

文章编号 1004-924X(2017)10-2620-07

基于摩擦模型的反演滑模控制在大型望远镜上的应用

郭鹏飞*, 邓永停, 王 帅

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要: 根据永磁同步电机驱动的大型望远镜转台对指向精度与低速跟踪精度的要求, 设计了基于摩擦模型的反演滑模控制器。建立了基于摩擦模型与外部扰动的系统模型; 然后, 按照反演设计方法, 设计了离控制输入最远的子系统, 在设计过程中加入滑模控制, 从而减小非线性摩擦因素与外部风载等对指向精度与跟踪精度的影响。通过理论仿真和实验研究验证了该方法的有效性。结果显示: 所设计的反演滑模控制器具有较好的动态响应, 对扰动等不确定性因素具有较强的鲁棒性, 当位置阶跃指令为 $4.6''$ 时, 稳态误差为 $0.04851''$, 比传统的 PI 控制算法减小 21.4% ; 当输入斜率为 $5''/s$ 的位置斜坡指令时, 稳态跟踪误差为 $0.03126''$, 比传统的 PI 控制算法减小 30.1% 。结果表明提出的方法能够提高望远镜控制系统的指向精度和低速跟踪精度。

关键词: 摩擦模型; 反演滑模控制; 永磁同步电机; 大型望远镜

中图分类号: TH743; TP273 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172510.2620

Backstepping sliding mode control of large telescope based on friction model

GUO Peng-fei*, DENG Yong-ting, WANG Shuai

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: guopf_ciomf@sina.com

Abstract: According to the requirement of a large telescope driven by a permanent magnet synchronous motor (PMSM) for pointing precision and following precision, a sliding mode position controller was designed based on a friction model with backstepping approach. Firstly, the system model was established based on LuGre friction model and external disturbance. Then, a subsystem which is the furthest away from the control input was designed by inversion method. In the design process, the sliding mode control law was induced into each step of backstepping approach to attenuate the influence of nonlinearity friction and external disturbance on the pointing precision and following precision of the large telescope. The effectiveness of the proposed method was verified by theoretical simulation and experimental test. The experimental results demonstrate that the system has a good dynamic performance and is insensitive to the uncertainty factors such as disturbance. The stable pointing error is $0.04851''$ when the position command is $4.6''$, which decreases 21.4% than that of the traditional PI

收稿日期: 2017-06-01; 修订日期: 2017-07-15.

基金项目: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所三期创新工程资助项目 (No. 065X32CN60)

controller. The stable following error is $0.031\ 26''$ when the ramp position command $5\ (''/s)$, which decreases 30.1% than that of the traditional PI controller. The proposed controller improves the pointing precision and following precision of large telescopes successfully.

Key words: friction model; backstepping with sliding mode control; Permanent Magnet Synchronous Motor(PMSM); large telescope

1 引言

随着光机电技术的不断发展,为了实现大型望远镜对深空目标的精密跟踪,要求望远镜伺服系统达到角秒级甚至更高的跟踪精度^[1]。如日本 Subaru 望远镜对指向精度的要求是小于 $1''$,跟踪精度为 $0.1''$ ^[2]; GMT 望远镜系统在阶跃指令小于 1° 时,指向精度要小于 $0.3''$,轴系跟踪精度要小于 $0.03''$ ^[3-5]; TMT 三镜系统对指向精度的要求为 $3.5''$,轴系跟踪精度要小于 $0.069''$ ^[6-7]。影响望远镜伺服指向精度与低速跟踪精度的非线性因素主要有轴系摩擦、风载以及编码器量化误差等。在跟踪恒星运动时,大型望远镜在整个跟踪过程中的速度极低,方位轴为 $0\sim\pm 5\ (''/s)$,俯仰轴为 $0\sim\pm 3.5\ (''/s)$ ^[6],在如此低速条件下跟踪目标,轴系摩擦对指向精度与跟踪精度的影响巨大,很可能导致极限环现象。因此,建立摩擦模型并在此基础上设计补偿摩擦扰动的控制方法就显得尤为重要。其中, LuGre 摩擦模型是一个较为完善的模型,该模型十分清晰地描述了轴系摩擦力矩生成的动态过程,与真实的摩擦现象更为接近^[8]。

望远镜伺服控制系统通常采用 PID 控制器,但是该控制器不能有效补偿非线性摩擦、负载扰动等不确定因素,不能满足望远镜系统对指向精度与低速跟踪精度的要求^[9]。因此,需要先进的控制策略用于永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)的控制器设计。反演设计是一种非线性系统设计方法,该方法从理想目标出发,各分系统经过寻优迭代得到可行方案。各个分系统通过构建李雅普诺夫函数来确保整个系统的稳定性,并且易于处理系统中的不确定性和未知参数^[10-11]。文献[12]针对 PMSM 设计了自适应反演速度控制器,很好地克制了建模中不确定性与外部扰动对系统的影响。文献[13]提出了模糊控制与反演控制相结合的控制策略,从而确保跟踪误差能够收敛到一定范围内,并对外部

扰动不敏感。滑模变结构控制由于控制简单、易于实现并且对系统的不确定性因素具有较强的鲁棒性和抗干扰性,成为解决永磁同步电机中速度控制问题的方法之一^[14-15]。文献[16]将滑模控制与自适应控制相结合形成自适应滑模控制,并利用卡尔曼滤波器对外部扰动转矩进行估计,提高了系统的抗扰动能力和转速稳态精度。本文将 LuGre 摩擦模型带入到系统数学模型中,将反演控制与滑模控制结合形成反演滑模控制策略,从而精确补偿摩擦对伺服系统精度的影响。该控制策略较好地解决了外部扰动与不确定因素对控制系统的影响,提高了大型望远镜的指向精度与低速跟踪精度。

2 系统数学模型

2.1 永磁同步电机数学模型

表面式 PMSM 在 d, q 轴坐标系下的数学模型如下:

$$\begin{cases} \dot{i}_d = -\frac{R}{L}i_d + p\omega i_q + \frac{u_d}{L} \\ \dot{i}_q = -\frac{R}{L}i_q - p\omega i_d - k_e\omega + \frac{u_q}{L} \\ \dot{\omega} = \frac{k_t}{J}i_q - \frac{T_f}{J} \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (1)$$

其中: i_d, i_q 分别为 d, q 轴电流; u_d, u_q 分别为 d, q 轴电压; R 为电机电阻; L 为电机电感; p 为电机极对数; θ 为转子机械角位置; ω 为转子机械角速度; J 为负载等效转动惯量; k_e 为反电动势系数; k_t 为电机的力矩常数; T_f 为摩擦力矩。

当 PMSM 采用 $i_d=0$ 的控制策略时,其数学模型进一步简化为:

$$\begin{cases} \dot{i}_q = -\frac{R}{L}i_q - k_e\omega + \frac{u_q}{L} \\ \dot{\omega} = \frac{k_t}{J}i_q - \frac{T_f}{J} \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \quad (2)$$

2.2 摩擦模型

摩擦力矩 T_f 采用 LuGre 模型, 表示为:

$$T_f = [T_c + (T_s - T_c) e^{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^\delta}] \operatorname{sgn}(\omega) + \sigma_2 \omega, \quad (3)$$

其中: T_c 为库伦摩擦力矩; T_s 为静摩擦力矩; ω_s 为 Stribeck 速度; δ 为实验决定的经验系数; σ_2 为黏滞系数。

2.3 系统模型

将式(3)带入到式(2)中, 可得:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{k_t}{J} i_q - \frac{[T_c + (T_s - T_c) e^{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^\delta}] \operatorname{sgn}(\omega) - \sigma_2 \omega}{J} \\ \dot{i}_q = -\frac{R}{L} i_q - k_e \omega + \frac{u_q}{L} \end{cases} \quad (4)$$

取状态变量 $[x] = [\theta, \omega, i_q]^T$, 控制量 $u = u_q$, 并考虑扰动因素, 那么式(4)可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{k_t}{J} x_3 - f(x_2) \operatorname{sgn}(x_2) - \frac{\sigma_2}{J} x_2 + \frac{f}{J}, \\ \dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 - k_e x_2 + \frac{u}{L} \end{cases} \quad (5)$$

其中: $f(x_2) = \frac{[T_c + (T_s - T_c) e^{-\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^\delta}] \operatorname{sgn}(\omega)}{J}$; f 为电机输出力矩波动、测量噪声以及外部扰动等因素导致的扰动力矩并满足 $|f| \leq p$, p 为正有界常数。

3 反演滑模控制器设计

根据反演设计方法, 首先对从离控制输入量最远的子系统进行设计。定义跟踪误差变量为:

$$z_1 = x_1 - x_{1d}, \quad (6)$$

其中 x_{1d} 为 x_1 的期望值。

对式(6)求导可得:

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d}. \quad (7)$$

为了保证跟踪精度, 设计含有积分的滑模面:

$$s_1 = z_1 + k_1 \int z_1 dt. \quad (8)$$

对式(8)求导可得:

$$\dot{s}_1 = \dot{z}_1 + k_1 z_1 = x_2 - \dot{x}_{1d} + k_1 z_1, \quad (9)$$

式中 k_1 为正常数。将 x_2 作为上述子系统的虚拟控制信号, 设计控制律为:

$$x_{2d} = -k_1 z_1 + \dot{x}_{1d} - \epsilon_1 \operatorname{sgn}(s_1), \quad (10)$$

式中 ϵ_1 为正常数。定义如下李雅普诺夫函数:

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^2. \quad (11)$$

对式(11)求导, 并将式(7)和式(10)带入可得:

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 = -\epsilon_1 |s_1| \leq 0. \quad (12)$$

定义误差变量:

$$z_2 = x_2 - x_{2d}, \quad (13)$$

对式(13)求导, 并将式(5)带入可得:

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = \frac{k_t}{J} x_3 - f(x_2) \operatorname{sgn}(x_2) - \frac{\sigma_2}{J} x_2 + \frac{f}{J} - \dot{x}_{2d}. \quad (14)$$

选择如下控制律:

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 - \epsilon_2 \operatorname{sgn}(z_2), \quad (15)$$

式中 k_2 为正常数。将 x_3 作为以上子系统的虚拟控制信号, 设计控制律为:

$$x_{3d} = \frac{J}{k_t} \left[f(x_2) \operatorname{sgn}(x_2) + \frac{\delta_2}{J} x_2 - \frac{f}{J} + \dot{x}_{2d} \right] - \frac{J}{k_t} (k_2 z_2 + \epsilon_2 \operatorname{sgn}(z_2)). \quad (16)$$

通常情况下 f 是未知的, 令 \hat{f} 为 f 的估计值, 那么式(16)改写为:

$$x_{3d} = \frac{J}{k_t} \left[f(x_2) \operatorname{sgn}(x_2) + \frac{\delta_2}{J} x_2 - \frac{\hat{f}}{J} + \dot{x}_{2d} \right] - \frac{J}{k_t} (k_2 z_2 + \epsilon_2 \operatorname{sgn}(z_2)). \quad (17)$$

设计 \hat{f} 的自适应律为:

$$\dot{\hat{f}} = \lambda_1 z_2, \quad (18)$$

式中 λ_1 为大于零的常数。

定义参数估计误差 $\tilde{f} = \hat{f} - f$, 并取李雅普诺夫函数 $V_2 = \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2J\lambda_1} \tilde{f}^2$, 那么对 V_2 求导有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = z_2 \dot{z}_2 + \frac{1}{J\lambda_1} \tilde{f} \dot{\tilde{f}} = \\ z_2 \left[-\frac{\hat{f} - f}{J} - k_2 z_2 - \epsilon_2 \operatorname{sgn}(z_2) \right] + \frac{\tilde{f} z_2}{J} = \\ -k_2 z_2^2 - \epsilon_2 |z_2| \leq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

定义误差变量:

$$z_3 = x_3 - x_{3d}. \quad (20)$$

设计含有积分的滑模面:

$$s_3 = z_3 + k_3 \int z_3 dt. \quad (21)$$

对式(21)求导可得:

$$\dot{s}_3 = \dot{z}_3 + k_3 z_3 = -\frac{R}{L} x_3 - k_e x_2 + \frac{u}{L} - \dot{x}_{3d} + k_3 z_3, \quad (22)$$

式中 k_3 为正常数。设计控制律为:

$$u = R x_3 + L k_e x_2 + L \dot{x}_{3d} - L k_3 z_3 - L \epsilon_3 s_2. \quad (23)$$

定义李雅普诺夫函数 $V_3 = \frac{1}{2} s_3^2$, 那么对 V_3

求导有:

$$\dot{V}_3 = s_3 \dot{s}_3 = -\epsilon_3 L s_3^2 \leq 0. \quad (24)$$

至此完成控制律设计与稳定性分析,系统控制框图如图 1 所示。

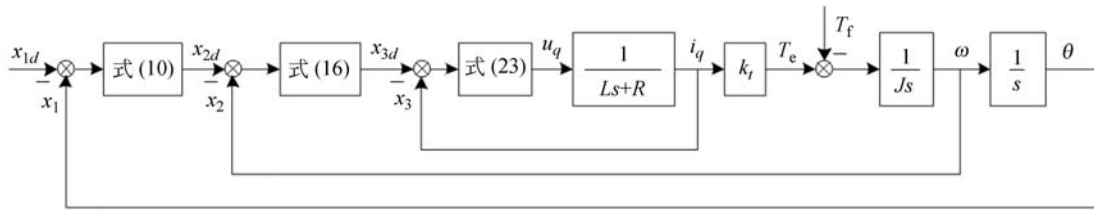


图 1 反演滑模控制系统控制框图

Fig. 1 Block diagram of backstepping sliding mode control system

4 仿真分析

为验证本文所设计控制算法的有效性,在 Matlab/Simulink 环境下进行数值仿真与分析。交流 PMSM 参数如下: $K_t = 33 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{A}$, $J = 12.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $K_e = 26.99 \text{ V}/(\text{rad}/\text{s})$, $R = 22.52 \Omega$, $L = 0.1242 \text{ H}$ 。摩擦力矩模型参数为: $T_c = 3 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_s = 4.5 \text{ N} \cdot \text{m}$, $\omega_k = 0.0003 \text{ rad}/\text{s}$, $\delta = 0.5$, $\sigma_2 = 20 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{r}/\text{rad}$ 。为了更好地说明滑模反演算法的控制效果,对基于 PI 控制算法、反演滑模位置控制器的性能进行对比仿真。PI 控制器参数如下: $K_{vp} = 50$, $K_{vi} = 4$, $K_{pp} = 30$, $K_{pi} = 6$ 。滑模反演控制器参数如下: $K_1 = 30$, $\epsilon_1 = 4$, $K_2 = 30$, $\epsilon_2 = 4$, $K_3 = 50$, $\lambda_1 = 3$ 。

位置阶跃指令为 $4.6''$ 时,反演滑模控制器和 PI 控制器的响应如图 2 所示,反演滑模控制器相比 PI 控制器具有更小的超调量和更快的调节时间。当电机接收到位置阶跃指令后,在 0.2 s 时刻突然加入 $5 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的外部扰动,然后在 0.4 s 时刻去除负载,此时反演滑模控制器和 PI 控制器的位置响应曲线如图 3 所示。相同的外部扰动,PI 控制器产生了较大的位置波动,最大波动值为 $0.095''$;反演滑模控制器的最大位置波动仅为 $0.004''$ 。以上仿真结果表明:反演滑模位置控制器可以快速达到给定位置,并且对外部扰动等具有较强的鲁棒性。

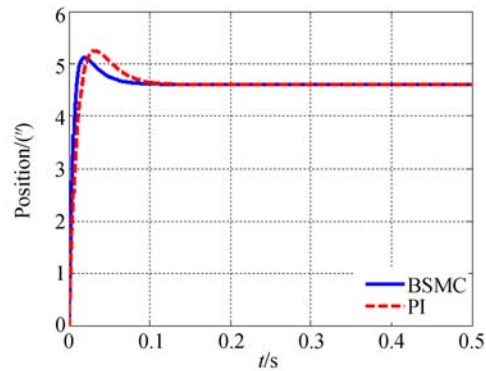


图 2 $4.6''$ 位置阶跃响应曲线

Fig. 2 Position step response curves at $4.6''$

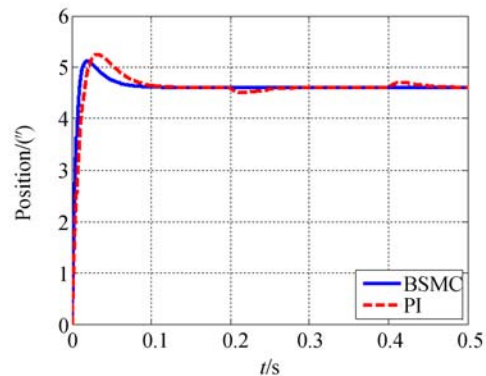


图 3 具有扰动的位置阶跃响应曲线

Fig. 3 Position step response curves with disturbance

5 实验研究

为了验证所设计控制器的有效性,搭建了如图 4 所示的实验系统平台。伺服控制器采用 TMS320F28335 DSP,位置传感器采用 REN-

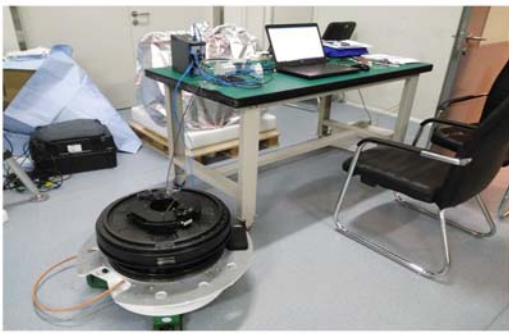
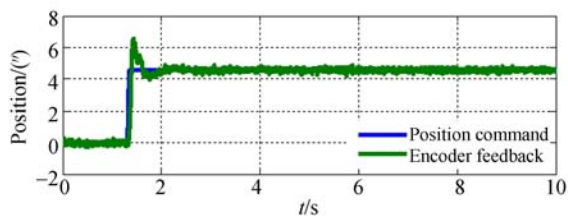
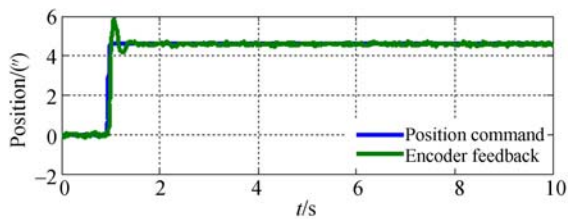
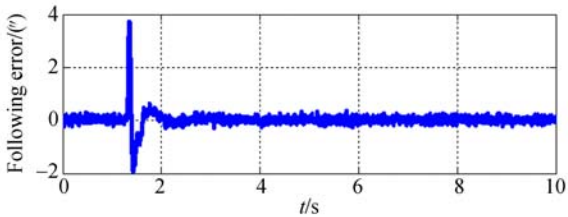


图 4 反演滑模控制器测试实验平台

Fig. 4 Experimental platform of sliding mode controller test



(a)PI 控制器
(a)PI controller



(b)反演滑模控制器
(b)BSMC

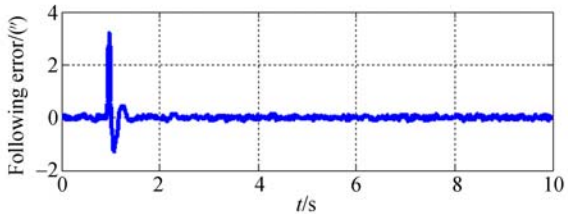
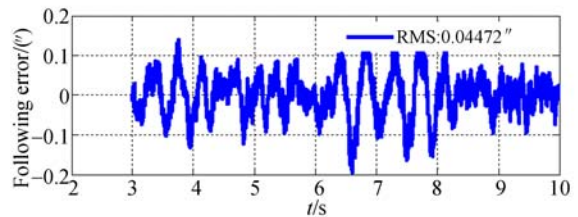
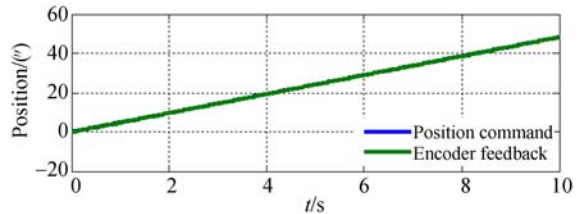


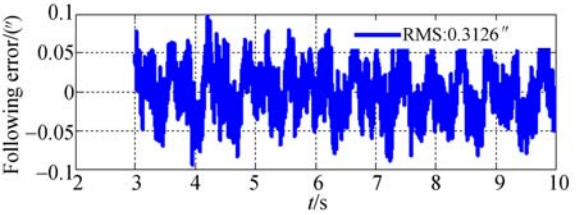
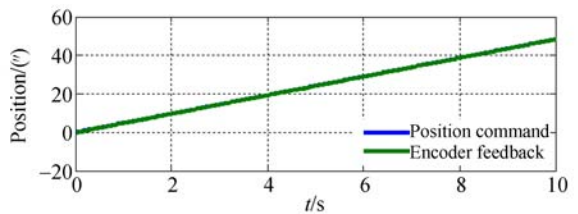
图 5 输入位置指令为 4.6'' 时不同控制器的位置阶跃曲线与误差曲线

Fig. 5 Position step response and following errors under different controllers with input position command of 4.6''

ISHAW 公司 32 位圆光栅绝对式编码器,电机采用 IDAM 公司的 RI17-3P-168×125-WL 力矩电机。PI 控制器参数如下: $K_{vp}=40, K_{vi}=3, K_{pp}=28, K_{pi}=5$ 。滑模反演控制器参数如下: $K_1=28, \epsilon_1=4, K_2=30, \epsilon_2=3, K_3=45, \lambda_1=3$ 。



(a)PI 控制器
(a)PI controller



(b)反演滑模控制器
(b)BSMC

图 6 斜率为 5 (度)/s 时,不同控制器时的位置跟踪曲线与误差曲线

Fig. 6 Position ramp response and following errors under different controllers with reference speed of 5 (度)/s

输入位置阶跃控制指令为 4.6'', 指向精度的实验结果如图 5 所示。图 5(a)为采用 PI 位置控制器的位置阶跃曲线与误差曲线,位置调节时间

为 0.7 s,位置稳态误差 RMS 为 0.061 72"。图 5(b)为采用反演滑模位置控制器的位置阶跃曲线与误差曲线,位置调节时间为 0.4 s,位置稳态误差 RMS 为 0.048 51"。

输入位置斜坡控制指令,斜率为 5 (")/s,跟踪精度实验结果如图 6 所示。图 6(a)为采用 PI 位置控制器的稳态位置跟踪曲线与稳态误差曲线,位置稳态误差 RMS 为 0.044 72"。图 6(b)为采用反演滑模位置控制器的稳态位置跟踪曲线与稳态误差曲线,位置稳态误差 RMS 为 0.031 26"。

通过实验结果可以看出,与传统 PI 控制器相比,本文所设计的反演滑模控制器能够较快地响应位置指令,通过补偿非线性摩擦能够有效降低摩擦力矩对伺服系统位置稳态误差的影响,提高了望远镜的指向精度与低速跟踪精度。

参考文献:

- [1] 胡伟,王莉,张振超,等. 基于 DSP 的大口径天文望远镜伺服控制的设计与实现[J]. 微电机, 2010, 43(8): 38-40.
HU W, WANG L, ZHANG ZH CH, *et al.*. Design and implementation of servo control system of the large aperture telescope based on DSP[J]. *Micromotors*, 2010, 43(8): 38-40. (in Chinese)
- [2] KANZAWA T, TOMONO D, USUDA T, *et al.*. Improvement of the pointing accuracy of the Subaru telescope by suppressing vibrations [J]. *SPIE*, 2006, 6267: 62673J.
- [3] LEWIS H. Telescope control systems III[J]. *SPIE*, 1998, 3351: 1-360.
- [4] FILGUEIRA J M, BEC M, SOTO J, *et al.*. GMT software and controls overview[J]. *SPIE*, 2012, 8451:845111.
- [5] JOHNS M. The Giant Magellan telescope (GMT) [J]. *SPIE*, 2008, 6986: 698603.
- [6] 张敏. TMT 三镜交流伺服系统的低速研究[D]. 长春:长春光学精密机械与物理研究所, 2016.
ZHANG M. *Research on AC Servo System of Low Speed for the TMT Tertiary Mirror System*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sci-

6 结 论

本文根据大型望远镜对指向精度与跟踪精度的要求,设计了基于摩擦模型的反演滑模位置控制。该反演滑模控制器具有良好的动态性能,能够有效地抑制外部扰动等扰动因素对系统的影响。仿真结果表明:当位置指令为 4.6"时,加入 5 N·m 的外部扰动,最大位置波动为 0.004"。实验结果显示:当位置指令为 4.6"时,系统可以较快地响应控制指令,位置稳态误差 RMS 为 0.048 51";当输入斜率为 5 (")/s 的位置斜坡时,稳态跟踪误差 RMS 为 0.031 26"。由此证明了本文设计的反演滑模控制器的有效性与鲁棒性,能够提高望远镜控制系统的指向精度和低速跟踪精度。

ences, 2016. (in Chinese)

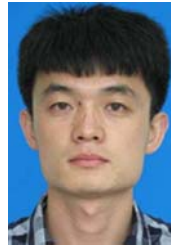
- [7] THOMPSON P M, MACMYNOWSKI D G, SIROTA M J. Analysis of the TMT mount control system[J]. *SPIE*, 2008, 7012: 70121P.
- [8] DE WIT C C, OLSSON H, ASTROM K J, *et al.*. A new model for control of systems with friction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(3): 419-425.
- [9] ZARCHI H A, MARKADEH G R A, SOLTANI J. Direct torque and flux regulation of synchronous reluctance motor drives based on input-output feedback linearization[J]. *Energy Conversion and Management*, 2010, 51(1): 71-80.
- [10] REBOUH S, KADDOURI A, ABDESSEMED R, *et al.*. Adaptive backstepping speed control for a permanent magnet synchronous motor[C]. *Proceedings of 2011 International Conference on Management and Service, IEEE*, 2011: 1-4.
- [11] KARABACAK M, ESKIKURT H I. Design, modeling and simulation of a new nonlinear and full adaptive backstepping speed tracking controller for uncertain PMSM[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2012, 36(11): 5199-5213.
- [12] KARABACAK M, ESKIKURT H I. Speed and current regulation of a permanent magnet synchronous motor via nonlinear and adaptive backstepping

- control[J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 53(9-10): 2015-2030.
- [13] YU J P, CHEN B, YU H S, *et al.*. Adaptive fuzzy backstepping position tracking control for permanent magnet synchronous motor[J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2010, 7(4): 1589-1601.
- [14] 邓永停, 李洪文, 王建立, 等. 基于自适应滑模控制的大型望远镜低速控制[J]. *中国光学*, 2016, 9(6): 713-720.
- DENG Y T, LI H W, WANG J L, *et al.*. Large telescope low speed control based on adaptive sliding mode control[J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(6): 713-720. (in Chinese)
- [15] 程龙, 陈娟, 陈茂胜, 等. 光电跟踪系统快速捕获时间最优滑模控制技术[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(1): 148-154.
- CHENG L, CHEN J, CHEN M SH, *et al.*. Fast acquisition of time optimal sliding model control technology for photoelectric tracking system[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(1): 148-154. (in Chinese)
- [16] 邓永停, 李洪文, 王建立, 等. 基于卡尔曼滤波器的交流伺服系统自适应滑模控制[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(8): 2088-2095.
- DENG Y T, LI H W, WANG J L, *et al.*. Adaptive sliding mode control for AC servo system based on Kalman filter[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(8): 2088-2095. (in Chinese)

作者简介:



郭鹏飞(1985—),男,吉林长春人,助理研究员,2009年、2015年于北京理工大学分别获得学士、博士学位,主要从事望远镜精密跟踪控制与电子学设计。
E-mail: guopf_ciomp@sina.com



邓永停(1987—),男,山东潍坊人,助理研究员,2010年于中国石油大学(华东)获得学士学位,主要从事望远镜精密跟踪控制技术的研究及电子学设计。
E-mail: dyt0612@163.com