

文章编号 1004-924X(2017)06-1519-07

基于区间分析理论的摩擦补偿研究

姜振海^{1*}, 徐思晨^{1,2}, 谷东伟¹, 夏椰林¹

(1. 长春工业大学, 吉林 长春 130012;

2. 中国石油集团渤海钻探工程有限公司井下作业分公司, 河北 任丘 062552)

摘要: 本文采用新型 Stribeck 模型和区间辨识方法对伺服系统中的摩擦补偿进行了研究。首先, 针对 Stribeck 摩擦模型存在非线性、控制计算量大和不利于控制器设计等缺点, 本文对其进行了线性化, 并提出一种线性化的 Stribeck 模型; 然后介绍了区间理论的参数辨识方法, 并对方法的有效性进行了仿真验证研究; 利用所提出的新模型进行了摩擦实验, 结果显示该模型可以辨识出摩擦参数, 接着设计了前馈摩擦补偿控制器。最后, 分别采用阶跃和正弦输入信号进行实验, 结果显示采用所设计摩擦补偿器补偿后, 两种信号的稳态精度分别提高了 26.8% 和 83.63%, 验证了新模型和方法的有效性。本文提出的新型 Stribeck 模型易于工程应用, 所用区间分析理论适用于参数辨识。

关键词: Stribeck; 摩擦补偿; 控制器; 区间分析理论

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172506.1519

Research on friction compensation based on interval analysis theory

JIANG Zhen-hai^{1*}, XU Si-chen^{1,2}, GU Dong-wei¹, XIA Ye-lin¹

(1. Changchun University of Technology, Changchun 130012, China;

2. CNPC Bohai Drilling Engineering Company Limited Downhole Operation Branch, Renqiu 062552, China)

* Corresponding author, E-mail: jiangzhenhai2008@126.com

Abstract: A new-type Stribeck model and interval analysis theory were used to conduct friction compensation in servo mechanism. First, aiming at defects of Stribeck friction model such as nonlinearity, huge computation, going against the design of the control and others which are subject to be linearization, a kind of linearized Stribeck model was proposed. Then the parameter identification method of interval theory was introduced and simulation was performed to verify the effectivity of interval analysis theory. Finally, the mentioned new model was used to conduct friction experiment and the friction parameters were identified, and feedforward friction compensation controller was furthermore designed. By taking step signal and sinusoidal signal as input signal separately, the performance of designed friction compensator was verified, and the results indicate that the stability accuracy has been separately improved 26.8% and 83.63%, which verifies the validity of new model and the method. The new-type Stribeck model is subject to be used in engineering application and the interval analysis theory used in this paper is applicable to parameter identification.

Key words: Stribeck; friction compensation; controller; interval analysis theory

收稿日期: 2016-04-27; 修订日期: 2016-07-18.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61405193); 吉林省教育厅项目支持, 吉教科合字 [2014] 第 124 号

1 引言

在精密伺服系统中,摩擦力是影响系统精度与性能的主要因素,摩擦会造成系统稳态误差较大,零速附近存在死区等问题^[1-2]。这也使摩擦补偿研究成为控制领域的热点问题。基于摩擦模型的补偿研究是摩擦补偿的主要研究方向。根据是否采用微分方程来描述摩擦现象,可将摩擦模型分为动态模型和静态模型^[3]。虽然动态模型能够更全面地描述摩擦现象,而且精度更高,但动态模型很复杂,参数辨识困难,故工程应用受限;而静态模型参数辨识简单,控制补偿器设计容易,较好的静态模型能够补偿 90% 摩擦力矩,实际应用广泛^[3]。

基于模型的摩擦补偿涉及到模型参数的辨识问题。传统参数辨识方法将系统不确定性描述为一定的统计模型,而后采用不同的方法进行参数辨识。但因建模误差、环境噪声等因素的存在,导致统计模型并不能准确描述系统的不确定性。为避免传统方法的不足,学者们致力于新的参数辨识方法的研究,其中区间分析方法得到了一定程度的发展^[4-5]。与传统参数辨识方法相比,区间参数辨识方法具有以下优点:在给定的误差范围内,它能进行最少次数的运算;解集的区间长度反映了参数的不确定程度;算法本身就可以用来做模型鉴定^[6-9]。在摩擦补偿研究中,摩擦参数通常未知但有界,因而特别适合采用区间分析理论进行参数辨识。但在摩擦参数辨识领域,该算法的应用还较少。

本文结合实际应用,以工程中常用的 Stribeck 摩擦模型作为研究对象,对该模型进行了线性化,并采用区间分析理论辨识摩擦参数,设计了控制补偿器,还通过实验验证了方法的可行性。

2 摩擦模型

2.1 Stribeck 模型介绍

相比于其他静态模型,Stribeck 模型能够描述 Stribeck 效应,即随着速度的增加,摩擦力矩先减小,到达 Stribeck 速度后,又随着速度的增加而增加。因此在工程应用中,Stribeck 模型能够取得较好的补偿效果,应用广泛。Stribeck 模型摩

擦力矩与角速度的关系如图 1(细实线)所示,其数学表达式如式(1)所示^[6]:

$$T_f = T_c + (T_s - T_c) e^{-(\omega/\omega_s)^2} + \sigma\omega, \quad (1)$$

其中, T_f 为摩擦力矩, T_c 为库仑摩擦力矩, T_s 为静摩擦力矩, ω 为角速度, ω_s 为 Stribeck 速度, σ 为黏性摩擦系数。

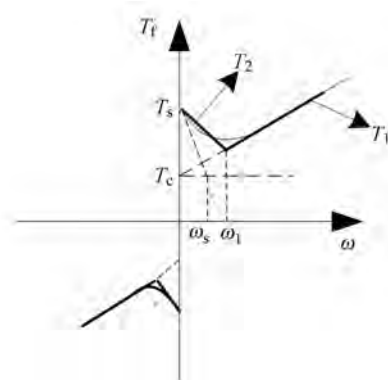


图 1 摩擦力矩与角速度关系图

Fig. 1 Relation between friction torque and speed of Stribeck model

2.2 Stribeck 模型的线性化

Stribeck 模型因含有非线性项,故控制系统计算量大且不利于控制器设计^[3]。本文对 Stribeck 模型进行了线性化,用两段简单的线性函数简化原模型,由此提出了一种新的 Stribeck 摩擦模型,如图 1(粗实线)所示。新模型的表达式如式(2)所示,

$$\begin{cases} T_1 = a_1 + b_1 \omega & \omega > \omega_1 \\ T_2 = a_2 + b_2 \omega & \omega \leq \omega_1 \end{cases} \quad (2)$$

T_1 段为黏性摩擦段,其斜率为黏性摩擦系数 σ ,且其延长线与 T_f 轴交点值为 T_c 。 T_2 段与 T_f 轴交点值为 T_s 。可得

$$\begin{cases} a_1 = T_c \\ b_1 = \sigma \\ a_2 = T_s \end{cases} \quad (3)$$

T_1 与 T_2 在 ω_1 处相交, T_2 线性段拟合原曲线时共有两点:一点为 $(0, T_s)$,另一点在 T_1 段上,且要使 T_2 段能够较好地拟合原模型,故取 ω_1 为摩擦力矩取最小值时对应的速度值。在 ω_1 处令 $T_1 = T_2$,可得,

$$b_2 = \sigma - \frac{T_s - T_c}{\omega_1} \quad (4)$$

将式(3)和式(4)代入式(2)可得,

$$\begin{cases} T_1 = T_c + \sigma\omega & \omega > \omega_1 \\ T_2 = T_s + \left\{ \sigma - \frac{T_s - T_c}{\omega_1} \right\} \omega & \omega \leq \omega_1 \end{cases}, \quad (5)$$

线性化后的 Stribeck 摩擦模型以两段线性线段代替原非线性模型,便于控制器设计,模型的有效性验证见第 3 节。

3 区间分析理论

3.1 区间分析理论基本思想

区间分析理论于 20 世纪 60 年代提出,其以区间为变量,不断求解并缩小解区间大小,更新最优解近似值,最终求解出所有全局最优解,并以区间形式给出^[7]。

目前常见的参数辨识方法多属于局部搜索方法,例如:最小二乘法^[9]是在梯度方向上寻优的局部搜索技术,其给出的最优值可能是局部极值;神经网络是采用梯度下降法进行求解的,容易得到次优解。而区间分析理论可在给定的精度范围内给出满足精度要求的最优解区间,从而可以避免局部最优解。区间分析理论包括定界、分支、终止、删除和分裂 5 种操作。

区间分析理论的基本思想如下^[10],假设一系统可用如下模型描述:

$$y_{mi} = f(x, P) + e_i \quad i = 1, \dots, n, \quad (6)$$

定义 x 为输入值, P 为模型未知参数集, y_{mi} 为模型输出,且 $y_{mi} \in Y_M$, y 为实际观测值, e_i 为模型输出与观测值间的误差,且 $e_i \in E[e, \bar{e}]$, E 为误差限。参数辨识问题可在输入值、输出观测值和误差值已知的条件下,求解出使观察值与模型输出值间误差小于等于给定误差的所有可行参数集合。设模型区间函数为 $[f]$, ϵ 为预先给定终止精度, $W(\bar{P})$ 为区间 \bar{P} 的长度,对可能的参数区间 \bar{P} 做如下运算:

- (1) 若 $[f(x, P)] \subseteq Y_M$, 则 $\bar{P} \subseteq P$;
- (2) 若 $[f(x, P)] \cap Y_M = \Phi$, 则 $\bar{P} \cap P = \Phi$;
- (3) 若 $[\omega(\bar{P})] \leq \epsilon$, 则认为 \bar{P} 满足要求;

若以上都不满足,则将 \bar{P} 分为两部分,继续对其子区间进行运算。

3.2 Krawczyk 算法

在区间分析理论中,不同区间算法的区间分裂规则、删除规则和区间选择规则的处理方式不同。其中针对线性系统问题,常用的方法是区间

高斯赛德尔算法和 Krawczyk 算法。但区间高斯赛德尔算法对系统要求高、应用受限,因此本文采用 Krawczyk 算法。Krawczyk 算法是 Krawczyk 在牛顿迭代方法基础上,提出的一种可避免因求逆而影响计算精度的新算法^[10-11]。定义线性区间系统如下:

$$AX = b, \quad (7)$$

其中 A 为系统观测矩阵, b 为输出测量值, X 为未知参数集。 $\varphi(X)$ 为根据式(7)得出的 X 解。区间向量 $X^{(i)}$ 为第 i 次运算得到的解区间向量,则

$$\varphi(X) \subseteq X^{(i)}, \quad (8)$$

$$\tilde{A}^{-1} \tilde{b} = C\tilde{b} + (I - C\tilde{A})\tilde{A}^{-1} \tilde{b} \in C\tilde{b} + (I - CA)X^{(i)}, \quad (9)$$

其中, $\tilde{A} \in A, \tilde{b} \in b, \tilde{A}\tilde{X} = \tilde{b}$ 。由式(8)可得:

$$\varphi(X) \subseteq (C\tilde{b} + (I - CA)X^{(i)}) \cap X^{(i)}, \quad (10)$$

故 Krawczyk 迭代公式为,

$$X^{(i+1)} = (C\tilde{b} + (I - CA)X^{(i)}) \cap X^{(i)}, \quad (11)$$

Krawczyk 算法中初值 $X^{(0)}$ 可选择区间向量 X 的中心值。

4 区间分析参数辨识仿真研究

为了验证新 Stribeck 模型和区间参数辨识方法的有效性,进行了仿真研究。分别采用线性化前后 Stribeck 摩擦模型进行研究,设定仿真条件为 $T_c = 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_s = 0.2 \text{ N} \cdot \text{m}$, $\omega_s = 0.17 \text{ rad/s}$, $\sigma = 0.09 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s/rad}$ 。

4.1 模型验证

首先,根据给定的仿真参数,分别建立出线性化后 Stribeck 模型和原 Stribeck 摩擦模型的仿真模型,对比研究线性化模型与原模型的符合程度。

仿真中摩擦力矩取最小值时速度是 0.272 rad/s 。仿真结果如图 4 所示,由图 4 可知,第一

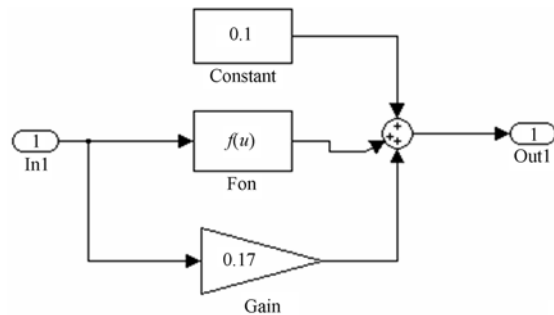


图 2 原 Stribeck 模型仿真模型

Fig. 2 Simulation model of original Stribeck model

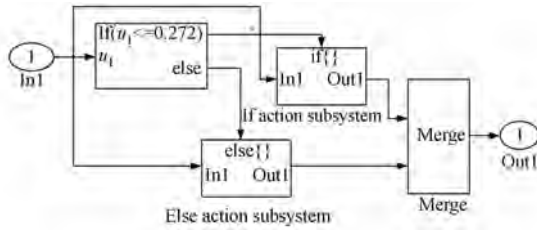


图 3 新 Stribeck 模型仿真模型

Fig. 3 Simulation model of new Stribeck model

段曲线中线性化模型的摩擦力矩值小于原模型的摩擦力矩值,二者最大差值为 $0.0077 \text{ N} \cdot \text{m}$,误差较小;第二段曲线中线性化模型与原模型符合的较好。仿真结果表明,线性化的 Stribeck 模型能够很好地反映原模型。

4.2 辨识方法验证

以 $r(t) = 2.5\sin(0.1\pi t)$ 信号作为速度输入信号,测量系统响应值,分别记录速度值 ω 和摩擦力矩值 T_f 。应用区间分析理论的 Krawczyk 算法,编写区间理论辨识程序,辨识线性化的

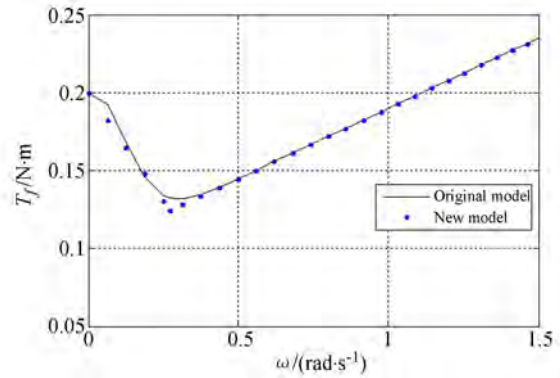


图 4 新型 Stribeck 模型与原模型对比图

Fig. 4 Comparison between new Stribeck model and original one

Stribeck 摩擦模型参数。先辨识线性化后模型的 4 个参数,再根据式 (3) 和式 (4) 解得原模型的 4 个参数,辨识结果见表 1。辨识结果表明,辨识出的参数区间与仿真设定参数一致,区间辨识方法精度较高,可以采用。

表 1 区间辨识结果表

Tab. 1 Identification results of Stribeck model with IAT

参数名	T_s	T_c	ω_s	σ
辨识结果	[0.199999999999999, 0.200000000000001]	[0.099999999999999, 0.100000000000001]	[0.170000027199958, 0.170000027200009]	[0.089999999999999, 0.090000000000001]

5 摩擦补偿实验研究

为实际验证区间理论辨识参数和线性化 Stribeck 模型的补偿效果,本文设计了摩擦实验,采用线性化后的模型,应用区间辨识方法辨识摩擦模型参数,研究摩擦补偿效果。

5.1 摩擦实验

以搭建的伺服系统摩擦实验平台为研究对象,首先,设计 PID 速度环控制器,控制电机以一定速度匀速运动。此时可认为摩擦力矩等于电机驱动力矩,即 $T_f = Ki$, K 为电机力矩系数, i 为电机电流^[12]。实验中取不同速度值,分别测量平台速度 ω 和电机电流 i ,为减小误差,在滤除噪声后分别取速度和电流的平均值。然后,采用区间理论辨识模型参数。实验平台由永磁式直流力矩电机驱动,电机参数见表 2,整个平台转动惯量为 $9.7 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$,角速度由某动力调谐陀螺测定,

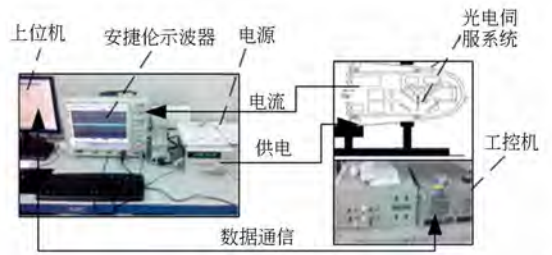


图 5 实验装置图

Fig. 5 Experiment setup

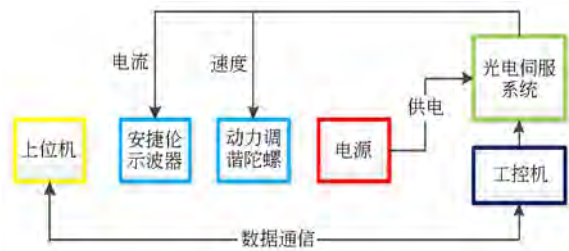


图 6 实验装置结构图

Fig. 6 Experimental structure diagram

陀螺参数见表 3,电流由安捷伦 MS09104A 示波器测量。测量数据中最小摩擦力矩对应速度值为

表 2 电机技术指标

Tab. 2 Specifications of motor

性能名称	技术指标	性能名称	技术指标
峰值堵转电压	27 V	连续堵转电压	13 V
峰值堵转力矩	$\geq 0.1 \text{ N} \cdot \text{m}$	连续堵转力矩	$\geq 0.045 \text{ N} \cdot \text{m}$
峰值堵转电流	0.95 A	连续堵转电流	0.43 A

表 3 陀螺技术指标

Tab. 3 Specifications of gyro

性能名称	技术指标	性能名称	技术指标
启动时间	$\leq 6 \text{ s}$	标度因数	$(100 \pm 5) \text{ mV}/(^{\circ})/\text{s}$
直流零位电压	10 mV	线性度	$\leq 0.2\% (\text{F} \cdot \text{S})$
测量范围	$\pm 100(^{\circ})/\text{s}$	固有频率	$> 55 \text{ Hz}$

0.056 rad/s,故 ω_1 取 0.056 rad/s。辨识结果如表 4 所示。

表 4 实验辨识结果

Tab. 4 Identification results of experiment

参数名	a_1	b_1	a_2	b_2
辨识结果	$[0.00317896948503$ $0.00318000959003]$	$[0.00025789397323$ $0.00025800043528]$	$[0.00441092025584$ $0.00443482936332]$	$[-0.02197322971764$ $-0.02086771106121]$

5.2 摩擦补偿

根据辨识得到的摩擦模型的参数值区间,每个参数取区间的中间值,则可得参数值,如表 5 所示。

表 5 新模型参数值

Tab. 5 Parameters of new Stribeck model

参数名	a_1	b_1	a_2	b_2
参数值	0.003 179 5	0.000 257 9	0.004 422 9	-0.021 420 5

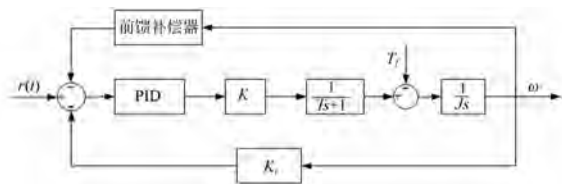


图 7 摩擦前馈补偿框图

Fig. 7 Feedforward compensation scheme for friction system

采用前馈补偿策略,设计 PID 摩擦补偿器,如图 7 所示。其中, K 为电机力矩系数,等于 $0.034 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}$, T 为电机机电时间常数,等于 $0.000 14 \text{ s}$, J 为平台总转动惯量,等于 $9.7 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, K_f 为陀螺反馈系数,等于 $5.729 6 \text{ V}/(\text{rad}/\text{s})$,PID 前馈补偿器如式(12)所示。输入 $0.174 5 \text{ rad}/\text{s}$ 的阶跃速度信号,摩擦补偿前后系统的响应对比曲线如图 8 所示。摩擦补偿前后的误差对比曲线如图 9 所示,可见补偿前稳态均方差为 $0.020 8$,补偿后

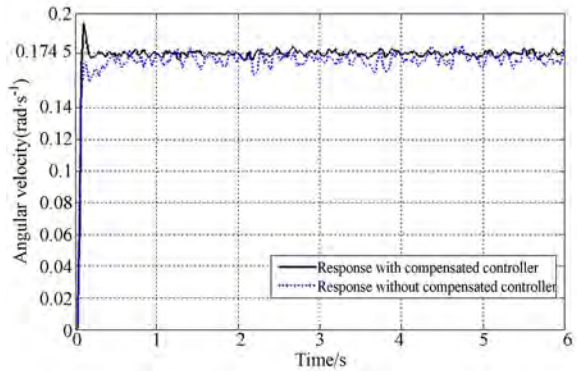


图 8 阶跃输入时的速度补偿结果对比图

Fig. 8 Angular velocity contrast between compensated and uncompensated systems with step input

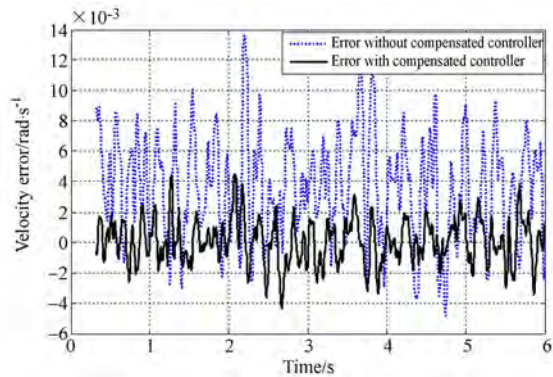


图 9 阶跃输入时的补偿前后误差对比图

Fig. 9 Error contrast between compensated and uncompensated systems with step input

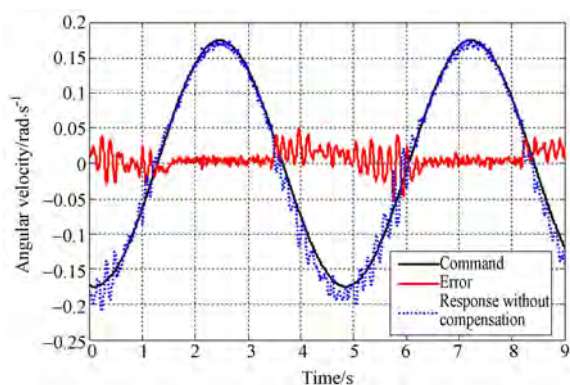


图 10 正弦输入的输入指令与未采用前馈补偿器时误差对比图

Fig. 10 Error contrast between command and un-compensated system with sinusoidal input

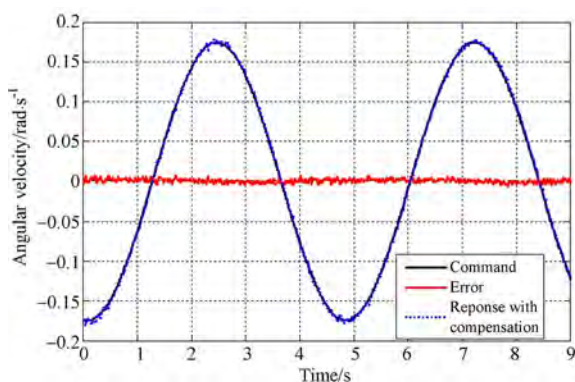


图 11 正弦输入的输入指令与采用前馈补偿器后的误差对比图

Fig. 11 Error contrast between the command and compensated system with sinusoidal input

参考文献:

- [1] 孔祥臻,王勇,蒋守勇.基于 Stribeck 模型的摩擦颤振补偿[J].机械工程学报,2010,46(5):68-73.
KONG X ZH, WANG Y, JIANG SH Y. Friction chatter-compensation based on Stribeck model[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(5):68-73. (in Chinese)
- [2] 孙高,朱明超,贾宏光,等.摩擦自适应补偿在导引头稳定平台控制系统中的应用[J].红外与激光工程,2013,42(5):1316-1321.
SUN G, ZHU M CH, JIA H G, et al.. Application of adaptive friction compensation on seeker stabilized platform servo control system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(5):1316-1321. (in Chinese)
- [3] 丁千,翟红梅.机械系统摩擦动力学研究进展[J].

稳态均方差为 0.015 2,精度提高了 26.8%。当输入信号为 $0.1745 \sin(2\pi t)$ 时,输入指令与未采用补偿器和输入指令与采用补偿器的效果对比分别如图 10(彩图见期刊电子版)、图 11(彩图见期刊电子版)所示。可见,采用前馈补偿器的稳态均方差为 0.002 2,不采用前馈补偿器的稳态均方差为 0.013 6,精度提高了 83.63%。

$$G_f = \frac{s(2.7077s+1)}{185.706s+97.74} \quad (12)$$

6 结 论

本文首先对目前工程中常用的 Stribeck 摩擦模型进行了线性化,线性化后的模型与原模型具有较好的一致性,且便于控制器设计、计算量小。然后介绍了区间理论在参数辨识中的应用,并通过仿真实验验证了该方法的有效性。在搭建的摩擦实验平台上进行了实验验证。通过测量不同速度值下的电流值,计算摩擦力矩,应用区间辨识方法得出了实际摩擦模型,并设计了摩擦补偿器。实验结果表明,阶跃输入时,应用摩擦补偿后速度误差均方值减少了 26.8%,正弦输入时,误差减小了 83.63%。这证明了提出方法的有效性。本文方法具有较好的理论和实际应用价值。

力学进展,2013,43(1):112-131.

- DING Q, ZHAI H M. The advance in researches of friction dynamics in mechanical system [J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(1):112-131. (in Chinese)
- [4] 彭瑞,岳继光.区间分析及其在控制理论中的应用[J].控制与决策,2006,21(11):1201-1207.
PENG R, YUE J G. A review on interval analysis and its applications to control problems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(11):1201-1207. (in Chinese)
- [5] 刘柏希,姚昊雄,聂松辉.基于区间分析的 LuGre 摩擦模型参数辨识方法[J].中国机械工程,2013(19):2647-2651.
LIU B X, YAO H X, NIE S H. Parameter identification of LuGre friction model based on interval analysis[J]. *China Mechanical Engineering*, 2013

- (19):2647-2651. (in Chinese)
- [6] JAULIN L, KIEFFER M, DIDRIT O. *Applied Interval Analysis* [M]. London U K: Springer-Verlag, 2001.
- [7] MADI M S, KHAYATI K, BIGRAS P. Parameter estimation for the LuGre friction model using interval analysis and set inversion [C]. *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 2004:428-433.
- [8] LIU D P. Parameter Identification for LuGre Friction model using genetic algorithms[J]. *Proceedings of 2006 International Conference on Machine Learning & Cybernetics*, 2006,3419-3442.
- [9] 秦来安,侯再红,吴毅. 光电跟踪架传递函数辨识方法及应用[J]. *红外与激光工程*, 2012,41(10):2810-2816.
- QIN L A, HOU Z H, WU Y. Transfer function identification method and its application in photoelectrical tracking system [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012,41(10):2810-2816. (in Chinese)
- [10] 侯扬毅. 基于区间分析理论的机电系统参数识别 [D]. 北京:北京交通大学,2008.
- HOU Y Y. *Parameters identification of mechatronic system based on interval analysis theory* [D]. Beijing:Beijing Jiaotong University,2008. (in Chinese)
- [11] HARGREAVES G I. Interval analysis in MATLAB, numerical analysis report No. 416 [R]. *Manchester Centre for Computational Mathematics, Manchester, UK, December 2002.*
- [12] LÖRINC MÁRTON, BÉLA LANTOS. Modeling, identification, and compensation of stick-slip friction [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007,54(1):511-521.

作者简介:



徐思晨(1992—),女,河北任丘人,硕士研究生,主要从事数字化设计与制造方面的研究。E-mail: 544539191@qq.com

通讯作者:



姜振海(1981—),男,吉林长春人,工学博士,讲师,2008年于长春工业大学获得硕士学位,2012年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事数值耦合仿真,计算流体动力学方面的研究。E-mail: jiangzhenhai2008@126.com