

文章编号 1004-924X(2017)07-1796-11

# 力自由不平衡控制下的高速磁悬浮飞轮系统 在线动平衡

蒲芃成<sup>1,2,3</sup>, 张 凯<sup>4</sup>, 于金鹏<sup>1,2,3</sup>, 赵 雷<sup>1,2,3\*</sup>

(1. 清华大学 核能与新能源技术研究院, 北京 100084;

2. 先进核能技术协同创新中心, 北京 100084;

3. 先进反应堆工程与安全教育部重点实验室, 北京 100084;

4. 清华大学 工程物理系, 北京 100084)

**摘要:**针对高速磁悬浮飞轮转子的不平衡问题,提出了一种在力自由不平衡控制下的在线动平衡方法,用空气环境下低转速的在线动平衡替代真空环境下的高转速在线动平衡,以实现兼顾高效率和高精度的在线动平衡。通过分析磁悬浮转子系统的不平衡模型和比较各不平衡控制模式下校正质量的求解方法,得出在力自由控制模式下,磁轴承的同频控制电流为零,电磁力在线性化范围内仅是转子位移的线性函数。因此根据转子的同频位移响应可解算动平衡校正质量。通过所设计的磁轴承力自由不平衡控制器使转子绕其惯性主轴旋转,获得了转子同频位移响应。由于系统参数的理论值与实际值存在一定误差,通过一次试重对转换系数矩阵进行了校正。实验结果表明,通过一次试重校正转换系数矩阵,再经过两次试转后即可实现高精度动平衡。另外,转子轴心轨迹显著减小、转子两端同频位移响应分别下降了 77.29% 和 94.14%;在真空环境下,试验转子升速至 500 Hz 时,转子的运行状况与低速状态一致,进一步验证了本文提出方法的有效性。

**关键词:**磁悬浮飞轮;不平衡振动;在线动平衡;力自由控制

**中图分类号:** TH133.3 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172507.1796

## On-line balancing of high-speed magnetic suspended flywheel system under force free control of imbalance

PU Peng-cheng<sup>1,2,3</sup>, ZHANG Kai<sup>4</sup>, YU Jin-peng<sup>1,2,3</sup>, ZHAO Lei<sup>1,2,3\*</sup>

(1. Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Collaborative Innovation Center of Advanced Nuclear Energy Technology, Beijing 100084, China;

3. The Key Laboratory of Advanced Reactor Engineering and Safety, Ministry of Education, Beijing 100084, China;

4. Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

\* Corresponding author, E-mail: zhaolei@tsinghua.edu.cn

**Abstract:** A kind of field dynamic balancing method under force free control is proposed aiming at the unbalance of high-speed magnetic suspended flywheel system. It turns out that the low-speed field balancing

收稿日期:2017-02-09;修订日期:2017-04-14.

基金项目:国家科技重大专项(No. ZX069)

in the air environment can replace the high-speed field balancing in the vacuum environment with high-efficiency and high-accuracy. By analyzing the unbalance model of the magnetic suspended rotor system and comparing the correction-masses under different unbalance control mode, it is found that under the free control mode, the synchronous component of control current is zero and the electromagnetic force is a linear function of the rotor displacement within linearization range. Therefore, the correction-masses can be calculated from the synchronous displacement response of the rotor in force free mode. The force free controller of magnetic bearing is designed to make the rotor spinning around its principal axis of inertial, and synchronous displacement response of the rotor is extracted to compute the correction-masses. As there exists some deviation between the theoretical and actual value of the system parameters, a trial weight is completed to correct the convention coefficient matrix. The experimental results show that the conversion coefficient matrix can be re-calibrated after a start-up test. And after the second balancing, the high-accuracy field balancing can be achieved. The orbits of rotor shaft centerline reduce significantly and the synchronous displacement response of the rotor decrease by 77.29% and 94.14% respectively. The rotor operating condition with 500Hz rotation speed in vacuum environment is in close proximity to low-speed condition, and it further validates the proposed method.

**Key words:** Magnetically suspended flywheel; Unbalance vibration; Field balancing; Force free control

## 1 引言

主动磁轴承(Active Magnetic Bearing, AMB)利用电磁轴承与铁磁材料之间的电磁力实现支承,与传统机械轴承相比,其拥有刚度阻尼主动可控、无机械摩擦、无需润滑、能耗低、噪声低、寿命长和可实现超高转速等优点,广泛应用于动量轮、分子泵、力矩陀螺等精密仪器设备<sup>[1-2]</sup>。

受动平衡机精度所限,磁悬浮转子在进行离线动平衡之后,始终存在一定量的残余不平衡力<sup>[3]</sup>。另外,磁悬浮转子的工作状态与在动平衡机上的工作状态并不完全相同,由此也会产生额外的转子不平衡<sup>[4]</sup>。磁悬浮转子的不平衡不仅会对系统产生振动和噪声,还会引入相应的控制电流,增加了能量损耗。当转子不平衡较大时,甚至会导致转子碰撞保护轴承,引起系统失稳<sup>[5]</sup>。磁轴承的间隙远大于传统机械轴承,自身集成振动检测系统,具备实时主动振动控制能力。通过不平衡控制,磁轴承可让转子绕惯性主轴旋转,消除传递给基座的同步激振力;也可对转子施加同频控制力,使得转子绕几何中心旋转<sup>[6]</sup>。

对于磁轴承转子系统的不平衡问题,通常采用不平衡主动控制或在线动平衡来降低转子不平衡对系统的影响。目前,对于磁轴承转子系统不

平衡振动的主动抑制问题研究较多<sup>[7-9]</sup>,而对磁轴承支承条件下的高精度转子动平衡,虽也有一些成果,但各有缺点。常见的影响系数法<sup>[10-11]</sup>需多次试重,效率较低;王英广等<sup>[12]</sup>对磁悬浮转子系统进行了零位移控制,通过控制电流信号直接解算转子不平衡量,但只适用于细长轴转子,对磁悬浮飞轮等具有强陀螺效应的扁平转子并不适用。韩辅君等<sup>[13]</sup>对无试重动平衡方法进行了研究,但由于磁轴承转子的系统模型为非线性,故需要非常精确的系统模型,难以推广应用。

由于本文的研究对象为具有强陀螺效应的磁悬浮飞轮系统,在真空环境下的额定最高转速为500 Hz,高转速下的系统相位滞后和强非线性等问题导致难以对其进行精确建模,为了进一步提高系统的运行精度,需要实现高效率和高精度的在线动平衡。

本文提出了一种基于力自由不平衡控制的在线动平衡方法,其根据空气环境下低转速的在线动平衡替代真空环境下的高转速在线动平衡,对悬浮飞轮系统实现高效率、高精度的在线动平衡。在磁轴承力自由不平衡控制下,转子的不平衡离心力为转子位移响应的线性函数,因此仅仅通过测量转子同频位移响应就可以计算出转子的校正质量,使得整个动平衡过程大大简化。为进一步提高动平衡精度,对磁轴承力位移系数和结构参数误差进行了

实验校正,通过一次试重即可解算出校正质量,且解算时并不需要磁轴承额外的系统参数,最终实现了高精度、高效率的转子在线动平衡。

## 2 磁悬浮转子系统模型

本文研究的飞轮转子工作转速远远低于转子的一阶挠性频率,因此可以忽略转子的挠性模式对转子的影响,将其视为刚性转子,以下将基于刚性转子对其建立模型。刚性转子系统的平衡状态与转子转速无关,即在某一转速下平衡好的刚性转子,在其转速范围内以任意转速旋转,都不会改变其力和力矩的平衡状态。

在磁轴承系统中,通常采用差动形式装配,电磁力的表达式为:

$$f = \frac{N_0^2 A_0 \mu_0}{4} \left[ \left( \frac{i_0 + i}{x_0 - x} \right)^2 - \left( \frac{i_0 - i}{x_0 + x} \right)^2 \right], \quad (1)$$

其中,  $N_0$  为线圈匝数,  $A_0$  为磁极面积,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $i_0$  为偏置电流,  $i$  为控制电流,  $x_0$  为单边气隙长度,  $x$  为转子位移。在平衡位置  $i = 0, x = 0$  处对式(1)进行泰勒展开,有:

$$f \approx k_i i + k_x x, \quad (2)$$

其中,  $k_i$  为力电流刚度,  $k_x$  为力位移系数:

$$\begin{cases} k_i = \frac{N_0^2 A_0 \mu_0 i_0}{x_0^2} \\ k_x = \frac{N_0^2 A_0 \mu_0 i_0^2}{x_0^3} \end{cases}. \quad (3)$$

当磁轴承转子系统实现力自由控制,转子绕惯性主轴旋转时,磁轴承同频控制电流为零,根据式(2)可得:

$$f = k_x x. \quad (4)$$

此时磁轴承电磁力是转子位移响应严格的线性函数,由式(4)知可以通过转子的不平衡位移响应准确获得磁轴承磁力。

磁悬浮转子、径向磁轴承和转子的等效不平衡如图 1 所示,其中  $O$  为转子质心,  $m$  为转子质量,  $J_p$  为转子极转动惯量,  $J_a$  为转子赤道转动惯量,  $\Omega$  为转子绕  $z$  轴转速,  $\alpha$  和  $\beta$  分别为转子绕  $x$  轴和  $y$  轴转角,  $a, b$  分别为左右磁轴承距离质心  $O$  的距离,  $F_{x_1}, F_{x_2}, F_{y_1}$  和  $F_{y_2}$  分别为磁轴承作用在转子  $x, y$  方向上的电磁力,  $m_s$  为等效到转子外沿的等效静不平衡质量,  $m_d$  为等效到转子外沿的等效偶不平衡质量。

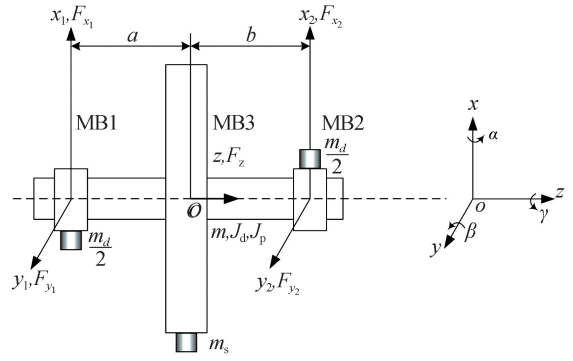


图 1 磁悬浮转子系统受力图

Fig. 1 Schematic of force analysis of AMB rotor

根据转子动力学方程,可得转子质心坐标系下的运动微分方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = F_{x_1} + F_{x_2} + f_{m_s} \cos(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s}) \\ m\ddot{y} = F_{y_1} + F_{y_2} + f_{m_s} \sin(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s}) \\ J_a \ddot{\alpha} = a F_{y_1} - b F_{y_2} - J_p \Omega \dot{\beta} - P_{m_d} \sin(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d}) \\ J_d \ddot{\beta} = -a F_{x_1} + b F_{x_2} + J_p \Omega \dot{\alpha} + P_{m_d} \cos(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d}) \\ m\ddot{z} = F_z \end{cases}, \quad (5)$$

其中,  $f_{m_s}$  为等效静不平衡产生的扰动力,  $\varphi_{\Delta m_s}$  为其初始相位;  $P_{m_d}$  为等效偶不平衡产生的扰动力矩,  $\varphi_{\Delta m_d}$  为其初始相位。对于等效静不平衡力,  $f_{m_s} = m_s e_s \Omega^2$ ,  $m_s$  为静不平衡质量,  $e_s$  为静不平衡距离,  $\varphi_{\Delta m_s}$  为其初始相位; 对于等效偶不平衡力矩,  $P_{m_d} = m_d e_d h_d \Omega^2$ ,  $m_d$  为偶不平衡质量,  $e_d$  为偶不平衡径向距离,  $h_d$  为偶不平衡轴向距离,  $\varphi_{\Delta m_d}$  为其初始相位。

将式(5)转换为复数表达形式,设  $\mathbf{R} = x + iy$ ,  $\boldsymbol{\gamma} = \beta - i\alpha$ ; 磁轴承 1 处的轴承力为  $\mathbf{F}_1 = F_{x_1} + iF_{y_1}$ , 磁轴承 2 处的轴承力为  $\mathbf{F}_2 = F_{x_2} + iF_{y_2}$ ; 转子所受电磁力为  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ , 转子所受电磁力矩为  $\mathbf{P} = -a \mathbf{F}_1 + b \mathbf{F}_2$ ;

$$\begin{cases} m \ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F} + f_{m_s} e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s})} \\ J_a \ddot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{P} + J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i + P_{m_d} e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d})} \end{cases}. \quad (6)$$

磁悬浮转子不平衡的双平面校正示意图如图 2 所示,图 2 中转子平衡面距离质心分别为  $L_1$  和  $L_2$ , 设 A、B 两端校正质量分别为  $m_a, m_b$ , 所在相角为  $\varphi_a, \varphi_b$ , 用矢量表示为  $\mathbf{m}_a = m_a e^{i(\Omega t + \varphi_a)}$ ,  $\mathbf{m}_b = m_b e^{i(\Omega t + \varphi_b)}$ , 距离轴心分别为  $r_a, r_b$ , 产生的离心

力为:

$$\begin{cases} f_a = m_a r_a \Omega^2 = m_a r_a \Omega^2 e^{i(\Omega t + \varphi_a)} \\ f_b = m_b r_b \Omega^2 = m_b r_b \Omega^2 e^{i(\Omega t + \varphi_b)} \end{cases} \quad (7)$$

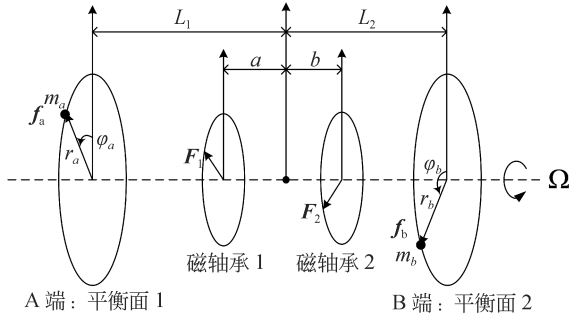


图 2 磁悬浮转子两平面平衡示意图

Fig. 2 Balancing AMB rotor using double-plane method

若校正后转子完全平衡,则此时转子不平衡振动力和力矩均为零,有:

$$\begin{cases} f_a + f_b = -f_{m_s} e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s})} \\ -L_1 f_a + L_2 f_b = -P_{m_d} e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d})} \end{cases} \quad (8)$$

将式(8)代入式(6),有:

$$\begin{cases} m \ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F} - (f_a + f_b) \\ J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{P} + J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - (-L_1 f_a + L_2 f_b) \end{cases} \quad (9)$$

求解可得:

$$\begin{cases} m_a = -\frac{L_2(m \ddot{\mathbf{R}} - \mathbf{F}) - (J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - \mathbf{P})}{(L_1 + L_2)r_a \Omega^2} \\ m_b = -\frac{L_1(m \ddot{\mathbf{R}} - \mathbf{F}) + (J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - \mathbf{P})}{(L_1 + L_2)r_b \Omega^2} \end{cases} \quad (10)$$

### 3 不平衡控制模式下校正质量的求解

在磁轴承转子系统中,转子受到的电磁力  $\mathbf{F}$  和力矩  $\mathbf{P}$  可以表示成转子位移响应  $\mathbf{R}$  和  $\boldsymbol{\gamma}$  的函数:

$$\begin{cases} \mathbf{F} = f(\mathbf{R}, \mathbf{I}_R) = f(\mathbf{R}, \mathbf{R} \cdot G_R(s)) = K_R(s) \mathbf{R} \\ \mathbf{P} = P(\boldsymbol{\gamma}, \mathbf{I}_\gamma) = P(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\gamma} \cdot G_\gamma(s)) = K_\gamma(s) \boldsymbol{\gamma} \end{cases} \quad (11)$$

如图 3 和图 4 所示,  $\mathbf{I}_R$  和  $\mathbf{I}_\gamma$  分别表示磁轴承系统对转子平动和转动的控制电流,  $G_R(s)$  和  $G_\gamma(s)$  分别表示磁轴承平动控制器和转动控制器,

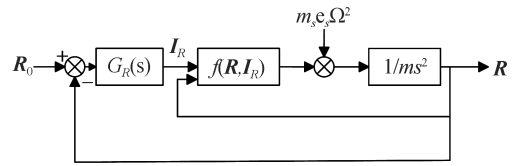


图 3 磁悬浮转子系统平动控制示意图

Fig. 3 Controlling schematic of parallel mode of AMB rotor

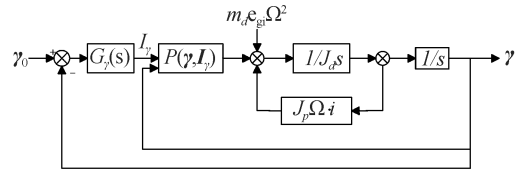


图 4 磁悬浮转子系统转动控制示意图

Fig. 4 Controlling schematic of conical mode of AMB rotor

$K_R(s)$  和  $K_\gamma(s)$  分别表示磁轴承系统平动和转动的综合支承刚度。

根据式(6),有:

$$\begin{cases} m \ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F} + m_s e_s \Omega^2 e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s})} \\ J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{P} + J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i + m_d e_d h_d \Omega^2 e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d})} \end{cases} \quad (12)$$

设  $\mathbf{e} = e_s e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_s})}$ ,  $e_{gi} = e_d h_d e^{i(\Omega t + \varphi_{\Delta m_d})}$ , 带入式(12),有

$$\begin{cases} \mathbf{e} = \frac{m \ddot{\mathbf{R}} - \mathbf{F}}{m_s \Omega^2} \\ e_{gi} = \frac{J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - \mathbf{P}}{m_d \Omega^2} \end{cases} \quad (13)$$

将式(11)带入式(13),且又假设转子以某固定转速旋转,只考虑转子位移的同频响应,其中  $\ddot{\mathbf{R}} = -\Omega^2 \mathbf{R}$ ,  $\ddot{\boldsymbol{\gamma}} = -\Omega^2 \boldsymbol{\gamma}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = i\Omega \boldsymbol{\gamma}$ ,可得:

$$\begin{cases} \mathbf{e} = -\frac{m\Omega^2 + K_R(j\Omega)}{m_s \Omega^2} \cdot \mathbf{R} \\ e_{gi} = \frac{(-J_d + J_p)\Omega^2 - K_\gamma(j\Omega)}{m_d \Omega^2} \cdot \boldsymbol{\gamma} \end{cases} \quad (14)$$

对存在不平衡量的转子模型,由式(14)知可以根据磁轴承综合支承刚度  $K_R(j\Omega)$  和  $K_\gamma(j\Omega)$  的模的大小对转子运行状态的影响进行分类讨论:

(1)普通控制模式;

当磁轴承综合支承刚度  $K_R(s)$  和  $K_\gamma(s)$  介于零和无穷大之间时,旋转轴和几何主轴、惯性主轴

均不重合,且随着转速的变化而变化。

在用式(10)进行校正质量计算时,首先需要求解转子位移加速度、角加速度和角度,其次还要求解电磁力和电磁力矩,这都使得计算过程过于复杂,且磁轴承电流刚度和位移刚度的误差也会影响动平衡的计算精度。

### (2) 力控制模式;

当磁轴承综合支承刚度  $K_R(s)$  和  $K_Y(s)$  趋近于无穷大时,有  $\begin{cases} \mathbf{R}=\mathbf{0} \\ \boldsymbol{\gamma}=\mathbf{0} \end{cases}$ ,即旋转轴与转子几何轴重合,转子将绕转子几何轴旋转,此时转子的各自由度位移均为零。

当转子处于力控制模式时,利用式(10)求解校正质量时可以略去  $\mathbf{R}$  和  $\boldsymbol{\gamma}$  项,可得:

$$\begin{cases} \mathbf{m}_a = \frac{L_2 \mathbf{F} - \mathbf{P}}{(L_1 + L_2) r_a \Omega^2} \\ \mathbf{m}_b = \frac{L_1 \mathbf{F} + \mathbf{P}}{(L_1 + L_2) r_b \Omega^2} \end{cases} \quad (15)$$

此时可根据控制电流的同频信号直接获得电磁力,从而简化了计算过程。力控制虽然消除了转子位移中的同频干扰量,但是作用在转子上的同频干扰力仍然存在,当干扰力传递到基座上导致振动过大时,会严重影响在线动平衡的精度。此外,如果抑制不平衡量振动产生的过大控制电流,会引起磁轴承饱和以及功率放大器的饱和,从而导致系统失稳,这些因素的存在使得完全的力自由控制不容易实现。

### (3) 力自由模式。

当磁轴承综合支承的同频刚度  $K_R(j\Omega)$  和  $K_Y(j\Omega)$  都为零时,此时磁轴承系统对应的控制电流为零,即磁轴承控制器不对转子的转速同频量进行控制,此时称为转子力自由状态。此时有

$$\begin{cases} \mathbf{e} = -\frac{m}{m_s} \mathbf{R} \\ \mathbf{e}_{gi} = \frac{(-J_d + J_p)}{m_d} \boldsymbol{\gamma} \end{cases}, \text{即旋转轴与惯性主轴重合,}$$

转子将绕惯性主轴旋转。采用力自由控制,消除了飞轮转子传递到基座上的同步激振力,同时避免出现过大的控制电流以及由其引起的系统功耗增加和功放饱和,系统的静态运行环境为实现高精度在线动平衡提供了有利条件。

在力自由模式下,可求得动平衡校正质量为:

$$\begin{cases} \mathbf{m}_a = -\frac{mL_2 \ddot{\mathbf{R}} - (J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot \mathbf{i})}{(L_1 + L_2) r_a \Omega^2} \\ \mathbf{m}_b = -\frac{mL_1 \ddot{\mathbf{R}} + (J_d \ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p \Omega \dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot \mathbf{i})}{(L_1 + L_2) r_b \Omega^2} \end{cases} \quad (16)$$

由式(16)可以求出动平衡校正质量的矢量  $\mathbf{m}_a$  和  $\mathbf{m}_b$ , 得到其幅值和相位信息。

在力自由控制模式下,动平衡校正质量的计算可以忽略电磁力项和电磁力矩项。但是完全的转子力自由状态难以实现,磁轴承转子系统中需要根据转子位移和控制电流的信息来判断电磁力是否为零,直接用式(16)解算动平衡校正质量很难达到较高的精度,可适当放宽其应用条件,得到一种实用的求解方法。

在实际磁轴承转子系统中,力自由不平衡控制器对转子的同频位移不产生响应,此时同频控制电流为零,由磁轴承电磁力的线性化公式可知,磁轴承提供的电磁力仅由转子位移决定,即  $f = k_i i + k_x x = k_x x$ 。

设转子在轴承 1 处位移  $\mathbf{s}_1 = x_1 + iy_1$ , 轴承 2 处位移  $\mathbf{s}_2 = x_2 + iy_2$ , 转子所受力和力矩分别为:

$$\begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = k_x (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) \\ \mathbf{P} = -a \mathbf{F}_1 + b \mathbf{F}_2 = k_x (-a \mathbf{s}_1 + b \mathbf{s}_2) \end{cases} \quad (17)$$

设转子质心坐标  $\mathbf{q} = [\beta, x, -\alpha, y]^T$ , 轴承坐标  $\mathbf{q}_b = [x_1, x_2, y_1, y_2]^T$ , 两者之间可以通过转换矩阵进行相互转换,则有:

$$\mathbf{q}_b = \mathbf{T} \mathbf{q}, \quad (18)$$

$$\text{其中,转换矩阵 } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -a & 1 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a & 1 \\ 0 & 0 & b & 1 \end{bmatrix}。$$

由此可得:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} = \frac{1}{a+b} \begin{bmatrix} b & a \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{s}_2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

由式(17)和式(19),可得:

$$\begin{cases} \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = k_x (\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) \\ = k_x [(-a+b)\boldsymbol{\gamma} + 2\mathbf{R}] \\ \mathbf{P} = -a \mathbf{F}_1 + b \mathbf{F}_2 = k_x (-a \mathbf{s}_1 + b \mathbf{s}_2) \\ = k_x [(a^2 + b^2)\boldsymbol{\gamma} + (-a+b)\mathbf{R}] \end{cases} \quad (20)$$

将式(19)代入式(10),有:

$$\begin{cases} m_a = -\frac{L_2(m\ddot{\mathbf{R}} - k_x[-(a+b)\boldsymbol{\gamma} + 2\mathbf{R}]) - (J_d\ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p\boldsymbol{\Omega}\dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - k_x[(a^2+b^2)\boldsymbol{\gamma} + (-a+b)\mathbf{R}])}{(L_1+L_2)r_a\Omega^2} \\ m_b = -\frac{L_1(m\ddot{\mathbf{R}} - k_x[-(a+b)\boldsymbol{\gamma} + 2\mathbf{R}]) + (J_d\ddot{\boldsymbol{\gamma}} - J_p\boldsymbol{\Omega}\dot{\boldsymbol{\gamma}} \cdot i - k_x[(a^2+b^2)\boldsymbol{\gamma} + (-a+b)\mathbf{R}])}{(L_1+L_2)r_b\Omega^2} \end{cases} \quad (21)$$

又假设在某固定转速,只考虑转子位移的同频响应,其中 $\ddot{\mathbf{R}} = -\Omega^2\mathbf{R}$ , $\ddot{\boldsymbol{\gamma}} = -\Omega^2\boldsymbol{\gamma}$ , $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = i\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\gamma}$ ,令

$$\begin{cases} a_1 = \frac{m\Omega^2 L_2 + 2k_x L_2 + (a-b)k_x}{(L_1+L_2)r_a\Omega^2} \\ a_2 = -\frac{(a-b)k_x L_2 + (J_d - J_p)\Omega^2 + (a^2+b^2)k_x}{(L_1+L_2)r_a\Omega^2} \\ b_1 = \frac{m\Omega^2 L_1 + 2k_x L_1 - (a-b)k_x}{(L_1+L_2)r_b\Omega^2} \\ b_2 = -\frac{(a-b)k_x L_1 + (-J_d + J_p)\Omega^2 - (a^2+b^2)k_x}{(L_1+L_2)r_b\Omega^2} \end{cases}$$

有:

$$\begin{cases} m_a = a_1\mathbf{R} + a_2\boldsymbol{\gamma} \\ m_b = b_1\mathbf{R} + b_2\boldsymbol{\gamma} \end{cases} \quad (22)$$

根据式(22)知,可以根据转子的同频位移响应直接解算出校正质量。这样,在力自由控制模式下,校正质量的解算过程将大大简化,且计算精度大大提高。

对于刚性转子,理论上只要其在刚性转速范围内的某一任意转速下完成动平衡,即可保证转子在整个刚性转速范围内是平衡的。但在实际的磁悬浮转子系统中,转子的运行状态往往随着转速的变化而变化,一般情况下在低转速下,实现动平衡后并不能保证转子在高转速状态是平衡的。而上述提出的基于力自由控制的在线动平衡方法克服了这一问题。由于磁轴承采用了力自由不平衡控制,从而消除了转子位移信号中的同频响应,在自对中效应下使得转子趋近于绕惯性主轴旋转,因此转子在刚性转速范围内的运行状态基本一致,转子的动平衡只需要在较低转速下实现即可,此时在空气环境下的低转速转子在线动平衡可替代真空环境下的高转速在线动平衡,最终达到较高的动平衡精度。

### 4 力自由控制器的实现

磁轴承力自由控制器的实现,可以采用通用陷波器的办法<sup>[14]</sup>,其基本原理如图 5 所示。下面将以  $X_A$ 通道为例,介绍力自由控制器的设计,自

适应滤波控制器的核心是凹陷反馈环节  $N_f$ ,其中中心频率随着转速的变化而变化,反馈系数  $\epsilon$  决定陷波器  $N(s)$  的收敛速度和中心陷波带宽,通过设置陷波器参数中的实系数矩阵  $\mathbf{T}$ ,可以保证闭环系统的稳定性。

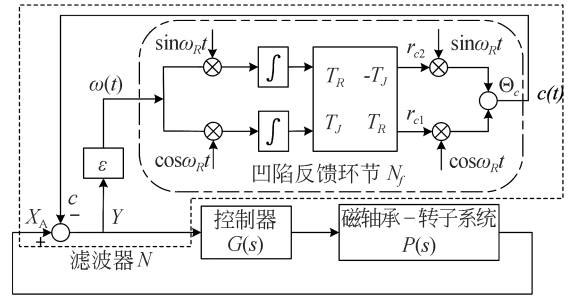


图 5 自适应陷波器原理图

Fig. 5 Schematic of adaptive notch filter

设  $\omega(t)$  为凹陷滤波器  $N_f$  的输入, $c(t)$  为凹陷滤波器  $N_f$  的输出,则有:

$$c(t) = \begin{bmatrix} \sin\omega_R t & \cos\omega_R t \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \int \sin\omega_R t \omega(t) dt \\ \int \cos\omega_R t \omega(t) dt \end{bmatrix}, \quad (23)$$

式(23)中, $\mathbf{T}$  为由实系数元素  $T_R$  和  $T_J$  组成的矩阵,具体表达形式为:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_R & -T_J \\ T_J & T_R \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中, $c$  和  $\omega$  满足以下微分方程:

$$\ddot{c}(t) + \omega_R^2 c(t) = T_R \dot{\omega}(t) - \omega_R T_J \omega(t). \quad (25)$$

则凹陷反馈环节的传递函数为:

$$N_f(s) = \frac{c(s)}{\omega(s)} = \frac{sT_R - \omega_R T_J}{s^2 + \omega_R^2}. \quad (26)$$

$N(s)$  的传递函数可以表示为:

$$N(s) = \frac{s + \omega_R^2}{s^2 + \omega_R^2 + \epsilon(T_R s - \omega_R T_J)}. \quad (27)$$

令  $s = j\omega$ ,考虑  $N(s)$  的频率特性,由式(27)可知,当  $\epsilon \neq 0$  时有:

$$\begin{cases} N(j\omega) = 0 & \omega = \omega_R \\ N(j\omega) \approx 0 & \omega \in (0, \omega_R - \Delta\omega) \cup (\omega_R + \Delta\omega, \infty) \\ N(j\omega) = 1 & \omega \in (\omega_R - \Delta\omega, \omega_R + \Delta\omega) \end{cases} \quad (28)$$

当  $\varepsilon \neq 0$  时,  $N_f$  的输出将趋近于输出通道  $X_A$  中频率为  $\omega_R$  的分量。  $N_f$  的输出  $c$  即为图 5 中  $\Theta_c$ , 设  $X_A$  中频率为  $\omega_R$  的分量是  $\Theta_{AX}$ , 当  $t \rightarrow \infty$ ,  $N_f$  的输出  $\Theta_c(t) \rightarrow \Theta_{AX}(t)$ 。

凹陷反馈环节  $N_f$  的输出  $\Theta_c(t)$  为:

$$\Theta_c(t) = r_{c1} \cos\omega_R t + r_{c2} \sin\omega_R t. \quad (29)$$

由式(29)可知, 反馈环节收敛之后  $N_f$  积分器的输出值即为转子位移信号中同频量的正余弦分量的幅值, 这就实现了对位移信号中不平衡量的辨识。在动平衡过程中, 可直接通过合理提取控制器中的迭代收敛数据来获取转子的同频位移响应  $\Theta_c$ , 然后进行校正质量的解算。

只要整个闭环系统实现渐进稳定,  $N(s)$  的输出信号中将不会存在与转速同频的信号成分, 则控制器将不再对转子的同频信号响应, 转子将绕惯性主轴旋转, 从而减小了不平衡振动, 同时也降低了磁轴承的电流功耗。

## 5 动平衡过程误差校正

在完全理想的情况下, 根据式(22)可以直接解算动平衡校正质量, 但是在实际系统中系统参数与设计值存在一定误差, 需要对整个动平衡过程的误差进行校正, 将式(22)表示为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}\mathbf{S}, \quad (30)$$

其中, 校正质量矩阵  $\mathbf{M} = [m_a \ m_b]^T$ , 转子位移同频响应矩阵  $\mathbf{S} = [\mathbf{R} \ \gamma]^T$ ,  $\mathbf{K}$  为  $\mathbf{S}$  与  $\mathbf{M}$  之间的转换系数矩阵:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

磁轴承力位移刚度系数  $k_x$  在转子运转状态时会受到涡流损耗, 磁场非线性化等影响, 且在静态时本身力电流系数就与设计值存在一定的误差。材料加工误差和装配误差也将导致系统的结构参数  $L_1, L_2, a, b, r_a, r_b$  与设计值存在一定的误差, 另外, 系统中存在的滞后环节也将导致位移传感器测量的相角信息有一定的系统误差, 以上这些误差都会使动平衡精度降低。

以下给出一种转换矩阵  $\mathbf{K}$  的校正方法。假定精确的校正质量矩阵为  $\mathbf{M}$ , 精确的转换矩阵为  $\mathbf{K}$ , 第一次将转子转速升至平衡转速时, 进行力自由控制, 此时同频位移响应为  $\mathbf{S}_0$ ; 对转子加试重  $\mathbf{M}_1$ , 此时转子依然存在不平衡力和力矩, 再次升至平衡转速, 磁轴承开启力自由控制后的转子同频位移响应为  $\mathbf{S}_1$ , 则有:

$$\begin{cases} \mathbf{M} = \mathbf{K}\mathbf{S}_0 \\ \mathbf{M} - \mathbf{M}_1 = \mathbf{K}\mathbf{S}_1 \end{cases}. \quad (32)$$

由上式可得:

$$\mathbf{K}(\mathbf{S}_0 - \mathbf{S}_1) = \mathbf{M}_1. \quad (33)$$

由此可求出校正过后的转换矩阵  $\mathbf{K}$ , 则最终所需配重为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{K}\mathbf{S}_0. \quad (34)$$

整个动平衡过程只需要获取转子位移响应的同频量以及相应结构参数值, 经过两次升速动平衡, 即可实现较高精度的动平衡。

## 6 实验验证

图 6 所示为本文的实验对象——磁悬浮高速飞轮系统。在飞轮轮体的两端有两个配重面, 可通过不同质量的配重螺钉对转子进行本机动平衡, 动平衡转速为 3 600 r/min。磁悬浮飞轮系统主要参数见表 1。



图 6 磁悬浮飞轮系统装置图

Fig. 6 Experimental rig of magnetically suspended flywheel system

表 1 高速磁悬浮飞轮系统参数

Tab. 1 Parameters of high-speed magnetically suspended flywheel system

参数	数值
质量 $m/\text{kg}$	5.4
极转动惯量 $J_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.027
赤道转动惯量 $J_d/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.014
径向电磁铁中心距离 $l/\text{mm}$	40
额定最高转速 $n/(\text{r} \cdot \text{min}^{-1})$	30 000
转子最大角动量 $L/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s})$	85
径向单边气隙 $x_0/\text{mm}$	0.25
偏置电流 $I_0/\text{A}$	0.5
径向轴承力电流系数 $k_i/(\text{N} \cdot \text{A}^{-1})$	4.5
径向轴承力位移系数 $k_x/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	8 982.6

将飞轮转子升速至平衡转速时,对转子施加力自由控制,今磁轴承的同频控制电流迅速收敛到零,根据式(29)直接通过合理提取磁轴承控制器中的迭代收敛数据,可以获取转子同频位移响应  $\Theta$  (已转换为轴承坐标下),其可表示为:

$$S_0 = \begin{bmatrix} -78.18 - 70.65i \\ -174.3 - 55.78i \end{bmatrix} (\text{mV})$$

对转子加试重  $M_1$ ,试重的选择原则是使得加试重前后转子的振动发生明显变化,进而获得比较准确的转换系数矩阵,以保证动平衡的精度。受实际配重螺钉的限制,并且在综合考虑配重角度的情况下确定了试重:

$$M_1 = [280\text{mg} \angle 0^\circ, 280\text{mg} \angle 0^\circ]^T,$$

然后升速到平衡转速,再次施加力自由控制后,转子同频位移响应为:

$$S_1 = \begin{bmatrix} -168.96 - 2.80i \\ -267.32 + 20.72i \end{bmatrix} (\text{mV}),$$

根据式(33),得到修正之后的转换系数矩阵  $K$  (同样转换为轴承坐标下)为:

$$K = \begin{bmatrix} -4.5929 - 3.4251i & 5.9633 + 4.8973i \\ 5.9634 + 4.6804i & -3.6055 - 3.1836i \end{bmatrix},$$

根据式(34),得到最终的校正质量为:

$$M_2 = \begin{bmatrix} 880\text{mg} \angle -137.5^\circ \\ 317\text{mg} \angle -5.7^\circ \end{bmatrix}.$$

由于实际转子配重位置与配重质量的物理限制,不能完全按照理论计算结果进行配重,实际添加的校正质量为:

$$M' = \begin{bmatrix} 844\text{mg} \angle -135^\circ \\ 212\text{mg} \angle 0^\circ \end{bmatrix},$$

则理论上的转子残余不平衡为:

$$S' = K^{-1} (M_2 - M') = \begin{bmatrix} 9.33 - 16.78i \\ 1.35 - 8.18i \end{bmatrix} (\text{mV}),$$

对飞轮转子安装校正质量  $M'$  后,再次升速至平衡转速 60Hz,进行力自由控制之后,转子的同频位移响应为:

$$S_2 = \begin{bmatrix} 15.4 - 18.32i \\ 4.916 - 9.539i \end{bmatrix} (\text{mV})$$

由此可知,理论计算的转子残余不平衡响应与实验测得的残余不平衡响应基本相符,经过动平衡转子两端的同频位移响应分别下降了 77.29% 和 94.14%,很好地验证了本文方法的可行性。

根据式(31),若直接由系统给定的初始设计参数计算转换系数矩阵,有:

$$K_0 = \begin{bmatrix} -2.4435 & 3.1887 \\ 3.1887 & -2.4435 \end{bmatrix},$$

与校正之后的转换系数矩阵相比,直接采用系统初始设计值计算获得的转换系数矩阵有较大的系统误差,会降低系统的动平衡误差。

由式(30)可知,由  $K_0$  计算得到的校正质量为:

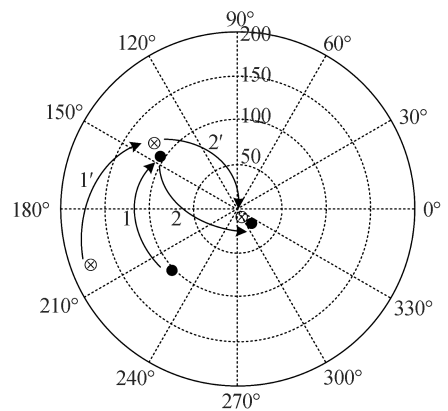
$$M_0 = \begin{bmatrix} 365\text{mg} \angle -179.2^\circ \\ 198\text{mg} \angle -26.7^\circ \end{bmatrix},$$

则由系统参数误差导致的残余不平衡振动为:

$$S_0' = \begin{bmatrix} -52.98 + 58.48i \\ -118.22 + 77.12i \end{bmatrix} (\text{mV})$$

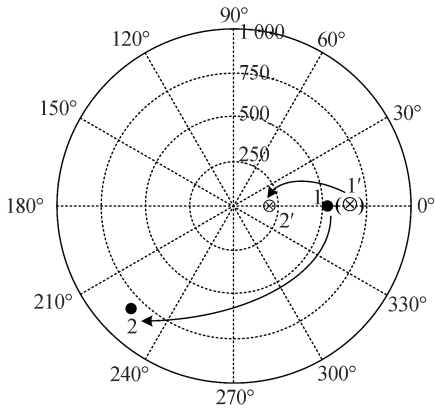
由此可知,通过对系统的参数误差进行校正,可大大提高动平衡的精度。

图 7 为在线动平衡过程中的转子同频位移响应及动平衡校正质量,其中,图 7(a)为转子初始状态以及两次动平衡之后的转子同频位移响应,图 7(b)为实际添加的两次动平衡校正质量。



(a) 转子同频位移响应 (mV)

(a) Rotor synchronous displacement response (mV)

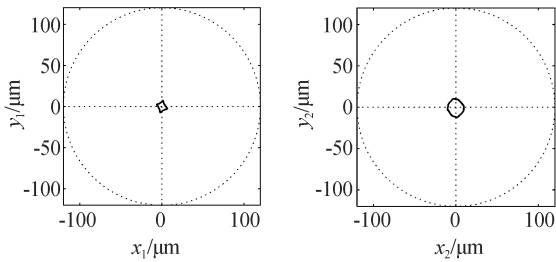


(b) 动平衡校正质量 (mg)  
(b) Correction-masses(mg)

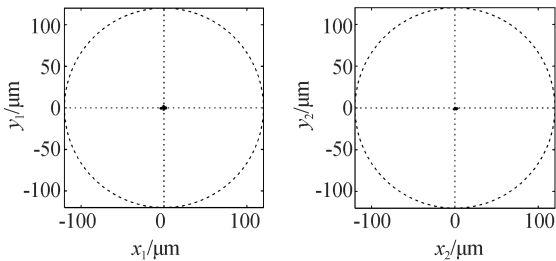
图 7 在线动平衡过程中的转子同频位移响应以及动平衡校正质量

Fig. 7 Rotor synchronous displacement response and correction-masses under force free unbalance control

图 8 和图 9 分别为动平衡前后的通过位移传感器测量转子轴心轨迹和径向位移的频谱图。由图可知,在转速频率为 60 Hz 时,经过动平衡后飞轮转子的轴心轨迹明显变小,转子的同频位移显著下降,最终实现了高精度、高效率的转子动平衡。



(a) 动平衡前  
(a) Before balancing



(b) 动平衡后  
(b) After balancing

图 8 动平衡前后转子轴心轨迹

Fig. 8 Shaft centerline orbit of rotor before and after field balancing

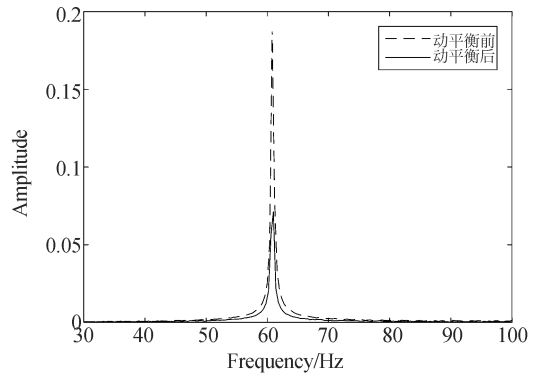
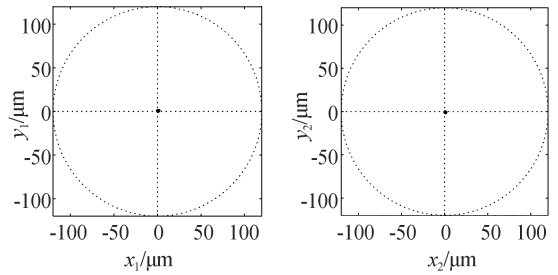


图 9 动平衡前后转子位移信号频谱

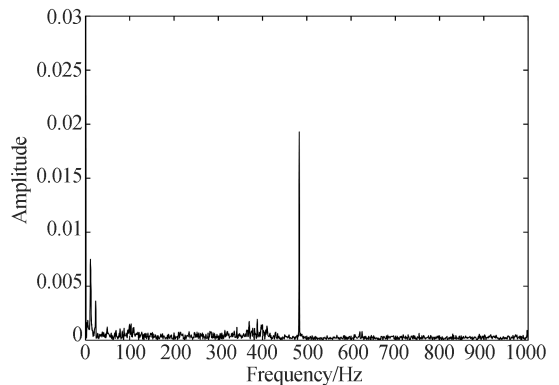
Fig. 9 Spectrum graph of rotor displacement before and after field balancing

在真空环境下将转子升速至 500 Hz,其转子轴心轨迹和位移频谱如图 10 所示。与空气环境下低转速动平衡之后的运转状态基本一致,在转速频率为 500 Hz 时,转子轴心轨迹很小,转子的位移同频振幅小于 2  $\mu\text{m}$ ,运行状态平稳,进一步验证了本文方法的有效性。



(a) 转子轴心轨迹

(a) Shaft centerline orbit of rotor



(b) 转子位移频谱

(b) Spectrum graph of rotor displacement

图 10 转速为 500Hz 时转子轴心轨迹以及位移频谱

Fig. 10 Shaft centerline orbit and spectrum graph of rotor displacement with rotating speed of 500 Hz

## 7 结 论

通过分析磁悬浮转子不平衡在不同控制方式下的特性,本文提出了一种基于力自由不平衡控制的在线动平衡方法。该方法用在空气环境下低转速的在线动平衡替代在真空环境下的高转速在线动平衡,实现了兼顾高效率和高精度的在线动平衡。利用转速同频陷波器实现了转子的力自由不平衡控制,并对转子位移同频响应到校正质量之间的转换系数进行了修正。实验结果证明,本文提出的在线动平衡校正方法,只进行一次试重即可解算出校正质量,且解算时并不需要磁轴承

额外的系统参数。经过动平衡后,转子两端同频位移响应分别下降了77.29%和94.14%,同时在真空环境下转速频率为500Hz时转子轴心轨迹很小,转子的位移同频振幅小于 $2\mu\text{m}$ ,与空气环境下低转速动平衡后的状态基本一致,进一步验证了本文出方法的有效性。

本文提出的动平衡方法无需外加测量设备,通过合理提取力自由控制器中的迭代收敛数据即可获得相应的振动数据,若能准确获得系统参数值或预先对其进行精确标定,则可实现无试重动平衡;一般情况下,只需要一次升速进行试重就可以通过测量同频位移响应解算校正质量,实现兼顾高精度和高效率的在线动平衡。

## 参考文献:

- [1] SCHWEITZER G, MASLEN E H. 磁悬浮轴承:理论、设计及旋转机械应用[M]. 北京:机械工业出版社,2012.  
SCHWEITZER G, MASLEN E H, et al.. *Magnetic Bearing: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery* [M]. Beijing: China Machine Press, 2012. (in Chinese)
- [2] 房建成,孙津济,樊亚洪等. 磁悬浮惯性动量轮技术[M]. 北京:国防工业出版社,2012.  
FANG J CH, SUN J J, FAN Y H, et al.. *Magnetically Suspended Inertial Momentum Wheel Technology* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012. (in Chinese)
- [3] HERZOG R, BUHLER P, GAHLER C, et al.. Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 4(5): 580-586.
- [4] 钟一谔,何衍宗,王正,等. 转子动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1987.  
ZHONG Y E, HE Y Z, WANG ZH, et al.. *Rotor Dynamics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1987. (in Chinese)
- [5] PANG D C. *Magnetic bearing system design for enhanced stability* [D]. University of Maryland, 1994:224-227.
- [6] 张凯,张小章. 磁轴承不平衡控制技术的研究进展[J]. 中国机械工程, 2010 (8): 897-903.  
ZHANG K, ZHANG X ZH. A review of unbalance control technology of active magnetic bearing [J]. *China Mechanical Engineering*, 2010 (8): 897-903. (in Chinese)
- [7] JIANG K J, ZHU C S, TANG M. A uniform control method for imbalance compensation and automation balancing in active magnetic bearing-rotor systems[J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 2012, 134(2): 021006.
- [8] 房建成,张会娟,刘虎. 磁悬浮刚性转子系统振动机理分析与动力学建模[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(12): 1707-1713.  
FANG J CH, ZHANG H J, LIU H. Vibration mechanism analysis and dynamic model development of magnetically suspended rigid rotor system [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(12): 1707-1713. (in Chinese)
- [9] 崔培玲,盖玉欢,房建成,等. 主被动磁悬浮转子的不平衡振动自适应控制[J]. 光学精密工程, 2015, 23(1): 122-131.  
CUI P L, GAI Y H, FANG J CH, et al.. Adaptive control for unbalance vibration of active-passive hybrid magnetically suspended rotor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(1): 122-131. (in Chinese)
- [10] 崔培玲,赵光再,房建成,等. 基于相移陷波器的磁轴承不平衡振动全频自适应控制[J]. 振动与冲击, 2015, 34(20): 16-20.  
CUI P L, ZHAO G Z, FANG J CH, et al.. Adaptive control of unbalance vibration for magnetic bearings based on phase-shift notch filter within the whole frequency range [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(20): 16-20. (in Chinese)
- [11] DYER S W, NI J. Adaptive influence coefficient

control of single-plane active balancing systems for rotating machinery [J]. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 2001, 123(2): 291-298.

- [12] KANG Y, CHANG Y P, TSENG M H, *et al.*. A modified approach based on influence coefficient method for balancing crank-shafts [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 234(2): 277-296.
- [13] 王英广, 房建成, 郑世强, 等. 磁悬浮电机的高效高精度在线动平衡[J]. *光学 精密工程*, 2013, 21(11): 2884-2892.

WANG Y G, FANG J CH, ZHENG SH Q, *et al.*. Field balancing of magnetically levitated motor in high-efficiency and high-accuracy [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(11): 2884-2892. (in Chinese)

- [14] 韩辅君, 房建成. 磁悬浮飞轮转子系统的现场动平衡方法[J]. *航空学报*, 2010(1): 184-190.
- HAN F J, FANG J CH. Field balancing method for rotor system of a magnetic suspending flywheel [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010(1): 184-190. (in Chinese)

#### 作者简介:



蒲芑成(1989—),男,贵州思南人,博士研究生,2011年于清华大学获得学士学位,现为清华大学核能与新能源技术研究院博士研究生,主要从事电磁轴承及其相关技术方面的研究。E-mail: ppcl3@mails.tsinghua.edu.cn

#### 导师简介:



赵雷(1963—),男,山东烟台人,博士,教授,博士生导师,1996年于哈尔滨工业大学机电学院获得博士学位,现为清华大学核能与新能源技术研究院教授,主要从事机电与控制、电磁悬浮等方面的研究。E-mail: zhaolei@tsinghua.edu.cn