

文章编号 1004-924X(2017)10-2645-16

基于鲁棒迭代学习控制的永磁同步电机转矩脉动抑制

刘 京^{1,2}, 李洪文¹, 邓永停^{1*}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100039)

摘要: 为了提高永磁同步电机转速伺服系统的性能, 抑制转矩脉动对控制系统的影响, 提出了滑模控制与迭代学习控制相结合的鲁棒迭代学习控制方法(RILC)。设计了迭代学习控制器抑制周期性转矩脉动, 提出了滑模控制器提高系统的抗扰动性能, 保证系统强鲁棒性及响应快速性。实验结果显示, 电机以 900 r/min 的速度运行时, 采用鲁棒迭代学习控制可将速度脉动 6 次谐波幅值由 0.89 降低到 0.56; 加入 0.5 N·m 的负载扰动后, 转速波动最大值为 22 r/min, 比 PI-迭代学习控制法得到的值减小了 1.8%。电机以 60 r/min 运行时, 采用鲁棒迭代学习控制可将速度脉动 6 次谐波幅值由 4.87 降低到 0.45; 加入 0.5 N·m 的负载扰动的, 转速波动最大值为 24 r/min, 比 PI-迭代学习控制法得到的值减小了 23%。得到的结果表明, 鲁棒迭代学习控制方法可有效抑制转矩脉动, 同时可提高永磁同步电机转速伺服系统的鲁棒性和动态响应性能。

关键词: 永磁同步电机; 迭代学习控制; 滑模控制; 转矩脉动抑制; 转速控制

中图分类号: TM351; TP273 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172510.2645

Torque ripple minimization of PMSM based on robust iterative learning control

LIU Jing^{1,2}, LI Hong-wen¹, DENG Yong-ting^{1*}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

* Corresponding author, E-mail: Dyt0612@163.com

Abstract: A Robust Iterative Learning Control (RILC) method by combining sliding mode control with Iterative Learning Control (ILC) was proposed to suppress the effect of torque ripples on control system and to improve the performance of speed servo system in a Permanent Magnet synchronous Motor(PMSM). An iterative learning controller was designed to reduce the periodic torque ripples and a sliding mode controller was used to guarantee the fast response and strong robustness to further enhance the anti-disturbance ability of the system. Verification experiments were carried out, and the results demonstrate that when the motor is operating at a speed of 900 r/min, the robust ILC reduces the 6th harmonics amplitude from 0.89 to 0.56. When a sudden load 0.5 N·m is added to the sys-

收稿日期: 2016-11-17; 修订日期: 2017-01-10.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(No. 11603024)

tem, the robust ILC gives a maximum speed fluctuation of 22 r/min. Compared with PI-ILC, the speed fluctuation is reduced by 1.4%. When the motor is operating at a speed of 60 r/min, the robust ILC reduces the 6th harmonics amplitude from 4.87 to 0.45. When a sudden load 0.5 N·m is added to the system, the robust ILC gives a maximum speed fluctuation of 24 r/min. Compared with that of a PI-ILC, the speed fluctuation is reduced by 23%. The experimental results indicate that the proposed robust ILC method improves the dynamic and robust performance of the speed servo system and suppresses the periodic torque ripples effectively.

Key words: Permanent Magnet Synchronous Motor(PMSM); Iterative Learning Control(ILC); sliding mode control; torque ripple suppression; speed control

1 引言

近年来,永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)因具有转动惯量比高、功率密度高、可靠性高、调速范围宽等优点^[1]而在机器人、高精度数控机床、光电转台、航空航天等不同的领域得到了广泛应用。然而,由齿槽转矩、磁通谐波以及电流检测误差等因素引起的转矩脉动,影响了永磁同步电机在高精度控制场合的应用^[2-3],而且转矩脉动进一步引起的转速脉动,还会导致电机运行过程中负载侧产生机械振动和噪声^[4],从而降低永磁同步电机的转速跟踪性能。

通常抑制转矩脉动的方法可分为两类。第一类方法关注于改进电机本体设计,例如采用斜槽或斜极、改善定子绕组分布、改进定子和转子磁路等^[5]。这类方法可有效减小转矩脉动,但是无法应用于现已有的电机,因为这样做不但增加了电机的加工复杂度,也提高了控制成本。第二类方法关注于控制方法的设计和改进。控制器是伺服系统必不可少的一部分,因此这类方法无需额外增加其他硬件单元,可同时应用于不同电机驱动的伺服系统中。目前,第二类方法被广泛应用于电机控制系统进行转矩脉动抑制。

研究学者早期提出的转矩脉动抑制方法主要是预先存储设定电流值,采用查找表的方法在转子特定位置进行补偿,以此来减小转矩脉动^[6-8]。但是使用这种开环补偿的控制方法必须预先确定转矩脉动和电流值之间的关系,并且当参数出现

很小的错误或发生波动时都会导致严重的转矩脉动,从而降低系统的控制性能。为了解决上述问题,有学者随之提出闭环控制方法^[9-19],即在速度环或电流环(转矩环)上设计闭环控制器。闭环控制器设计在转矩环内时,最常应用的方法就是基于电学系统的模型和参数,设计观测器对脉动转矩进行在线估计,并作补偿。文献^[20-22]提出了很多实时估计转矩的方法,但是这些观测器只能对由电学部分产生的脉动转矩进行估计,那些由机械部分产生的脉动转矩(例如齿槽转矩及负载抖动等)是无法观测的,因此也无法受到抑制。虽然应用扭矩传感器可以解决上述问题,但是会极大提高控制系统的成本。

鉴于从电机转子速度可完全观测出转矩脉动情况,将闭环控制器设计在速度环可间接实现转矩脉动的抑制,且可实现所有脉动转矩(包括由电学和机械部分产生的脉动转矩)的抑制。另外,迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)对于在一定时间内周期性重复执行某一动作的控制系统具有良好的控制性能^[13]。脉动转矩的周期性特征,可视为系统周期性的扰动,ILC控制方法非常适合对转矩脉动进行抑制^[10,13,23-27]。在PI速度控制器的基础上并联一个ILC控制器(PI-ILC)对给定电流进行补偿,是常见有效的转矩脉动抑制方法。但是该方法对于非周期性系统的扰动非常敏感,当存在系统参数扰动以及外部负载扰动时,鲁棒性较差。

基于上述问题,本文设计了滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)和迭代学习控制相结合的鲁棒迭代学习控制方法(Robust Iterative Learn-

ing Control, RILC)。滑模控制是一种非线性控制方法,以其快速响应,强鲁棒性,对系统模型精度要求不高且物理实现简单等优点得到了广泛应用^[28]。设计迭代学习控制器,可对系统未知周期性函数进行估计,抑制系统周期性转矩脉动。本文针对参数摄动和外部负载扰动等非周期性系统扰动设计滑模控制器,以增强系统的抗扰动性能,在保证系统的稳定性的同时提高了系统的动态响应性能。

2 永磁同步电机数学模型

首先建立了理想 PMSM 数学模型,做假设如下:(1)忽略电机定子铁心饱和,认为磁路是线性的,电感参数不变;(2)不计铁心涡流和磁滞损耗;(3)转子永磁材料的电导率为零;(4)转子上没有阻尼绕组;(5)电机定子中的电流为三相对称正弦波形。基于上述假设,PMSM 在 d - q 轴坐标系下的电压方程为:

$$\begin{cases} u_d = Ri_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_e \lambda_q \\ u_q = Ri_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_e \lambda_d \end{cases}, \quad (1)$$

其中: $\lambda_d = L_d i_d + \psi_d$, $\lambda_q = L_q i_q + \psi_q$ 分别为 d - q 轴总磁链; ψ_d, ψ_q ($\psi_q = 0$) 分别为 d - q 轴永磁体磁链; ω_e 为电角速度; u_d, u_q 分别为 d - q 轴定子电压; i_d, i_q 分别为 d - q 轴定子电流; R 为定子电阻; L_d, L_q 分别为 d - q 轴电感,对于表面式永磁同步电机 $L_d = L_q = L_s$ 。

PMSM 运动方程为:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_L - B\omega_m, \quad (2)$$

其中: ω_m 为机械角速度; J 为转动惯量; T_m 为电磁转矩; T_L 为负载转矩; B 为摩擦系数。

PMSM 电磁转矩方程为:

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{3}{2} p(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) = \frac{3}{2} p(\psi_d i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \\ &= \frac{3}{2} p\psi_d i_q = K_t i_q, \end{aligned} \quad (3)$$

其中: K_t 为转矩常数; p 为磁极对数。

3 转矩脉动分析

3.1 影响因素分析

永磁同步电机转矩脉动是影响其高精度控制性能的主要因素,对转矩脉动的影响因素进行分析,是抑制转矩脉动的基础。引起 PMSM 转矩脉动的主要因素有齿槽效应,磁通谐波以及电流检测误差等。

齿槽转矩是由于永磁体磁通和定子齿槽之间的相互作用产生的,完全取决于电机的机械结构,与定子是否施加电流无关。目前,对于齿槽转矩还没有比较准确的模型描述。文献^[29]对齿槽转矩进行了分析,表明齿槽转矩呈周期性变化,且变化周期取决于齿槽数,磁极数,以及机械角速度的大小。齿槽转矩同电机转速密切相关,齿槽转矩这类空间谐波在电机高速运行时,在时间轴上的频率会相应提高,幅值则与之相反。高次谐波在运行过程中会被机械滤波削弱掉,因此影响较小。此特性使齿槽转矩成为在电机低速运行时,影响电机控制性能的重要因素,在高速运行时可以忽略不计。

磁通谐波是引起转矩脉动的又一主要因素。由于永磁体磁场或定子绕组的空间分布不能达到理想正弦分布,由逆变器馈入的定子电流含有谐波,导致永磁体磁通含有高次谐波。在 a - b - c 坐标系表现为 3 次、5 次、7 次...谐波(若电机为星形连接,则不含 3 次谐波)。在 d - q 坐标系中相应表现为 6 次、12 次...谐波,表示如下:

$$\psi_d(\theta_e) = \psi_{d0} + \psi_{d6} \cos 6\theta_e + \psi_{d12} \cos 12\theta_e + \dots, \quad (4)$$

其中, $\psi_{d0} = \psi_f$, ψ_f 为转子永磁体磁链; ψ_{dk} 为各次谐波系数; θ_e 为电角度。

结合公式(3)和公式(4),可得

$$\begin{aligned} T_m &= \frac{3}{2} p\psi_d(\theta_e) i_q = T_0 + T_6 \cos 6\theta_e + \\ &T_{12} \cos 12\theta_e + \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 T_0, T_6, T_{12} 分别为直流转矩,6 次和 12 次谐波转矩。 $\theta_e = 4\theta_m$,故谐波转矩可看作是机械角度的函数。

除此之外,在测量过程中,定子电流会因为传感器、运算放大器和温度敏感器件等因素而与真实值之间存在误差。测量过程中的电流直流偏置会导致 1 次谐波转矩,而放大误差则会导致 2 次谐波转矩^[24]。

综上所述,电机转矩脉动具有周期性特性,包含 1 次、2 次、6 次、12 次等谐波转矩。本文设计了鲁棒迭代控制器对上述周期性转矩脉动进行抑制。

3.2 转速波动

电机机械角速度 ω_m 和电磁转矩 T_m 之间的传递函数为:

$$\omega_m(s) = \frac{T_m(s) - T_L(s)}{J_s + B}, \quad (6)$$

其中: $T_m = f(\psi_d, i_q, \omega_m)$ 。

由上式可以看出转速将与转矩在相同的频率处出现脉动,转速脉动一定程度上反映了转矩脉动情况。若要减小转速脉动,必须抑制转矩脉动的根源即转矩脉动。

4 鲁棒迭代学习控制器设计

鲁棒迭代学习控制综合了迭代学习控制和滑模控制的优点。迭代学习控制对基于系统状态的未知函数进行学习,抑制系统周期性转矩脉动;滑模控制对系统模型不确定性和外部负载扰动进行控制,保证系统的强鲁棒性以及响应快速性。这里基于李亚普诺夫稳定性理论对系统稳定性进行分析。

4.1 鲁棒迭代学习控制器设计

为了便于对鲁棒迭代学习控制器的稳定性进行分析,将 PMSM 定义为如下单输入单输出的非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t) + bu(t) - d(t) - B(x, t) \\ y(t) = x(t) \end{cases}, \quad (7)$$

其中: $x(t) = \omega_m$ 为系统状态, $u(t) = i_{ref}$, $y(t) = \omega_m$ 分别为控制输入和系统输出; $f(x, t)$ 为待学习的未知周期性函数; $b(x, t)$ 为已知数值函数; $d(t)$ 代表包括系统参数摄动和外部负载扰动在内的系统

总扰动; $B(x, t)$ 为已知摩擦转矩函数。

进行鲁棒迭代学习控制器的设计,首先做如下假设:

假设 1: 给定速度信号在迭代周期 $[0, T]$ 内,对时间 t 可微分。

假设 2: 系统扰动 $d(t)$ 存在上界值

$$|d(t)| \leq b_d, \forall t \in [0, T]$$

其中, b_d 是一个已知常数。

假设 3: 对任意迭代周期 $[0, T]$, 初始状态相同且满足 $e(0) = \dot{e}(0)$ 。其中 $e(t)$ 为速度跟踪误差 $e(t) = \omega_{ref}(t) - \omega_m(t)$ 。

定义积分型滑模面:

$$S(t) = e(t) + c \int_0^t e(\tau) d\tau, \quad (8)$$

其中 $c > 0$, 为滑模面积分系数。

对 $S(t)$ 求导, 可得:

$$\dot{S}(t) = \dot{e}(t) + ce(t), \quad (9)$$

由公式(7)可得:

$$\dot{S}(t) = ce(t) + \dot{\omega}_{ref}(t) - \dot{\omega}_m(t) = ce(t) + \dot{\omega}_{ref}(t) - (f(x, t) + b(x, t)u(t) - d(t) - B(x, t)), \quad (10)$$

公式(10)为滑模面的 $S(t)$ 的动态方程, 当 $S(t) = 0$ 时, 表示系统状态轨迹到达滑模面。

进行第 k 次迭代的鲁棒迭代学习控制器设计如下:

$$u_k(t) = b^{-1}(x_k, t)(ce_k(t) + \dot{\omega}_{ref}(t) + B(x, t) - \hat{f}(x_k, t) - v_k(t)), \quad (11)$$

其中: k 代表迭代次数; $x_k(t)$ 为进行第 k 次迭代时的系统状态; $\hat{f}(x_k, t)$ 为迭代学习控制器。对基于系统状态的未知周期性函数 $f(x_k, t)$ 进行学习, 设计迭代学习控制律:

$$\hat{f}_k(t) = \hat{f}_{k-1}(t) - q \left\{ \frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) + \beta_2 S_k(t) \right\}, \quad (12)$$

其中: $q > 0, \beta_1 > 0, \beta_2 > 0$ 为常数, $\text{sign}(S_k)$ 为符号函数。

设计滑模控制律 $v_k(t)$:

$$v_k(t) = -k \cdot \lambda(|x_1|) \text{sign}(S_k) - \eta S_k(t), \quad (13)$$

其中: $k > 0, \eta > 0$ 为常数, $\lambda(|x_1|)$ 为可变量。

为了抑制滑模抖振现象,设计可变量:

$$\lambda(|x_1|) = \frac{|x_1|}{|x_1| + \rho}, \quad (14)$$

其中 $x_1 = e, \rho > 0$ 为可变量系数。

由公式(14)可以看出,当系统状态轨迹离滑模切换面比较远时, $|x_1| = |e|$ 比较大,此时 $k \cdot \lambda(|x_1|)$ 约等于原始切换增益 k 。当系统状态轨迹接近或到达滑模面时, $|x_1| = |e|$ 比较小,此时 $k \cdot \lambda(|x_1|)$ 远远小于原始切换增益 k 。可变量 $\lambda(|x_1|)$ 的加入,使得滑模切换增益能够动态适应系统状态和滑模面的变化,可有效抑制滑模抖振现象。

公式(11)~(14)定义了鲁棒迭代学习控制器,结构框图如图 1 所示。

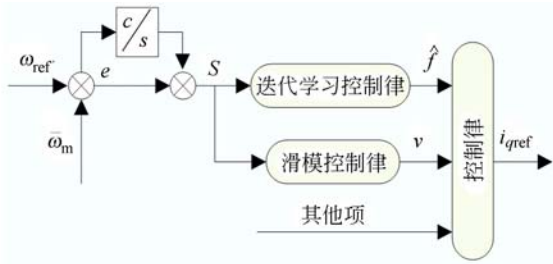


图 1 鲁棒迭代学习控制结构框图

Fig. 1 Structural diagram of RILC controller

结合公式(10)~(12),滑模面的动态方程(10)可简化为:

$$\dot{S}_k(t) = (\hat{f}(x_k, t) - f(x_k, t)) + (v_k(t) + d_k(t)). \quad (15)$$

由上式可以看出,设计滑模控制律 $v(t)$ 主要用于对系统扰动 $d(t)$ 进行控制。如果 $\hat{f}(x_k, t)$ 可以准确学习并估计出 $f(x_k, t)$, $v(t)$ 可以有效消除系统扰动的影响,那么滑模面 $S(t)$ 将收敛于 0。

4.2 稳定性分析

定义在第 k 次迭代时, Lyapunov 能量函数为:

$$V_k(t) = V_k^1(t) + V_k^2(t) + V_k^3(t), \quad (16)$$

式中 $V_k^1(t) = \frac{1}{2} \beta_2 S_k^T(t) S_k(t)$, $V_k^2(t) = \beta_1 |S_k|^{4/3}$,

$V_k^3(t) = \frac{1}{2q} \int_0^t \phi_k^T(\tau) \phi_k(\tau) d\tau$, 其中 $\phi_k(t)$ 定义为迭代学习估计误差 $\phi_k(t) = \hat{f}_k(t) - f_k(t)$ 。

系统的稳定性分析分为两部分,第一部分对相邻迭代次数的 Lyapunov 能量函数差值进行推

导;第二部分对滑模面和输出速度跟踪误差的收敛性进行分析和证明。

对能量函数 $V_k^1(t)$ 进行分析,第 k 次和 $k-1$ 次迭代能量函数的差值为:

$$\Delta V_k^1(t) = \frac{1}{2} \beta_2 S_k^T(t) S_k(t) - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^T(t) S_{k-1}(t) = \frac{1}{2} \beta_2 S_k^2(t) - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t), \quad (17)$$

对 $\frac{1}{2} S_k^2(t)$ 求导,可得

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{1}{2} S_k^2(t) \right] = S_k(t) \dot{S}_k(t), \quad (18)$$

结合式(17)和式(18),可得

$$\Delta V_k^1(t) = \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) \dot{S}_k(\tau) d\tau - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t), \quad (19)$$

结合式(15)可得

$$\begin{aligned} \Delta V_k^1(t) &= \frac{1}{2} \beta_2 S_k^2(t) - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) = \\ &= \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) (\hat{f}(x_k, \tau) - f(x_k, \tau) + \\ &= v_k(\tau) + d_k(\tau)) d\tau - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) = \\ &= \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) \phi_k(\tau) d\tau - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) + \\ &= \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) (-k\lambda(|x_1|) \text{sign}(S_k) - \\ &= \eta S_k(\tau) + d(\tau)) d\tau = \\ &= \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) \phi_k(\tau) d\tau - \eta \beta_2 \int_0^t S_k^2(\tau) d\tau - \\ &= \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) + \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) (d(\tau) - \\ &= k\lambda(|x_1|) \text{sign}(S_k)) d\tau, \quad (20) \end{aligned}$$

当系统突然出现扰动 $d(t)$ 时, $|x_1| = |e|$ 突然增加,此时滑模切换增益 $k \cdot \lambda(|x_1|) \approx k$ 。当系统逐渐接近稳态时, $|x_1| = |e|$ 逐渐减小,此时滑模切换增益 $k \cdot \lambda(|x_1|) \ll k$ 。已知 $|d(t)| \leq b_d$ 有上界,故取 $k > b_d$,可得

$$\Delta V_k^1(t) \leq \beta_2 \int_0^t S_k(\tau) \phi_k(\tau) d\tau - \frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) - \eta \beta_2 \int_0^t S_k^2(\tau) d\tau. \quad (21)$$

对能量函数 $V_k^2(t)$ 进行分析,第 k 次和 $k-1$ 次迭代能量函数的差值为:

$$\Delta V_k^2(t) = \beta_1 |S_k|^{4/3} - \beta_1 |S_{k-1}|^{4/3}, \quad (22)$$

对 $\beta_1 |S_k(t)|^{4/3}$ 进行求导,可得

$$\frac{d}{dt} (\beta_1 |S_k(t)|^{4/3}) = \frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \dot{S}_k(t), \quad (23)$$

结合式(22)和式(23),可得

$$\Delta V_k^2(t) = \frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \dot{S}_k(\tau) d\tau - \beta_1 |S_{k-1}|^{4/3}, \quad (24)$$

由式(15)可得:

$$\begin{aligned} \Delta V_k^2(t) &= \frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \phi_k(\tau) d\tau - \beta_1 |S_{k-1}|^{4/3} - \frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \eta S_k(\tau) d\tau + \frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) (d(\tau) - k\lambda(|x_1|) \text{sign}(S_k)) d\tau, \end{aligned} \quad (25)$$

已知如下经验方程

$$\begin{cases} \text{sign}(S_k) S_k = |S_k| \\ |\text{sign}(S_k)| = 1 \\ \text{sign}(S_k) \text{sign}(S_k) = 1 \end{cases}, \quad (26)$$

则式(25)可简化为:

$$\begin{aligned} \Delta V_k^2(t) &\leq \frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \phi_k(\tau) d\tau - \beta_1 |S_{k-1}|^{4/3} - \frac{4}{3} \eta \beta_1 \int_0^t |S_k|^{4/3} d\tau. \end{aligned} \quad (27)$$

对能量函数 $V_k^3(t)$ 进行分析,第 k 次和 $k-1$ 次迭代能量函数的差值为:

$$\Delta V_k^3(t) = \frac{1}{2q} \int_0^t \phi_k^T(\tau) \phi_k(\tau) d\tau - \frac{1}{2q} \int_0^t \phi_{k-1}^T(\tau) \phi_{k-1}(\tau) d\tau, \quad (28)$$

由经验方程 $(a-b)^T(a-b) - (a-c)^T(a-c) = (c-b)^T(2(a-b) + (b-c))$ 可得:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2q} (\phi_k^T \phi_k - \phi_{k-1}^T \phi_{k-1}) = \\ &\frac{1}{2q} ((\hat{f}_k - f_k)(\hat{f}_k - f_k) - (\hat{f}_{k-1} - f_k)(\hat{f}_{k-1} - f_k)) = \\ &\frac{1}{2q} (\hat{f}_{k-1} - f_k)(2(f_k - \hat{f}_k) + (\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1})) = \\ &\frac{1}{2q} (\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1})(\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1} - 2f_k) = \\ &\frac{1}{q} (\hat{f}_k - f_k)(\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}) - \frac{1}{2q} (\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1})(\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}), \end{aligned} \quad (29)$$

结合式(12)迭代学习控制律,可得:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2q} (\phi_k^T \phi_k - \phi_{k-1}^T \phi_{k-1}) = \\ &\frac{1}{q} \phi_k \left[-q \left(\frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) + \beta_2 S_k \right) \right] - \\ &\frac{1}{2q} \left[-q \left(\frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) + \beta_2 S_k \right) \right]^2, \end{aligned} \quad (30)$$

由式(30),可得:

$$\begin{aligned} \Delta V_k^3(t) &= -\frac{4}{3} \beta_1 \int_0^t |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) \phi_k(\tau) d\tau - \\ &\int_0^t \beta_2 S_k(\tau) \phi_k d\tau - \frac{q}{2} \left[\frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) + \beta_2 S_k \right]^2. \end{aligned} \quad (31)$$

基于以上对相邻迭代次数能量方程差值的推导,进一步对滑模面和速度跟踪误差的收敛性进行分析。

结合式(21)、式(27)和式(31),可得 Lyapunov 能量函数 $V_k(t)$ 在相邻迭代次数的差值:

$$\begin{aligned} \Delta V_k(t) &= \Delta V_k^1(t) + \Delta V_k^2(t) + \Delta V_k^3(t) \leq \\ &-\frac{1}{2} \beta_2 S_{k-1}^2(t) - \eta \beta_2 \int_0^t S_k^2(\tau) d\tau - \\ &\beta_1 |S_{k-1}|^{4/3} - \frac{4}{3} \eta \beta_1 \int_0^t |S_k|^{4/3} d\tau - \\ &\frac{q}{2} \left[\frac{4}{3} \beta_1 |S_k|^{1/3} \text{sign}(S_k) + \beta_2 S_k \right]^2, \end{aligned} \quad (32)$$

对式(32)做进一步简化,可得:

$$\Delta V_k(t) < -\eta \beta_2 \int_0^t S_k^2(\tau) d\tau, \quad (33)$$

基于 Lyapunov 稳定性理论,上式表明 Lyapunov 能量函数 $V_k(t)$ 是收敛的,控制器设计满足滑模面 $S_k(t)$ 的存在性和可达性条件,系统速度跟踪误差可在有限时间内趋近于零。

5 实验结果分析

基于鲁棒迭代学习控制的 PMSM 伺服系统结构框图如图 2 所示。采用矢量控制实现电流解耦,鲁棒迭代学习控制器作为速度控制器产生轴电流给定值,电流环采用传统 PI 控制器。控制系统硬件结构框图如图 3 所示,伺服控制器由高性能的 DSP-TMS320F28335 和 FPGA-EP3C40 F324 组成,微型控制器 DSP 是控制核心;驱动器为三菱公司 IPM(PS21A79)。搭建了如图 4 所示的实验平台进行实验。实验所用 PMSM 为角形连接,参数如表 1 所示。位置编码器为增量式光电编码器,分辨率为 2 500 p/r,经 FPGA 四倍频后实际分辨率为 10 000 p/r。设置速度环采样频率为 1 kHz,电流环采样频率为 15 kHz。

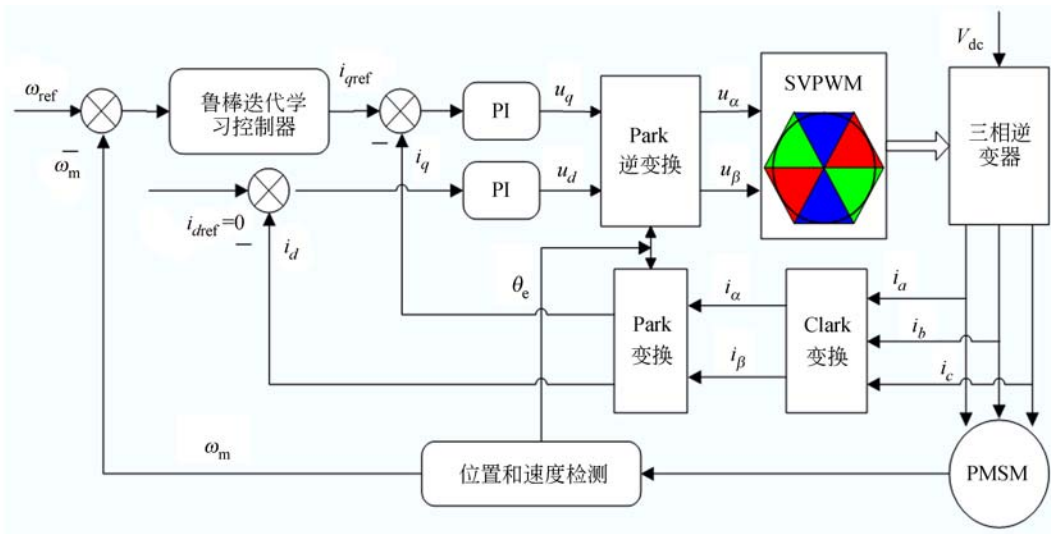


图 2 基于鲁棒迭代学习控制的 PMSM 转速伺服系统结构框图

Fig.2 Structural diagram of PMSM speed servo system based on RILC

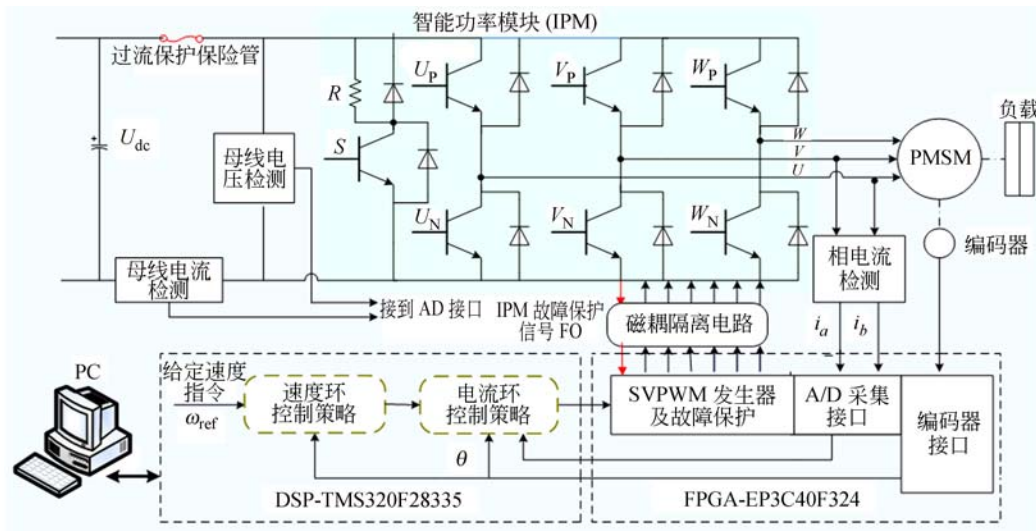


图 3 基于 DSP-FPGA 的 PMSM 转速伺服系统硬件结构框图

Fig.3 Hardware configuration of DSP-FPGA based PMSM speed servo system

表 1 永磁同步电机参数

Tab.1 Parameters of PMSM

参数	数值
定功率 P/W	200
额定转速 $n/(r \cdot \text{min}^{-1})$	3 000
相电感 L/mH	30.08
定子电阻 R/ Ω	15.42
转矩系数 $K_t/(N \cdot m \cdot A^{-1})$	0.41
磁极对数 p	4
转动惯量 $J/(\text{kg} \cdot \text{cm}^2)$	0.138

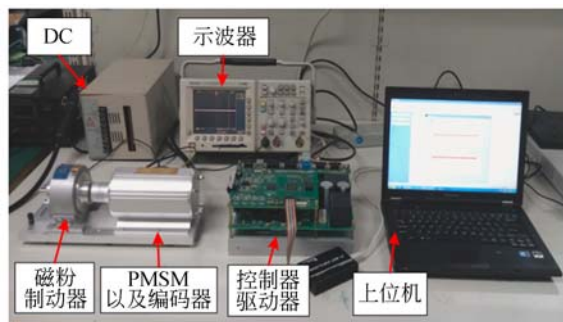


图 4 实验平台实物图

Fig.4 Photograph of experimental platform

5.1 转矩脉动抑制性能分析

为了证明鲁棒迭代学习控制针对转矩脉动抑制的有效性,将 PI,PI-ILC,RILC3 种控制方法的实验结果进行了分析。在电机高速(900 r/min)和低速(60 r/min)运行条件下,对控制方法的有效性均进行了充分验证。为了便于对比,上述 3 种方法的电流环均采用 PI 控制器,且参数相同。速度控制器仅采用 PI 控制时,定义 PMSM 伺服系统无控制策略补偿时的转矩脉动情况。

PI-ILC 的迭代学习控制律选用简单且应用广泛的 P 型:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \xi e_{k+1}(t) \quad (34)$$

PI-ILC 与 RILC 选择相同的迭代次数,ILC 控制器对周期性转矩脉动进行抑制,其迭代控制周期需与转矩脉动周期相同。PI-ILC 控制器的结构框图如图 5 所示。

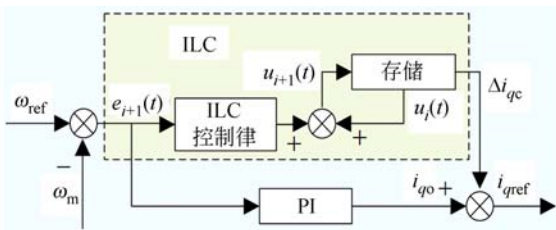


图 5 PI-ILC 控制器结构框图

Fig. 5 Block diagram of PI-ILC controller

电流环 PI 控制器参数为: $K_{ip} = 5.0, K_{ii} =$

0.5。PI-ILC 控制器参数为: $K_{sp} = 0.015, K_{si} = 0.0003, \xi = 0.04$ 。RILC 控制器参数为 $c = 5, k = 600, \rho = 0.5, \eta = 200, q = 0.1, \beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.3$ 。

选取速度为 1 次,2 次,6 次脉动谐波,相电流 I_a 为 3 次,5 次,7 次脉动谐波对 3 种控制方法的转矩脉动抑制能力进行评估。

电机以 900 r/min 的速度运行,PI、PI-ILC、RILC3 种控制方法的速度响应和相电流响应实验结果如图 6~9 所示。图 6(a)、图 7(a)、图 8(a) 为速度响应及相应的傅里叶变换分析结果。图 6(b)、图 7(b)、图 8(b) 为相电流 I_a 响应及相应的傅里叶变换分析结果。各次谐波的幅值见表 2,表 3。图 9 以直方图的形式对 3 种控制方法的实验结果进行了更直观的对比。

以速度响应的 6 次谐波为例,采用 PI 控制时,谐波幅值为 0.89;而采用 PI-ILC 及 RILC 控制,6 次谐波幅值分别减小为 0.83 和 0.6。采用 RILC 控制,速度响应的稳态误差为 ± 5 r/min(在一个码值之内)。类似地,以相电流 I_a 的 5 次谐波为例,采用 PI 控制时,谐波幅值为 0.0295;而采用 PI-ILC 及 RILC 控制,5 次谐波幅值分别减小 0.0286 和 0.0235。

以上实验结果表明,电机高速运行时,与 PI-ILC 控制相比,采用鲁棒迭代学习控制方法时,转速和相电流脉动谐波幅值更小,获得了更优的转矩脉动抑制性能。当电机高速运行时,转矩脉动

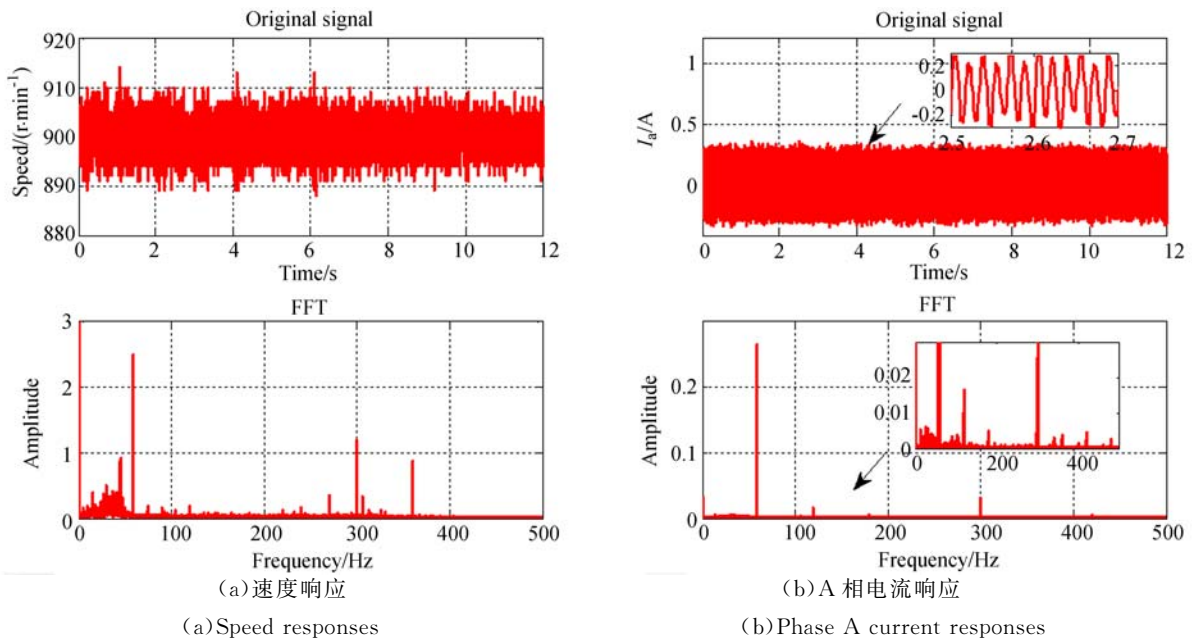


图 6 900 r/min 时 PI 控制的实验结果

Fig. 6 Experimental results of PI control at 900 r/min

在一定程度上会被系统机械滤波滤掉,所以转矩脉动现象有所减弱。

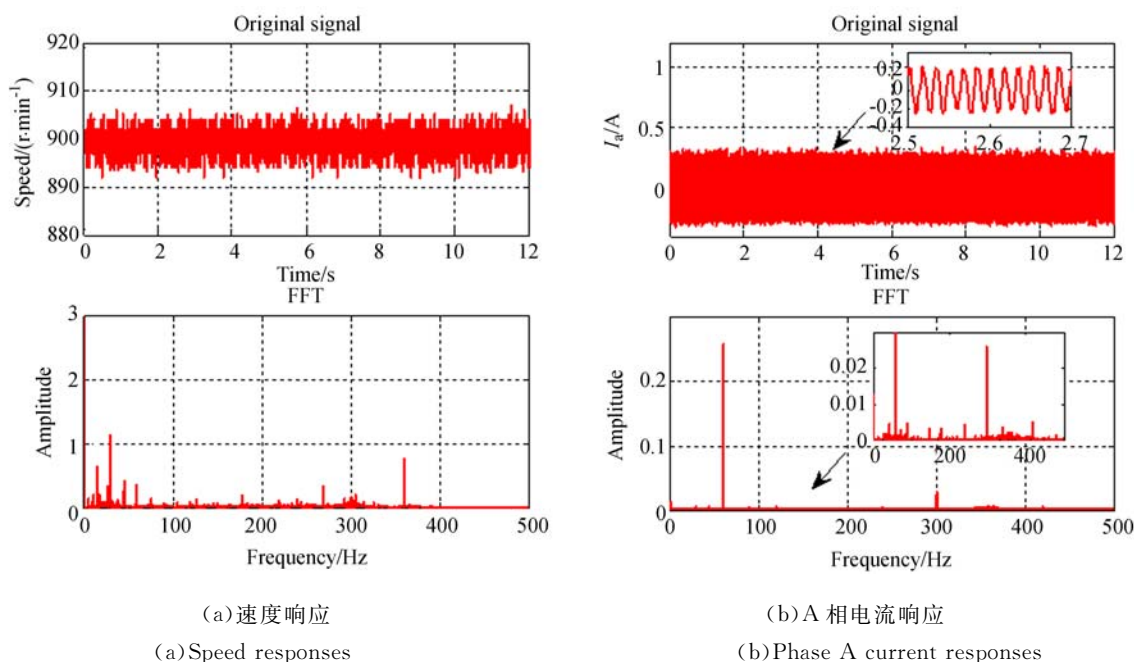


图 7 900 r/min 时 PI-ILC 控制的实验结果

Fig. 7 Experimental results of PI-ILC control at 900 r/min

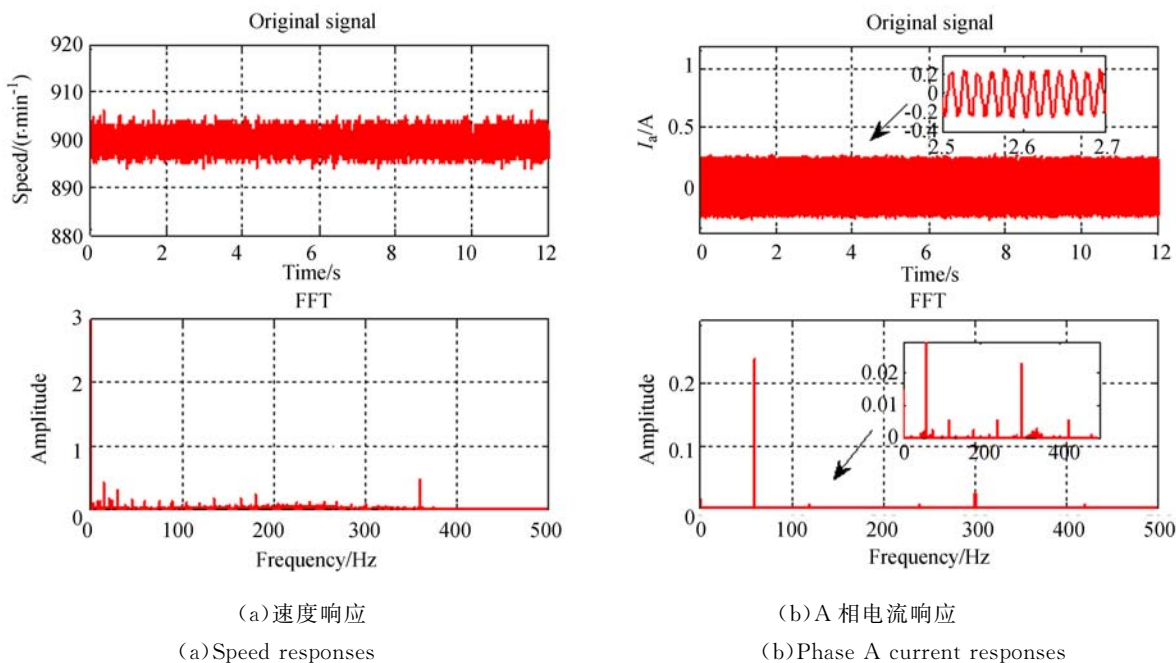


图 8 900 r/min 时 RILC 控制的实验结果

Fig. 8 Experimental results of RILC control at 900 r/min

表 2 速度脉动谐波幅值

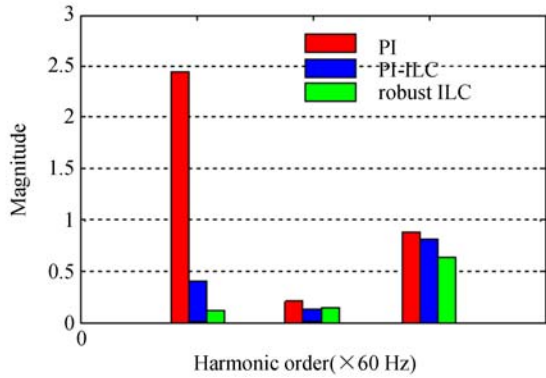
Tab. 2 Harmonics amplitudes of speed ripples

控制方法	谐波幅值/th		
	1	2	6
PI	2.49	0.20	0.89
PI-ILC	0.37	0.11	0.79
RILC	0.12	0.13	0.56

表 3 A 相电流脉动谐波幅值

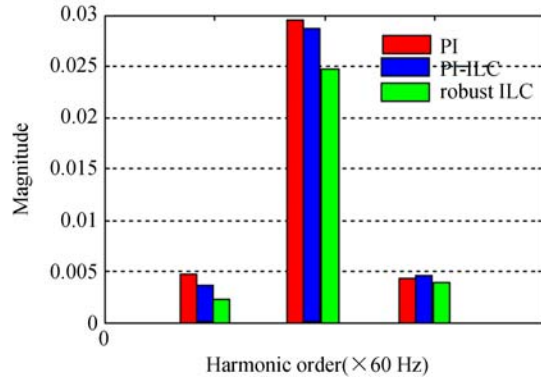
Tab. 3 Harmonics amplitudes of phase A current ripples

控制方法	谐波幅值/th		
	3	5	7
PI	0.004 9	0.029 5	0.004 5
PI-ILC	0.003 6	0.028 3	0.004 8
RILC	0.002 3	0.024 7	0.004 2



(a) 速度频谱分析对比

(a) Comparison of speed spectra



(b) A 相电流频谱分析对比

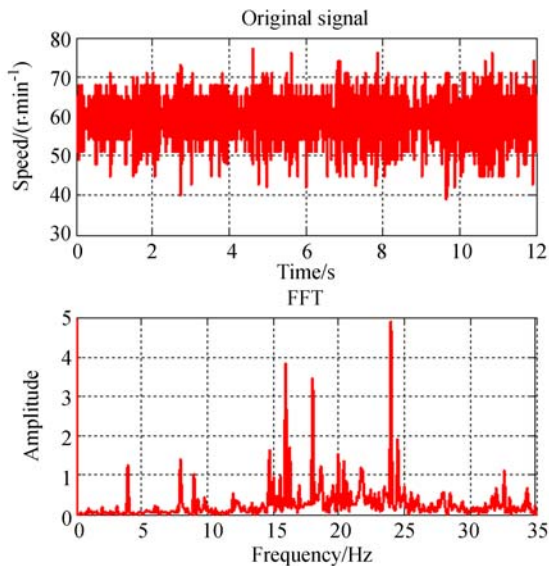
(b) Comparison of phase A current spectra

图 9 900 r/min 时频谱分析结果对比

Fig. 9 Comparisons of the spectrum analysis results by histograms at 900 r/min

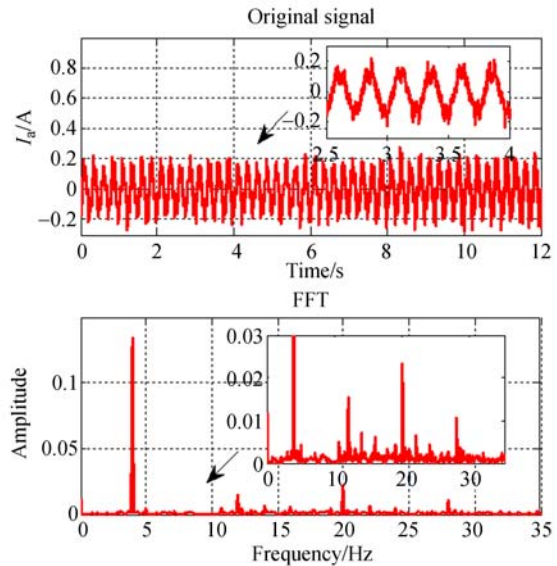
电机以 60 r/min 的速度运行, PI、PI-ILC、RILC3 种控制方法的速度响应和相电流 I_a 响应实验结果如图 10~13 所示。图 10(a)、图 11(a)、

图 12(a) 为速度响应及相应的频谱分析结果。图 10(b)、图 11(b)、图 12(b) 为相电流 I_a 响应及相应的频谱分析结果。各次谐波的幅值见表 4, 表 5。



(a) 速度响应

(a) Speed responses



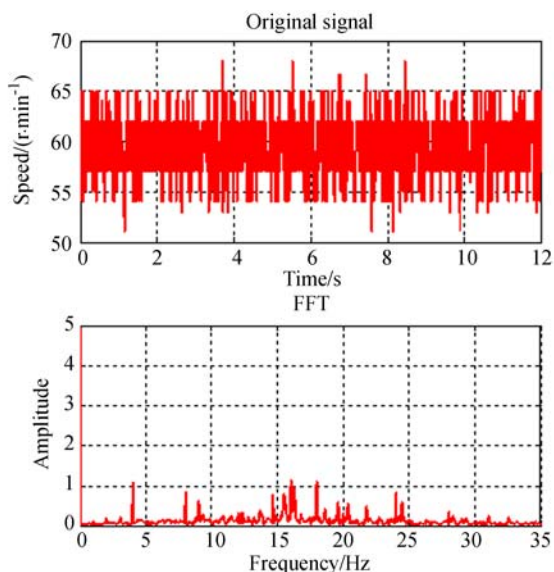
(b) A 相电流响应

(b) Phase A current response

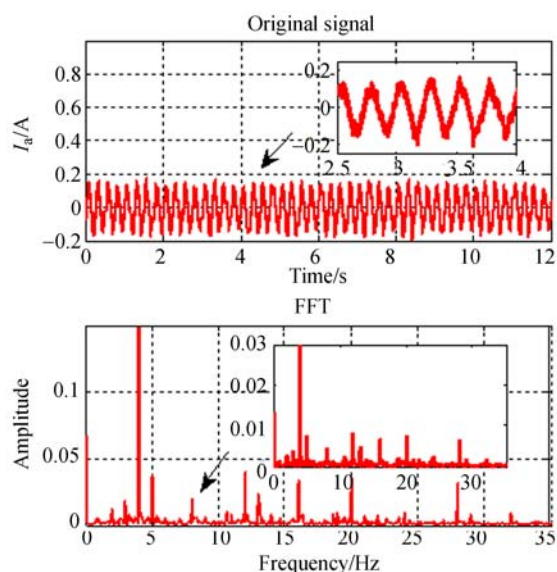
图 10 60 r/min 时 PI 控制的实验结果

Fig. 10 Experimental results of PI control at 60 r/min

3 种控制方法下的速度和相电流谐波脉动幅值的直方图对比如图 13 所示。



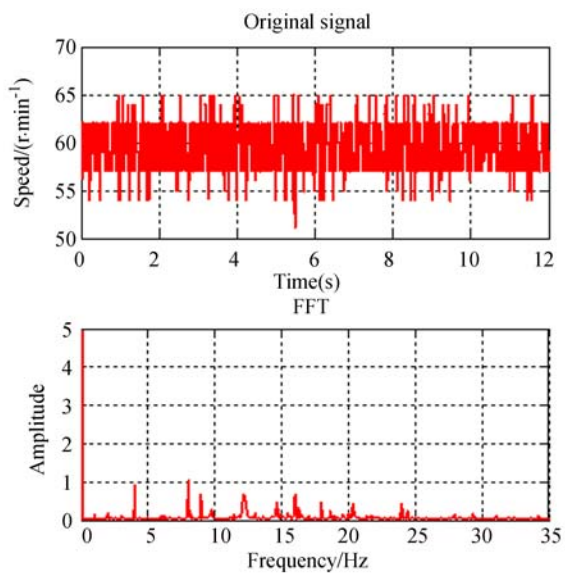
(a)速度响应
(a)Speed response



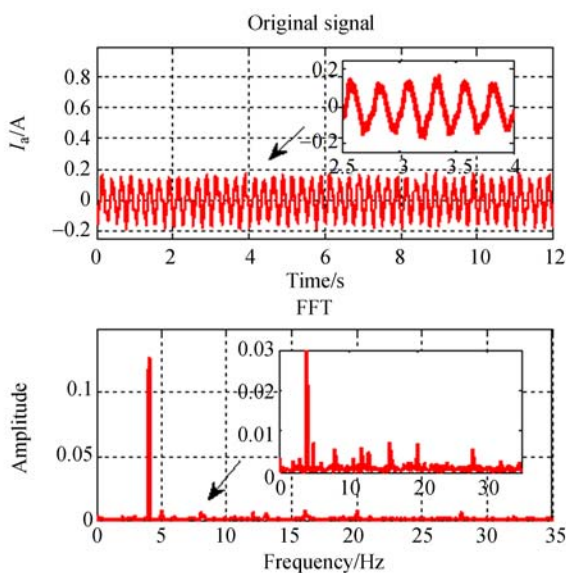
(b)A 相电流响应
(b)Phase A current response

图 11 60 r/min 时 PI-ILC 控制的实验结果

Fig. 11 Experimental results of PI-ILC control at 60 r/min



(a)速度响应
(a)Speed responses



(b)A 相电流响应
(b)Phase A current responses

图 12 60 r/min 时 RILC 控制的实验结果

Fig. 12 Experimental results of RILC control at 60 r/min

表 4 速度脉动谐波幅值

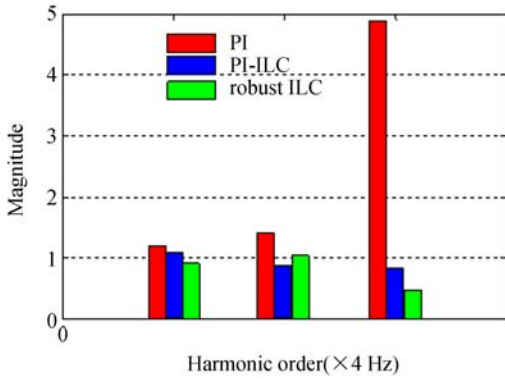
Tab. 4 Harmonics amplitudes of speed ripples

控制方法	谐波幅值/th		
	1	2	6
PI	1.25	1.38	4.87
PI-ILC	1.08	0.83	0.82
RILC	0.91	1.05	0.45

表 5 A 相电流脉动谐波幅值

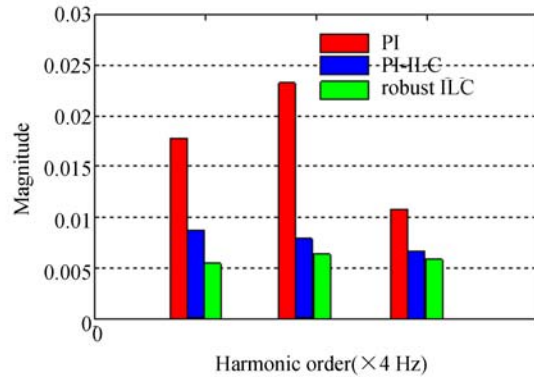
Tab. 5 Harmonics amplitudes of phase A current ripples

控制方法	谐波幅值/th		
	3	5	7
PI	0.015 4	0.023 1	0.010 6
PI-ILC	0.008 6	0.007 2	0.006 3
RILC	0.005 6	0.005 8	0.005 6



(a)速度频谱分析对比

(a) Comparison of speed spectra



(b)A 相电流频谱分析对比

(b) Comparison of phase A current spectrum analysis

图 13 60 r/min 时频谱分析结果直方图对比

Fig. 13 Comparisons of spectrum analysis results by histograms at 60 r/min

以上实验结果显示,在电机低速运行条件下,转矩脉动现象非常明显,PI-ILC 和 RILC 控制方法均可削弱转矩脉动现象,RILC 表现出了更优的抑制性能。以速度响应的 6 次谐波为例,采用 PI 控制方法,谐波幅值为 4.87;采用 PI-ILC 控制,谐波幅值减小为 1.08;采用 RILC 控制,谐波幅值进一步减小到 0.45,稳态跟踪精度为 ± 5 r/min。类似地,以相电流 I_a 的 5 次谐波为例,采用 PI 控制方法,谐波幅值为 0.0231;采用 PI-ILC 控制,谐波幅值减小为 0.0072;采用 RILC 控制,5 次谐波幅值最小,为 0.0058。

以上实验结果表明,鲁棒迭代学习控制在 PMSM 高速,低速运行条件下均具有较好的转矩脉动抑制能力。

5.2 抗扰动性能分析

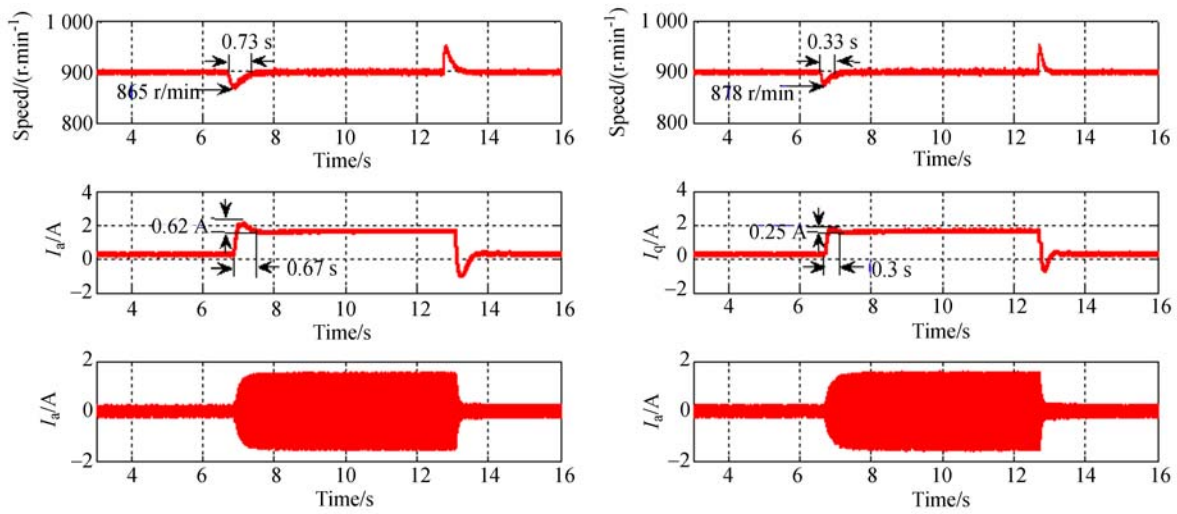
为了验证鲁棒迭代学习控制良好的抗扰动性能,通过控制磁粉制动器的励磁电流对电机进行

突然加减载,以实现外部负载扰动。对 PI-ILC 和 RILC 的实验结果进行了对比分析。

当电机以 900 r/min 的速度稳速运行时,首先突加 $0.5(N \cdot m)$ 负载扰动转矩,加载持续 8 s,卸去 $0.5(N \cdot m)$ 负载扰动转矩。速度响应、 q 轴电流 I_q 响应、相电流 I_a 响应的实验结果如图 14 所示。当电机以 60 r/min 的速度稳速运行时,采取相同的加减载方式对系统施加外部负载扰动。速度响应、 q 轴电流 I_q 响应、相电流 I_a 响应的实验结果如图 15 所示。

由以上实验结果可以看出,对 PMSM 进行 $0.5(N \cdot m)$ 的加载扰动,与 PI-ILC 控制相比,采用 RILC 控制,速度和相电流波动较小, q 轴电流超调较小,并且均很快恢复到给定数值。

速度和轴电流响应特性如表 6 所示,以此作为评估指标,对控制方法的抗扰动性能进行比较和衡量。

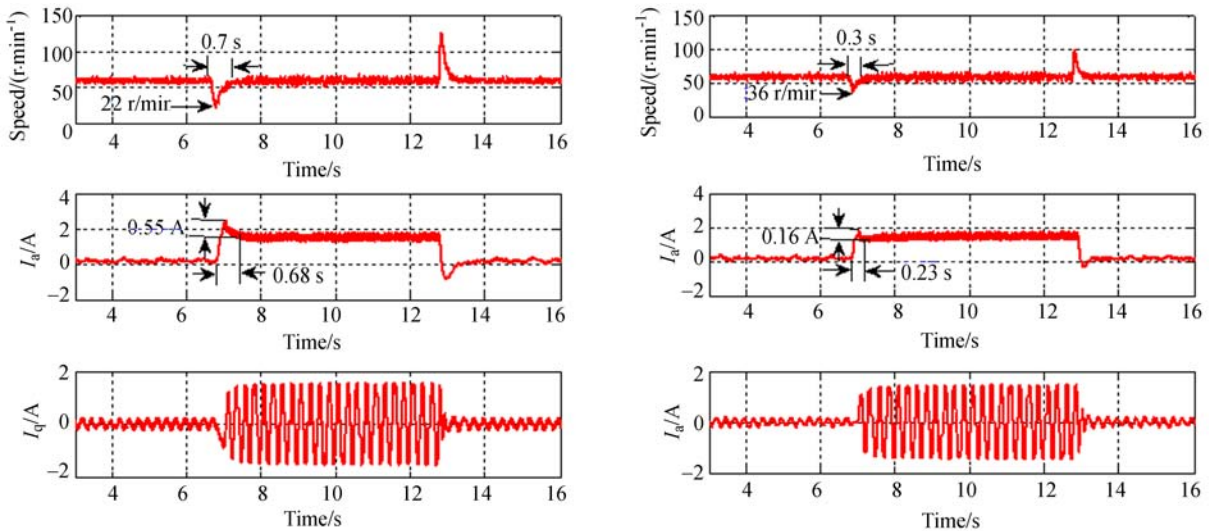


(a) 存在外部扰动时 PI-ILC 的实验结果 (b) 存在外部扰动时 RILC 的实验结果

(a) Experimental results of PI-ILC with external disturbance (b) Experimental results of RILC with external disturbance

图 14 900 r/min 时 PI-ILC 和 RILC 的实验结果

Fig. 14 Experimental results of both PI-ILC and RILC at the speed of 900 r/min



(a) 存在外部扰动时 PI-ILC 的实验结果 (b) 存在外部扰动时 RILC 的实验结果

(a) Experimental results of PI-ILC with external disturbance (b) Experimental results of RILC with external disturbance

图 15 60 r/min 时 PI-ILC 和 RILC 的实验结果

Fig. 15 Experimental results of both PI-ILC and RILC at the speed of 60 r/min

表 6 抗扰动性能指标对比

Tab. 6 Comparisons of anti-disturbance performance

指标	PI-ILC	RILC	运行条件
最大转速波动值/(r·min ⁻¹)	35	22	900 r/min 突加负载 0.5 N·m
转速恢复时间/s	0.73	0.33	
q 轴电流超调/A	0.62	0.25	
电流调节时间/s	0.67	0.23	
最大转速波动值/(r·min ⁻¹)	38	24	60 r/min 突加负载 0.5 N·m
转速恢复时间/s	0.7	0.3	
q 轴电流超调/A	0.55	0.16	
电流调节时间/s	0.68	0.23	

由表 6 可以看出,电机以 900 r/min 速度运行,加入 0.5(N·m)的负载扰动,PI-ILC 控制的转速波动最大值为 36 r/min;而 RILC 控制的转速波动最大值为 19 r/min,且经过最短时间 0.31 s 恢复到给定转速值。电机以 60 r/min 速度运行,加入 0.5(N·m)的负载扰动,PI-ILC 控制的转速波动最大值为 32 r/min;而 RILC 控制的转速波动最大值为 20 r/min,且经过最短时间 0.3 s 恢复到给定转速值。以上结果表明,与 PI-ILC 控

制相比,RILC 控制方法在高速和低速运行条件下均表现出了较好的抗扰动性能。

6 结 论

针对 PMSM 转速伺服系统中的转矩脉动现象,本文设计了滑模控制和迭代学习控制相结合的鲁棒迭代学习控制方法。迭代学习控制对周期性转矩脉动有很好的抑制能力;而滑模控制则在保证系统稳定性的同时,进一步提高了系统的抗扰动性能和动态响应性能。实验结果显示,电机高速运行时,RILC 控制将速度响应的 6 次脉动谐波幅值降低为 0.6;加入 $0.5(\text{N} \cdot \text{m})$ 负载扰动

时,转速波动最大值为 19 r/min ,与 PI-ILC 控制相比,最大转速波动值减小了 1.8% ;转速恢复到给定值的调节时间最短,为 0.31 s 。电机低速运行时,RILC 控制将速度响应的 6 次谐波幅值降低为 0.46;加入 $0.5(\text{N} \cdot \text{m})$ 负载扰动时,转速波动最大值为 20 r/min ,与 PI-ILC 控制相比,最大转速波动值减小了 20% ;转速经过 0.3 s 调节时间恢复到给定值。实验结果表明,鲁棒迭代学习控制方法可对系统转矩脉动进行有效抑制;同时在 PMSM 伺服系统存在参数摄动和外部负载扰动的条件下,能够保证系统良好的动态响应性能和鲁棒性,提高了系统转速控制性能。

参考文献:

- [1] 李洪文, 邓永停, 王建立. 永磁同步电机速度控制器的全数字化集成[J]. 光学 精密工程, 2015, 23(4): 1105-1113.
LI H W, DENG Y T, WANG J L. Digital integration of PMSM speed controller based on FPGA[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(4): 1105-1113. (in Chinese)
- [2] GÜEMES J A, IRAOLAGOITIA A M, DEL HOYO J I, *et al.*. Torque analysis in permanent-magnet synchronous motors: a comparative study [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2011, 26(1): 55-63.
- [3] GEBREGERGIS A, CHOWDHURY M H, ISLAM M S, *et al.*. Modeling of permanent-magnet synchronous machine including torque ripple effects[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2015, 51(1): 232-239.
- [4] KIM J H, CHO K Y, KIM H W, *et al.*. Torque ripple reduction of PM synchronous motor for wide speed operating ranges[C]. *Proceedings of the 9th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia, IEEE*, 2015: 351-356.
- [5] NAKAO N, AKATSU K. Suppressing pulsating torques: torque ripple control for synchronous motors[J]. *IEEE Industry Applications Magazine*, 2014, 20(6): 33-44.
- [6] HUNG J Y, DING Z. Design of currents to reduce torque ripple in brushless permanent magnet motors [J]. *IEE Proceedings B-Electric Power Applications*, 1993, 140(4): 260-266.
- [7] HANSELMAN D C. Minimum torque ripple, maximum efficiency excitation of brushless permanent magnet motors[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1994, 41(3): 292-300.
- [8] LIU T. *Parameter, speed, position estimations and torque ripple minimization in permanent magnet synchronous motor*[D]. USA: University of Akron, 1999.
- [9] PETROVIC V, ORTEGA R, STANKOVIC A M, *et al.*. Design and Implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2000, 15(5): 871-880.
- [10] QIAN W Z, PANDA S K, XU J X. Torque ripple minimization in PM synchronous motors using iterative learning control[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2004, 19(2): 272-279.
- [11] MATTAVELLI P, TUBIANA L, ZIGLIOTTO M. Torque-ripple reduction in PM synchronous motor drives using repetitive current control[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2005, 20(6): 1423-1431.
- [12] YEO K C, HEINS G, DE BOER F. Indirect adaptive feedforward control in compensating cogging

- torque and current measurement inaccuracies for permanent magnet motors [C]. *Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Control and Automation, IEEE*, 2009: 2136-2142.
- [13] YUAN Y, AUGER F, LORON L, *et al.*. Torque ripple reduction in permanent magnet synchronous machines using angle-based iterative learning control[C]. *Proceedings of the 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, IEEE*, 2012: 2518-2523.
- [14] ZHU H, XIAO X, LI Y D. Torque ripple reduction of the torque predictive control scheme for permanent-magnet synchronous motors[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(2): 871-877.
- [15] JEZERNIK K, KORELIC J, HORVAT R. PMSM sliding mode FPGA-based control for torque ripple reduction[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(7): 3549-3556.
- [16] XU Y H, PARSPOUR N, VOLLMER U. Torque ripple minimization using online estimation of the stator resistances with consideration of magnetic saturation[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(9): 5105-5114.
- [17] CHAI S, WANG L P, ROGERS E. A cascade MPC control structure for a PMSM with speed ripple minimization[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(8): 2978-2987.
- [18] FLIELLER D, NGUYEN N K, WIRA P, *et al.*. A self-learning solution for torque ripple reduction for nonsinusoidal permanent-magnet motor drives based on artificial neural networks [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(2): 655-666.
- [19] CHO Y, LEE K B, SONG J H, *et al.*. Torque-ripple minimization and fast dynamic scheme for torque predictive control of permanent-magnet synchronous motors[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2015, 30(4): 2182-2190.
- [20] MOHAMED Y A R I. A newly designed instantaneous-torque control of direct-drive PMSM servo actuator with improved torque estimation and control characteristics[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(5): 2864-2873.
- [21] SEKI Y, OHISHI K, YOKOKURA Y, *et al.*. Quick torque ripple suppression controlled fast position servo based on hybrid system of disturbance observer and torque ripple table [C]. *Proceedings of the 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE*, 2015: 817-822.
- [22] REN Y, ZHU Z Q. Reduction of both harmonic current and torque ripple for dual three-phase permanent-magnet synchronous machine using modified switching-table-based direct torque control[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(11): 6671-6683.
- [23] LAM B H, PANDA S K, XU J X. Reduction of periodic speed ripples in PM synchronous motors using iterative learning control [C]. *Proceedings of the 26th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE*, 2000: 1406-1411.
- [24] QIAN W Z, PANDA S K, XU J X. Speed ripple minimization in PM synchronous motor using iterative learning control [J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2005, 20(1): 53-61.
- [25] LI WS, ZHANG J, LI Y. A simpler and more efficient iterative learning controller for PMSM torque ripple reduction [C]. *Proceedings of 2013 International Conference on Electrical Machines and Systems, IEEE*, 2013: 1231-1235.
- [26] YAN Y, LI W S, DENG W T, *et al.*. Torque ripple minimization of PMSM using PI type iterative learning control [C]. *Proceedings of the 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE*, 2014: 925-931.
- [27] SHANG H, ZHAO L H, WANG T. Torque ripple reduction for permanent magnet synchronous motor based on learning control [C]. *Proceedings of the 2nd International Conference on Information Science and Control Engineering, IEEE*, 2015: 1001-1005.
- [28] ZHANG X G, SUN L Z, ZHAO K, *et al.*. Non-

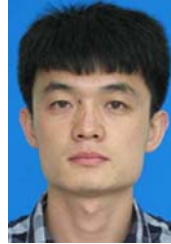
linear speed control for PMSM system using sliding-mode control and disturbance compensation techniques[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2013, 28(3): 1358-1365.

[29] ZHU L, JIANG S Z, ZHU Z Q, *et al.*. Analytical methods for minimizing cogging torque in permanent-magnet machines[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, 45(4): 2023-2031.

作者简介:



刘 京(1991—),女,辽宁铁岭人,博士研究生,2013年于南京航空航天大学获得学士学位,主要从事望远镜精密跟踪控制方面的研究。E-mail: nuaaliujing@163.com



邓永停(1987—),男,山东潍坊人,助理研究员,博士。2010年于中国石油大学(华东)获得学士学位,2015年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事望远镜精密跟踪控制技术及电子学设计。E-mail: dyt0612@163.com

(本栏目编辑:曹 金)