

文章编号 1004-924X(2017)07-1890-10

二维旋转平台下的相机参数标定

顾国华*, 王佳节, 陈 钱, 钱惟贤

(南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094)

摘要:针对可旋转相机的参数标定问题,提出了一种基于二维旋转平台的相机成像模型。首先,通过一对坐标系的变换与逆变换,将相机的旋转平移变换关系转换为二维旋转平台纯旋转关系;然后,借助旋转平台读数以及相机到旋转平台的固定变换关系,实现相机内参的精确标定以及任意位置间相机外参的相互转换;最后,利用标定出的相机与旋转平台间变换矩阵实现不同位置相机参数的转换。相比于传统固定相机的标定方法,本文提出的方法标定获得的相机内参具有更好的收敛性,而且能够标定出相机到旋转平台的变换矩阵,从而实现相机坐标系变换参数的精确计算。实验结果表明,在标定模板图像数量相同时,与常用的张氏标定法相比,本文提出的方法标定获得的相机内参具有更快的收敛速度。棋盘格角点重投影坐标与实际拍摄图像中棋盘格角点坐标相对比,平均误差约为 0.12 pixel,表明该方法具有较高精度。

关键词:计算机视觉;成像模型;旋转平台;参数标定

中图分类号: TP394.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172507.1890

Camera parameter calibration based on two-dimensional rotating platform

GU Guo-hua*, WANG Jia-jie, CHEN Qian, QIAN Wei-xian

(School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

* Corresponding author, E-mail: gghnjust@163.com

Abstract: A camera imaging model based on two-dimensional rotating platform was proposed in order to solve the problem of parameter calibration for rotatable camera. Firstly, through the transformation and inverse transformation of coordinate systems, the rotation translation transformation of the camera was converted to the pure rotation motion of the two-dimensional rotating platform; Then, taking advantages of the readings of the rotating platform and the fixed transformation between camera and rotating platform, accurate calibration for internal parameters of the camera and mutual transformation for the extrinsic parameters at optional position of the camera were realized; Finally, taking advantages of calibrated transformation matrix between the camera and the rotating platform, the transformation of camera parameters at different positions were realized. Comparing with the traditional calibration method for the fixed camera, internal parameters of the camera obtained from the calibration method proposed have better convergence, and the transformation matrix from the camera to the rotating platform could be calibrated in order to realize

收稿日期: 2017-01-12; **修订日期:** 2017-03-20.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(No. 61675099); 国家自然科学基金资助项目(No. 61271332); 江苏省基础研究计划青年基金资助项目(No. BK20130769)

accurate calculation for transformation parameters on the coordinate system of the camera. The experimental result shows that when the quantity of calibrated template images are identical, comparing with the common Zhang's calibration, internal parameters of the camera obtained from the calibration method proposed have faster convergence rate. Comparing with x-comers coordinate in actual shooting images, the average error of the x-comers re-projection coordinate is about 0.12 pixel, which shows the method has higher accuracy.

Key words: computer vision; imaging model; rotating platform; parameter calibration

1 引言

在传统相机成像模型中,相机参数由相机内参与相机外参构成,通过相机参数,可以实现三维空间物体与二维平面图像之间的映射^[1]。而通用实验或数学计算等方法,获得相机内参和外参的过程被称为相机标定。相机标定最早可以追溯到十九世纪50年代,D. C. Brown等推导出了近焦距情况下固定位置径向畸变的表达式并且证明了该情况下只需测得镜头两个位置处的径向畸变就可求得任意位置的径向畸变^[2-3]。随着固态成像器件的出现以及计算机技术的飞速发展,研究者们陆续提出了许多相机标定方法。这些标定方法大致可以分为两种,即传统相机标定方法和自标定方法。传统相机标定方法包括基于线性变换方法,基于径向约束标定方法以及最常用的张氏标定法等^[4-6]。自标定方法主要有基于Kruppa的标定方法以及基于可控运动的相机标定方法^[8-9]。目前常用的标定算法在标定过程中只考虑单幅图像空间坐标与图像坐标之间的对应关系。对于相机外参而言,仅考虑了单个位置相机外参矩阵的单位正交性质,并未考虑到不同位置相机外参间的约束关系。这使得通过传统标定方法获得的相机参数之间相互独立,当相机位置发生变化时,需要对相机外参重新标定,极大的限制了图像测量系统的应用。

苑云等人提出了准同心广义经纬相机模型,但该模型是近似模型,忽略了相机光心与经纬仪旋转中心的距离^[10]。杨振等提出了固连于可控旋转平台相机的外参标定方法,利用一维靶标进行相机参数标定,但该方法采用一维靶标,标定精度有限,且无法标定出相机内参^[11]。

针对以上问题,本文提出了一种基于二维旋

转平台的相机成像模型,通过一对坐标系的变换和逆变换,将相机的运动转换为与相机固定的旋转平台的纯旋转运动。再根据旋转平台旋转角度以及不同位置相机拍摄的空间标志物图像,实现相机的精确标定。该方法不仅能够标定出相机内参,更重要的是能够标定出相机与旋转平台间的变换参数,根据相机与旋转平台间的变换参数以及旋转平台旋转参数,能够实现对相机坐标系变换矩阵的精确计算,从而获得任意位置下相机的外参。

2 相机成像模型

相机成像模型能够实现空间三维物体在二维图像平面上的投影。如图1所示,在针孔成像模型中存在三个坐标系,分别为:空间三维坐标系 $O_w - X_w Y_w Z_w$ 、相机坐标系 $O_c - X_c Y_c Z_c$ 以及图像坐标系 $I - uv$ ^[12]。

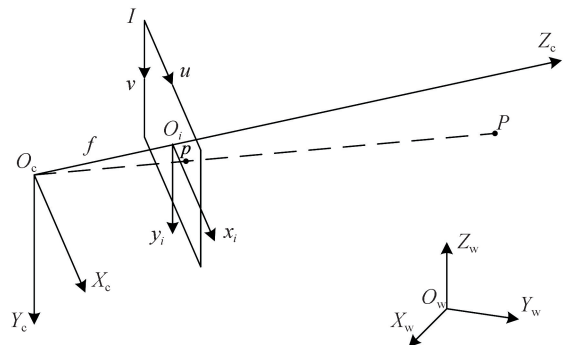


图1 相机成像模型

Fig.1 Camera imaging model

在针孔成像模型中,空间中点 P 在空间三维坐标系 $O_w - X_w Y_w Z_w$ 中的坐标可以表示为 (x_w, y_w, z_w) ,而在相机坐标系 $O_c - X_c Y_c Z_c$ 中的坐标可以表示为 (x_c, y_c, z_c) 。则空间坐标系坐标和相机坐标系坐标间存在以下关系:

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \mathbf{R} \times \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \mathbf{T} = [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \times \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: \mathbf{R} 为旋转矩阵, \mathbf{T} 为平移向量, $[\mathbf{R} \quad \mathbf{T}]$ 即为空间坐标系到相机坐标系的变换关系, 即为相机外参。

相机坐标系与图像坐标系之间满足透射投影关系, 假设 P 在图像坐标系 $I-uv$ 中的投影点 p 的坐标为 (u_i, v_i) , O_C-Z_C 轴在像平面的投影点 O_i 坐标为 (u_0, v_0) , 则相机坐标系中点坐标与图像坐标系中坐标满足如式(2)的关系。

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \mathbf{H} \times \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}, \quad (2)$$

可以看出, \mathbf{H} 为相机坐标系到图像坐标系的变换, 称为相机内参; (u_0, v_0) 称为相机主点; z_c 实际为空间点在相机坐标系中的 Z_C 轴坐标, 称为尺度因子。则相机成像模型可以表示如式(3)。

$$s \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \times [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}] \times \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

3 相机旋转模型

针孔成像模型下, 相机内参为相机的固有参数, 不会随着相机位置的变化而变化。而在固定空间坐标系下, 相机外参实际上反映了相机在空间中的位置, 则通过空间中任意位置的相机外参以及相机旋转参数, 即可获得相机旋转后的外参。

3.1 基于二维旋转平台的相机成像模型

本文提出基于二维旋转平台的相机模型, 将相机固定于二维旋转平台(本文以电子经纬仪为例), 通过旋转平台的绕中心旋转来代替相机的旋转。

如图 2 所示, 在理想情况下整个模型可以看作由三个坐标系构成, 分别为相机坐标系 $O_C-X_C Y_C Z_C$ 、经纬仪坐标系 $O_T-X_T Y_T Z_T$ 以及旋转轴坐标系 $O-XYZ$ ^[13], O_T 与 O 点即经纬仪的旋转中心。将相机固定于经纬仪观测轴上, 相机坐标系和经纬仪坐标系之间存在固定的变换关系, 如

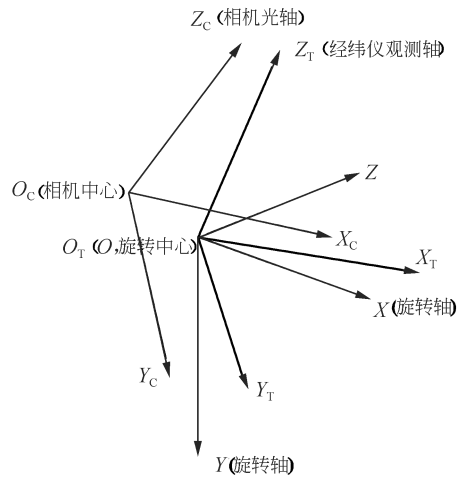


图 2 固定于二维旋转平台的相机模型

Fig. 2 Camera model fixed to the two-dimensional rotating structure

式(4)所示。

$$\begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ Z_T \end{bmatrix} = [\mathbf{R}_{ct} \quad \mathbf{T}_{ct}] \times \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中: \mathbf{R}_{ct} 为旋转矩阵, \mathbf{T}_{ct} 为平移向量, 当相机固定在经纬仪上后, 相机坐标系和经纬仪坐标系之间的相对关系不会随着经纬仪的旋转而变化, 因此, 将经纬仪旋转到任意位置, 式(4)都成立。经纬仪旋转时可以分解为坐标系 $O_T-X_T Y_T Z_T$ 绕着 X, Y 轴旋转。旋转关系可以用旋转矩阵 \mathbf{R}_T 表示, 如式(5)所示。

$$\begin{bmatrix} X_{T2} \\ Y_{T2} \\ Z_{T2} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_T \times \begin{bmatrix} X_{T1} \\ Y_{T1} \\ Z_{T1} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中: (X_{T1}, Y_{T1}, Z_{T1}) 和 (X_{T2}, Y_{T2}, Z_{T2}) 分别为旋转前后两个不同位置的经纬仪坐标系坐标, 综合式(4)和式(5)即可得到两个不同位置的相机坐标系之间的变换关系, 如式(6)。

$$\begin{bmatrix} X_{C2} \\ Y_{C2} \\ Z_{C2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_{C1} \\ Y_{C1} \\ Z_{C1} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中: (X_{C1}, Y_{C1}, Z_{C1}) 和 (X_{C2}, Y_{C2}, Z_{C2}) 分别为经纬仪旋转前后的相机坐标系坐标。 $[\mathbf{R}_{ct} \quad \mathbf{T}_{ct}]$ 为相机坐标系到经纬仪坐标系的变换矩阵, 利用欧

拉角公式表示如下:

$$\begin{cases} \mathbf{Z}'(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{X}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (7) \\ \mathbf{Z}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$[\mathbf{R}_{ct} \quad \mathbf{T}_{ct}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}'(\varphi) \times \mathbf{X}(\theta) \times \mathbf{Z}(\psi) & \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{ctx} \\ \mathbf{T}_{cty} \\ \mathbf{T}_{ctz} \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中: $(\psi \ \theta \ \varphi)$ 为一组欧拉角中的进动角、章动角、自转角。

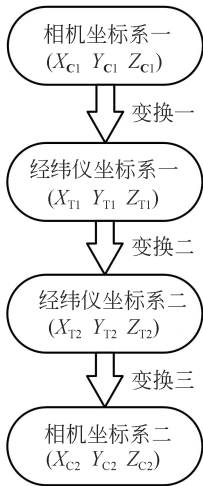


图 3 坐标系变换流程

Fig. 3 Transformation of coordinate system

式(6)的变换过程如图 3 所示,其中,变换一和变换三实际上互为逆变换。相比于传统自标定算法中假设相机绕中心旋转,式(6)能够更加准确的描述相机坐标系随着经纬仪旋转的变换过程。最重要的是,可以通过电子经纬仪的读数直接准确地计算出经纬仪的旋转变换矩阵 \mathbf{R}_T ,从而得出不同角度相机坐标系间的关系,不仅仅是利用旋转矩阵的单位正交性为约束条件。

3.2 标准二维旋转模型

经纬仪旋转过程如图 4 所示,定义从坐标原点向坐标轴正方向看,逆时针方向为旋转正方

向。在电子经纬仪中,任意位置的经纬仪坐标系都可以用两个参数垂直角度 θ 以及水平角度 λ 来表示。其中, θ 为 Z_T 轴和垂直零位的夹角, λ 为 X_T 轴与水平零位的夹角。先将 $O_T-X_T Y_T Z_T$ 坐标系绕 X 轴旋转至与 $O-XYZ$ 坐标系重合的位置,再绕 Y 轴旋转,最后再将 $O_T-X_T Y_T Z_T$ 绕 X 轴旋转至对应的位置,该旋转过程如图 5 所示。其中 $O_T-X_{T1} Y_{T1} Z_{T1}$ 、 $O_T-X_{T2} Y_{T2} Z_{T2}$ 、 $O-X_1 Y_1 Z_1$ 和 $O-X_2 Y_2 Z_2$ 分别为旋转前后的经纬仪坐标系和对应的旋转轴坐标系。设任意两个不同位置的经纬仪读数分别为 (θ_1, λ_1) 以及 (θ_2, λ_2) , 则

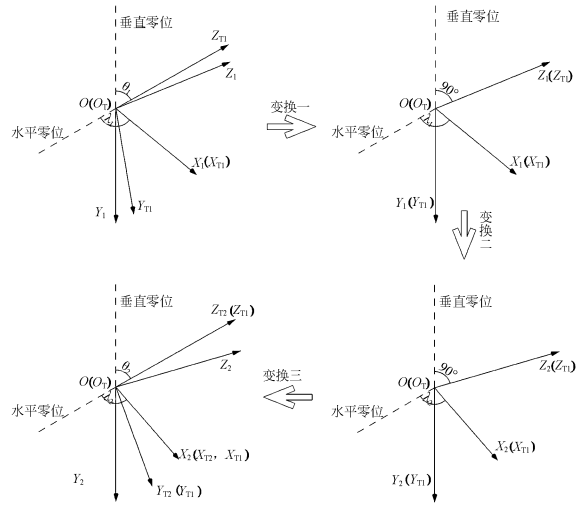


图 4 电子经纬仪旋转模型

Fig. 4 Rotation model of electronic theodolite

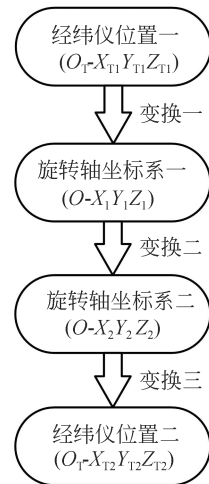


图 5 经纬仪旋转坐标系变换流程

Fig. 5 Transformation of coordinate system of theodolite

对于变换一,即坐标系 $O_T-X_{T1}Y_{T1}Z_{T1}$ 绕 X_{T1} 轴旋转 $(90-\theta_1)$,可以用旋转矩阵 \mathbf{R}_{T1} 表示如式(9)。

$$\mathbf{R}_{T1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90-\theta_1) & -\sin(90-\theta_1) \\ 0 & \sin(90-\theta_1) & \cos(90-\theta_1) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

变换二可以看作坐标系 $O-X_1Y_1Z_1$ 绕 Y_1 轴旋转 $(\lambda_2-\lambda_1)$,则可以用 \mathbf{R}_{T2} 表示如式(10)。

$$\mathbf{R}_{T2} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_2-\lambda_1) & 0 & -\sin(\lambda_2-\lambda_1) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\lambda_2-\lambda_1) & 0 & \cos(\lambda_2-\lambda_1) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

变换三即坐标系 $-X_2Y_2Z_2$ 绕 X_2 轴旋转 (θ_2-90) ,用 \mathbf{R}_{T3} 表示如式(11)。

$$\mathbf{R}_{T3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_2-90) & -\sin(\theta_2-90) \\ 0 & \sin(\theta_2-90) & \cos(\theta_2-90) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

综合式(9)、(10)和(11)可以得到任意两个位置的经纬仪坐标系之间的变换关系如式(12)所示。

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{R}_{T3} \times \mathbf{R}_{T2} \times \mathbf{R}_{T1}. \quad (12)$$

可以看出,当 $[\mathbf{R}_{ct} \quad \mathbf{T}_{ct}]$ 已知,任意位置的相机外参可以由经纬仪某一位置相机外参和经纬仪的旋转矩阵获得,即本文模型将相机旋转过程中外参的变化转换为经纬仪的旋转变换,如式(13)所示。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_2 & \mathbf{T}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中: $[\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{T}_1]$ 和 $[\mathbf{R}_2 \quad \mathbf{T}_2]$ 分别为相机在两处不同位置的外参, \mathbf{R}_T 为两处相机位置对应的经纬仪旋转矩阵。

3.3 经纬仪误差分析

经纬仪精度主要由转台的轴系误差以及经纬仪读数精度决定,由于电子经纬仪精度较高,根据经纬仪技术数据,经纬仪的读数误差在 $2''$ 左右,且其轴系非正交度很小,故在计算过程中忽略其误差。

在理想状态下,转台三轴是正交的,这样可以利用转台转动为标定提供准确的旋转角度。而实际上,转台轴系之间存在非正交误差,即水平旋转

轴与垂直旋转轴不垂直,输出角度也与理想状态存在偏差,最终使标定结果产生误差。因此,对于精度较低的转台,需事先对转台轴系误差进行标定以获得三轴间的角度关系,并在标定过程中对经纬仪读数进行补偿。对于转台轴系正交度标定的方法较多^[14-15],就不详细论述。

4 相机参数标定

根据固定于旋转平台的相机成像模型,拍摄不同角度的棋盘格图像,然后通过空间与图像点的映射关系以及经纬仪旋转关系,利用数学优化的方法求解相机参数。以棋盘格平面作为空间坐标系的 XOY 面,棋盘格格点边缘即为 X 轴和 Y 轴。设 \mathbf{P} 为棋盘格角点空间坐标值, \mathbf{p}'_i 为第 i 组标定图像检测到的角点图像坐标, \mathbf{p}_i 为第 i 组理论投影点图像坐标, \mathbf{A}_i 为第 i 组对应的经纬仪读数。对于初始图像,存在以下关系如式(14)所示。

$$s_1 \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \times [\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{T}_1] \times \mathbf{P}, \quad (14)$$

其中: \mathbf{H} 为相机内参, $[\mathbf{R}_1 \quad \mathbf{T}_1]$ 为初始相机外参, s 为尺度因子。根据式(13),剩余的图像中角点坐标可以表示如式(15)。

$$\begin{bmatrix} s_i \mathbf{p}_i \\ s_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Ti} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{ct} & \mathbf{T}_{ct} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \times \mathbf{P}, \quad (15)$$

其中: $[\mathbf{R}_{ct} \quad \mathbf{T}_{ct}]$ 为相机与经纬仪的固定变换参数,与经纬仪的角度和位置无关, \mathbf{R}_{Ti} 为第 i 幅图像与初始图像的旋转矩阵,可以根据式(12)由经纬仪读数计算得到。可以发现,系统的待解参数是固定的,不会随着标定图像数的增加而增加,这一点与常用的张氏标定法不同,张氏标定法在增加一幅标定图像时,优化方程待解参数同时增加了一组待解相机外参。

根据式(15),利用列文伯格算法(Levenberg-Marquardt, LM),以式(16)作为目标函数,优化求解出待解参数^[16]。

$$f(\mathbf{H}, \mathbf{R}_{ct}, \mathbf{T}_{ct}, \mathbf{R}_1, \mathbf{T}_1)_{\min} = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{p}_i(\mathbf{H}, \mathbf{R}_{ct}, \mathbf{T}_{ct}, \mathbf{R}_1, \mathbf{T}_1) - \mathbf{p}'_i\|. \quad (16)$$

式(16)为棋盘格点在像平面的理想投影点与实际图像角点的误差,即重投影误差。由于目标函数为非线性方程,因此需要为LM算法的迭代优化提供初始值。在待解参数($\mathbf{H}, \mathbf{R}_{ct}, \mathbf{T}_{ct}, \mathbf{R}_1, \mathbf{T}_1$)中, ($\mathbf{R}_{ct}, \mathbf{T}_{ct}$)为相机与经纬仪的变换参数,在实际装配过程中应尽量保证相机坐标系与经纬仪坐标系的重合,因此令 \mathbf{R}_{ct} 的中初始值为单位矩阵, \mathbf{T}_{ct} 的初始值为 $[0 \ 0 \ 0]^T$ 。对于相机内参,可以利用相机的固定参数(即像素尺寸 dx 和 dy 、焦距 f 、分辨率 $W \times H$)计算而得到:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \frac{f}{dx} & 0 & \frac{W}{2} \\ 0 & \frac{f}{dy} & \frac{H}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (17)$$

而对于相机初始位置外参的初值,可以利用初始位置棋盘格空间坐标与图像坐标解出。因为棋盘格格点均在一个平面上,令棋盘格格点的空间坐标中 Z 轴坐标为 0,则格点空间坐标 $[X_w \ Y_w \ 1]^T$ 与图像坐标 $[u \ v \ 1]^T$ 的关系如式(18)所示^[17]。

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \times [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{T}] \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{\text{hom}} \times \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

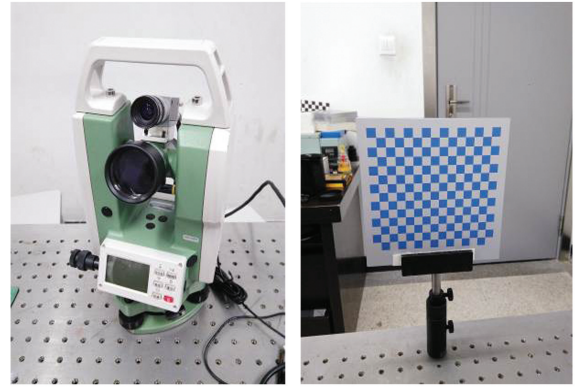
\mathbf{H}_{hom} 可以看作是二维空间点到二维图像点的单应性矩阵,则可以根据相机内参计算出相机外参 $[\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{T}]$ 的值,再根据相机外参旋转矩阵的单位正交性质计算出 \mathbf{r}_3 。

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2. \quad (19)$$

将计算出的相机内参以及初始位置相机外参带入优化方程,即可获得待解参数的迭代优化解。计算过程中由于涉及矩阵逆运算,因此需要将相机内参、外参以及相机到经纬仪变换矩阵均变换为 4×4 的方阵。

5 实验分析

本实验采用 Basler 黑白相机作为图像采集设备,相机像素尺寸为 $5.5 \mu\text{m} \times 5.5 \mu\text{m}$,分辨率为 $2\ 048 \text{ pixel} \times 2\ 048 \text{ pixel}$,镜头为 12 mm 的 ICOH 工业相机镜头。电子经纬仪采用一光 DT402L 型电子经纬仪。实验标定物为棋盘格,



(a) 固定于经纬仪的相机
(a) Camera fixed to theodolite

(b) 棋盘格
(b) Checkerboard

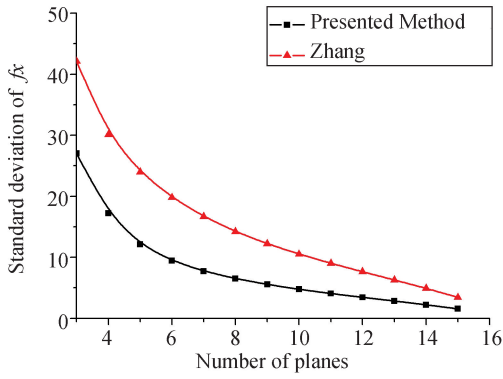
图6 实验设备

Fig. 6 Experimental equipment

棋盘格分布为 14×15 ,格点间隔为 10 mm。将经纬仪以及棋盘格固定,边旋转经纬仪,边拍摄不同角度的棋盘格图像,分别利用张氏标定法以及本文的方法进行相机参数标定,并分析标定结果。实验采集了 16 幅不同角度下的棋盘格图像,为检验内参标定结果的稳定性,利用这 16 幅图像的所有子集的 l 幅图像 ($l=3, \dots, 15$) 来标定相机。通过使用 16 幅图像中所有含有 l 幅图像的子集标定得到的相机参数来计算标准差^[18],结果如图 7 所示。

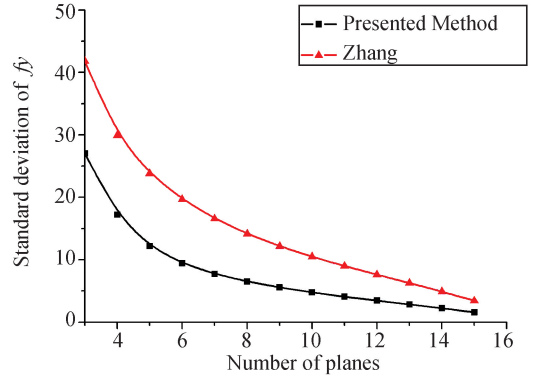
从图 7 中可以看出,相机参数的标准差随着标定图像数量的增加而逐渐减小并趋近于 0,说明随着图像数的增加,标定出的相机参数趋于稳定。张氏标定法与本文标定方法的基本原理都是基于数学优化方法,标定图像越多,优化方程数则越多,参数的变化也就越小。同时,相机焦距与主点坐标的标准差变化曲线的斜率都是随着图像数的增加而逐渐较小,这表明,随着标定图像数量的增加,参数标准差的变化率越来越小。因此,应选择合适数量的标定图像,在保证参数稳定的同时,最大限度的简化计算过程。

对比两种标定方法获得的参数标准差可以看出,相机等效焦距 (f_x, f_y) 与相机主点坐标 (u_0, v_0) 在标定图像数量相同的情况下,本文提出方法标定所获得的相机参数的标准差都要比张正友标定法的结果小,并且具有更快的收敛速度。



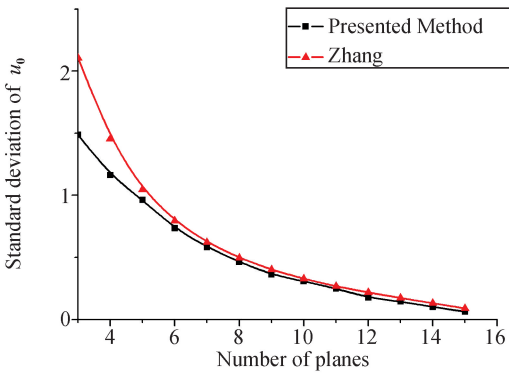
(a) 焦距 f_x 的标准差与图像数的关系

(a) Relationship between standard deviation of f_x and number of images



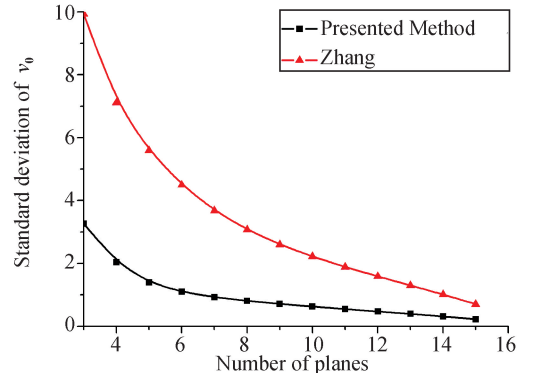
(b) 焦距 f_y 的标准差与图像数的关系

(b) Relationship between standard deviation of f_y and number of images



(c) 主点坐标 u_0 的标准差与图像数的关系

(c) Relationship between standard deviation of u_0 and number of images



(d) 主点坐标 v_0 的标准差与图像数的关系

(d) Relationship between standard deviation of v_0 and number of images

图 7 标定结果与标定图像数关系

Fig. 7 Relationship between calibration results and number of images

利用全部 16 幅图像进行相机标定, 标定结果如表 1 所示。其中 H 为相机内参, (R_{ct}, T_{ct}) 为相机坐标系到经纬仪坐标系的变换矩阵, Mean

Reprojection Error 为棋盘格角点平均重投影误差。可以看出, 对于相机内参, 张氏标定法与本文的方法均可以计算得出; 对于空间关系, 张氏标定

表 1 相机参数标定结果

Tab. 1 Results of camera calibration

Method	Intrinsic parameters (H)	Transformation matrix [R_{ct} T_{ct}]	Mean Reprojection Error/pixel
Zhang	$\begin{bmatrix} 2\ 265.24 & 0 & 1\ 020.81 \\ 0 & 2\ 266.31 & 1\ 032.83 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$		0.096 1
Presented Method	$\begin{bmatrix} 2\ 395.44 & 0 & 1\ 020.55 \\ 0 & 2\ 395.75 & 1\ 044.56 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.999\ 7 & 0.007\ 9 & 0.019\ 98 & 0.406\ 4 \\ -0.007\ 8 & 0.999\ 9 & 0.009\ 0 & -49.849\ 8 \\ 0.020\ 0 & -0.008\ 8 & 0.999\ 7 & -10.397\ 0 \end{bmatrix}$	0.104 9

法只能获得棋盘格所在的空间坐标系与相机坐标系的关系,无法获得相机坐标系与经纬仪坐标系的相对关系矩阵 $[R_{ct} \ T_{ct}]$;对于棋盘格图像的平均重投影误差,本文的方法略大于张

氏标定法,这主要因为利用经纬仪读数来表示相机外参之间的变换关系会存在细微的读数误差,并且相机旋转过程中也会产生较小的随机误差。

表 2 外参计算结果

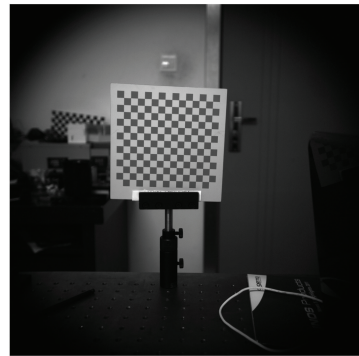
Tab.2 Calculation results of external parameters

Camera position	Reading of theodolite/(°)	Camera extrinsic parameters			
		$[R \ T]$			
I_1	(88.428 8, 115.279 4)	$\begin{bmatrix} 0.995\ 4 & -0.042\ 5 & 0.080\ 4 & -4.825\ 3 \\ 0.041\ 5 & 0.999\ 0 & 0.011\ 7 & -9.569\ 6 \\ -0.080\ 8 & -0.008\ 3 & 0.996\ 2 & 624.236\ 6 \end{bmatrix}$			
I_2	(99.336 3, 123.112 5)	$\begin{bmatrix} 0.997\ 8 & -0.039\ 5 & -0.054\ 4 & -87.812\ 9 \\ 0.029\ 3 & 0.983\ 8 & -0.176\ 3 & -123.867\ 9 \\ 0.060\ 5 & 0.174\ 3 & 0.982\ 8 & 596.178\ 8 \end{bmatrix}$			
I'_2		$\begin{bmatrix} 0.997\ 2 & -0.039\ 7 & -0.054\ 8 & -87.748\ 1 \\ 0.029\ 1 & 0.983\ 5 & -0.178\ 0 & -123.817\ 8 \\ 0.061\ 0 & 0.176\ 1 & 0.982\ 0 & 595.706\ 1 \end{bmatrix}$			



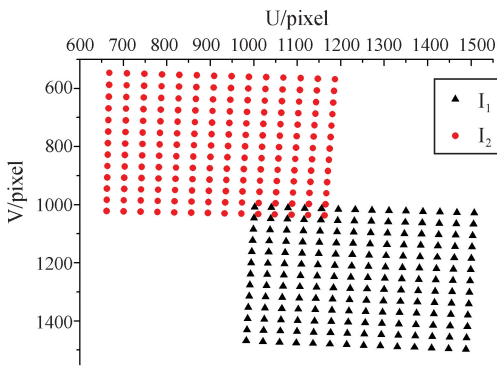
(a) 棋盘格图像 I_1

(a) Checkerboard image I_1



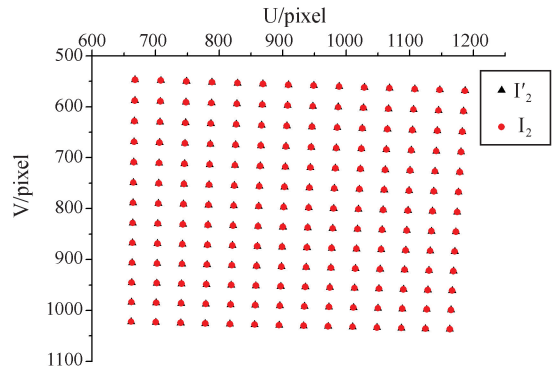
(b) 棋盘格图像 I_2

(b) Checkerboard image I_2



(c) I_1 和 I_2 角点位置对比图

(c) Comparison of corner position in I_1 and I_2



(d) I'_2 和 I_2 角点对比图

(d) Comparison of corner position in I_2 and I'_2

图 8 棋盘格角点对比图

Fig.8 Comparison of checkerboard corner

利用经过标定的相机系统拍摄两幅不同位置棋盘格图像 I_1 和 I_2 , 如图 8(a) 和 (b) 所示, 分别检测两幅图像的棋盘格角点的图像坐标, 结果如图 8(c) 所示。利用标定出的相机内参以及图像中棋盘格角点坐标, 分别计算出 I_1 和 I_2 对应的相机外参, 如表 2 所示。而根据式 (13), I_2 图像对应的相机外参可由 I_1 图像对应的相机外参以及 I_1 和 I_2 间的旋转关系求得, I_1 和 I_2 对应的经纬仪读数如表 2 所示, 根据式 (12) 和式 (13) 以及标定出 I_2 对应的相机外参, 对比 I_2 与 I'_2 可以看出, 两个矩阵之间相差很小。利用棋盘格角点空间坐标、相机内参以及计算获得的相机外参将棋盘格投影至图像平面上, 结果如图 8(d) 所示, 可以看出, 原图像 I_2 中的棋盘格角点及重投影图像 I'_2 棋盘格角点基本重合, 对应图像角点间的平均像素距离在 0.12 左右, 表明计算获得的相机外参具有较高精度, 从而证明了利用本文方法标定出的 $[R_{ct} \quad T_{ct}]$ 矩阵具有较高精度。

参考文献:

- [1] 余焯, 刘晓平. 基于灭点的三维物体重建[J]. 系统仿真学报, 2008, 20(15): 4069-4072.
YU Y, LIU X P. 3D object reconstruction using vanishing points [J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(15): 4069-4072. (in Chinese)
- [2] BROWN D C. Close-range camera calibration [J]. *Photogrammetric Engineering*, 1971, 37 (8): 855-866.
- [3] 周前飞, 刘晶红, 居波, 等. 面阵 CCD 航空相机斜视图像的几何校正[J]. 液晶与显示, 2015, 30(3): 505-513.
ZHOU Q F, LIU J H, JU B, et al.. Geometric correction of oblique images for array CCD aerial cameras [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(3): 505-513. (in Chinese)
- [4] 刘巍, 李肖, 马鑫, 等. 采用复合式靶标的近景大视场相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0717005.
LIU W, LI X, MA X, et al.. Camera calibration method for close range large field of view camera based on compound target [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(7): 0717005. (in Chinese)
- [5] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE*

6 结 论

本文提出了一种基于二维旋转平台的相机成像模型, 通过一对固定的坐标系旋转平移变换与逆变换实现将相机坐标系的旋转转换为旋转平台的绕中心旋转变换, 从而实现相机参数的精确标定。实验表明, 本模型标定获得的相机内参虽然在角点重投影误差方面略大于张氏标定法, 但在参数的稳定性方面有显著提高。利用标定获得的相机到经纬仪的变换矩阵实现不同位置相机外参的相互转换, 获得的角点重投影误差约为 0.12 pixel, 表明本文模型以及标定方法具有较高精度。

在实际应用中, 利用标定出的相机到转台变换关系, 可以快速精确地计算出不同位置相机坐标系间的变换关系, 能够实现在大视场单一背景下任意位置相机外参的精确计算, 从而实现对运动目标位置信息的测量。

- Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [6] ZHANG Z Y. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [7] 王君竹, 陈丽芳, 刘渊. 基于张量投票的摄像机自标定方法研究[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(15): 190-197.
WANG J Z, CHEN L F, LIU Y. Study of camera self-calibration method based on tensor voting [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2016, 52(15): 190-197. (in Chinese)
- [8] 赵亚凤, 胡峻峰. 一种双正交消隐点的双目相机标定方法[J]. 液晶与显示, 2016, 31(10): 958-966.
ZHAO Y F, HU J F. Binocular self calibration using two pairs of orthogonal vanishing points [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2016, 31(10): 958-966. (in Chinese)
- [9] HARTLEY R I. Self-calibration from multiple views with a rotating camera [C]. *European Conference on Computer Vision*, Springer, 1994: 471-478.
- [10] 苑云, 朱肇昆, 张小虎, 等. 准同心广义经纬相机的成像模型及高精度标定[J]. 光学学报, 2012, 32(7): 0715003.

- YUAN Y, ZHU ZH K, ZHANG X H, *et al.*. Imaging model and high-precision calibration of quasi-concentric general theodolite-camera [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(7): 0715003. (in Chinese)
- [11] 杨振, 尚洋. 固连于可控旋转平台相机的外参标定[J]. *实验力学*, 2014, 29(2): 147-154.
- YANG ZH, SHANG Y. External parameter calibration of camera mounted on a controllable rotating platform [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2014, 29(2): 147-154. (in Chinese)
- [12] 刘书桂, 姜珍珠, 董英华, 等. 采用移动光靶标的分区域相机标定[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(2): 259-265.
- LIU SH G, JIANG Z Z, DONG Y H, *et al.*. Sub-regional camera calibration based on moving light target [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(2): 259-265. (in Chinese)
- [13] 周虎, 郝继贵, 张滋黎, 等. 激光电子经纬仪动态跟踪引导系统的设计[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(11): 2671-2678.
- ZHOU H, ZHU J G, ZHANG Z L, *et al.*. Design of dynamic tracking and guiding system for laser-electronic theodolite [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(11): 2671-2678. (in Chinese)
- [14] 张志利, 刘先一, 周召发, 等. 转台误差对数字天顶仪轴系误差的影响[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(11): 3090-3096.
- ZHANG ZH L, LIU X Y, ZHOU ZH F, *et al.*. Influence of turntable error on axis error in digital zenith camera [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(11): 3090-3096. (in Chinese)
- [15] 郎小龙, 赵强. 一种光电经纬仪单项差检测新方案[J]. *光电工程*, 2006, 33(3): 17-19, 77.
- LANG X L, ZHAO Q. New testing approach for sighting error and non-perpendicularity between horizontal axis and vertical axis for a photoelectrical theodolite [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, 33(3): 17-19, 77. (in Chinese)
- [16] 朱伟东, 曹良洪, 梅标, 等. 利用圆心不对称投影精确标定工业相机[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(8): 2267-2273.
- ZHU W D, CAO L H, MEI B, *et al.*. Calibration of industrial cameras using asymmetric circle center projection [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(8): 2267-2273. (in Chinese)
- [17] 刘海庆, 杨凌辉, 任永杰, 等. 基于正交柱面成像相机的大尺寸三维坐标测量[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(11): 1117002.
- LIU H Q, YANG LH, REN Y J, *et al.*. Large-scale 3D coordinate measurement based on orthogonal cylindrical imaging cameras [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(11): 1117002. (in Chinese)
- [18] STEGER C, ULRICH M, WIEDEMANN C. *Machine Vision Algorithms and Applications* [M]. Berlin: Wiley-VCH, 2008.

作者简介:



王佳节(1993—),男,安徽芜湖人,硕士研究生,2015年于南京理工大学电子工程与光电技术学院获得学士学位,现为南京理工大学电子工程与光电技术学院在读硕士生,主要从事图像处理方面的研究。E-mail: njustwangjiajie@foxmail.com

导师简介:



顾国华(1966—),男,江苏无锡人,博士,研究员,博士生导师,分别于1989、1996、2001年获南京理工大学学士、硕士和博士学位,主要研究光电成像理论与技术、图像识别处理及应用技术。E-mail: gghnjust@163.com