

文章编号 1004-924X(2017)12-3160-09

## 应用分层自适应匹配追踪重构 MEMS 陀螺信号

杨金显\*, 杨 闯

(河南理工大学 电气工程与自动化学院导航制导实验室, 河南 焦作 454000)

**摘要:**对含噪微机械系统(MEMS)陀螺信号进行小波分解重构时,真实信号对应的小波系数很难选取,故本文提出一种分层自适应匹配追踪算法(LAMP)来解决上述问题。建立了含噪 MEMS 陀螺信号中信号小波系数稀疏提取架构,将信号小波系数提取问题转化为含噪信号中信号小波系数稀疏性的恢复问题。比较已有稀疏重构算法,采用一种新的 LAMP 算法,在各种可能的小波系数组合中挑选出分解系数最为稀疏的一组,以此消除信号中的噪声小波系数,进而重构 MEMS 陀螺信号。实验表明:提出的 LAMP 算法的稀疏重构效果优于其他迭代贪婪重构算法;基于 LAMP 的信号稀疏小波重构方法,可以有效去除 MEMS 陀螺信号的大量噪声;去噪前后,纯 MEMS 陀螺数据解算的方位角平均累积误差由  $10.060\ 2$  ( $^{\circ}$ )/h 减小到  $5.034\ 6$  ( $^{\circ}$ )/h,优于传统小波阈值重构法平均累积误差  $8.596\ 8$  ( $^{\circ}$ )/h,显示了较好的应用效果。

**关键词:**MEMS 陀螺;信号重构;小波变换;分层自适应匹配追踪(LAMP)算法

**中图分类号:**TN966;TP391.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172512.3160

## MEMS gyro signal reconstruction via layerwise and adaptive MP

YANG Jin-xian\*, YANG Chuang

(Navigation and Guidance Laboratory, School of Electrical Engineering &  
Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454000, China)

\* Corresponding author, E-mail: yanjinxian@hpu.edu.cn

**Abstract:** When noisy signals from a Micro-electromechanical System(MEMS) gyro are reconstructed by wavelet decomposes, it is difficult to choose the wavelet coefficients corresponding to the real signals. Therefore, a kind of Layerwise and Adaptive Matching Pursuit-based(LAMP-based) algorithm was proposed to solve the problem mentioned above. A sparse extraction construction of wavelet coefficients from the real MEMS gyro signal was established by recovering the sparsity of the wavelet coefficients of the noisy gyro signal. Then, the new LAMP algorithm was designed to pick out the most sparse wavelet coefficients among all wavelet coefficients of the noisy MEMS gyro signal, and the chosen wavelet coefficients were utilized to reconstruct the real MEMS gyro signal. Substantial experiment results indicate that the proposed LAMP algorithm is superior to other iterative greedy reconstruction algorithms. It effectively removes substantial MEMS gyro noise, and corresponding azimuth average error reduces from  $10.060\ 2$  ( $^{\circ}$ )/h (before LAMP reconstruction) to  $5.034\ 6$  ( $^{\circ}$ )/h (after

收稿日期:2017-04-12;修订日期:2017-06-07.

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(No. 41672363, No. U1404510, No. 61440007), 河南省科技攻关专项资金资助项目(No. 172102210289), 河南省创新型科技人才队伍建设工程资助项目(No. CXTD2016054), 河南省高校基本科研业务费专项资金资助项目(No. NSFRF1619), 河南理工大学杰出青年基金资助项目(No. J2017-5)

LAMP reconstruction), which shows its denoising performance to be better than that of the traditional wavelet threshold reconstruction method with an azimuth average error of 8.596 8 ( $^{\circ}$ )/h (after wavelet threshold reconstruction). It concludes that the proposed LAMP-based signal reconstruction method for MEMS gyro has good application prospect.

**Key words:** MEMS gyro; signal reconstruction; wavelet transform; layerwise and adaptive MP algorithm

## 1 引言

MEMS 陀螺仪与传统的陀螺仪相比具有体积小、重量轻、寿命长、可靠性高、成本低和适应环境能力强等优点,在武器制导、姿态控制等军事及民用领域具有广阔的应用前景<sup>[1]</sup>。MEMS 陀螺仪属于微机电系统,在复杂的工作环境下,漂移比较严重,呈现出复杂的非线性特性<sup>[2]</sup>,陀螺漂移是惯导系统的主要误差源,导致系统的误差会随时间而增大。因此,真实提取微机械陀螺信号,去除噪声,对提高陀螺精度及导航精度具有重要的意义。

鉴于小波具有较好的多分辨率特性,且不需要建立精确的随机误差模型,非常适合处理噪声特性复杂的信号,其中,基于阈值法的小波重构去噪简单有效,因而在 MEMS 陀螺信号去噪中被广泛应用<sup>[3-5]</sup>。小波阈值法的基本思想是先求取信号在基函数不同尺度下的小波系数,在众多小波系数中,将绝对值较小的系数置零,而让绝对值较大的系数保留(硬阈值法)或收缩(软阈值法),得到真实小波系数的估计,最后利用估计的小波系数直接进行信号重构。虽然小波阈值去噪方法简单,但其阈值的选取比较困难,尤其当 MEMS 陀螺信号信噪比较低时,去噪效果明显下降;同时这种逐系数的处理方式,忽略了小波系数的整体特性,重构 MEMS 陀螺信号时容易丢失信号整体信息。

为了实现信号更加简洁、灵活和自适应地表示,Mallat 和 Zhang 在小波分析的基础上,提出了信号的稀疏表示,把信号变换到一个新的基或框架下,分解系数中非零个数远远少于信号的长度,这些少量的非零系数称为原信号的稀疏性表达<sup>[6-8]</sup>。对于真实的 MEMS 陀螺信号,只要选取合适的小波基,小波变换后得到的小波系数中应仅有少量大幅系数,即是稀疏的。但对于含噪的 MEMS 陀螺信号,小波系数的稀疏性大大降低。因此,可从 MEMS 陀螺信号小波系数的稀疏表示

出发,于各种可能的小波系数组合中,挑选出最为稀疏的一组小波系数,恢复小波系数的稀疏性,进而重构信号,实现对 MEMS 陀螺信号的去噪。

对于 MEMS 陀螺信号,决定能否通过稀疏表示的方法来重构真实陀螺信号关键在于两个因素:一是如何选取一个合适的小波基,使得陀螺信号能够用这种小波基稀疏表示;第二个因素是如何设计好的重构算法来快速、准确地重构稀疏的小波系数。鉴于此,本文在上述文献基础上,选择与真实 MEMS 陀螺信号相似的 Daubechies 小波基函数<sup>[3-5]</sup>;分析现有稀疏重构算法优缺点,提出一种同时兼顾重构效率与重构精度的 MEMS 陀螺信号小波基稀疏重构算法;最后基于本文稀疏重构方法设计了 MEMS 陀螺信号重构去噪实验,并与小波阈值去噪进行对比分析。

## 2 MEMS 陀螺信号稀疏重构架构

从信号稀疏表示的角度看,含噪的陀螺信号包括两部分,即信号与噪声:

$$f(k) = s(k) + n(k), \quad (1)$$

其中: $f(k)$ 为 MEMS 陀螺信号测量值; $s(k)$ 为真实陀螺信号(理想值),具有一定的结构特性; $n(k)$ 为噪声,主要由量化噪声、角速率随机游走、零偏不稳定性、角度随机游走以及由速率斜坡和环境变化引起的随机噪声组成,噪声是随机的,不相关的,没有结构特性的<sup>[3-5]</sup>。

由前文分析可知,可通过 MEMS 陀螺信号的稀疏表示,恢复小波系数的稀疏性,来实现对 MEMS 陀螺信号的去噪。

设  $x$  表示陀螺测量信号  $f(k)$  在给定尺度上大小为  $N \times 1$  的小波系数列向量,易知它们是非稀疏的。由压缩感知理论可知,存在一个测量矩阵  $\Phi_{M \times N}$  ( $M \ll N$ ),使得  $x$  在  $\Phi$  下的线性投影为  $f(k)$  的  $M$  个线性测量值  $y$ ,即:

$$y = \Phi x. \quad (2)$$

现考虑由测量值  $y$  重构  $x$  最稀疏特性的小波系数  $\hat{x}$ , 因为  $y$  的维数远远低于  $x$  的维数, 方程 (2) 为欠定方程, 有无穷多个解, 很难求解。然而, 真实陀螺信号小波系数  $\hat{x}$  是  $K$  稀疏的, 若  $\Phi$  满足约束等距性质, 即对于常数  $\delta_k \in (0, 1)$  有:

$$(1 - \delta_k) \|x\|_2 \leq \|\Phi x\|_2 \leq (1 + \delta_k) \|x\|_2, \quad (3)$$

其中  $\|\cdot\|_2$  表示向量的  $l_2$  范数, 即向量的模值, 理论证明, 稀疏小波系数  $\hat{x}$  可由测量值  $y$  通过求解最优范数  $l_0$  求取<sup>[6-7]</sup>, 即:

$$\hat{x} = \arg \min \|x\|_0 \quad s. t. \quad y = \Phi x, \quad (4)$$

其中:  $\|\cdot\|_0$  表示向量的  $l_0$  范数, 即非零元素的个数; 测量矩阵  $\Phi$  选择高斯矩阵; 测量向量  $y$  的维数  $M$  满足  $M \geq K \log(N)$ ; 式 (4) 的解  $\hat{x}$  在统计意义下是唯一的, 且是无偏的, 其均值与理想的小波系数相同<sup>[9-10]</sup>。

从稀疏逼近的角度出发, 从各种可能的小波系数组合中, 挑选出最为稀疏的一组小波系数  $\hat{x}$  来重构真实陀螺信号。小波稀疏系数  $\hat{x}$  的求取是 MEMS 陀螺信号稀疏重构与去噪的核心, 然而式 (4) 属于典型的 NP 难问题, 计算非常困难, 式 (4) 的求解, 主要通过次最优算法<sup>[6]</sup>。

### 3 MEMS 陀螺信号稀疏重构算法

#### 3.1 稀疏重构算法现状分析

目前常采用基于迭代贪婪的匹配追踪的次最优算法来解决式 (4) 的  $l_0$  范数最小问题, 最早出现的 MP (Matching Pursuits) 和 OMP (Orthogonal Matching Pursuit) 算法, 其中 OMP 算法在重建时每次迭代更新信号  $x$  支撑集  $F$  的一个原子; 随后出现了 ROMP (Regularized Orthogonal Matching Pursuit) 和 StOMP (Stagewise OMP), 每次迭代更新  $F$  的一组原子, 重构效率远高于 OMP, 但重构精度稍逊于 OMP; 为同时兼顾重构效率与精度, D. Needell, Dai W 等通过引入回溯思想, 提出 CoSaMP (Compressive Sampling MP) 和 SP (Subspace Pursuit) 算法; 上述这些算法都需要预知信号稀疏度  $K$ , 对于稀疏度未知的信号进行稀疏分解是很困难的, 由此出现了不需先验获取信号稀疏度  $K$  的 SAMP (Sparsity Adaptive MP) 算法<sup>[6, 11-12]</sup>, 通过自适应调整步长来逐阶段逼近原始信号, 从 SAMP 算法分解流程可以看

出, SAMP 算法不仅兼顾了 StOMP 和 ROMP 的自底向上逐阶段逼近思想, 同时兼具 CoSaMP 和 SP 自顶向下的回溯思想, 进一步保证信号重构精度。但是, SAMP 算法也存在下述缺点:

(1) SAMP 通过递推支撑集, 不断逼近信号真实稀疏度, 因此在初始及前阶段支撑集长度的取值质量直接影响到 SAMP 重构效率和精度; 取值过小, 则导致算法迭代次数过多; 取值过大, 则会造成过度估计误差。

(2) SAMP 以固定步长前进逼近信号稀疏度, 步长取值过小, 则会造成欠估计, 导致迭代次数过多; 步长取值过大, 则会引起过度误差。针对 SAMP 固定步长所带来的精度不够以及过度估计问题, 变步长自适应匹配追踪算法 VSSAMP/VSSAMP 等相继被提出<sup>[13-15]</sup>, 并不断得到优化, 但都是基于双步长切换思想, 即相邻残差的差模满足阈值条件时, 进行第二种步长切换。从根本意义上来说, 仍属于线性固定步长变换。

(3) 在无噪情况下, SAMP 迭代终止条件  $\|r_k\|_2 \leq \epsilon$  较易满足; 当信号混叠有大量噪声时, 迭代终止条件变化模糊, 导致算法无法正常或准确进行阶段转换, 甚至迭代无法终止。

为解决上述问题, 本文提出了一种分层自适应匹配追踪算法 (*Layerwise and Adaptive MP*, LAMP), LAMP 算法分为 2 层: 稀疏度估计与优化, 自适应步长逼近。

#### 3.2 稀疏度估计与优化

采用基于数值稀疏方法 (*Numerical Sparsity Estimation*, NSE) 对信号  $x$  的稀疏度进行预估计<sup>[14, 16]</sup>, 得到初始稀疏度  $\hat{K}_0$ , 进一步通过迭代筛选得到初始支撑集  $\hat{F}_0$  (支撑集长度/支撑集原子个数为  $\hat{K}_0$ )。鉴于信号  $x$  一般混叠有噪声且并非严格稀疏, 导致估计的稀疏度常常偏离真实信号稀疏度  $K$ , 支撑集  $\hat{F}_0$  准确度相对较低, 须要对稀疏度及初始支撑集  $\hat{F}_0$  进行修正, 因此, 本层算法进一步对  $\hat{F}_0$  正则化处理, 剔除初始支撑集错误子集, 提高初始稀疏度及支撑集的可靠性。最终经过本层处理后, 支撑集记为  $F_0$ , 支撑集长度 (稀疏度)  $L = K_0$ , 信号残余记为  $r_0$ 。

#### 3.3 自适应步长逼近

经过第一层对稀疏度的预估及优化后, 已获得相对精确的支撑集  $F_0$  和信号残余  $r_0$ , 但由于基于数值稀疏方法估计的稀疏度是一种欠估

计<sup>[14,16]</sup>,加上进一步地正则化处理,因此,第一层算法得到的稀疏度  $K_0$  及支撑集  $F_0$  均为欠估计,需进一步进行自适应逼近。本层算法采用递减非线性步长弥补 SAMP 固定步长的不足,进一步对信号稀疏度及支撑集进行更新逼近。理想的步长选取方式,应包含以下两个原则:在本层算法初始逼近阶段,由于估计稀疏度与真实稀疏度相差相对较大,应该用大步长快速接近,迭代一定次数后,应调整为小步长进行精确逼近;步长的选取不是定值,应该是根据更新的残差变化,自适应调整步长。

由 SAMP 过程可知,  $\|r\|_2 \geq \|r_{k-1}\|_2$  时,即更新的信号残余模值大于更新前信号残余模值时,说明当前支撑集中原子个数已不足以有效重构信号或信号的残余,需要增大支撑集原子个数,即需要阶段更新<sup>[17]</sup>:

(1) 选取更新的步长为:  $[\tau^j s]$ , 其中:  $[\ ]$  表示取整函数,  $0 < \tau < 1$ ,  $j$  为当前阶段数,  $s$  为设定的步长。易知其满足第一个原则,即随着迭代次数的增加,步长逐渐变小。

(2) 取  $\tau = \|r_{k-1} - \Phi_{F_k} \hat{x}\|_2 / \|r_{k-1}\|_2$ , 其中

$r_{k-1}$  为第  $k$  次迭代前的残差,  $\Phi_{F_k}$ 、 $\hat{x}$  分别为第  $k$  次迭代回溯后选择出的最佳原子集合及对应原子。值越小,说明当前阶段支撑集长度(支撑集中原子数量)越不足以重构信号或信号的残余,即需要相对较多的原子组合才能有效表示信号及其残余。因此  $\tau$  满足步长选取的第二个原则。

### 3.4 迭代终止条件

取残差的相干比作为迭代终止条件,相干比定义为:

$$\lambda(r_{k-1}) = \|\Phi_{F_k} r_{k-1}\|_2 / \|L(\Phi_{F_k}) \cdot r_{k-1}\|_2, \quad (5)$$

其中:  $r_{k-1}$  为第  $k$  次迭代前的残差,  $\Phi_{F_k}$  为第  $k$  次迭代后选择出的  $L(\Phi_{F_k})$  个最佳原子。设相干比阈值为  $\epsilon_2$ , 当残差  $r_{k-1}$  的相干比低于阈值  $\epsilon_2$  时,说明经过进一步回溯选择的  $L(\Phi_{F_k})$  个最佳原子与回溯前信号的残差相关性很弱,说明残余信号中,已基本剩余噪声信号,即  $\lambda(r_{k-1}) \leq \epsilon_2$  时,原子寻优过程结束,算法达到终止条件。

### 3.5 LAMP 算法流程

综上所述,给出 LAMP 算法的伪代码,如表 1 所示。

表 1 LAMP 算法

Tab. 1 LAMP algorithm

输入: (1): $M \times N$ 维高斯随机测量矩阵 $\Phi$ ; (2): $N \times 1$ 维小波系数测量向量 $x$ ; (3): 步长 $s$ .
输出: (1): $N \times 1$ 维 MEMS 陀螺信号稀疏小波系数 $\hat{x}$ ; (2): $N \times 1$ 维小波系数残差 $r = y - \Phi \hat{x}$ .
Layer1: 迭代次数 $k=1$ , 迭代残差 $r_0 = y$ , 候选集 $C_0 = \emptyset$ .
Step1: 数值稀疏估计 $y$ 稀疏度: $NSE(y) = \hat{K}_0$ .
Step2: 计算 $u_1 =  \Phi^T r_{k-1} $ , 将 $u_1$ 中 $\hat{K}_0$ 个最大值对应的原子索引存入索引集 $J$ .
Step3: 在集合 $J$ 中寻找子集 $J_0$ , 满足 $u_1(m) \leq 2u_1(n)$ ( $m, n \in J_0$ ), 选择 $J_0$ 中具有最大能量 ( $\sum u_1^2(p)$ , $p \in J_0$ ) 的 $J_0$ .
Step4: 令候选集 $C_k = C_{k-1} \cup J_0$ , 最小二乘估计 $\hat{x}_k = \arg \min \ y - \Phi_{C_k} x\ _2$ .
Step5: 更新残差 $r_k = y - \Phi_{C_k} \hat{x}_k$ .
Step6: $k = k + 1$ , 如果 $k \leq \hat{K}_0$ 则返回 Step2, 如果 $k > \hat{K}_0$ 或 $\ r_{k-1} - r_{k-2}\ _2 \leq \epsilon_1$ , 则进入 Layer2.
Layer2: 支撑集 $F_{k-1} = \emptyset$ , 支撑集长度 $L = L(C_{k-1})$ , 原子索引集 $S_{k-1} = \emptyset$ , 阶段索引 $j = 1$ .
Step7: 计算 $u_2 =  \Phi^T r_{k-1} $ , 将 $u_2$ 中 $L$ 个最大值对应的原子索引存入索引集 $S_k$ .
Step8: 令候选集 $C_k = C_{k-1} \cup S_k$ , 最小二乘法估计 $\hat{x}_k = \arg \min \ y - \Phi_{C_k} x\ _2$ , 并将 $\hat{x}_k$ 中绝对值最大的 $L$ 个数对应原子索引集作为 $F_k$ , 对应的 $\Phi$ 中的 $L$ 列记为 $\Phi_{F_k}$ .
Step9: 更新残差 $r_k = y - \Phi_{C_k} \hat{x}_k$ .
Step10: 若残差相干比 $\lambda(r_{k-1}) \leq \epsilon_2$ , 则停止迭代进入 Step11; 若 $\ r\ _2 \geq \ r_{k-1}\ _2$ , 则更新: 阶段索引 $j = j + 1$ , 支撑集长度 $L = L + [\tau^j s]$ , 并返回 Step7; 否则 $C_k = F_k$ , $k = k + 1$ , $r_k = r$ 并返回 Step7.
Step11: 输出稀疏小波系数 $\hat{x} = \hat{x}_k$ 及小波系数残差 $r = y - \Phi \hat{x}$ , 结束.

## 4 试验分析

### 4.1 LAMP 重构算法性能实验

#### 4.1.1 稀疏重构算法性能评价标准

稀疏重构算法性能的评价标准采用文献中通用的方法:稀疏度  $K$  与重构成功概率关系;测量数  $M$  与重构成功概率关系。为了在同等条件下客观评价 LAMP 算法的重构性能,采用文献中通常采用的测试数据:本身稀疏的高斯随机信号。

#### 4.1.2 稀疏度 $K$ 与重构成功概率关系

首先考察不同重构算法在不同稀疏度下的重构成功率,将 LAMP 与 OMP、ROMP、StOMP、SP、CoSaMP、SAMP 对比实验,比较上述不同算法在不同稀疏度下的重构成功率。参数设定如下: $N=256$ ,  $M=128$ ,稀疏度  $K$  变化;对于稀疏度  $K$  的每一个值,均进行 1 000 次实验;LAMP 算法层变换阈值  $\epsilon_1$  取值为  $1 \times 10^{-1}$ ,迭代终止阈值  $\epsilon_2$  取值为  $1 \times 10^{-6}$ ;LAMP, SAMP 步长  $s$  均取为 5。

图 1 结果为上述不同稀疏重构算法,在不同稀疏度  $K$  下高斯稀疏信号的重构成功率,为便于比较分析,实验中稀疏度  $K$  范围取为  $[10, 70]$ ,如图 1 横坐标所示。由图 1 可看出,测量数  $M$  一定时,信号稀疏度较小(信号较稀疏)时,上述算法均能高概率重构原信号,随着信号稀疏度增加,信号重构成功率逐渐减小;由于 LAMP 和 SAMP 均能对稀疏度进行预估或逐步逼近,故在稀疏度增大的过程中,具有较好的自适应性;当稀疏度更大时,LAMP 信号重构成功率高于 SAMP,具有更好的稀疏度自适应性。

#### 4.1.3 测量数 $M$ 与重构成功概率关系

本次实验考察不同重构算法在不同测量数  $M$  下的重构成功率,将 LAMP 与 OMP、ROMP、StOMP、SP、CoSaMP、SAMP 对比分析。参数设定如下: $N=256$ ,  $K=25$ ,测量数  $M$  变化;对于测量数  $M$  的每一个值,均进行 1 000 次实验;LAMP 算法参数取值同前。

鉴于不同测量次数下,信号重构成功率差别较大,为统一比较上述各种算法重构性能,实验中对高斯稀疏信号观测值范围取为  $[50, 100]$ ,如图 2 横坐标所示。图 2 实验结果表明,对于上述几种稀疏重构算法,当信号稀疏度及长度保持不变

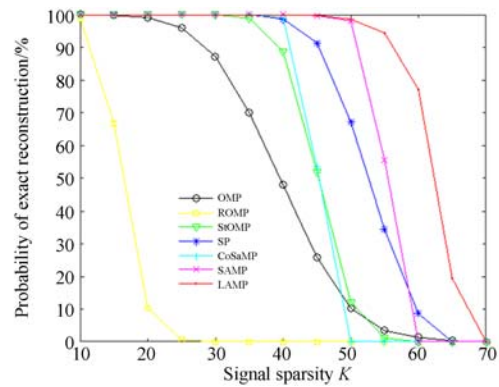


图 1 不同稀疏度  $K$  下重构成功率比较

Fig. 1 Comparison of probability of exact reconstruction under different sparsity  $K$

时,随着测量值个数增大,重构成功率逐渐增大,这是由于获取原始信号的观测信息越多,重构出的信号也越逼近原信号;在稀疏度未知情况下,LAMP 和 SAMP 不需要信号先验稀疏度信息,信号重构精度明显高于 OMP、ROMP、StOMP、SP、CoSaMP 等需要稀疏度先验信息的信号重构算法;对比 LAMP 与 SAMP 结果可知,LAMP 算法重构效果优于 SAMP。

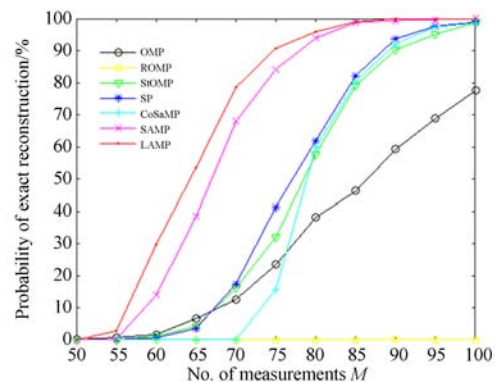


图 2 不同测量值  $M$  下重构成功率比较

Fig. 2 Comparison of probability of exact reconstruction under different measurement numbers  $M$

### 4.2 LAMP 稀疏重构与小波阈值重构对比

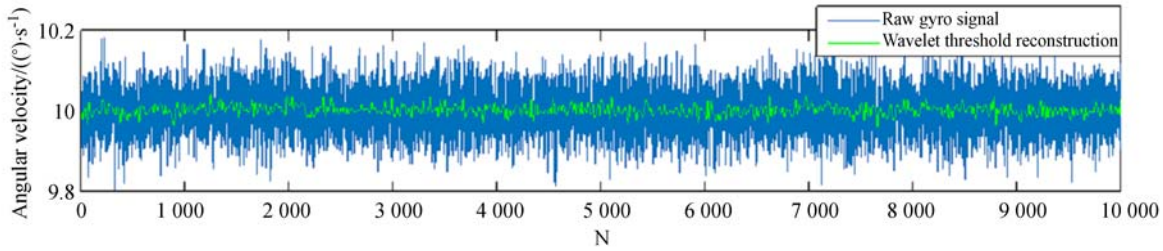
为检验基于 LAMP 稀疏小波重构陀螺信号效果,与小波阈值重构进行对比实验,本次陀螺实验数据通过转台速率运动产生:MEMS 陀螺固定于转台;接通电源,预热一段时间;给定转台  $10$  ( $^\circ$ )/s 转速,采样间隔  $0.02$  s,连续采样 10 000 点,记录采集数据。参数设置:小波阈值重构,选取 Db4 小波基,对 MEMS 陀螺输出信号进行 5

尺度小波分解,采用 Minimaxi 软阈值进行 MEMS 陀螺信号重构;LAMP 稀疏小波重构,参数同 4.1 节。MEMS 陀螺信号分别按上述两种方法重构后,信号信噪比 SNR 和均方根误差 RSME 计算结果如表 2 所示,实验结果如图 3 所示。

表 2 小波阈值重构与 LAMP 稀疏小波重构信号 SNR/RSME

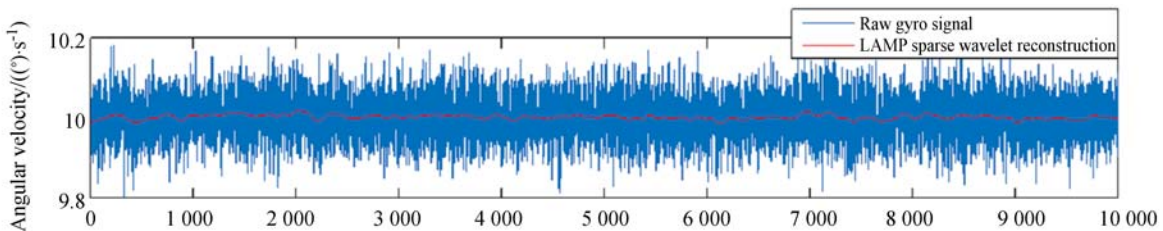
Tab. 2 Comparison of signal SNR/RSME based on wavelet and LAMP sparse wavelet

评价指标	小波阈值重构	LAMP 稀疏小波重构
SNR	58.307 0	64.230 5
RSME	0.012 2	0.006 1



(a)小波阈值重构结果

(a) Reconstructed by wavelet threshold method



(b)LAMP 稀疏小波重构结果

(b) Reconstructed by LAMP sparse wavelet

图 3 MEMS 陀螺信号小波阈值重构与 LAMP 稀疏小波重构对比实验

Fig. 3 Comparison of wavelet threshold and LAMP sparse wavelet reconstruction of MEMS gyro signal

对比表 2 及图 3 结果可知,无论在视觉上还是在重构效果评价指标意义上,基于 LAMP 的稀疏小波重构效果均优于小波阈值重构。

### 4.3 LAMP 算法复杂度及实时性分析

LAMP 算法的计算复杂度主要集中在 Layer2 Step7 的相关最大化操作上,即测量矩阵与残差的乘积。因此为确定 LAMP 算法的复杂度,只需确定精确重构需要的迭代次数。为此,采用文献[17]中的实验测试方法,实验设置如下:

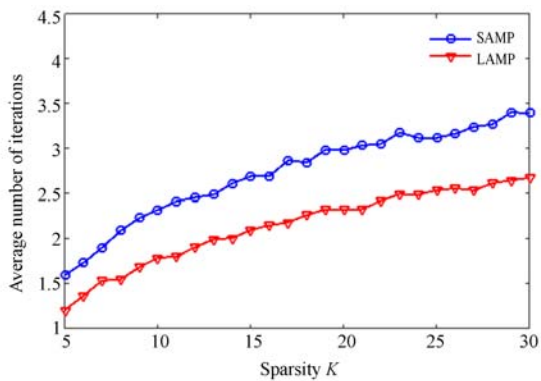
测量矩阵  $\Phi$  仍选择高斯矩阵,测试信号为 4.1 节所述的本身稀疏的高斯随机信号,  $M=128$ ,  $N=256$ ,稀疏度  $K$  范围取为  $[1,30]$ ,LAMP 算法参数设置同前,对每个稀疏度,算法精确重构 300 次,得到算法平均迭代次数。

图 4 给出了 LAMP 算法的平均迭代次数随

信号稀疏度  $K$  的变化曲线,并与 SAMP 算法对比分析。

观察图 4 可知,LAMP 和 SAMP 算法平均迭代次数均近似满足  $k_{LAMP/SAMP} = O(\log K)$ ,说明 LAMP 和 SAMP 算法的复杂度均可以较好地估计。分析表 1,LAMP 算法每次迭代进行 Step7 的相关最大化操作运算需要  $MN$  次乘法,因此算法总的复杂度可以控制在  $O(MN \log K)$  以内。同理,SAMP 算法复杂度为  $O(c \cdot MN \log K)$ ,其中  $c > 1$ 。因此,在同等条件下,本文所提 LAMP 算法复杂度小于 SAMP 算法。

为进一步验证 LAMP 算法的实时性,将 MEMS 陀螺仪和 DSP-TMS320C6748 处理器连通后固定在转台上,给定转台  $10(^{\circ})/s$  转速,并采用 DSP 对陀螺数据进行实时采集处理。实验设

图 4 平均迭代次数随稀疏度  $K$  变化曲线Fig. 4 Average number of iterations under different sparsity  $K$ 

置如下:

采用 Db4 小波基,对 MEMS 陀螺仪输出值进行 4 尺度分解,LAMP 算法参数设置同前。分别设置: $M=128, N=256$ ;  $M=64, N=256$ ;  $M=64, N=128$ 。对每次实时处理实验,重复 5 次,得到算法平均重构时间及重构效果如表 3 所示。

表 3 不同  $M, N$  时 LAMP 稀疏小波重构信号时间及效果Tab. 3 Time and results of LAMP sparse wavelet reconstruction in different  $M$  and  $N$ 

评价指标	$M=128$	$M=64$	$M=64$
	$N=256$	$N=256$	$N=128$
时间/s	0.124 1	0.059 2	0.028 3
RSME	0.006 1	0.007 2	0.007 1

表 3 结果表明,同一长度信号,测量值  $M$  个数越大,获取原始信号的观测信息越多,重构均方根误差越小,同时耗时相应较长;信号长度  $N$  越小,耗时越少,实时性越强,但信号长度较小时,能充分利用的信号整体信息越少,重构精度有所下降。综上,在工程应用中,应根据使用场合,合理取舍实时性与信号重构精度。

#### 4.4 姿态解算误差对比实验

为进一步验证基于本文 LAMP 稀疏小波重构算法的 MEMS 陀螺信号去噪效果,特进行陀螺信号姿态解算实验,将 MEMS 陀螺固定于双轴转台上,并将转台调整水平,给定转台转速  $100(^{\circ})/s$ ,实时采集 MEMS 陀螺数据及转台角度数据,采样间隔  $0.02 s$ ,连续采样  $200 s$ 。将采集的原始陀螺数据分别采用 Db4 小波阈值去噪、本文 LAMP

稀疏小波重构算法去噪,然后分别对原始陀螺数据、上述两种去噪后的陀螺数据进行方位角解算,解算结果如图 5 所示。

观察图 5 可知,短时间内,由 MEMS 陀螺数据解算的方位角累积误差较小,长时间工作累积误差较大,且工作时间越长,累计误差越大。经过  $200 s$  的方位角解算,基于小波阈值法重构的 MEMS 陀螺信号累积误差由  $0.558 9^{\circ}$  减小到  $0.477 6^{\circ}$ ,平均误差由  $10.060 2(^{\circ})/h$  减小到  $8.596 8(^{\circ})/h$ ;基于本文 LAMP 稀疏小波重构的 MEMS 陀螺信号累积误差由  $0.558 9^{\circ}$  减小到  $0.279 7^{\circ}$ ,平均误差由  $10.060 2(^{\circ})/h$  减小到  $5.034 6(^{\circ})/h$ 。

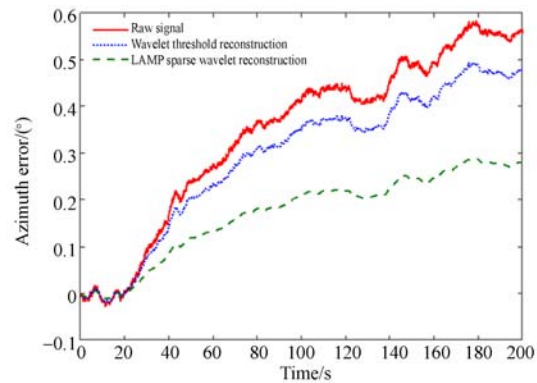


图 5 方位角解算误差对比

Fig. 5 Comparison of azimuth error

## 5 结 论

含噪的 MEMS 陀螺信号小波分解系数中,真实信号对应的小波系数选取困难,极大地影响信号重构精度。本文通过将信号小波系数的选取问题,转化为含噪 MEMS 陀螺信号小波系数稀疏性的恢复。比较现有贪婪稀疏重构算法局限性,提出了一种分层自适应匹配追踪算法(LAMP)进行 MEMS 陀螺信号小波系数提取。与现有贪婪迭代重构算法仿真对比结果表明,LAMP 稀疏重构算法具有更好的自适应性,性能优于现有贪婪迭代重构算法;与基于小波阈值法重构的 MEMS 陀螺信号对比实验结果表明,本文提出的基于 LAMP 稀疏小波重构的 MEMS 陀螺信号具有更大的信噪比,及更小的均方根误差,且解算的方位角误差由平均误差  $10.060 2(^{\circ})/h$  (重构前)减小

到 $5.0346(^{\circ})/h$ (重构后),小于小波阈值法重构后方位角解算平均误差 $8.5968(^{\circ})/h$ ,说明本文

提出的基于 LAMP 的 MEMS 陀螺信号重构方法具有较好的应用效果。

### 参考文献:

- [1] 张百强,储海荣,孙婷婷,等.应用RB无迹卡尔曼滤波组合导航提高GPS重获信号后的导航精度[J].光学精密工程,2016,24(4):835-843.  
ZHANG B Q, CHU H R, SUN T T, *et al.*. Precision improvement methodology for INS/GPS after GPS outage using RB-UKF [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(4): 835-843. (in Chinese)
- [2] HEMERLY E M. MEMS IMU stochastic error modelling[J]. *Systems Science & Control Engineering*, 2017, 5(1): 1-8.
- [3] 刘晓光,胡静涛,高雷,等.基于改进小波阈值的微机械陀螺去噪方法[J].中国惯性技术学报,2014,22(2):233-236.  
LIU X G, HU J T, GAO L, *et al.*. Micro mechanical gyro denoising method based on improved wavelet threshold[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2014, 22(2): 233-236. (in Chinese)
- [4] 田晓春,陈家斌,韩勇强,等.一种优化的小波阈值去噪方法在行人导航系统中的应用[J].中国惯性技术学报,2015,23(4):442-445.  
TIAN X CH, CHEN J B, HAN Y Q, *et al.*. Application of optimized wavelet threshold de-noising method in pedestrian navigation system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2015, 23(4): 442-445. (in Chinese)
- [5] ALAM M, ROHAC J. Adaptive data filtering of inertial sensors with variable bandwidth[J]. *Sensors*, 2015, 15(2): 3282-3298.
- [6] 吴迪,王奎民,赵玉新,等.分段正则化正交匹配追踪算法[J].光学精密工程,2014,22(5):1395-1402.  
WU D, WANG K M, ZHAO Y X, *et al.*. Stage-wise regularized orthogonal matching pursuit algorithm[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(5): 1395-1402. (in Chinese)
- [7] 周渝人,耿爱辉,张强,等.基于压缩感知的红外与可见光图像融合[J].光学精密工程,2015,23(3):855-863.  
ZHOU Y R, GENG A H, ZHANG Q, *et al.*. Fusion of infrared and visible images based on compressive sensing[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(3): 855-863. (in Chinese)
- [8] XU SH P, YANG X H, JIANG SH L. A fast non-locally centralized sparse representation algorithm for image denoising[J]. *Signal Processing*, 2017, 131: 99-112.
- [9] 赵瑞珍,刘晓宇,LI C C,等.基于稀疏表示的小波去噪[J].中国科学:信息科学,2010,40(1):33-40.  
ZHAO R ZH, LIU X Y, LI C C, *et al.*. Wavelet denoising via sparse representation[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2010, 40(1): 33-40.
- [10] COMERFORD L, JENSEN H A, MAYORGA F, *et al.*. Compressive sensing with an adaptive wavelet basis for structural system response and reliability analysis under missing data[J]. *Computers & Structures*, 2017, 182: 26-40.
- [11] DO T T, GAN L, NGUYEN N, *et al.*. Sparsity adaptive matching pursuit algorithm for practical compressed sensing[C]. *Proceedings of the 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, IEEE, 2008: 581-587.
- [12] SAUCIER A, AUDET C. Construction of sparse signal representations with adaptive multiscale orthogonal bases[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(6): 1446-1457.
- [13] BI X, CHEN X D, ZHANG Y, *et al.*. Variable step size stagewise adaptive matching pursuit algorithm for image compressed sensing[C]. *Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Signal Processing, Communication and Computing (ICSPCC)*, IEEE, 2013: 1-4.
- [14] HUANG W Q, ZHAO J L, LV ZH Q, *et al.*. Sparsity and Step-size adaptive regularized matching pursuit algorithm for compressed sensing[C]. *Proceedings of the 7th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC)*, IEEE, 2014: 536-540.

- [15] ZHANG R Y, ZHAO H L. An improved sparsity estimation variable step-size matching pursuit algorithm[J]. *Journal of Southeast University (English Edition)*, 2016, 32(2): 164-169.
- [16] LOPES M E. Estimating unknown sparsity in compressed sensing[C]. *Proceedings of the 30th International Conference on Machine Learning (ICML)*, PMLR: 2012: 217-225.
- [17] DAI W, MILENKOVIC O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(5): 2230-2249.

作者简介:



杨金显(1980—),男,山东曹县人,博士,副教授,硕士生导师,2008年于哈尔滨工程大学获得博士学位,主要从事MEMS惯性测量及在随钻、电网运动和变形监测中的应用研究。E-mail: yangjinxian@hpu.edu.cn



杨 闯(1992—),男,河南滑县人,硕士研究生,主要从事惯性测量及其应用研究。E-mail: yang\_ch126@126.com