

文章编号 1004-924X(2017)06-1607-12

稳健李代数旋转平均用于 GPS 辅助 无人机影像三维重建

李劲澎*, 姜 挺, 龚志辉, 江刚武
(信息工程大学, 河南 郑州 450001)

摘要:针对最小二乘的旋转平均方法对粗差敏感,求解影像旋转参数不够精确的问题,提出了一种稳健的旋转平均方法。先利用李群和李代数之间的映射关系,将旋转矩阵的乘积运算简化为李代数中的减法运算,推导出旋转平均迭代解算的线性化方程;然后利用 L1 范数优化和迭代加权最小二乘相结合的方法求解全局一致旋转最优解;最后采用迭代策略剔除粗差,得到精确的旋转矩阵。实验结果表明,与传统最小二乘方法相比,提出方法的旋转参数求解精度更高,稳健性更好,用于三维重建可以得到更密集均匀的点云,重建完整性更好。旋转平均的精度优于 0.15 度,计算时间不超过 0.31s,光束法平差后,重投影误差在 1.3 个像素以内。基本满足快速稳健三维重建的要求。

关键词:无人机;三维重建;李代数;L1 范数;旋转平均;全球定位系统

中图分类号: TP242.6 **文献标识码:** A **doi:**10.3788/OPE.20172506.1607

GPS-supported 3D reconstruction of UAV images based on robust Lie-algebraic rotation averaging

LI Jin-peng*, JIANG Ting, GONG Zhi-hui, JIANG Gang-wu

(Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

* Corresponding author, E-mail: hc116007@163.com

Abstract: As the sensitivity of the rotation averaging method for the Least Squares to the gross error would lead to inaccurate solution of image rotation parameters, a robust rotation averaging method was proposed. Taking advantages of the mapping relations between the Lie group and Lie algebra, the linear equation of rotation averaging iteration resolving was deduced by simplifying the product operation of rotation matrix to subtraction operation in Lie algebra; then the globally uniform rotation optimum solution was solved by combining L1 norm optimization with the iteratively reweighted least squares; and the iterative strategy was used to eliminate the gross error for obtaining accurate rotation matrix. The method was applicable to low-precision GPS supported three-dimensional reconstruction of Unmanned Aerial Vehicle(UAV) images. The result of the experiment shows that compared with traditional least square method, the proposed method exhibits a higher solution accuracy of rotation parameters and better robustness, which can be applied to three-dimensional reconstruction for obtaining

收稿日期:2016-12-19;修订日期:2017-02-09.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 41471387, No. 41301526)

more intensive and homogeneous point cloud with better integrity. The accuracy of rotation averaging overmatches 0.15° with the computing time no more than 0.31 s, and after bundle adjustment, the re-projection error is within 1.3 pixels, which meet the requirement of fast and robust three-dimensional reconstruction.

Key words: Unmanned Aerial Vehicle (UAV); three-dimensional(3D) reconstruction; Lie algebra; L1 norm; rotation averaging; Global Positioning System (GPS)

1 引言

无人机遥感因其成本低、响应速度快、能够克服不良天气条件影响等诸多优点,在抢险救灾、战场侦查、滑坡监测等场合得到了广泛应用^[1],在这些应急任务中,时效性是数据处理应考虑的重要指标,因而如何快速稳健的获取目标区域的三维几何信息,成为当前研究的热点问题。

轻小平台无人机遥感具有相机姿态稳定性差、影像重叠不规整等特点,使得传统摄影测量理论并非解决该问题的最佳选择。计算机视觉多视图几何理论通用性好,其中运动恢复结构(Structure from Motion, SfM)技术可由存在重叠的影像集中恢复出影像的位置、姿态参数,实现场景三维重建^[2-3],在机器人轨迹规划^[4]、双目三维重建系统^[5]等方面有广泛应用。有学者开展了 SfM 用于无人机影像三维重建的研究^[6]。但一般的 SfM 方法未充分利用无人机搭载 GPS 系统的位置信息,导致重建效率不高、结果不稳定。有学者利用无人机 GPS 信息作为影像位置初值来辅助 SfM 三维重建,经过论证,可提高重建的效率和稳定性^[7-8]。

除了相机位置确定,三维重建中的另一个关键问题是影像姿态的求解。旋转平均(Rotation Averaging)利用相机之间的相对旋转解算出全局一致性旋转矩阵,是高效求解相机旋转的方法。Govindu^[9]最早将运动平均思想引入 SfM 中,提出了利用奇异值分解求出四元数形式全局旋转最小二乘解的方法。Martinec 和 Pajdla^[10]先利用 MATLAB 的 EIGS(Eigenvalues and Eigenvectors)函数求旋转的近似最小二乘解,再使用奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD)得到 Frobenius 范数下满足正交约束的旋转矩阵。这些基于最小二乘的方法在相对旋转估计无粗差的

理想情况下,能获得较高精度结果,但实际上,在由影像匹配同名点估计相对旋转的过程中,由于误匹配、匹配点少或匹配点分布不均匀等原因,相对旋转估计不可避免的存在粗差,这些方法就无法得到精确的结果。为了减小粗差对旋转估计的影响,Arie-Nachimson 等^[11]在文献[10]基础上加入了 SDP(Semidefinite Programming)松弛条件,Ozyesil^[12]进一步提出了迭代特征向量法(Iteratively Eigenvector Method, IEM),该方法采用迭代策略剔除外点,在每次迭代中采用文献[11]方法,但该方法本质上仍是基于最小二乘的方法,对粗差依旧比较敏感,而且当粗差较多时会出现将部分无粗差观测值一起剔除的情况,得到的结果难以满足无人机影像三维几何信息获取的需要。

2 方法概述

本文提出了一种稳健的李代数旋转平均方法,并将其应用在 GPS 辅助无人机影像三维重建中。首先概略估算影像重叠,构建影像关系图,然后利用稳健的旋转平均方法迭代求解影像姿态参数,再将姿态参数转换至 WGS84 坐标系(地心地固坐标系)下,实现影像位置、姿态坐标系的统一,最后利用三角化方法计算物方点初始三维坐标,经过平差优化得到重建点云。

3 稳健李代数旋转平均

3.1 李群和李代数理论

19 世纪 70 年代,挪威数学家 Sophus Lie 发表了他在李群理论方面的一系列成果。

李群是一个群,其上面包含了代数结构、拓扑结构和解析结构。李群是非线性的数学对象,李代数则是李群结构的自然的线性化^[13]。李群和李代数理论在量子力学、纤维丛、规范理论、机器

人控制和机器人视觉伺服控制等领域得到了广泛应用。为了应用该理论进行影像姿态的解算,下面对相关定义和公式作简要介绍。

群:假设集合 G 内部有一个映射 $f: G \times G \rightarrow G$, 如果集合的元素和映射满足四个条件: 结合性、同一性、可逆性、封闭性, 那么集合 G 称为一个群。

李群: 如果一个群 G 的乘法映射 $f: G \times G \rightarrow G$ 和求逆映射 $t: h \rightarrow h^{-1}$ 是可微映射, 则称 G 为李群。

李代数: 假设向量空间 g 上的双线性映射 $[\cdot, \cdot]: g \times g \rightarrow g$, 具有两个性质: (1) 反对称性: 对于任意元素 $b, d \in g, [b, d] = -[d, b]$, (2) 雅可比恒等式: 对于任意元素 $b, d, z \in g, [b, [d, z]] + [d, [z, b]] + [z, [b, d]] = 0$, 则称向量空间 g 为李代数。映射 $[\cdot, \cdot]: g \times g \rightarrow g$ 称为李括号, 括号运算定义为 $[b, d] = bd - db$ 。

特殊正交群: 行列式等于 1 的 $n \times n$ 正交矩阵的集合称为特殊正交群, 记为 $SO(n)$, $SO(n)$ 是一种李群。

特殊正交群的李代数: 假设存在 $n \times n$ 矩阵 x , 使得对于任意实数 t , 都有 $\exp(tx) \in SO(n)$ 成立, 那么将所有满足该条件的矩阵的集合称为 $SO(n)$ 的李代数, 记为 $so(n)$ 。 $so(n)$ 是所有满足 $x^T = -x$ 的 $n \times n$ 矩阵 x 构成的空间。 $so(n)$ 通过指数映射 $\exp: g \rightarrow G$ 与特殊正交群 $SO(n)$ 对应。

对于 $so(n)$ 中的两个矩阵 x 和 y , 存在着如公式(1)的关系式:

$$\ln(e^x e^y) = x + y + \frac{1}{2}[x, y] + \frac{1}{12}[x - y, [x, y]] + o(\|x, y\|^4). \quad (1)$$

该方程描述了 $SO(n)$ 中两个元素乘积与对应李代数中元素之间的关系, 称为 Baker-Campbell-Hausdorff(BCH)公式。

3.2 稳健旋转平均

首先利用 GPS、IMU 数据和测区概略高程估算影像之间的重叠情况^[14,15], 构建初始影像关系无向图 $G=(V, E)$, V 为顶点集合, 其中的每个顶点表示一幅影像, E 为边集合, 其中的每一条边表示估算出存在重叠关系的像对。然后, 在边集合中进行 SIFT(Scale-invariant feature transform)特征匹配, 并利用 RANSAC(Random Sample

Consensus)架构下的 5 点算法估计重叠影像之间的相对旋转矩阵和平移方向矢量。

对于任一像对 $(i, j) \in E$, 影像 i, j 的全局一致旋转 R_i, R_j 和相对旋转 R_{ij} 之间存在如公式(2)、(3)的关系:

$$R_{ij} = R_j R_i^{-1}, \quad (i, j) \in E, \quad (2)$$

$$R_i R_i^T = I, \quad i \in V, \quad (3)$$

其中, I 为 3×3 的单位矩阵。

3.2.1 李代数旋转平均

由式(3)可知, 相机旋转矩阵 R 是一个 3×3 的正交矩阵, 根据特殊正交群的定义, 行列式等于 1 的 3×3 正交矩阵的集合为李群 $SO(3)$, 即 $R \in SO(3)$ 。相机旋转还可以使用所谓的“角-轴”方式来表示, 即以某一个 3×1 单位向量 n 为轴旋转 θ 角, 具体表达形式为 $w = \theta n = (w_1, w_2, w_3)^T$ 。假设向量 w 对应的反对称矩阵为 Ω , 其具体形式如公式(4):

$$\Omega = [w]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

显然, $\Omega^T = -\Omega$ 。依据特殊正交群的李代数的定义, 所有满足 $\Omega^T = -\Omega$ 的 3×3 矩阵 Ω 构成的空间为 $SO(3)$ 的李代数, 记为 $so(3)$, 且 $so(3)$ 通过指数映射与 $SO(3)$ 关联, 即对于 $\Omega \in so(3)$ 和 $R \in SO(3)$, 关系如公式(5)所示:

$$R = e^{\Omega}. \quad (5)$$

假设影像集 V 中所有影像的全局一致旋转为 $R_{\text{global}} = \{R_1, \dots, R_i, \dots, R_N\}$, 对于像对 $(i, j) \in E$, 影像 i, j 的旋转 R_i, R_j 和相对旋转 R_{ij} 在李代数 $so(3)$ 中对应的矩阵分别为 Ω_i, Ω_j 和 Ω_{ij} , 根据关系式(5), 方程(2)可以写成下面的形式:

$$e^{\Omega_{ij}} = e^{\Omega_j} (e^{\Omega_i})^{-1} = e^{\Omega_j} e^{-\Omega_i}. \quad (6)$$

对方程两边做对数运算, 根据 BCH 公式展开, 当 $\|\Omega_i\|_2, \|\Omega_j\|_2$ 较小时, 取一次近似做线性化处理, 可以得到:

$$\Omega_{ij} \approx \Omega_j - \Omega_i. \quad (7)$$

定义向量化运算 $\text{vec}(\cdot): w = \text{vec}(\Omega)$, 即从反对称矩阵 Ω 中提取相应元素组成旋转向量。假设 Ω_i, Ω_j 和 Ω_{ij} 对应的“角-轴”旋转向量分别为 w_i, w_j 和 w_{ij} , 相应地, 有如下关系:

$$w_{ij} \approx w_j - w_i = [\dots - I \dots I \dots] [\dots w_i \dots w_j \dots]^T. \quad (8)$$

若记 $A_{ij} = [\dots - I \dots I \dots]$, $W_{\text{global}} = [w_1 \dots w_i \dots$

$w_n]^T$, 上式可写为

$$w_{ij} = A_{ij} W_{\text{global}}. \quad (9)$$

对边集合中的所有像对列出方程, 并进行整理, 就得到了方程组:

$$A W_{\text{global}} = W_{\text{relative}}, \quad (10)$$

其中, W_{relative} 由所有的相对旋转向量 w_{ij} 组成, A 则是由相应的 A_{ij} 组成。

这样, 经过李代数映射和线性化近似, 就将旋转矩阵的求解转化为旋转向量的线性方程求解。由于方程推导过程中进行了线性化近似, 因此需要通过迭代方式求解, 具体步骤如下:

(1) 给 R_{global} 赋初值, 可以令 R_{global} 中任意一个旋转矩阵为单位阵 I , 以该影像摄像机坐标系为基准, 建立影像全局一致姿态解算坐标系, 计算出影像一致性旋转均定义在该坐标系中;

(2) 求旋转向量改正量: 对 E 中的每一条边, 计算相对旋转改正量 $\Delta R_{ij} = R_j^{-1} R_{ij} R_i$, 并计算相应改正量 $\Delta \Omega_{ij} = \ln(\Delta R_{ij})$, $\Delta w_{ij} = \text{vec}(\Delta \Omega_{ij})$, 列出误差方程:

$$v_{ij} = A_{ij} \Delta W_{\text{global}} - \Delta w_{ij}. \quad (11)$$

将所有的误差方程组合, 写成矩阵形式为:

$$V = A \Delta W_{\text{global}} - \Delta W_{\text{relative}}, \quad (12)$$

求解各旋转向量的改正量 $\Delta w_i (i \in [1, n])$;

(3) 更新旋转矩阵: 对每一影像 $i \in V$, 更新其旋转矩阵:

$$R_i^{(k+1)} = R_i^{(k)} \exp([\Delta w_i]_{\times}), \quad (13)$$

其中, k 表示迭代次数;

(4) 迭代计算: 重复上述步骤(2)到(3), 直到 $\| \Delta W_{\text{relative}} \|$ 小于某一阈值为止。

3.2.2 结合 L1 范数和 IRLS 的稳健估计

分析上述步骤可知, R_{global} 的精度和可靠性主要取决于步骤(2)中改正量的求解。通常采用的最小二乘法是求满足残差平方和最小条件下的最优解, 使用最小二乘法时, 改正量的求解问题可表示为:

$$\min_{\Delta W_{\text{global}}} V^T V. \quad (14)$$

杨元喜^[16]指出, 由于最小二乘法的目标函数是残差的平方函数, 若观测值中含有粗差, 则对残差平方和的影响非常大, 要使目标函数最小, 必然要迁就那些异常值, 所以最小二乘估计不具有抗差性。Hartly^[17]指出, L1 范数估计的抗差性比 L2 范数法好, 甚至当一半的样本中存在粗差时, 仍然能够得到稳健的估计结果。李德仁、袁修

孝^[18]指出, 采用最小二乘平差法, 其平差结果将严重地、成正比地受到粗差影响, 而 L1 范数法满足稳健化原则, 具有较好的稳健性。

因此, 为了减小相对旋转估计粗差对全局旋转求解的影响, 设计了结合 L1 范数估计和迭代加权最小二乘 (Iteratively Reweighted Least Square, IRLS) 的稳健估计方法, 先使用抗差性较好的 L1 范数优化求解, 得到稳健估计结果, 将其作为初值, 利用 IRLS 进一步优化^[19], 该方法的流程如图 1 所示, 将其记为 RLARA (Robust Lie-Algebraic Rotation Averaging) 法。

(1) L1 范数估计

在 L1 范数下, 3.2.1 节步骤(2)旋转向量改正量的求解可以转化为最优化问题:

$$\min_{\Delta W_{\text{global}}} \| A \Delta W_{\text{global}} - \Delta W_{\text{relative}} \|_{l_1}. \quad (15)$$

该问题可以由单纯形法或原点对偶内点法来求解。

经过迭代运算, 收敛时就能得到各相对旋转估计比较真实可靠的残差, 以此为依据赋权, 将 L1 范数估计结果作为初值再进行 IRLS 运算, 残差较大观测量的权值将不断减小, 从而限制其对估计结果的影响。

(2) 加权最小二乘估计

选择鲁棒类的 Huber 函数 $\rho(m) = m^2 / (m^2 + \delta^2)$ (δ 为调谐因子) 作为代价函数, 旋转向量改正量的求解可转化为最优化问题:

$$\min_{\Delta W_{\text{global}}} G_{\delta} = \min_{\Delta W_{\text{global}}} \sum_{(i,j) \in E} \rho(\| v_{ij} \|) = \min_{\Delta W_{\text{global}}} \sum_{(i,j) \in E} \frac{v_{ij}^2}{v_{ij}^2 + \delta^2}. \quad (16)$$

对目标函数 G_{δ} 求偏导并令其等于 0, 可得到:

$$A^T P A \Delta W_{\text{global}} = A^T P \Delta W_{\text{relative}}, \quad (17)$$

其中, 权矩阵 $P = \begin{bmatrix} \cdot & & \\ & P(v_{ij}) & \\ & & \cdot \end{bmatrix}$ 为对角阵, 每

一个块矩阵 $P(v_{ij}) = \frac{\delta^2}{(\| v_{ij} \|^2 + \delta^2)^2} I$ 。

求解方程(17), 计算残差 $v_{ij} = A_{ij} \Delta W_{\text{global}} - \Delta w_{ij}$, 并重新计算权矩阵 P , 作为下一次迭代过程的权, 经过迭代解算, 收敛时就得到了优化后的旋转矩阵 R_{global} 。

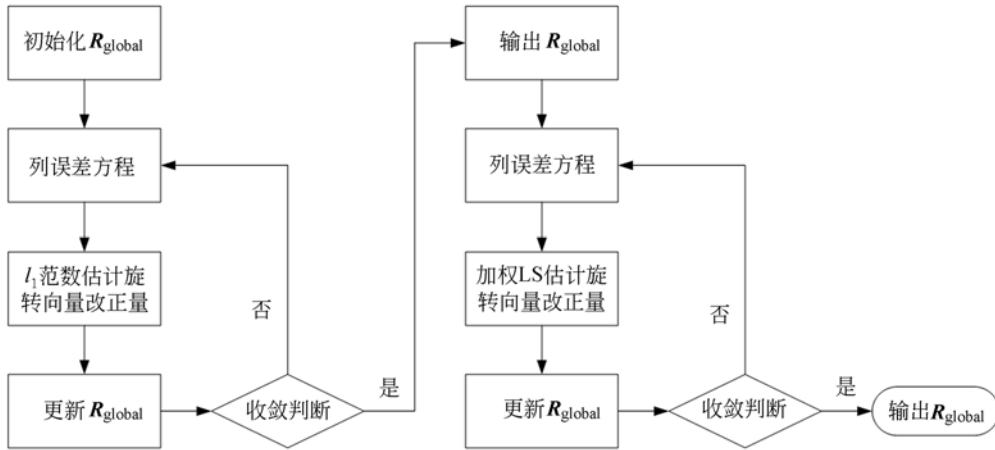


图 1 RLARA 法流程图

Fig. 1 Flowchart of RLARA method

3.2.3 粗差剔除

理想情况下,两影像 i, j 的旋转矩阵与相对旋转矩阵之间满足方程(2),即 $R_j R_i^{-1} R_{ij}^{-1} = I$,因此旋转矩阵求解的精度可由 $R_j R_i^{-1} R_{ij}^{-1}$ 和单位阵 I 之间的差异来衡量。

欧拉旋转定理表明,在三维空间内,旋转矩阵 R 必有一个等于 1 的实特征值,如果相应旋转角为 θ ,则旋转矩阵的另外两个复数特征值为 $\exp(i\theta)$ 和 $\exp(-i\theta)$, R 的迹为 $tr(R) = 1 + 2\cos \theta$,那么,旋转角 θ 可以由下式来计算:

$$\theta = \arccos\left(\frac{1}{2}(tr(R) - 1)\right), \quad (18)$$

单位阵对应的旋转角为 0,以角度闭合差来描述 $R_j R_i^{-1} R_{ij}^{-1}$ 和单位阵 I 之间的差异,可表示为:

$$dRot_{ij} = \arccos\left(\frac{1}{2}(tr(R_j R_i^{-1} R_{ij}^{-1}) - 1)\right), \quad (19)$$

统计集合 E 中所有边的闭合差,将误差较大的边从集合 E 中剔除^[12],得到新的边集合 $E_{in} = E \setminus E_{out}$ (E_{out} 为外点的集合),这样可能造成影像关系图不再是连通的,即集合 V 中可能有部分影像与其余影像之间不存在关联,因此,需要搜索新影像关系图中的最大连通分量,这里采用深度优先搜索(Depth First Search,DFS)方法来遍历影像关系图,搜索出其中具有最大影像数量的无向图 $G_{max} = (V_{max}, E_{max})$,然后在 $G_{max} = (V_{max}, E_{max})$ 中再次利用 RLARA 法求解影像全局旋转。

重复上述计算过程,直到闭合差收敛或达到

一定的迭代次数时,存在较大误差的相对旋转被剔除掉,最终得到精确的影像一致性旋转矩阵。

将上述迭代剔除粗差的旋转平均方法记为 IRLARA (Iteratively Robust Lie-Algebraic Rotation Averaging)法。处理流程如图 2 所示。

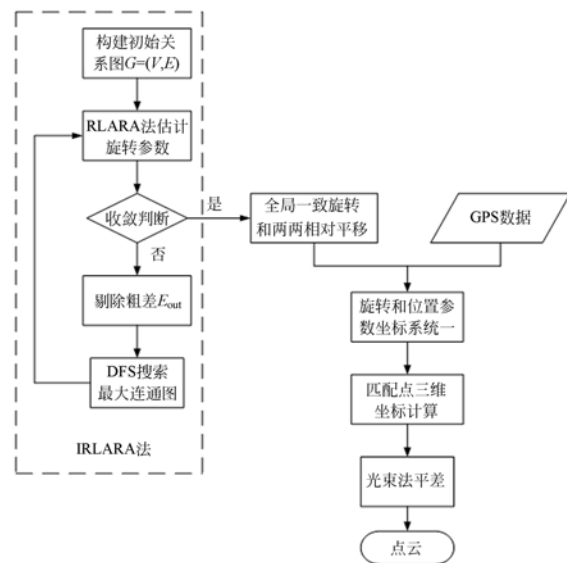


图 2 GPS 辅助三维重建流程图

Fig. 2 Flowchart of GPS-supported 3D reconstruction

4 旋转和位置参数坐标系的统一

由第 3.2.1 节步骤(1)可知,影像一致性旋转 R_{global} 定义在全局一致姿态解算坐标系中,而由 GPS 信息得到的影像位置定义在 WGS84 坐标系中,为了进行后续的几何处理,需要将全局一致旋转 R_{global} 转换至 WGS84 地心直角坐标系下,以实

现影像位置和姿态坐标系的统一。该转换可以通过相机中心在全局姿态坐标系下的平移和在 WGS84 坐标系下平移之间的对准来实现。

假设在最终重建影像关系图 $G_{\max} = (V_{\max}, E_{\max})$ 中, 有两幅影像 $i, j \in V_{\max}$, 且像对 $(i, j) \in E_{\max}$, 影像 i 和 j 对应的相机中心在全局一致姿态坐标系 $O-X_{\text{global}} Y_{\text{global}} Z_{\text{global}}$ 中的坐标为 $C_{i\text{global}}, C_{j\text{global}}$, 在 WGS84 地心直角坐标系 $E-XYZ$ 中的坐标为 $\mathbf{gps}_i, \mathbf{gps}_j$, 那么存在空间相似变换关系:

$$\mathbf{gps}_i = S \cdot \mathbf{R}_{\text{trans}} C_{i\text{global}} + \mathbf{T}_{\text{trans}}, \quad (20)$$

$$\mathbf{gps}_j = S \cdot \mathbf{R}_{\text{trans}} C_{j\text{global}} + \mathbf{T}_{\text{trans}}, \quad (21)$$

其中, S 为尺度因子, $\mathbf{R}_{\text{trans}}$ 和 $\mathbf{T}_{\text{trans}}$ 分别为两坐标系间的旋转矩阵和平移向量。两式作差, 可以得到:

$$\mathbf{gps}_j - \mathbf{gps}_i = S \cdot \mathbf{R}_{\text{trans}} (C_{j\text{global}} - C_{i\text{global}}). \quad (22)$$

由第 3.2 节影像相对位姿估计可以得到 i 和 j 相机中心之间的单位相对平移向量 t_{ij} , 在 $O-X_{\text{global}} Y_{\text{global}} Z_{\text{global}}$ 中, 该单位平移向量坐标为 $\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{R}_j t_{ij}$, 即 $\mathbf{T}_{ij} = (C_{j\text{global}} - C_{i\text{global}}) / \|C_{j\text{global}} - C_{i\text{global}}\|$ 。若记 $E-XYZ$ 坐标系中 i 和 j 之间平移的归一化单位向量为 \mathbf{gps}_{ij} , 那么, 消去方程(22)中的尺度因子, 可以得到:

$$\mathbf{gps}_{ij} = \mathbf{R}_{\text{trans}} \mathbf{T}_{ij}, \quad (23)$$

其中, $\mathbf{gps}_{ij} = (\mathbf{gps}_j - \mathbf{gps}_i) / \|\mathbf{gps}_j - \mathbf{gps}_i\|$ 。

同理, 对 E_{\max} 中的所有像对列方程, 就得到了关于转换矩阵 $\mathbf{R}_{\text{trans}}$ 的方程组, 这是一个线性代数中的正交 Procrustes 问题, 可以利用 SVD 分解法求解。

为了减小相对平移估计误差对转换矩阵求解的影响, 可在集合 E_{\max} 中筛选出同名点较多且分布均匀的像对, 认为其相对平移估计较精确, 用于转换矩阵 $\mathbf{R}_{\text{trans}}$ 的估计。图 3(彩图见期刊电子版) 为平移向量对准情况的示意图, 可以看到经过变

换后, 红色和蓝色的平移向量集能够基本吻合。

利用转换矩阵 $\mathbf{R}_{\text{trans}}$ 对全局旋转 $\mathbf{R}_{\text{global}}$ 变换, 就得到了与 GPS 坐标一致的影像姿态参数。然后, 利用并查集算法提取多视匹配点, 在多视匹配中选取摄影基线最长的两视图, 由影像位姿参数进行三角化运算, 得到点的三维坐标, 并依据重投影误差对三维点筛选, 保留重投影误差小于一定阈值的点, 与影像位置、姿态参数一起进行光束法平差优化。

5 实验与分析

5.1 数据与环境

利用多组无人机影像数据进行了实验, 这里选取其中的两组进行分析。第一组数据由飞马无人机搭载的 Sony ILCE-5100 相机获取, 实验区域是河南省登封市唐庄乡李庄; 第二组由台湾碳基 Avian-P 无人机搭载的 Sony ILCE-5100 相机获取, 实验区域是吉林省长春市三合屯。相机均经过检校, 并利用检校参数完成了影像畸变改正。两组数据的基本信息如表 1 所示。登封影像集由比较规则的 3 条航带构成, 每航带 10 幅影像, 三合屯影像集则是由影像数量不均等的 7 条航带构成。图 4(a) 和图 4(b) 为两组影像集中的部分影像。

表 1 实验数据基本信息

Tab. 1 Basic information of experiment datas

| 参数 | 登封 | 三合屯 |
|--------------|-----------|-----------|
| 航带数 | 3 | 7 |
| 影像数 | 30 | 97 |
| 影像大小/(pixel) | 6000×4000 | 6000×4000 |
| 设定航高/m | 800 | 150 |
| GPS 精度/m | 10 | 10 |
| 航向重叠度/% | 80 | 80 |
| 旁向重叠度/% | 60 | 60 |

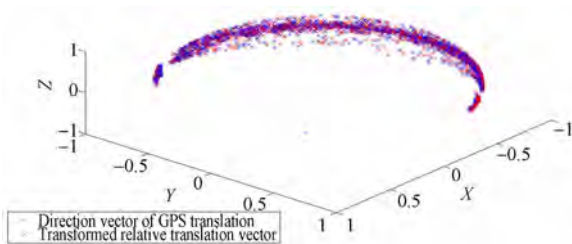


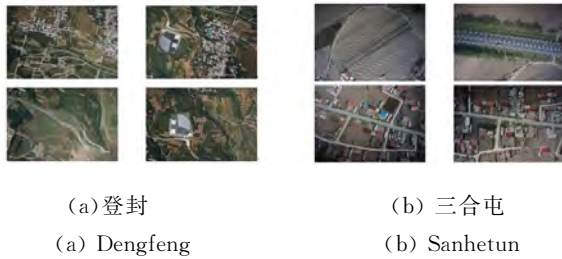
图 3 平移向量对准示意图

Fig. 3 Alignment of translation vectors

实验硬件平台为 Lenovo PC, 配置为 Intel Core i7 处理器, 8G 内存; 软件环境为 64 位的 Windows 8.1 操作系统。下面将分别从旋转平均精度和重建效果两方面, 对本文 IRLARA 方法和以下 3 种方法进行对比分析:

(1) 利用最小二乘求一致性旋转, 再由 SVD 分解算法保证正交性^[20], 记为 LS-SVD 法;

(2) 在最小二乘基础上加入半正定松弛条件,



(a) 登封 (b) 三合屯
(a) Dengfeng (b) Sanhetun

图 4 影像集部分影像

Fig. 4 Parts of images sets

并采用与本文相似的迭代策略剔除外点^[12],记为 IEVM 法;

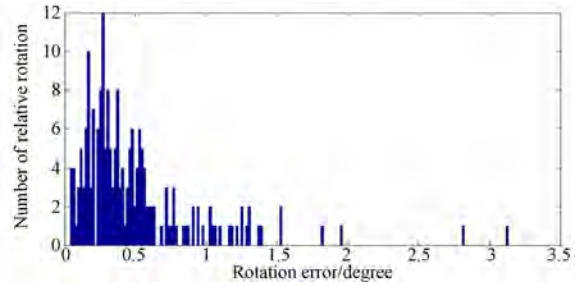
(3) 在 RLARA 法流程中,只利用 L1 范数估计来求一致性旋转,未进行 IRLS 优化,再采用迭代策略剔除外点,记为 IL1 法。

5.2 旋转平均精度分析

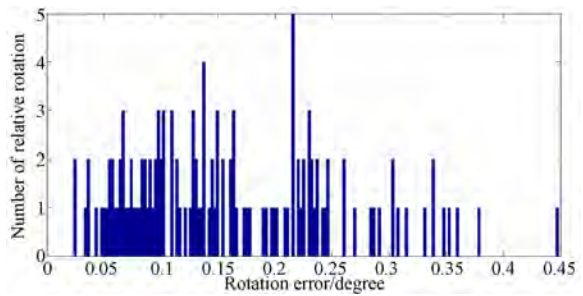
首先构建初始影像关系图,在边集合中进行 SIFT 特征匹配,利用匹配点由 5 点算法估计影像相对旋转,登封影像集得到了 196 个相对旋转估计,三合屯影像集得到 2 074 个相对旋转估计,然后分别利用本文 IRLARA 方法和 3 种对比方法进行姿态求解,在最终影像关系图 $G_{max} = (V_{max}, E_{max})$ 中,对每一像对 $(i, j) \in E_{max}$,按照公式(19)计算闭合差。表 2 统计了四种方法求解结果的闭合差平均值 (Mean)、中值 (Median)、均方根 (RMS),以及估计出的影像一致性旋转个数和计算时间。两组数据闭合差直方图如图 5 和图 6 所示。

对于登封影像集,由表 2 可见,四种方法都求出了全部 30 幅影像的一致性旋转,但本文 IRLARA 方法解算旋转矩阵的精度明显优于其他 3 种方法。由图 5(a)可见,LS-SVD 法计算结果的闭合差中仍存在大于 2° 以上的粗差,而其余三种方法结果的闭合差均在 1.6° 之内。IEVM 法采用迭代策略剔除粗差,可在一定程度上限制粗差影响。IL1 法利用 L1 范数估计求解旋转参数,抗差性较 LS-SVD 方法有一定提高,但对精度改善无明显作用。IRLARA 法综合了 L1 范数估计和 LS 的优势,求解的稳健性和精度均有提高。

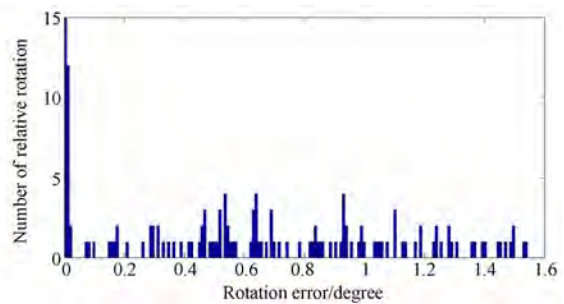
对于三合屯影像集,由表 2 可见,LS-SVD 法、IL1 法和本文 IRLARA 法求解得到全部 97 幅影像的一致性旋转参数,而 IEVM 法只求出了 54 幅影像的旋转矩阵。其中,IRLARA 法求解结果精度最高,LS-SVD 法精度最差,均方根误差竟高达 9.0° 。



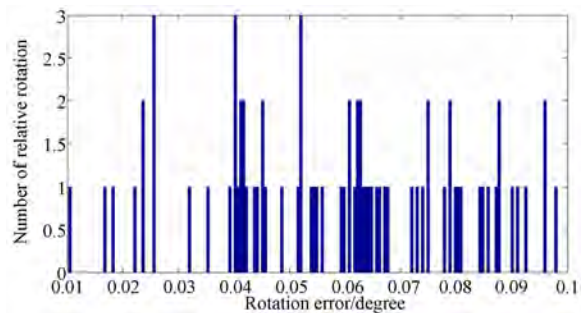
(a)LS-SVD
(a) LS-SVD



(b)IEVM
(b) IEVM



(c)IL1
(c) IL1



(d)本文方法
(d) Proposed method

图 5 登封影像集闭合差直方图

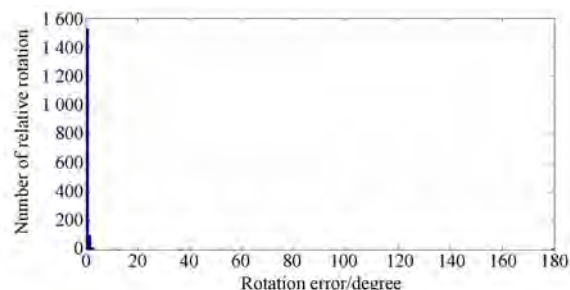
Fig. 5 Closure histograms in Dengfeng images experiment

表 2 四种方法旋转平均结果对比

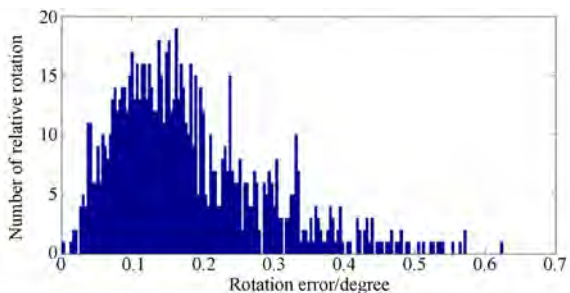
Tab. 2 Comparison of rotation averaging results by four methods

| 方法 | 登封 | | | | | 三合屯 | | | | |
|--------|-----------------|-------------------|----------------|--------------|----------|-----------------|-------------------|----------------|--------------|----------|
| | Mean /degree | Median /degree | RMS /degree | 求得影像 旋转个数 | 时间 /s | Mean /degree | Median /degree | RMS /degree | 求得影像 旋转个数 | 时间 /s |
| LS-SVD | 0.49 | 0.36 | 0.65 | 30 | 1.18 | 0.83 | 0.20 | 9.0 | 97 | 0.89 |
| IEVM | 0.16 | 0.14 | 0.18 | 30 | 1.48 | 0.18 | 0.16 | 0.21 | 54 | 0.97 |
| IL1 | 0.62 | 0.57 | 0.78 | 30 | 0.36 | 0.88 | 0.87 | 0.97 | 97 | 0.50 |
| IRLARA | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 30 | 0.17 | 0.13 | 0.13 | 0.14 | 97 | 0.31 |

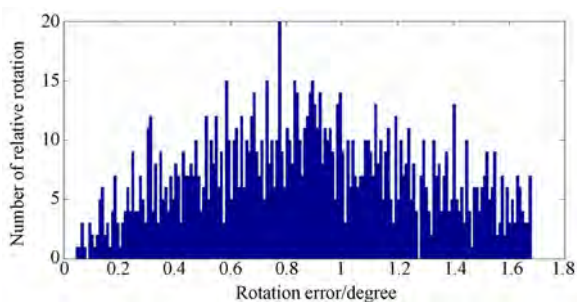
为了分析在两组数据实验中,造成 LS-SVD 法精度差异巨大和 IEVM 法稳定性差的原因,考虑到 L1 范数估计稳健性好,其估计结果残差可



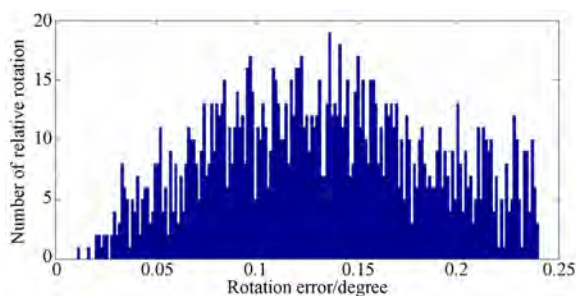
(a)LS-SVD
(a) LS-SVD



(b)IEVM
(b) IEVM



(c)IL1
(c) IL1



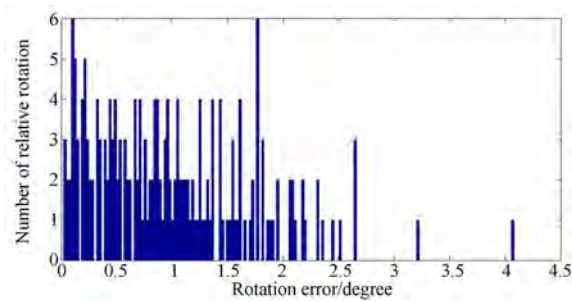
(d)本文方法

(d) Proposed method

图 6 三合屯影像集闭合差直方图

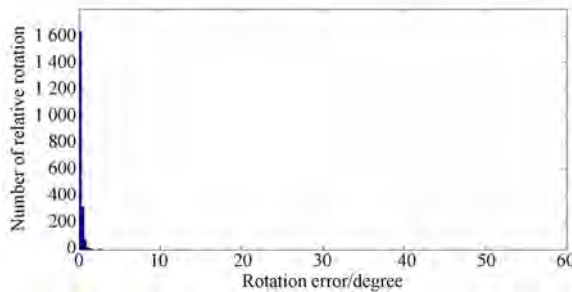
Fig. 6 Closure histograms in Sanhetun images experiment

较真实地反映原始观测值的误差,统计了 IL1 法在第一次迭代收敛后剔除粗差之前的旋转闭合差,直方图如图 7 所示。表 3 为大于 2°误差数量统计情况。可以看到,登封数据结果中,闭合差大于 2°的相对旋转估计共有 18 个,有 16 个闭合差都在 2°到 3°之间,最大的也在 4.5°以内。而三合屯数据结果中,共有 12 个闭合差大于 2°的相对旋转估计,其中 8 个闭合差在 2°到 3°之间,2 个在 10°至 20°之间,1 个在 30°到 40°之间,还有 1 个闭合差竟大于 50°。可见,三合屯数据相对旋转估计中存在着大的粗差,由于最小二乘有很好的配赋误差能力,因此在三合屯数据实验中,LS-SVD 法受大的粗差干扰,求解精度低,另一方面,经过配赋以后的残差不能真实反映观测值的误差,IEVM 法错误的将许多不含粗差但残差较大的相对旋转剔除,即将影像关系图中相应的像对剔除,导致影像关系图不再连通,搜索其中影像数最多的连通分量,得到了由 54 幅影像构成的关系图,因而 IEVM 法最终只求出了这 54 幅影像的一致性旋转。



(a) 登封影像集

(a) Dengfeng images set



(b) 三合屯影像集

(b) Sanhetun images set

图 7 两组数据 IL1 法初次迭代后的闭合差直方图

Fig. 7 Closure histograms after first iteration in IL1 method with two sets of data

表 3 2°以上误差的数量和分布区间

Tab. 3 Number and distribution intervals of errors above 2 degree

| 数据 | 误差区间/degree | | | | | | 误差总数 |
|-----|-------------|-----|-----|-------|-------|-------|------|
| | 2~3 | 3~4 | 4~5 | 10~20 | 30~40 | 50~60 | |
| 登封 | 16 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 18 |
| 三合屯 | 8 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 12 |

在计算效率方面,IL1 法和 IRLARA 法利用李代数和李群之间的映射关系,将旋转矩阵的运算简化为旋转向量运算,降低了计算复杂度,尽管需要进行迭代运算,但收敛速度较快,一般不超过 25 次迭代,计算时间比 LS-SVD 法和 IEVM 法明显减少。

5.3 重建效果分析

在得到影像旋转矩阵后,利用旋转参数、GPS 位置和多视匹配点,通过三角化计算物方点三维坐标,经过光束法平差得到重建点云。使用四种方法重建时,初始匹配点集合相同,在三角化时均选取匹配多视图中基线最长的两视图进行三角化,并将重投影误差大于 2 个像素的点剔除,通过筛选的多视匹配点参与到平差中,光束法平差使用了 SBA (Sparse Bundle Adjustment) 软件包。表 4 为四种方法重建三维点数量和平差优化情况的统计,其中的 σ_b 和 σ_a 分别为平差前后重投影误差的均方根。

表 4 四种方法重建点数和精度对比

Tab. 4 Comparison of number of reconstructed points and adjustment precision by four methods

| 方法 | 登封 | | | | 三合屯 | | | |
|--------|--------|--------|-----------------------|-----------------------|---------|--------|-----------------------|-----------------------|
| | 多视匹配点数 | 重建三维点数 | 平差前 σ_b /pixel | 平差后 σ_a /pixel | 多视匹配点数 | 重建三维点数 | 平差前 σ_b /pixel | 平差后 σ_a /pixel |
| LS-SVD | 45 477 | 7 829 | 11.628 7 | 0.703 268 | — | — | — | — |
| IEVM | 45 477 | 15 271 | 6.104 83 | 0.687 424 | 89 529 | 12 041 | 42.621 9 | 1.402 54 |
| IL1 | 45 477 | 4 574 | 44.101 7 | 0.709 006 | 142 120 | 5 218 | 94.940 3 | 1.515 33 |
| IRLARA | 45 477 | 16 536 | 5.637 33 | 0.664 047 | 142 120 | 22 321 | 40.620 3 | 1.231 32 |

由表 4 可见,对于登封影像集,四种方法提取的多视匹配点相同,均为 45 477 个,但经过物方三维坐标计算及重投影误差筛选后,IRLARA 方法可以得到 16 536 个三维点,而 LS 法、IEVM 法、IL1 法分别得到了 7 829、15 271、4 574 个点。四种方法的位置参数和匹配点集均相同,正是旋

转参数的精度差异导致了重建点数的差异。由于 IRLARA 法旋转参数精度优于另 3 种方法,使用 IRLARA 法时平差前和平差后的重投影误差均方根也小于另 3 种方法。

对于三合屯影像,使用 LS-SVD 法估计旋转参数时重建失败,因为 LS-SVD 法求解的旋转参

数误差过大,导致转换矩阵估计精度低,无法准确的将一致性旋转参数转化到 WGS84 坐标系中,转换矩阵求解过程中,平移向量对准情况如图 8 所示。IEVM 法只恢复出了 54 幅影像的姿态,由这些影像进行三维重建,提取出的多视匹配点自然要比恢复出全部影像姿态的方法少,只得到了 89 529 个多视匹配点。使用 IL1 方法时,旋转矩阵估计的精度不如 IEVM 法,因而平差前后的重投影误差要比 IEVM 法大,但 IL1 法抗差性好,可以求解出所有影像的一致性旋转参数,使用 97 幅影像进行三维重建,提取了 142 120 个多视匹配点,远多于 IEVM 法。使用 IRLARA 法时,旋转矩阵解算精度最高,因而恢复出的物方三维点最多,平差前后重投影误差也最小。

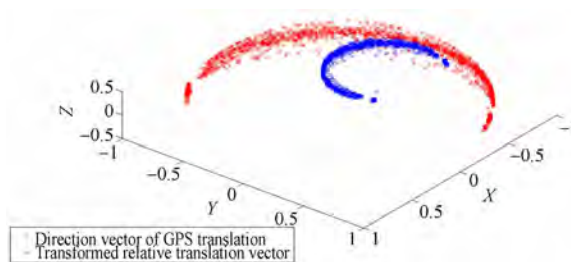


图 8 三合屯数据 LS-SVD 法平移向量对准情况示意图

Fig. 8 Alignment status of translation vectors by LS-SVD in Sanhetun data experiment

优化后的三维点云如图 9 和图 10 所示。由图可见,使用 IRLARA 法时,重建点云最均匀,重建场景完整性也最好。

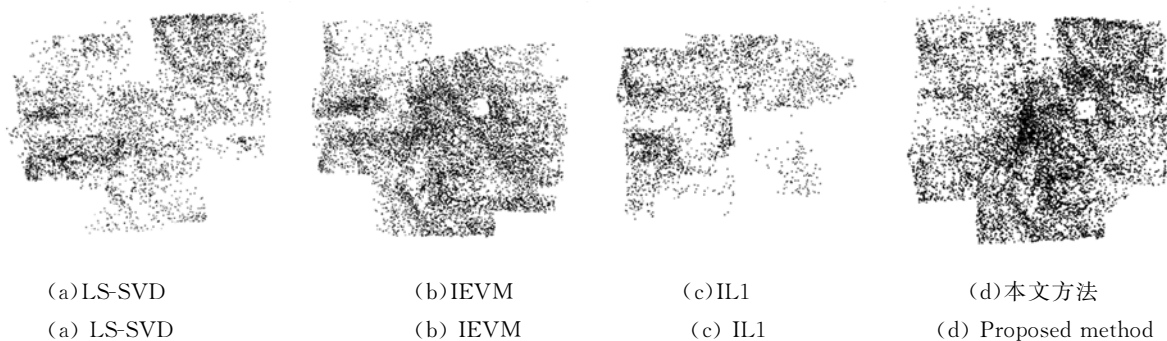


图 9 登封影像四种方法重建点云对比图

Fig. 9 Comparison of reconstructed points cloud by four methods with Dengfeng images

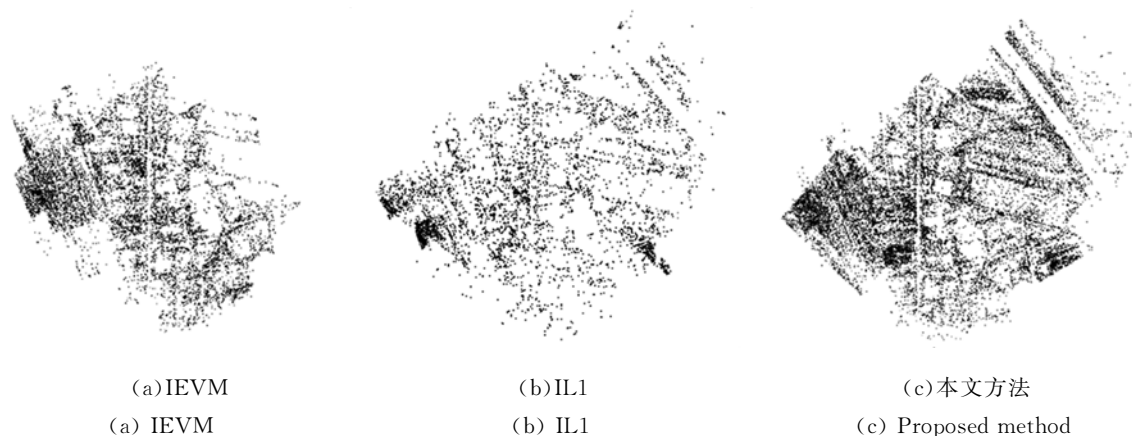


图 10 三合屯影像三种方法重建点云对比图

Fig. 10 Comparison of reconstructed points cloud by three methods with Sanhetun images

6 结 论

针对基于最小二乘的旋转平均方法对粗差敏

感的问题,提出了稳健的李代数旋转平均方法,并将其应用于 GPS 辅助无人机影像三维重建中。依据李群和李代数的相关定义和性质,将旋转矩阵求解转换为旋转向量线性方程答解,降低了计

算的复杂度;利用 L1 范数估计和 IRLS 优化求解,限制了粗差对旋转估计的影响;进一步采用迭代策略剔除粗差,获得精确的旋转参数;将其转换至 WGS84 坐标系下,实现旋转、位置坐标系的统一,最后经过光束法平差得到三维点云。

本文应用李群理论,推导了旋转平均线性化迭代解算方法,在传统最小二乘基础上引入了 L1 范数估计,提高了解算的稳健性。实验结果表明,

与基于最小二乘的 LS-SVD 法、IEVM 法,以及仅利用 L1 范数估计的 IL1 法相比,提出方法求解精度更好;计算效率更高;在相对旋转存在大的粗差时,提出方法解算更稳健;用于 GPS 辅助三维重建时,生成点云更密集、均匀,重建完整性更好。旋转平均的精度优于 0.15° ,计算时间不超过 0.31 s,光束法平差后,重投影误差在 1.3 个像素以内。

参考文献:

- [1] 李德仁,李明. 无人机遥感系统的研究进展与应用前景[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2014,39(5): 505-513.
LI D R, LI M. Research Advance and Application Prospect of Unmanned Aerial Vehicle Remote Sensing System [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(5): 505-513. (in Chinese)
- [2] 冯宏伟,周亚培,冯筠,等. 面向多视角视图三维重建的基础矩阵求解[J]. 光学精密工程,2016,24(10s):567-574.
FENG F W, ZHOU Y P, FENG J, *et al.*. Fundamental matrix estimation for 3D reconstruction towards multi-perspective views [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(10s):567-574. (in Chinese)
- [3] 赵春宇,孙伟,陈许蒙. 微惯性传感器加速的序列图像三维重建方法[J]. 光学精密工程,2016,24(10s):559-566.
ZHAO C Y, SUN W, CHEN X M. Accelerated 3D reconstruction method from image sequence based on inertial measurement unit [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(10s):559-566. (in Chinese)
- [4] 丁夏清,杜卓洋,陆逸卿,等. 基于混合势场的移动机器人视觉轨迹规划[J]. 浙江大学学报(工学版),2016,50(7):1298-1306.
DING X Q, DU Z Y, LU Y Q, *et al.*. Visual trajectory planning for mobile robots based on hybrid artificial potential field[J]. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science)*, 2016, 50(7): 1298-1306. (in Chinese)
- [5] 王欣,袁坤,于晓,等. 基于运动恢复的双目视觉三维重建系统设计[J]. 光学精密工程,2014,22(5): 1379-1387.
WANG X, YUAN K, YU X, *et al.*. Design of binocular vision 3D reconstruction system based on motion recovery [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5): 1379-1387. (in Chinese)
- [6] 许志华,吴立新,刘军,等. 顾及影像拓扑的 SfM 算法改进及其在灾场三维重建中的应用[J]. 武汉大学学报·信息科学版,2015,40(5):599-606.
XU Z H, WU L X, LIU J, *et al.*. Modification of SfM Algorithm Referring to Image Topology and Its Application in 3-Dimension Reconstruction of Disaster Area [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(5): 599-606. (in Chinese)
- [7] IRSCHARA A, HOPPE C, BISCHOF H, *et al.*. Efficient Structure from Motion with Weak Position and Orientation Priors[C]. *Proceedings of 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW)*, Colorado Springs, CO, USA: IEEE, 2011: 21-28.
- [8] 曹雪峰,王庆贺,谢理想. 融合低精度 GPS/IMU 参数的无人机影像批处理三维重建方法[J]. 系统仿真学报,2015,27(10):2409-2421.
CAO X F, WANG Q H, XIE L X. Batched 3D Reconstruction of UAV Images Fused Low Precision and Orientation Parameters [J]. *Journal of System Simulation*, 2015, 27(10): 2409-2421. (in Chinese)
- [9] GOVINDU V M. Combining two-view constraints for motion estimation [C]. *Proceedings of 2001 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Kauai, HI, USA: IEEE, 2001: 218-225.
- [10] MARTINEC D, PAJDLA T. Robust rotation and translation estimation in multiview reconstruction [C]. *Proceedings of 2007 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2007: 1-8.
- [11] ARIE-NACHIMSON M, KOVALSKY S Z,

- KEMELMACHER-SHLIZERMAN I, et al. Global motion estimation from point matches[C]. *2nd International Conference on 3D Imaging, Modeling, Processing, Visualization and Transmission, Zurich, Switzerland*: 3DIMPVT, 2012: 81-88.
- [12] OZYESIL O, SINGER A, BASRI R. Stable camera motion estimation using convex programming [J]. *SIAM Journal on Imaging Science*, 2015, 8(2):1220-1262.
- [13] BRIAN C H. *Lie Groups, Lie Algebras and Representations* [M]. New York: Springer-Verlag Press, 2007.
- [14] 蔡明兵,王超,刘晶红,等. 基于多台北斗接收机的测姿精度对目标定位精度影响分析[J]. *液晶与显示*, 2016, 31(9):902-912.
- CAI M B, WANG C, LIU J H, et al.. Impact analysis of attitude determination accuracy to target localization accuracy on Multi-BD receivers [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2016, 31(9): 902-912. (in Chinese)
- [15] 王永新,吕游. 火力压制试验弹丸落点脱靶量测试方法研究[J]. *液晶与显示*, 2017, 32(1):48-55.
- WANG Y X, LV Y. Method of miss distance measurement for projectiles in the suppression[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2017, 32(1): 48-55. (in Chinese)
- [16] 杨元喜. *抗差估计理论及其应用*[M]. 北京:八一出版社, 1993.
- YANG Y X. *Robust estimation theory and its applications*[M]. Beijing: Bayi Press, 1993. (in Chinese)
- [17] HARTLEY R, AFTAB K, TRUMPF J. L1 rotation averaging using the weiszfeld algorithm[C]. *Proceedings of 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Colorado Springs, CO, USA: IEEE, 2011: 3041-3048.
- [18] 李德仁,袁修孝. *误差处理与可靠性理论*[M]. 武汉:武汉大学出版社, 2012.
- LI D R, YUAN X X. *Error processing and reliability theory* [M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2012. (in Chinese)
- [19] ZHANG T, LERMAN G. A novel M-Estimator for robust PCA[J]. *Journal of Machine Learning Research*, 2014, 15:193-251.
- [20] 卢俊,张保明,郭海涛,等. 利用三视匹配元的多视影像批处理重建[J]. *武汉大学学报·信息科学版*, 2017, 42(1):109-115.
- LU J, ZHANG B M, GUO H T, et al.. A Batch Reconstruction Algorithm of Multi-view Images Using Image Triplets [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2017, 42(1): 109-115. (in Chinese)

作者简介:



李劲澎(1987—),男,河南正阳人,博士研究生,2010年于信息工程大学获得学士学位,2013年于信息工程大学获得硕士学位,现为信息工程大学博士研究生,主要从事数字图像处理、计算机视觉等方面的研究。E-mail: hc116007@163.com

导师简介:



姜挺(1963—),男,山东即墨人,博士,教授,博士生导师,1983年于解放军测绘学院获得学士学位,1987年于解放军测绘学院获得硕士学位,1997年于德国慕尼黑国防军大学获得博士学位,主要从事数字摄影测量、遥感图像处理、高分辨率对地观测等方面的研究。E-mail: tjiang@sina.com