

文章编号 1004-924X(2017)10-2767-11

## 采用直线模型的相机参数优化方法

孙俊锋<sup>1,2\*</sup>, 丁少闻<sup>1</sup>, 张小虎<sup>1</sup>, 张跃强<sup>1</sup>

- (1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;
2. 中国载人航天工程办公室, 北京 100000)

**摘要:**提出了基于直线模型的相机在线标定算法。该方法通过自动跟踪视频中物件的边缘,在线求解相机系统内外参数,同时建立物件边缘同图像边缘的对应关系。然后,利用物件边缘同图像边缘的对应关系,在相机内外参数初值的基础上,通过构建融合边缘端点信息的误差函数,迭代优化求解相机内外参数。进行了仿真和实物实验,分别使用提出的基于直线的标定方法和传统的基于棋盘格内角点的方法标定了相机内外参数,并对两种方法的标定结果做了对比。结果显示:在仅使用边缘信息的条件下,本文方法可以获得同传统的标定法一致的精度,标定后重投影误差(RMS)为 0.6 pixel。本文方法利用具有标准尺寸的物件即能实现相机内外参数的估计,且无需制备平面靶板便可获得与传统方法相同的标定精度,标定过程更为灵活,有实用价值。

**关键词:**视觉测量;在线标定;直线模型;相机参数

**中图分类号:**TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172510.2767

## Optimization of camera parameters based on linear model

SUN Jun-feng<sup>1,2\*</sup>, DING Shao-wen<sup>1</sup>, ZHANG Xiao-hu<sup>1</sup>, ZHANG Yue-qiang<sup>1</sup>

- (1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
  2. China Manned Space Engineering Office, Beijing 100000, China)
- \* Corresponding author, E-mail: 66708558@qq.com

**Abstract:** A camera in-line calibration method based on a line model was proposed. By automatically tracking the edge of an object, the internal and external parameters of the camera were solved linearly while the corresponding relationship between object edge and image edge was established. On the basis of the relationship and the initial values of internal and external parameters, the camera parameters were estimated optimally by developing a new error model between the model line and image line with the endpoint information. The simulation and experiment were performed. The internal and external parameters of the camera were calibrated by proposed method and traditional checkerboard interior angle method, and the calibration results were compared. The results only by using edge information show that the proposed method have the almost the same accuracy with the traditional method and the reprojected error(RMS) is 0.6 pixel. In conclusion, the proposed calibration method can implement

收稿日期:2017-04-24;修订日期:2017-06-25.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11272347)

the estimation of internal and external parameters only by using the object with a standard size and can obtain the same calibration precision as that of traditional method without preparation of the plane calibration object. It is more flexible and practical.

**Key words:** vision metrology; online calibration; linear model; camera parameter

## 1 绪 论

相机标定一直是视觉测量研究的核心问题之一,它是从二维图像中获取度量信息,如位姿估计、三维重建等视觉测量任务的基础。相机标定的目的是恢复三维空间到图像平面的映射,包括三维空间坐标系到相机坐标系的平移和旋转,即相机的外参数(姿态);以及相机坐标系到图像平面的映射,即相机内参数(焦距,主点,像差系数等)。相机标定可以分为度量标定方法<sup>[1-4]</sup>、自标定方法<sup>[5-7]</sup>以及基于主动视觉的标定方法<sup>[8-11]</sup>。其中,基于主动视觉的标定方法可以归类为自标定方法,度量标定也称为传统标定方法<sup>[12]</sup>。

自标定方法利用摄像机做已知类型的运动或者多视图之间产生的几何约束,在未知场景结构信息情况下实现相机参数的标定。该方法无需已知视场的度量信息,通过多视图的图像特征同时完成相机标定和特征三维重建。在仅利用图像信息条件下,每个视图可以提供两个对于相机内参数的约束,因此给定两个以上的视图,可以同时恢复相机的内外参数<sup>[7,13-14]</sup>。由于场景的度量信息未知,自标定方法无法恢复场景的绝对尺度,因而也称为零维标定。如果相机旋转可以精确获得,则该方法可以获得较为稳定和精确的结果<sup>[6,15]</sup>。不过由于需要同时估计大量的参数,包括相机的内外参数和场景的结构信息,该类方法的相机标定结果不太稳定,且精度低于度量标定方法<sup>[16]</sup>。

度量标定因具有高精度和高稳定性的特点,而成为计算机视觉和摄影测量领域不可或缺的相机标定方法。该方法需要已知场景中的度量信息或者几何结构,比如空间点坐标,空间直线位置,以及其他几何结构的空表达,利用空间已知结构同图像对应恢复相机内外参数。根据的空间维度,标定物可以分为三维立体标定物、二维平面标定物以及一维线标定物三种。立体标定物通常由几个正交的平面组成,平面内含有坐标精确已知的几何结构<sup>[4,17]</sup>,该类标定件制作条件苛刻,不够

便携,一般只能应用在室内。便携式平面标定物的出现使得标定过程更加灵活方便,同时也使相机标定从室内转向室外。平面标定物需要控制点共面,且一般需要采集多幅图像以使标定物布满整个视场。早期的基于平面标定物的方法<sup>[14]</sup>需要平面标定物做运动精确已知的平移,从而获得同立体标定件近似的结果。然而平移运动的获得需要借助其他高精度的测量设备,这就限制了其应用。张正友<sup>[3]</sup>提出了利用做任意运动的平面标定物进行相机标定的方法。该方法对平面目标的运动未作限定,只需在大于两个视角对平面目标成像,便能从目标平面到图像平面的单应中线性求解相机的内外参数,并通过最小化重投影误差优化求解相机的内外参数。由于标定物制备较为简单,且标定精度较高,因而该方法成为计算机视觉领域的基本方法。近年来,含有三个以上标志的一维标定物被用于相机标定<sup>[1,18-21]</sup>。Wu 等人<sup>[22]</sup>证明了做面内运动的一维标定物本质上等价于二维标定物。一维标定物可以用来标定相机内参数,但是由于一维标定物的标志点共线,而确定空间坐标系至少需要三个非共线点,因此如果要进行绝对定向则要求标志物高于一维。

传统的基于平面靶板的标定方法需要离线准备平面靶板,且制备靶板的工作需要一定的专业背景,一般用户很难胜任该工作,同时传统的方法多局限于实验室内,而视觉测量任务也可能在室外,平面靶板不够便携,使用起来也不够灵活方便。为此,本文利用具有标准尺寸的物件进行便携式视觉系统的在线标定。相对于传统方法,本文方法不需要制备平面靶板,选用的标定物件较为常见,标定过程更为简单灵活。

## 2 算法原理

通过自动跟踪视频中物件的边缘,在线性求解相机系统内外参数的同时也可以建立物件边缘同图像边缘的对应关系。利用物件边缘同图像边缘的对应关系,在相机内外参数初值的基础上,通

过构建融合边缘端点信息的误差函数,可以迭代优化求解相机的内外参数。

## 2.1 相机成像模型

在透视投影相机模型下,空间点  $P$  同其在图像平面的对应点  $p$  关系表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= [u \quad v \quad 1]^T = \mathbf{F}(\mathbf{P}, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}), \\ \begin{cases} u = f_x \frac{(\mathbf{P}^C)_x}{(\mathbf{P}^C)_z} + c_x = p_x + c_x + \delta_x \\ v = f_y \frac{(\mathbf{P}^C)_y}{(\mathbf{P}^C)_z} + c_y = p_y + c_y + \delta_y \end{cases}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{P}^C = \mathbf{R}\mathbf{P} + \mathbf{T}$  为 3D 模型点在相机系坐标,  $(\cdot)_z$  为向量的  $z$  方向分量,  $\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{R}, \mathbf{T})$  为世界坐标系到相机坐标系的刚体变换参数,  $\boldsymbol{\kappa} = (f_x, f_y, c_x, c_y, k)$  为相机内参数, 式(1)为透视投影相机的共线方程。式(1)中  $f_x, f_y$  为相机  $x, y$  方向的等效焦距,  $c_x, c_y$  为主点坐标,  $\delta_x, \delta_y$  为径向畸变。使用一阶多项式模型进行建模得到:

$$\begin{cases} \delta_x = f_x \bar{p}_x (\bar{p}_x^2 + \bar{p}_y^2) k, \\ \delta_y = f_y \bar{p}_y (\bar{p}_x^2 + \bar{p}_y^2) k, \\ \bar{p}_x = (u - c_x) / f_x, \\ \bar{p}_y = (v - c_y) / f_y, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\bar{\mathbf{p}} = (\bar{p}_x, \bar{p}_y)^T$  为图像点  $p$  的归一化像点坐标。

空间线段  $M$  同其像面投影  $m$  分别用  $\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2$  和  $p_1 p_2$  进行表示。线段  $M$  和  $m$  分别位于直线  $L$  和  $l$  之上。空间线段的透视投影表示为:

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}(\mathbf{M}, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}) = (\mathbf{F}(\mathbf{P}_1, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}), \mathbf{F}(\mathbf{P}_2, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu})). \quad (3)$$

空间点  $P$  在像面上带有噪声的观测值使用  $\tilde{p}$  表示, 空间直线  $L$  在像面上带有噪声的观测值使用  $\tilde{l}$  表示。

## 2.2 相机参数线性估计

相机内外参数的线性求解原理同张正友方法<sup>[3]</sup>相同。令相机内参数矩阵为  $\mathbf{K}$ , 则有:

$$\lambda \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

可以得到单应变换矩阵同相机内外参数矩阵的关系如下:

$$s\mathbf{H} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] = \mathbf{K} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中  $s$  为尺度因子。

考虑到旋转矩阵的单位正交性有:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \end{cases}. \quad (6)$$

以上两个方程为由单应分解相机内参数的基本方程。给定一个单应矩阵, 即相机在一个视角对模型平面的成像, 可得相机内参数的两个约束。

为了便于求解方程(6), 令  $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ , 其中  $\mathbf{B}$  为对称矩阵, 使用 6 维向量进行表示:

$$\mathbf{b} = (B_{11}, B_{12}, B_{22}, B_{13}, B_{23}, B_{33})^T. \quad (7)$$

从而有:

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b}, \quad i=1, 2; j=1, 2, \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{h}_i = (h_{i1}, h_{i2}, h_{i3})^T$ ,

$\mathbf{v}_{ij} = (h_{i1} h_{j1}, h_{i1} h_{j2} + h_{i2} h_{j1}, h_{i2} h_{j2}, h_{i3} h_{j1} + h_{i1} h_{j3}, h_{i3} h_{j2} + h_{i2} h_{j3}, h_{i3} h_{j3})^T$ 。因而, 两个约束方程可以转换为以下线性方程组:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{12}^T \mathbf{b} = 0 \\ (\mathbf{v}_{11}^T - \mathbf{v}_{22}^T) \mathbf{b} = 0 \end{cases}. \quad (9)$$

给定  $N(N > 2)$  个视图的单应变换矩阵, 可以线性求解矩阵  $\mathbf{B}$ 。从  $\mathbf{B}$  中分解出相机的内参数, 然后求得相机外参数如下:

$$\mathbf{r}_1 = s\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1, \mathbf{r}_2 = s\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2, \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2, \mathbf{t} = s\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3. \quad (10)$$

## 2.3 相机参数极大似然估计

假定所有图像直线段的观测噪声相互独立, 则使用直线段序列进行相机标定问题的极大似然估计表示为:

$$(\hat{\boldsymbol{\kappa}}, \{\hat{\boldsymbol{\mu}}_j\}_{j=1}^N) = \arg \max_{\boldsymbol{\kappa}, \{\boldsymbol{\mu}_j\}_{j=1}^N} P, \quad (11)$$

$$P = \prod_{j \in [1, N]} \prod_{i \in [1, M]} p(\Gamma(\mathbf{L}_i^j, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}_j) | \tilde{l}_i^j)$$

其中  $N$  为视图数,  $M$  为直线对应数目。式(11)的物理意义为: 给定  $N$  个视图中的图像直线和模型直线的对应, 求解相机内参数和每幅视图相机的外参数, 使得条件概率最大, 即最优相机参数对应于图像测量直线段条件下模型直线投影概率的最大值。

对式(11)求  $-\log$ , 可以转化为:

$$(\hat{\boldsymbol{\kappa}}, \{\hat{\boldsymbol{\mu}}_j\}_{j=1}^N) = \arg \min_{\boldsymbol{\kappa}, \{\boldsymbol{\mu}_j\}_{j=1}^N} \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} -\ln(p(\Gamma(\mathbf{L}_i^j, \boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}_j) | \tilde{l}_i^j)). \quad (12)$$

由上式可以得到:

$$(\hat{\boldsymbol{\kappa}}, \hat{\boldsymbol{\mu}}) = \arg \min_{\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\mu}} O$$

$$O = \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} \frac{\tilde{l}_i^j}{6} ((s_j^i)^2 + 4(s_i^j)^2 + (s_i^j)^2), \quad (13)$$

其中  $s_j^i, s_i^j, s_i^j$  分别为图像直线段  $\tilde{l}_i^j$  两个端点和

中点到模型直线投影直线  $l_i^j$  的距离。式(13)的详细推导参考文献[25,26]。

由于式(13)除了包含图像直线的端点信息,还包含图像直线的中点信息,如果图像有畸变,直线表现为曲线,则中点或者端点必然存在偏移而不共线,因此可以根据式(13)进行畸变参数估计。

## 2.4 非线性优化

式(13)可以改写为:

$$(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\boldsymbol{\mu}}) = \arg \min_{\mathbf{k}, \boldsymbol{\mu}} O, \quad (14)$$

$$O = \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} (s_i^j \mathbf{W}_i^j s_i^j)$$

其中  $\mathbf{s} = (s_0, s_1, s_2)^T$ ,  $\mathbf{W} = \text{diag} \left[ \frac{l_i^j}{6}, \frac{4 \times l_i^j}{6}, \frac{l_i^j}{6} \right]$ ,  $\text{diag}()$  表示对角矩阵。

式(14)可以使用加权最小二乘方法进行求解。由于点到模型直线投影距离向量  $\mathbf{s} = \mathbf{s}(\mathbf{p}, l_i, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{k})$  同相机内参数和外参数之间为非线性关系,因而需要对  $\mathbf{s}$  进行线性化处理。令  $\boldsymbol{\Phi} = (\boldsymbol{\mu}_1^T, \boldsymbol{\mu}_2^T, \dots, \boldsymbol{\mu}_N^T, \mathbf{k}^T)^T$ , 在相机参数先验  $\boldsymbol{\Phi}$  处对  $s_i^j$  进行一阶泰勒展开:

$$s_i^j = s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k) + \frac{\partial s_i^j}{\partial \boldsymbol{\Phi}} \Delta \boldsymbol{\Phi} = s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k) + \mathbf{J}_i^j \Delta \boldsymbol{\Phi}, \quad (15)$$

其中  $\mathbf{J}_i^j = \frac{\partial s_i^j}{\partial \boldsymbol{\Phi}}$ 。

将式(15)带入公式(14),可以得到:

$$O(\Delta \boldsymbol{\Phi}) = \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} [(s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k) + \mathbf{J}_i^j \Delta \boldsymbol{\Phi})^T \mathbf{W}_i^j (s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k) + \mathbf{J}_i^j \Delta \boldsymbol{\Phi})]. \quad (16)$$

不难发现,式(16)定义的目标函数是相机参数修正量  $\Delta \boldsymbol{\Phi}$  的二次关系,因而该目标函数有唯一的极值。对待求姿态参数修正量  $\Delta \boldsymbol{\Phi}$  求一阶导数  $\frac{\partial O(\Delta \boldsymbol{\Phi})}{\partial (\Delta \boldsymbol{\Phi})}$ , 并令其等于 0, 可以得到以下方程:

$$\frac{\partial O(\Delta \boldsymbol{\Phi})}{\partial (\Delta \boldsymbol{\Phi})} = 2 \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} [(\mathbf{J}_i^j)^T \mathbf{W}_i^j (s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k) + \mathbf{J}_i^j \Delta \boldsymbol{\Phi})] = 0. \quad (17)$$

对式(17)进行简单整理,可以得到:

$$\sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} [(\mathbf{J}_i^j)^T \mathbf{W}_i^j \mathbf{J}_i^j] \Delta \boldsymbol{\Phi} = - \sum_{j \in [1, N]} \sum_{i \in [1, M]} [(\mathbf{J}_i^j)^T \mathbf{W}_i^j s_i^j(\boldsymbol{\Phi}_k)]. \quad (18)$$

同样可以写为矩阵方程形式:

$$\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} \Delta \boldsymbol{\Phi} = - \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{S}. \quad (19)$$

求得姿态参数修正量为:

$$\Delta \boldsymbol{\Phi} = - (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{S}. \quad (20)$$

## 3 实验测试

### 3.1 仿真实验

通过仿真实验检验所提出的基于直线的相机内参数标定算法受噪声的影响情况。实验配置如下:虚拟相机放置在离目标平面 2 m 的地方,相机分辨率为  $640 \times 640$ , 相机内参数真值为  $f_x = f_y = 1\ 814.8$ ,  $c_x = c_y = 300$ , 模型平面为分布在  $210 \text{ mm} \times 297 \text{ mm}$  矩形平面区域的含有  $11 \times 14$  内角点的棋盘格。通过改变模型平面的方向和位置得到不同视角的图像。初始情况下模型平面同相机平面平行,模型平面的法线方向平行于三维旋转向量  $\mathbf{r}$  ( $\mathbf{r}$  对应的单位向量为旋转轴,  $|\mathbf{r}|$  对应旋转角度), 模型平面的位置使用三维向量  $\mathbf{t}$  表示。实验中,将本文基于直线的相机标定方法(简称直线法)同张正友提出的基于棋盘格内角点的方法(简称角点法)<sup>[3]</sup>进行了对比,采用 OpenCV 中的 `cvCalibrateCamera2` 函数实现。角点法使用 154 个角点,本文方法使用的直线模型为棋盘格内角点组成的 25 条边缘直线段。实验过程中,先按照预定的棋盘格模型平面方位以及相机内参数将棋盘格内角点投影到图像平面,然后以内角点投影位置为中心添加高斯噪声,用于模拟棋盘格内角点的图像测量噪声,接着使用最小二乘法拟合在同一条直线上的内角点得到带测量噪声的图像直线,最后分别使用本文基于直线的标定方法和基于角点的标定方法标定相机的内外参数,并统计内参数的标定误差以及均方根(Root Mean Square, RMS)重投影误差。RMS 重投影误差计算如下:

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \|\tilde{\mathbf{p}}_i - \mathbf{p}_i\|^2}{n}}, \quad (15)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{p}}$  为图像检测的棋盘格内角点,  $\mathbf{p}$  为重投影的棋盘格内角点,  $n$  为棋盘格总个数。当仅使用模型平面的 4 条外轮廓直线进行相机标定时,方法称为 4 直线标定法。

#### 3.1.1 噪声的影响分析

实验中模型平面的方向和位置如下:  $\mathbf{r}_1 = [20, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{t}_1 = [-105, -149, 2000]^T$ ,  $\mathbf{r}_2 = [0,$

$20, 0]^T$ ,  $t_2 = [-105, -149, 2100]^T$ ,  $r_3 = [-14, -14, -7]^T$ ,  $t_3 = [-105, -149, 2250]^T$ , 并将其投影到图像平面得到 3 个棋盘格图像。接着对棋盘格内角点添加 0 均值高斯噪声, 噪声的误差标准差在 0.1~2.0 pixel, 间隔为 0.1 pixel。仿真实验过程中, 一阶畸变系数  $k_1$  设置为 0.1。在每个误差水平进行 100 次独立数值仿真实验。最后

将标定的相机内参数同真值进行比较, 并计算 RMS 重投影误差。实验结果如图 1 所示, 其中图 1(a) 为相机等效焦距标定的相对误差(相对于  $f_x$ )随内角点提取噪声的变化曲线, 图 1(b) 为相机主点标定的相对误差(相对于  $f_x$ )随内角点提取噪声的变化曲线, 图 1(c) 为 RMS 重投影误差随内角点提取噪声的变化曲线。

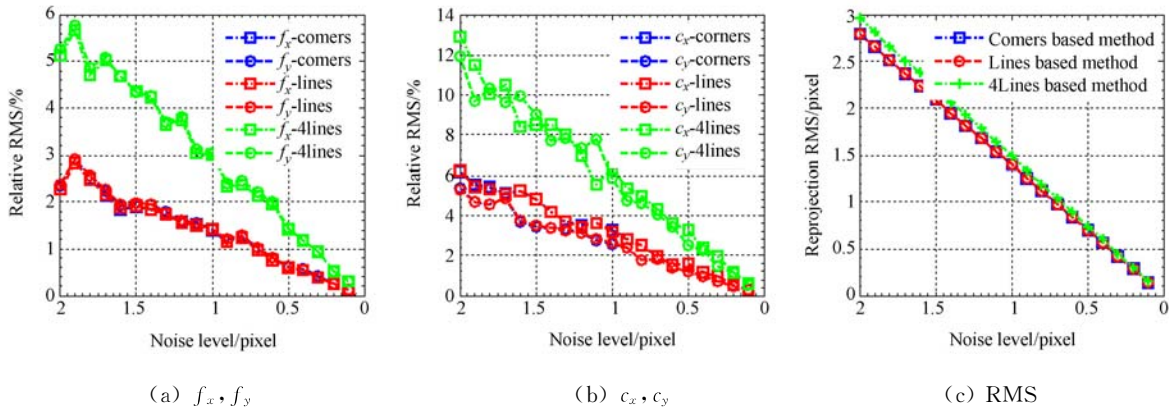


图 1 图像提取噪声对标定结果的影响

Fig. 1 Influence of image extraction noise on calibration results

由图 1 可以看出, 相机内参数的标定误差及其重投影误差都随图像测量噪声的增加而增加, 近似呈线性关系。在使用内角点进行图像直线最小二乘拟合的前提下, 本文方法的相机内参数标定误差曲线同角点法几乎重合, 即本文方法可以获得同棋盘格方法等效的性能。当使用 4 条模型平面外轮廓直线进行相机内外参数标定时, 单应矩阵恢复为最小配置, 直线法的标定误差略高于角点法。本文中直线法的标定误差同角点法的标

定误差较为接近, 可以获得相似的性能。

固定图像提取噪声水平为  $\sigma < 0.5$ , 改变直线法中拟合图像直线所需的共线模型点(采样点)个数, 并统计标定误差结果如图 2 所示。由图 2 可以看出, 直线法的标定误差随采样点个数的增加而降低, 当样本点个数超过 40, 即共有超过 160 个样本点用于图像直线拟合时, 直线法可以获得同角点法(使用 154 个角点)几乎一样的标定性能。

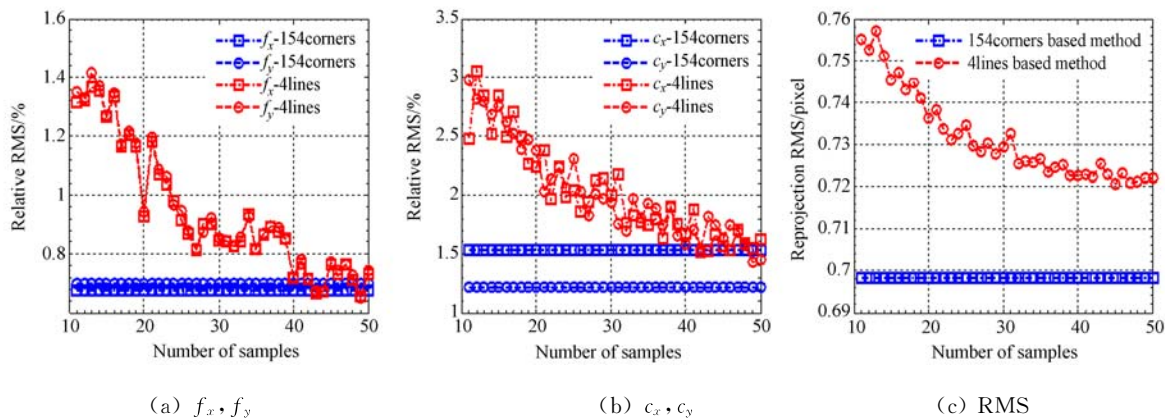


图 2 采样点个数对标定结果的影响

Fig. 2 Influence of sampling points' number on calibration results

为了衡量算法对一阶径向畸变的标定效果,固定图像提取噪声水平  $\sigma=0.5$ ,改变一阶径向畸变,并统计标定误差得到表 1。由表 1 可以看出,本文方法可以实现相机畸变参数的标定,且随着畸变参数的增大,算法对畸变参数的估计误差增大,重投影误差也增大。

表 1 相机一阶畸变参数标定结果

Tab. 1 Results of camera calibration for  $k_1$

$k_1$	Estimated $k_1$ by proposed method	Reprojection RMS
0.00	0.001	0.508
0.05	0.048	0.613
0.10	0.106	0.675
0.15	0.142	0.772
0.20	0.197	0.704

### 3.1.2 视图数的影响分析

视图数对应模型平面数,即模型平面在不同方向和位置下在相机平面内的成像。实验中,前 3 个视图使用同第一小节相同的 3 个模型平面。其余的模型平面通过以下方法得到:随机在单位球面内采样确定旋转轴,并绕轴转  $30^\circ$ ,确定模型平面方向;在空间点  $(-105, -145, 2000)^T$  周围  $(+10, +10, +50)$  范围内随机采样确定模型平面的位置。模型平面的个数从 3~17,每组模型平面进行 100 次独立实验,设置图像测量噪声为 0.5 pixel,一阶畸变系数  $k_1$  设置为 0.1。统计得到相机内参数标定误差及 RMS 重投影误差如图 3 所示。图 3 可以看出,随着模型平面个数的增加,本文方法的标定误差快速下降,当模型视图数从 3 变至 7 时,本文方法的内参数标定误差下降更为剧烈。在整个过程中,本文方法的 RMS 重投影误差变化幅度不大,在 0.7 pixel 附近小范围浮动。

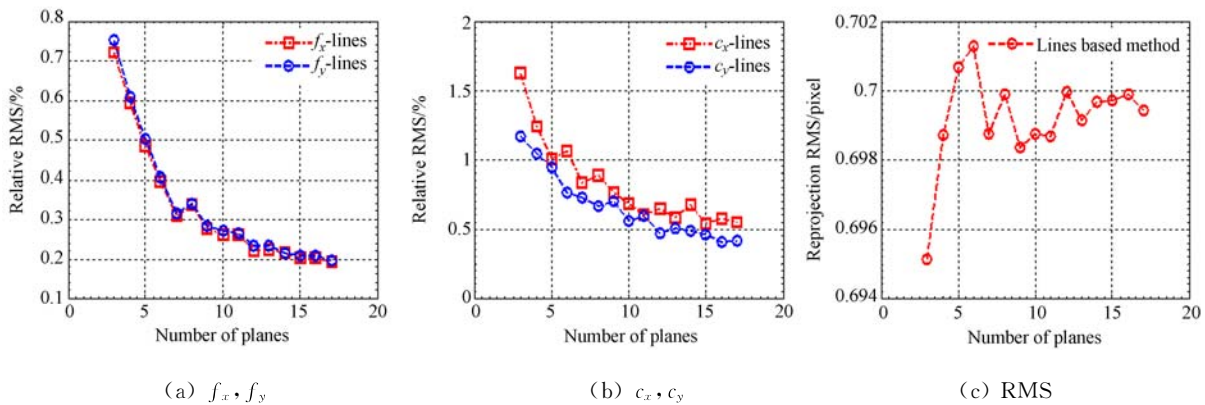


图 3 视图数对标定结果的影响

Fig. 3 Influence of views' number on calibration results

### 3.1.3 直线数的影响分析

由于本文算法至少需要 4 条直线才能进行单应矩阵的解算,因此实验中模型直线数目从 4 升至 25,并固定图像测量噪声为 0.5 pixel,一阶畸变系数  $k_1$  设置为 0.1。3 个模型平面使用同第一小节一样的方向和位置。对于每组模型直线进行 100 次独立实验,并统计相机内参数标定误差及 RMS 重投影误差,结果如图 4 所示。由图 4 可以看出,本文算法的内参数标定误差及 RMS 重投影误差随着直线数目的增加快速下降,当模型数目从 4 升至 15 时,误差下降更为剧烈。

### 3.1.4 模型平面方向的影响分析

实验中共使用 3 个模型平面,且前两个模型

平面的方向和位置与第一小节实验中的前两个模型平面相同。第三个模型平面的旋转轴在初始条件下垂直于图像平面,然后随机在单位球面上采样确定旋转轴,并绕轴转动  $5^\circ$  到  $75^\circ$ ,确定第三个模型平面的方向。图像测量噪声固定为 0.5 pixel,一阶畸变系数  $k_1$  设置为 0.1。对于每组模型平面方向,进行 100 次独立实验,并统计相机内参数标定误差及 RMS 重投影误差,结果如图 5 所示。由图 5 可以看出,本文算法的内参数标定误差及 RMS 重投影误差随着模型视图方向角的变化先下降后上升,当模型平面旋转轴同图像光轴夹角为  $40^\circ$  左右时,标定效果最好。

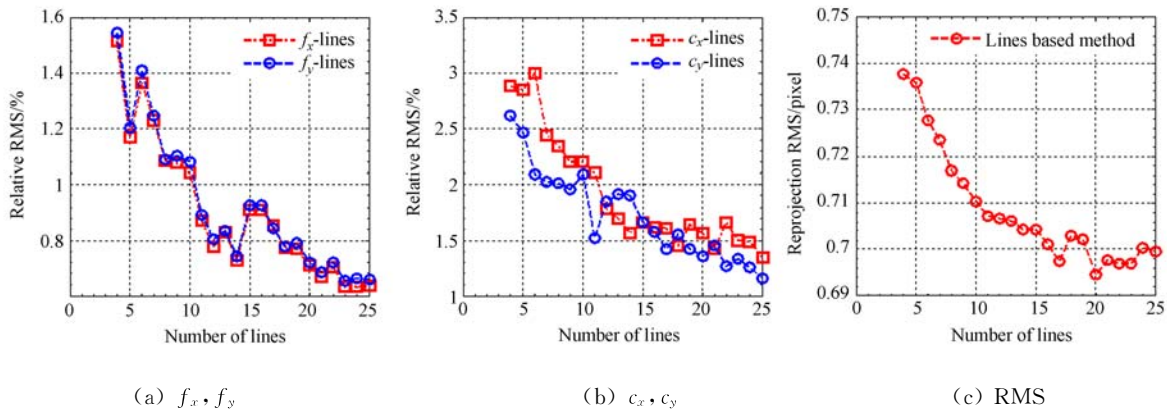


图 4 直线数对标定结果的影响

Fig. 4 Influence of lines' number on calibration results

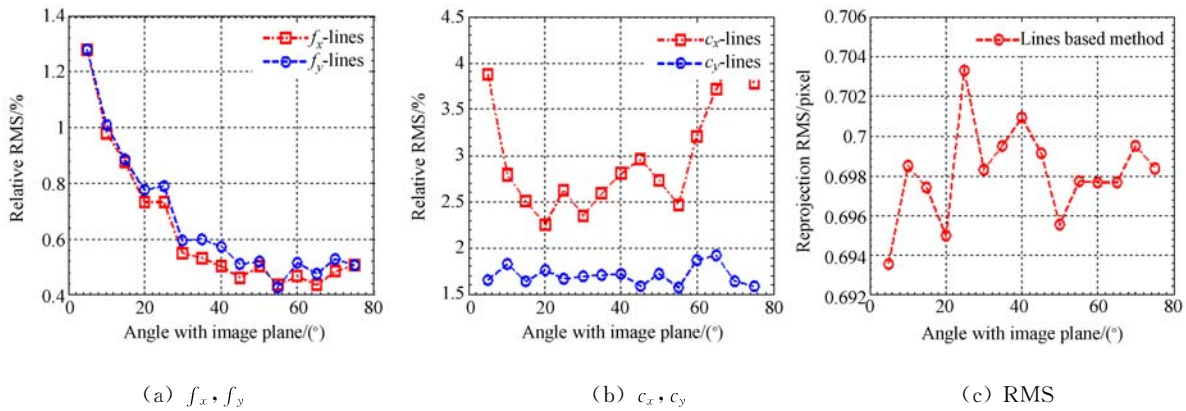


图 5 模型平面方向对标定结果的影响

Fig. 5 Influence of model plane direction on calibration results

### 3.2 实物实验

将本文方法用于相机参数的标定,图像序列使用手机拍摄,分辨率为  $960 \times 540$ 。平面目标为 A4 纸,含有  $10 \times 13$  个内角点。实验中,将棋盘的 23 条边作为目标边缘模型。另外使用

OpenCV 中的角点提取 (`cvFindChessboardCorners`)和精定位函数 (`cvFindCornerSubPix`)进行棋盘格内角点的提取和跟踪,使用相机标定函数 (`cvCalibrateCamera2`)标定相机参数。选取的 4 张目标模型如图 6 所示,标定时使用 10 张图像。



图 6 目标模型视图

Fig. 6 View of target model

表 2 真实图像相机参数标定结果对比

Tab. 2 Comparison of camera calibration results for real images

(pixel)

Methods	$f_x$	$f_y$	$c_x$	$c_y$	Reprojection RMS
基于角点方法	1 147.23	1 146.68	475.39	258.04	0.41
基于直线方法	1 150.76	1 151.49	474.61	262.60	0.42
基于 4 直线方法	1 141.14	1 139.99	480.25	253.07	0.67

相机参数标定结果如表 2 所示。由表 2 可以看出,本文基于直线的相机标定方法同基于角点的标定方法结果非常接近,RMS 重投影误差相差

较小。当仅使用棋盘格 4 条外轮廓直线进行相机标定时,可以获得同角点法非常一致的结果,相机内参数偏差在 5 pixel 左右。

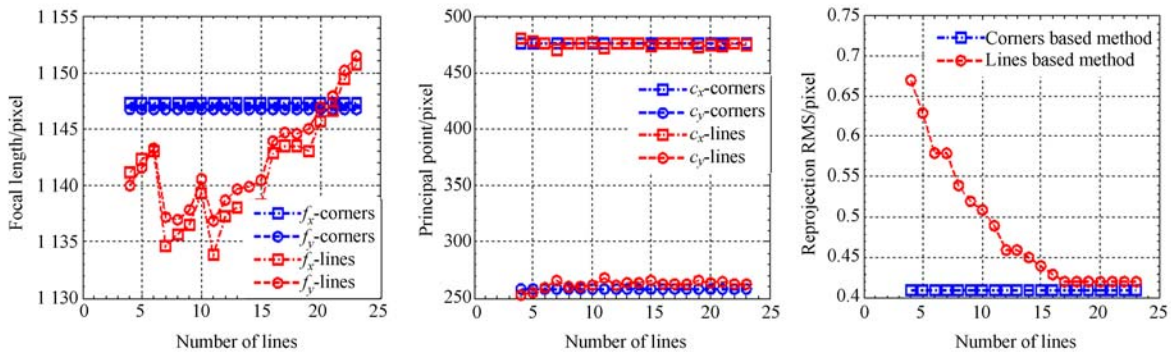


图 7 直线数目对相机标定结果的影响

Fig. 7 Influence of lines' number on calibration results

为了测试算法对直线数目的稳定性,用于相机标定的直线数目从 4 增至 23,实验结果如图 7 所示。由图 7 可以看出,随着直线数目的增加,本文方法对主点  $c_x$ ,  $c_y$  的估计同角点法的差距较小;同时直线数目从 4 增至 17 时,重投影误差快速下降,当直线数目大于 17 时,本文算法的重投影误差同角点法只有微小差别。

为了进一步测试本文算法对于相机畸变参数的标定性能,采用大畸变镜头拍摄 12 张棋盘格图

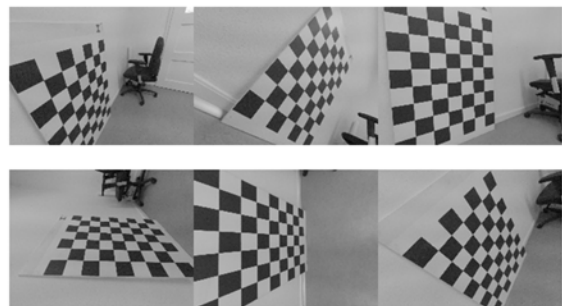


图 9 畸变矫正结果

Fig. 9 Undistorted image set

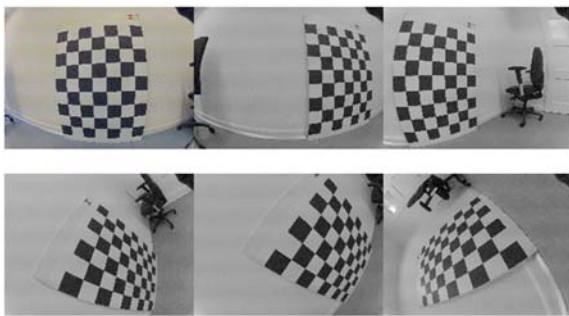


图 8 标定图像集

Fig. 8 Calibration image set

像,图像分辨率为  $1\ 280\ \text{pixel} \times 960\ \text{pixel}$ ,并选取 6 张进行相机参数的标定,如图 8 所示。本文方法标定的平均重投影误差为  $0.465\ \text{pixel}$ 。对另外 6 张进行畸变矫正,矫正结果如图 9 所示。由图 9 可以看出,直线法可以实现大畸变条件下相机参数的标定。

### 3.3 应用实验

利用直线法进行目标重建。测试图集共两个:第一个测试图集使用具有  $54.0\ \text{mm} \times 85.6\ \text{mm}$  标准尺寸的 IC 卡作为平面目标;第二个测试

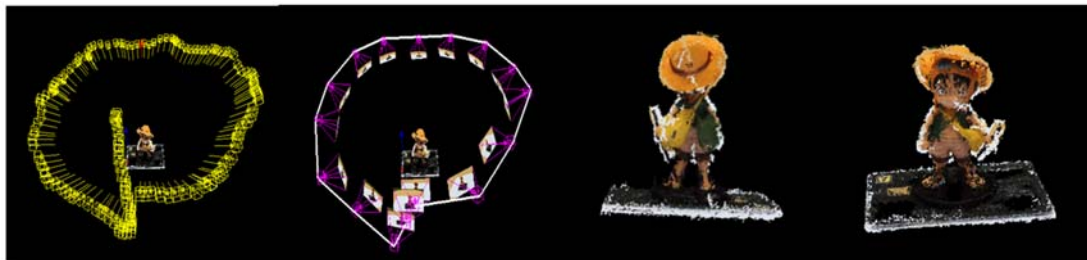
图集使用具有 210 mm×297 mm 标准尺寸的 A4 纸作为平面目标。

实验过程如图 10 所示。图 10(a)、(b)、(c)、(d)是从测试序列图集中选取的图像。图 10(e)

和 10(f)分别为标定的相机外参数以及重建的目标模型。由图 10 可以看出,将目标放在具有标准尺寸的平面目标上,可以利用序列图像度量重建目标的完整模型<sup>[23-25]</sup>。



(a) 第 20 帧 (a) Frame 20 (b) 第 40 帧 (b) Frame 40 (c) 第 60 帧 (c) Frame 60 (d) 第 80 帧 (d) Frame 80



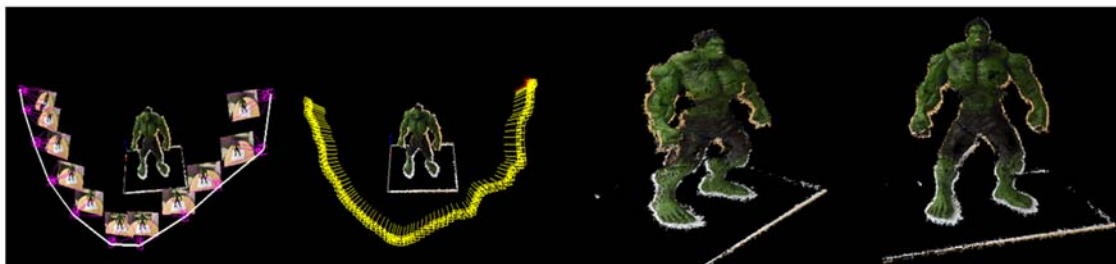
(e) 重建的相机姿态 (e) Rebuilt camera pose (f) 重建目标的两个视图结果 (f) Two views of reconstructed target

(1) 海贼王重建结果

(1) Reconstruction results of one piece



(a) 第 20 帧 (a) Frame 20 (b) 第 40 帧 (b) Frame 40 (c) 第 60 帧 (c) Frame 60 (d) 第 80 帧 (d) Frame 80



(e) 重建的相机姿态 (e) Rebuilt camera pose (f) 重建目标的两个视图结果 (f) Two views of reconstructed target

(2) 绿巨人重建结果

(2) Reconstruction results of green giant

图 10 基于直线的相机标定方法得到的目标重建结果

Fig. 10 Reconstruction results of objects based on line-based method

## 4 结 论

本文设计了基于标准尺寸物件的视觉系统在线

### 参考文献:

- [1] QI F, LI Q H, LUO Y P, *et al.*. Camera calibration with one-dimensional objects moving under gravity[J]. *Pattern Recognition*, 2007, 40(1): 343-345.
- [2] ZHANG ZH Y. Camera calibration with one-dimensional objects[C]. *European Conference on Computer Vision*, Springer, 2002: 161-174.
- [3] ZHANG ZH Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [4] FAUGERAS O. *Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint* [M]. Cambridge: MIT Press, 1993.
- [5] DANG T, HOFFMANN C, STILLER C. Continuous stereo self-calibration by camera parameter tracking[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(7): 1536-1550.
- [6] HARTLEY R I. Self-calibration from multiple views with a rotating camera[C]. *European Conference on Computer Vision*, Springer, 1994: 471-478.
- [7] FAUGERAS O D, LUONG Q T, MAYBANK S J. Camera self-calibration: theory and experiments [C]. *European Conference on Computer Vision*, Springer, 1992: 321-334.
- [8] 姜广文, 晁志超, 伏思华, 等. 基于可控旋转的像机高精度标定技术[J]. *光学学报*, 2010, 30(5): 1308-1314.
- JIANG G W, CHAO ZH CH, FU S H, *et al.*. High-accurate camera calibration technique based on controllable rotation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(5): 1308-1314. (in Chinese)
- [9] 朱嘉, 李醒飞, 徐颖欣. 摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. *光学学报*, 2010, 30(5): 1297-1303.
- ZHU J, LI X F, XU Y X. Camera calibration technique based on active vision[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(5): 1297-1303. (in Chinese)
- [10] 胡占义, 吴福朝. 基于主动视觉摄像机标定方法[J]. *计算机学报*, 2002, 25(11): 1149-1156.
- HU ZH Y, WU F CH. A review on some active vision based camera calibration techniques [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2002, 25(11): 1149-1156. (in Chinese)
- [11] 王宪, 谭建平, 陈国强, 等. 基于主动视觉的测量装置精度校准方法[J]. *中南大学学报: 自然科学版*, 2014, 45(4): 1071-1076.
- WANG X, TAN J P, CHEN G Q, *et al.*. Active vision-based accuracy calibration technology for measurement devices [J]. *Journal of Central South University: Science and Technology*, 2014, 45(4): 1071-1076. (in Chinese)
- [12] 苑云, 朱肇昆, 张小虎, 等. 基于无穷单应的大视场摄像机标定方法[J]. *光学学报*, 2012, 32(7): 0715002.
- YUAN Y, ZHU ZH K, ZHANG X H, *et al.*. Calibration method for large field of view camera based on infinite homography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(7): 0715002. (in Chinese)
- [13] LUONG Q T, FAUGERAS O D. Self-calibration of a moving camera from point correspondences and fundamental matrices[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(3): 261-289.
- [14] HARTLEY R I. An algorithm for self calibration from several views[C]. *1994 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, IEEE, 1994: 908-912.
- [15] STEIN G P. Accurate internal camera calibration using rotation, with analysis of sources of error [C]. *IEEE 5th International Conference on Computer Vision*, IEEE, 1995: 230-236.
- [16] RICOLFE-VIALA C, SÁNCHEZ-SALMERÓN A. Robust metric calibration of non-linear camera lens distortion[J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(4): 1688-1699.
- [17] WENG J, COHEN P, HERNIOU M. Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(10): 965-980.
- [18] TSAI R. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology u-

- ing off-the-shelf TV cameras and lenses [J]. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1987, 3(4): 323-344.
- [19] PENG E, LI L. Camera calibration using one-dimensional information and its applications in both controlled and uncontrolled environments [J]. *Pattern Recognition*, 2010, 43(3): 1188-1198.
- [20] WANG L, WU F C, HU Z Y. Multi-camera calibration with one-dimensional object under general motions[C]. *IEEE 11th International Conference on Computer Vision*, IEEE, 2007: 1-7.
- [21] WU F C, HU Z Y, ZHU H J. Camera calibration with moving one-dimensional objects[J]. *Pattern Recognition*, 2005, 38(5): 755-765.
- [22] ZHANG ZH Y. Camera calibration with one-dimensional objects[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004, 26(7): 892-899.
- [23] ZHANG L M, ZHANG X H, GUAN B L. A flexible method for multi-view point clouds alignment of small-size object [J]. *Measurement*, 2014, 58: 115-129.
- [24] WU CH CH. Towards linear-time incremental structure from motion [C]. 2013 *International Conference on 3D Vision*, IEEE, 2013: 127-134.
- [25] FURUKAWA Y, PONCE J. Accurate, dense, and robust multiview stereopsis[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010, 32(8): 1362-1376.
- [26] ZHANG Y Q, LI X, LIU H B, et al.. Pose optimization based on integral of the distance between line segments [J]. *Science China Technological Sciences*, 2016, 59(1): 135-148.
- [27] ZHANG Y Q, LI X, LIU H B, et al.. Probabilistic approach for maximum likelihood estimation of pose using lines [J]. *IET Computer Vision*, 2016, 10(6): 475-482.

#### 作者简介:



孙俊锋(1980—),山西朔州人,硕士,2003年于哈尔滨工业大学获得学士学位,2005年于国防科技大学获得硕士学位,主要从事视觉测量方法的研究。  
E-mail:66708558@qq.com

(本栏目编辑:秦 思)