$	$[-0.8559, 7.7788, 5.5780]$	$[-0.3498, 0.7918, 0.2912]$
t_3	$[-5.9665, 3.7970, 5.4868] \times 10^3$	$[-4.9142, -3.7920, -0.0634]$	$[-4.2911, -6.2409, 3.8057]$	$[0.6230, -2.4489, 3.8691]$
t_f	$[-0.5766, -2.7185, 0.4820] \times 10^4$	$[1.3922, -2.7197, -1.3089]$	$[1.9266, -1.3002, -2.9028]$	$[0.5344, 1.4196, -1.5939]$

表 11 四脉冲交会中目标飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 11 Positions and velocities of target spacecraft at different time points during four-impulse rendezvous

时刻	t_1	t_2	t_3	t_f
位置矢量 $r(\text{km})$	$[-1.1570, 1.2599, 1.8029] \times 10^4$	$[-1.4622, -0.1747, 2.0585] \times 10^4$	$[-1.4346, -0.9670, 1.9206] \times 10^4$	$[-0.5766, -2.7185, 0.4820] \times 10^4$
速度矢量 $v(\text{km/s})$	$[-1.4461, -3.6001, 1.6093]$	$[-0.2085, -4.1196, -0.2162]$	$[0.4789, -3.8507, -1.1607]$	$[1.9266, -1.3002, -2.9028]$

同样,本算例采用 PSO 优化四脉冲异面非圆轨道交会对接问题后,又参考文献[20]中的设计思想采用了基于 Lambert 算法的双脉冲转移方法,在相同条件下对这一问题进行仿真验证。表 12 及表 13 给出了此过程中追踪飞行器、目标飞行器在给定时刻点上的位置和速度矢量,图 13 给出了此过程追踪器与目标器的运行轨迹。并将采用 PSO 优化后的结果与采用此方法得到的结果进行了对比,说明了 PSO 算法优化特性,表 14 给出了算例 2 下的对比结果。

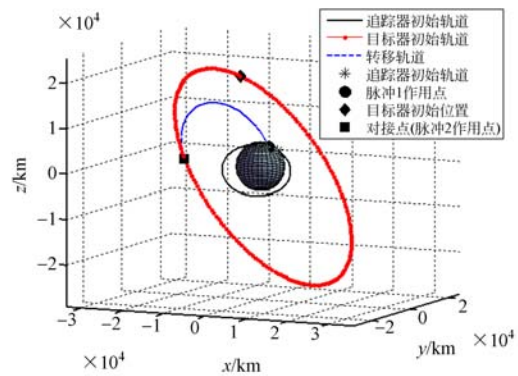


图 13 Lambert 双脉冲交会轨迹

Fig. 13 Lambert two-impulse rendezvous trajectory

表 12 Lambert 双脉冲交会中追踪飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 12 Positions and velocities of tracking spacecraft at different time points during Lambert two-impulse rendezvous

时刻 t/s	位置矢量 r/km	点火前速度矢量 $v^-/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	点火后速度矢量 $v^+/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	速度增量 $\Delta v/\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$
t_0	$[1.7661, 5.0502, 2.9289] \times 10^3$	$[-7.9963, 0.5621, 3.7633]$	-----	-----
t_1	$[-0.3758, 4.8977, 3.7167] \times 10^3$	$[-8.3165, -1.7119, 2.2451]$	$[-3.2924, -2.4169, 9.4385]$	$[5.0241, -0.7049, 7.1933]$
t_f	$[-0.5766, -2.7185, 0.4820] \times 10^4$	$[0.6448, 0.0860, -2.0461]$	$[1.9266, -1.3002, -2.9028]$	$[1.2818, -1.3861, -0.8567]$

表 13 Lambert 双脉冲交会中目标飞行器在各时间点上的位置和速度

Tab. 13 Positions and velocities of target spacecraft at different time points during Lambert two-impulse rendezvous

时刻	t_0	t_1	t_f
位置矢量 r/km	$[-1.1184, 1.3524, 1.7594] \times 10^4$	$[-1.1570, 1.2599, 1.8029] \times 10^4$	$[-0.5766, -2.7185, 0.4820] \times 10^4$
速度矢量 v $/(\text{km} \cdot \text{s}^{-1})$	$[-1.5229, -3.5119, 1.7296]$	$[-1.4461, -3.6001, 1.6093]$	$[1.9266, -1.3002, -2.9028]$

表14 粒子群优化与 Lambert 交会结果比较

Tab.14 Comparison of optimal solutions obtained by PSO and Lambert

速度增量/ $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$	Δv_1	Δv_2	Δv_3	Δv_4	$\sum_{i=1}^4 v_i$
四脉冲交会对接	1.0166	0.9133	4.6212	2.2002	8.7513
Lambert 双脉冲交会	8.8024	2.0732	————	————	10.8756

通过以上对比结果,可以看出在相同初始条件下采用 Lambert 双脉冲交会过程中所需速度增量明显较大,因此,此过程需要消耗较多的燃料,而且每次脉冲作用时,要求追踪器所提供的特征速度(每次变轨所需速度的改变量)非常大,对发动机要求较大,一般很难满足工程要求。相反地,经 PSO 优化的四脉冲交会对接过程中每次脉冲作用时,要求追踪器提供的特征速度比较合理,能够满足工程要求,而且整个过程所需速度增量明显小。

5 结 论

针对三维空间异面多脉冲交会对接过程中追踪飞行器能量消耗问题,提出了一种采用 PSO 的多脉冲异面交会对接转移轨道优化方法。根据多脉冲交会对接中目标飞行器与追踪飞行器初始运行轨道不共面情况下追踪飞行器的转移轨道优化问题,建立了多脉冲异面交会对接优化模型,将追

踪飞行器变轨过程中脉冲的大小、方向、偏近点角设计成待优化参数,以轨道转移过程中的能量、终端约束条件等指标构造目标函数,设计了算法的加速度因子、惯性权值、优化类型以及约束条件的处理方法。最后以 MATLAB 为仿真平台分别对两个不同算例进行实验验算。结果显示:算例 1 中追踪飞行器于 3 292 s 时开始变轨,最终在 12 300 s 时与目标飞行器对接,整个过程中追踪飞行器变轨所需速度增量为 4.4243 km/s;算例 2 中追踪飞行器于 260 s 时开始变轨,最终在 16 170 s 时与目标飞行器对接,整个过程中追踪飞行器变轨所需速度增量为 8.751 3 km/s。两个算例中所设计方案均能够在给定约束条件下,成功完成与目标飞行器的交会对接,并且能够对追踪飞行器变轨所需燃料进行优化。与相同条件下采用 Lambert 交会对接过程相比,提出的方法能够有效节省能量,降低对发动机的要求,解决复杂条件下交会对接转移轨迹规划问题,符合工程需求。

参考文献:

- [1] 崔乃刚,王平,郭继峰,等. 空间在轨服务技术发展综述[J]. 宇航学报,2007,28(4): 805-811.
CUI N G, WANG P, GUO J F, et al.. A review of on-orbit servicing [J]. *Journal of Astronautics*, 2007,28(4):805-811. (in Chinese)
- [2] TAUR D R, COVERSTONE-CARROL V, PRUSSING J E. Optimal impulsive time-fixed orbital rendezvous and interception with path constraints [J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1995,18(1):54-60.
- [3] 赵琳,李玉玲,刘源,等. 连续小推力拦截卫星攻击轨道的优化[J]. 光学精密工程,2016,24(1):178-186.
ZHAO L, LI Y L, LIU Y, et al.. Optimization of attacking orbit for interception satellite with low continuous thrust[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016,

24(1):178-186. (in Chinese)

- [4] LAW DEN D F. *Optimal Trajectories for Space Navigation* [M]. London: Butterworths, 1963.
- [5] GROSS L R, PRUSSING J E. Optimal multiple-impulse direct ascent fixed-time rendezvous [J]. *AIAA Journal*, 1974, 12(7): 885-889.
- [6] HUGHES S P, MAILHE L M, JJ Guzman. A comparison of trajectory optimization methods for the impulsive minimum fuel rendezvous problem [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2003,11(3):85-104.
- [7] 王华,唐国全. 用遗传算法求解双冲量最优交会问题[J]. 中国空间科学与技术,2003(1):26-30.
WANG H, TANG G J. Solving optimal rendezvous using two impulses based on genetic algorithms[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2003(1): 26-30. (in Chinese)
- [8] KIM Y H, SPENCER D B. Optimal spacecraft ren-

- dezvous using genetic algorithms[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2002, 39(6):859-865.
- [9] ABDELKHALIK O, MORTARI D. Nimpluse orbittransfer using genetic algorithm[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44 (2):456-460.
- [10] 卢山, 陈统, 徐世杰. 基于自适应模拟退火遗传算法的最优 Lambert 转移[J]. *北京航空航天大学学报*, 2007, 33(10):1191-1195.
LU S, CHEN T, XU S J. Optimal Lambert transfer based on adaptive simulated annealing genetic algorithm[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2007, 33 (10): 1191-1195. (in Chinese)
- [11] PONTANI M, GHOSH P, CONWAY B A. Particle swarm optimization of multiple-burn rendezvous trajectories[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2012, 35(4), 1192-1207.
- [12] WEN C X, ZHAO Y S, LI B J, et al.. Solving the relative Lambert's problem and accounting for its singularities[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 97: 122-129.
- [13] 张柏楠. 航天器交会对接任务分析与设计[M]. 北京: 科学出版社, 2011: 109-110, 262-264.
ZHANG B N. *Analysis and Design of Spacecraft Rendezvous and Docking Mission* [M]. Beijing: Science Press, 2011: 109-110, 262-264. (in Chinese)
- [14] BESSETTE C R, SPENCER D B. Optimal space trajectory design: a heuristic-based approach[J]. *Advances in Astronautical Sciences*, 2006, 6 (124): 1611-1628.
- [15] 陈全, 杨震, 罗亚中. 基于粒子群算法的多脉冲转移轨迹优化[J]. *空间控制技术与应用*, 2014, 40 (5):25-30.
CHEN Q, YANG Z, LUO Y Z. Optimization of multi-impulse orbit transfer based on particle swarm optimization algorithm[J]. *Aerospace Control and Application*, 2014, 40 (5): 25-30. (in Chinese)
- [16] PONTANI M, CONWAY B B. Optimal low-thrust orbital maneuvers via indirect swarming method [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 2014, 162(1):272-292.
- [17] SEDLACZEK K, EBERHARD R. Using augmented lagrangian particle swarm optimization for constrained problems in engineering[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2006, 32(4):277-286.
- [18] HU X, EBERHART R. Solving constrained nonlinear optimization problems with particle swarm optimization[C]. *Proceedings of the 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics*, 2002.
- [19] VENTER G, SOBIESZCZANSKI-SOBIESKI J. Particle swarm optimization [J]. *AIAA Journal*, 2003, 4(8):1583-1589.
- [20] ZHANG G, ZHOU D, MORTARI D. An approximate analytical method for short-range impulsive orbit rendezvous using relative Lambert solutions [J]. *Acta Astronautica*, 2012, 81(1):318-324.

作者简介:



刘 源(1984—),男,重庆人,博士后,讲师,2010年在哈尔滨工业大学获博士学位,研究方向为空间攻防、星载电子系统、飞行器任务规划。E-mail: spacead@163.com



叶 潇(1992—),男,湖北安陆人,硕士研究生,2016年于哈尔滨工程大学获学士学位,研究方向为控制科学与工程。E-mail: trainto11@163.com