

文章编号 1004-924X(2017)05-1387-08

结合压缩感知和曲波的天文图像去噪

张杰, 史小平*

(哈尔滨工业大学 控制与仿真中心, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要:在天文图像去噪中,为了提高迭代曲波阈值算法的去噪重建性能,提出了基于循环平移和曲波维纳滤波的压缩感知迭代重构算法。首先,使用基于曲波阈值的循环平移方法对重构图像进行调整以抑制重构图像中的伪吉布斯效应;接着,用提出的曲波维纳滤波算子替代小波阈值在迭代过程中对图像曲波系数进行筛选以进一步提高重构图像的质量。通过对添加高斯白噪声的Lena图像和月球图像进行重构实验,分析本文算法和当前主流算法的性能。实验结果表明,与传统的压缩感知迭代曲波阈值算法相比,本文算法能够获得较优的去噪性能,有效地保护天文图像的细节信息,峰值信噪比大约提高了2.6~3.2 dB。

关键词: 阈值去噪; 伪吉布斯; 曲波维纳滤波; 天文图像

中图分类号: TP751 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172505.1387

Astronomical image denoising with compressed sensing and curvelet

ZHANG Jie, SHI Xiao-ping*

(Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

* Corresponding author, E-mail: sxp@hit.edu.cn

Abstract: In astronomical image denoising, to improve denoising construction performance of iterative curvelet threshold (ICT) algorithm, a compressed sensing iterative reconstruction algorithm by combining cycle spinning and curvelet wiener filtering was proposed. Firstly, cycle spinning method based on curvelet threshold was used to adjust reconstructed images for inhibiting Pseudo-gibbs effect of reconstructed images; then, proposed curvelet wiener filtering operators were used to replace wavelet threshold for sieving image curvelet coefficient to further improve the quality of reconstructed image. The reconstruction experiment on Lena image and moon image with Gaussian white noise was conducted, and the result shows that compared with traditional compressed sensing ICT algorithm, the peak signal noise ratio of proposed algorithm increases by 2.6~3.2 dB approximately. So the proposed method can acquire better denoising performance, and can protect detail information of astronomical images effectively.

Key words: thresholding denoising; pseudo-gibbs; curvelet wiener filtering; astronomical image

收稿日期:2016-09-14;修订日期:2016-11-04.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61074127)

1 引言

作为获取天文信息的直接方式,天文图像在深空探索中发挥着重要作用。从获取的天文图像中可以直接得知某一星体的地形特征,以及是否存在液态水等重要信息。随着成像技术的飞速发展,天文图像的分辨率和数据量急剧上升,现有的压缩处理方法(如 JPEG/JPEG-2000 方法)很难满足要求^[1]。此外,由于宇宙噪声的干扰,导致天文图像在采集和传输过程中引入大量噪声。尤其在天文图像传输的过程中,受宇宙噪声的影响极为严重,导致地面接收到的天文图像中,某些重要的地面特征难以分辨,给深空探索带来了不便。

近几年提出的压缩感知(Compressed Sensing; CS)理论^[1-5]可有效解决高维数信号的去噪重建问题。它指出如果信号在某个正交基上是稀疏的,则可以使用一个与此正交基不相关的低维测量矩阵对原始信号进行观测,进而得到少量的信号观测值。因此,仅使用少量观测值就可高概率重建原始信号。与传统的香农采样定理相比,CS 理论的采样速率远低于两倍信号带宽,但仍可精确重构原始信号。

可以看出,CS 理论可以有效解决高分辨率天文图像的压缩及去噪重建问题。

从以上分析可知,CS 理论主要包含 3 个部分:(1) 稀疏基的设计;如何选取一个合适的稀疏基使得信号可以在此稀疏基上尽可能地稀疏表示是压缩感知理论实现的前提条件。稀疏基越能稀疏地表示信号,则噪声和信号信息就越能尽可能的分离。目前常用的稀疏基较多,如小波^[6]、曲波^[7]等。

(2) 测量矩阵的选取;测量矩阵主要用来对稀疏表示的信号进行筛选,选取出信号重要信息的同时,舍弃非重要信息如噪声信息。若信号在某一正交基上越稀疏,则测量矩阵在信息筛选时就能较大程度地获取越多的重要信息。目前较常用的测量矩阵主要分两种:确定性矩阵和随机矩阵。确定性测量矩阵可以直接应用到实际当中,但信息选取效果需要进一步提高,如托普利兹矩阵^[8]、循环矩阵^[9]等。与确定性矩阵相比,非确定性矩阵筛选信息的能力较强,但很难应用到实际当中,如高斯随机矩阵、0/1 随机矩阵^[10]等。

(3) 重构算法设计;重构算法主要是从获取的少量观测值中精确重建原始信号。

本文主要关注于设计一个高性能的去噪重建算法。近几年,国内外学者提出了许多的 CS 重建算法,主要包括迭代阈值类算法^[11-12]、贝叶斯方法^[13]、梯度法^[14]和正交匹配类算法^[15]等。在这些算法中,迭代阈值类算法由于设计简单,大部分稀疏基都能较容易地融入到这类算法中而备受学者们的青睐。

为了提高迭代阈值算法的去噪能力,需要将信号和噪声在某个稀疏基上尽可能的分离。为了能够更稀疏地表示信号,稀疏基的选取经历了从常用的小波变换到现在的多尺度变换如轮廓波变换^[16]、曲波变换^[7,17]的过程。迭代阈值类算法也相应地从基于小波的稀疏重建方法发展到目前的基于曲波的重建(ICT)算法^[18-19]。虽然算法的去噪能力得到了很大的提高,但是这些稀疏变换都有一个共同的缺陷:缺乏平移不变特性^[20-21]。具体表现为使用阈值方法进行去噪重建的过程中在图像的奇异点处(如纹理和边缘)会出现较大的幅值振动,最终导致重构图像中出现伪吉布斯效应。而循环平移方法^[20-22]能有效抑制由于阈值去噪带来的伪吉布斯效应。因此,本文使用基于曲波阈值的循环平移方法在迭代过程中对重构图像进行调整。为了进一步提高重构图像的质量,本文提出一种曲波维纳滤波算子,其可在迭代过程中对重构图像的曲波系数进行筛选。基于以上技术,本文还提出了基于循环平移和曲波维纳滤波的天文图像去噪算法。经实验证明,本文算法不仅具有较好的去噪性能,同时有效地保护了天文图像的特征信息。

2 基础理论

2.1 CS 去噪重建模型

CS 理论指出,如果某一 $N \times 1$ 信号 x 在某一正交稀疏基 Ψ 上是 K -稀疏的,则可以使用一个与 Ψ 不相关的低维测量矩阵 $\Phi \in \mathbf{R}^{M \times N}$ ($M \ll N$) 对原始信号进行观测,进而得到含噪观测值 $y: M \times 1$:

$$y = \Phi x + e = \Phi \Psi^{-1} \Psi x + e = \Theta s + e, \quad (1)$$

式中: $\Theta = \Phi \Psi^{-1}$ 可以看作测量矩阵直接对稀疏系

数 $s = \Psi x$ 进行观测。 e 表示噪声信号。由于 $M \ll N$, 因此从 y 中重构原始信号 x 是一个病态问题。然而,观测值 y 为 Θ 对应的非零稀疏系数 s_i 的 K 列组合。如果知道先验信息:稀疏系数 s 中的 K 项是非零的,则可以通过求解一个 $M \times K$ 的线性方程组获得这些非零项。此时,未知解的数目 K 小于或者等于方程组解的数目 M 。同时,Candes 等人提出了著名的受限等距原则 (Restricted Isometry Principle: RIP)^[23] 保证这个线性方程组是良态的。

基于稀疏限制的 l_1 最小化方法经常用来求解 CS 问题(1):

$$\min_x \left\{ \frac{1}{2} \|y - \Phi x\|_2^2 + \lambda \| \Psi x \|_{l_1} \right\}. \quad (2)$$

或者转化为对稀疏系数 s 的求解:

$$\min_s \left\{ \frac{1}{2} \|y - \Phi \Psi^{-1} s\|_2^2 + \lambda \|s\|_{l_1} \right\}. \quad (3)$$

式中第一项为惩罚项,用来估算观测值与求解值的偏差;第二项代表正则化项,表示信号的原始先验信息。此外, λ 表示可调节的正则化参数。

2.2 循环平移方法

由于曲波变换缺乏平移不变性,导致图像去噪重建过程中,在图像的奇异点处会出现较大的幅值振荡,从而在重构图像中出现视觉魔像,尤其是在图像的奇异点处会出现伪吉布斯现象。循环平移方法通过在一定范围内做循环平移,通过改变奇异点在整个图像的位置,达到消除或者减小振荡幅度的目的,可以有效抑制伪吉布斯效应。对于曲波变换,其循环平移的过程可定义为:

$$\tilde{x}_{k+1} = \frac{1}{K_1 K_2} \sum_{i,j=1}^{K_1 K_2} B_{-i,-j} S_{H_W} (B_{i,j}(x)), \quad (4)$$

式中: $N_{j,l}(k)$ 代表以 $c_{j,l}(k)$ 为中心的在尺度 j 以及方向 l 上的 5×5 邻域; M 代表 $N_{j,l}(k)$ 中的系数数量。

为了计算噪声的曲波系数方差 $\sigma_{j,l}^2(k)$, 首先使用鲁棒性中值估计的方法估算噪声标准差 $\tilde{\sigma}_n$,

$$\tilde{\sigma}_n = \frac{\text{Median}(|S_D|)}{0.6745}, \quad (9)$$

其中: S_D 表示含噪图像 f_N 的第一层哈尔小波分解的对角线子带系数。

式中, K_1, K_2 分别表示水平和垂直方向的最大的平移量。对于一幅 $N \times N$ 的二维图像 $f(x, y)$, 如果 $N = 2^K$, 通常认为 $K_1 = K_2 = K$ 。对于高分辨率天文图像而言,由于图像维数较高,按照此方法计算的 K_1 和 K_2 较大,导致循环平移次数增加,过多的循环平移只会降低算法的执行效率。对不同天文图像进行多次的循环平移实验,结果表明:当循环平移次数大于 5 时,重构图像的视觉质量和峰值信噪比变化较小。因此,本文选取 $K_1 = K_2 = 5$ 。 $B_{i,j}$ 表示循环平移算子,可定义为:

$$B_{i,j}(x) = f[\text{mod}(x+i, N, \text{mod}(y+j, N))], \quad (5)$$

$B_{-i,-j} = [B_{i,j}]^{-1}$, 其表示 $B_{i,j}$ 的逆过程。

本文使用循环平移方法在迭代过程中对重建图像进行调整。

2.3 曲波维纳滤波算子

对原始图像进行随机投影得到的观测值为独立同分布的高斯信号,则可以认为在清晰的图像中加入了高斯白噪声^[24]。由于曲波变换是一种线性变换^[25],因此,含噪图像 f_N 的曲波系数可表示为:

$$c_{j,l}(k) = s_{j,l}(k) + \epsilon_{j,l}(k), \quad (6)$$

其中: $s_{j,l}(k)$ 和 $\epsilon_{j,l}(k)$ 分别表示清晰图像 f 和噪声 e 在尺度 j 以及方向 l 上的曲波系数。维纳滤波是一种最小均方误差滤波器,其滤波器系数 $\beta_{j,l}(k)$ 可表示为:

$$\beta_{j,l}(k) = \frac{\theta_{j,l}^2(k)}{\theta_{j,l}^2(k) + \sigma_{j,l}^2(k)}, \quad (7)$$

其中: $\theta_{j,l}(k)$ 表示曲波系数标准差。由于曲波系数与噪声相互独立,可以使用 5×5 LAWMAP 方法^[26] 进行求解:

$$\theta_{j,l}^2(k) = \max \left\{ \frac{M}{4\lambda} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{8\lambda}{M^2} \sum_{i \in N_{j,l}(k)} c_{j,l}^2(i)} \right] - \sigma_{j,l}^2(k), 0 \right\}, \quad (8)$$

然后,利用得到的噪声标准差 $\tilde{\sigma}_n$ 生成一幅纯噪声图像 f_s ; 最后,对 f_s 进行曲波分解进而得到在尺度 j 和方向 l 上的噪声曲波系数 $\sigma_{j,l}(k)$ 。

本文提出的曲波维纳滤波算子 $H_S(\cdot)$ 可表示为:

$$H_S(c_{j,l}(k)) = \frac{\theta_{j,l}^2(k)}{\theta_{j,l}^2(k) + \sigma_{j,l}^2(k)} c_{j,l}(k). \quad (10)$$

本文使用曲波维纳滤波算子 $H_S(\cdot)$ 替代硬阈值算子 $H_W(\cdot)$ 对图像的曲波系数进行筛选。

3 算法研究与设计

3.1 曲波变换与经典 ICT 算法

曲波变换是一种新的多尺度变换方法,它具有比小波变换更好的稀疏性能。此外,曲波变换还引入一个方向参量,对于具有光滑奇异性的目标函数,如轮廓、边缘等特征,它也能提供几乎最优的稀疏表示。对于一幅 $N \times N$ 图像,曲波变换和其逆变换都具有相同的计算复杂度 $O(N^2 \lg N)$ 。在曲波域中,图像信息表现为绝对值较大的曲波系数,噪声则表现为绝对值较小的曲波系数。因此,可以设计一个合适的滤波算子或者阈值对图像曲波系数进行筛选。

曲波变换主要包含两类:第一代曲波变换和第二代曲波变换。第一代曲波变换由于需要复杂的 Ridgelet 变换过程,在实际中很难得到实际应用。随后,在第一代曲波变换的基础上,Candes 提出了第二代离散曲波变换。该变换无需复杂的 Ridgelet 变换过程,直接通过局部傅里叶变换就可得到曲波系数。本文主要使用第二代离散曲波变换。

与小波变换不同,曲波变换包含 3 个参数: j 和 l 分别代表尺度和方向; $k=(k_1, k_2)$ 为平移参数。令 $x \in \mathbf{R}^2$, 则曲波可定义为:

$$\varphi_{(j,l,k)}(x) = \varphi_j(\mathbf{R}_{\theta_{j,l}}(x - x_k^{i,l})), \quad (11)$$

式中: $\varphi_{(j,l,k)}$ 表示曲波函数, $\mathbf{R}_{\theta_{j,l}}$ 是以旋转角度为 $\theta_{j,l} = 2\pi \times 2^{-\lceil j/2 \rceil} \times l$ 的旋转矩阵。对于任意信号 f , 其曲波系数可通过下式计算得到:

$$C_{(j,l,k)} = \langle f, \varphi_{(j,l,k)} \rangle = \int_{\mathbf{R}^2} f(x) \bar{\varphi}_{(j,l,k)}(x) dx, \quad (12)$$

其中: $\langle f, \varphi_{(j,l,k)} \rangle$ 表示 f 与 $\varphi_{(j,l,k)}$ 的内积。同时,信号 f 的重建过程可表示为:

$$C_{(j,l,k)}^{-1}(f) = \sum_{(j,l,k)} \langle f, \varphi_{(j,l,k)} \rangle \varphi_{(j,l,k)}, \quad (13)$$

令 $f_i = f_{i-1} + \Phi^T(y - \Phi f_{i-1})$, 则可得到著名的迭代曲波阈值算法的迭代过程:

$$S_{H_W}(f) = \sum_{(j,l,k)} H_W \langle f, \varphi_{(j,l,k)} \rangle \varphi_{(j,l,k)}, \quad (14)$$

式中 $H_W(\cdot)$ 表示阈值算子,通常为硬阈值算子。

3.2 本文算法

本文考虑阈值算子为曲波硬阈值算子,可表示为:

$$H_W(x_\lambda) = \begin{cases} x_\lambda, & |x_\lambda| \geq T \\ 0, & \text{others} \end{cases}, \quad (15)$$

式中: x_λ 为曲波系数, $T=3.5\sigma_\lambda$ 为曲波阈值; σ_λ 表示含噪图像曲波变换后的噪声标准差,通常使用 Monte-Carlo 仿真方法^[23] 获得。图 1 显示了使用 Monte-Carlo 方法后获得的曲波阈值算子。 σ 表示噪声的标准差。 $H_W(\cdot)$ 仅与当前的变换系数有关,与邻域的其他变换系数无关。

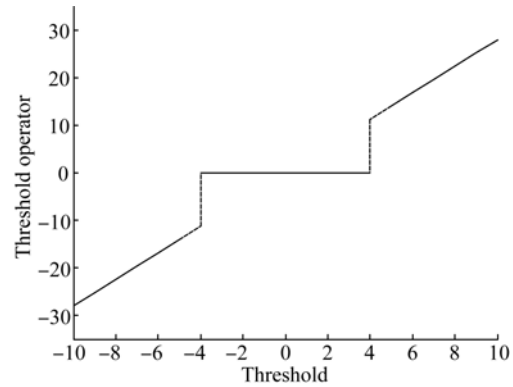


图 1 使用 Monte-carlo 获得的曲波阈值算子

Fig. 1 Curvelet threshold operator obtained by Monte-carlo

综上所述,本文算法的设计步骤总结如下:

(1) 初始化迭代索引 $k=0$, 最大迭代次数 $Q=30$ 和重构图像 $x_0=0$ 。

(2) 对原始含噪图像进行随机投影观测,得到含噪观测值 $y = \Phi x + e$ 。

(3) 计算曲波维纳滤波算子 $H_S(\cdot)$ 和曲波阈值算子 $H_W(\cdot)$ 。

(4) 迭代重建原始图像:

$$x_{k+1} = x_k + \Phi^T(y - \Phi x_k). \quad (16)$$

(5) 使用循环平移方法对重构图像进行调整:

$$\tilde{x}_{k+1} = \frac{1}{K_1 K_2} \sum_{i,j=1}^{K_1 K_2} \mathbf{B}_{i,-j} S_{H_W}(B_{i,j}(x_{k+1})). \quad (17)$$

(6) 对重构图像进行曲波变换;然后应用曲波维纳滤波算子对图像曲波系数进行筛选;最后经过曲波逆变换重建图像。

$$x_{k+1} = S_{H_S}(\tilde{x}_{k+1}). \quad (18)$$

(7) 如果 $k \leq Q$, $k=k+1$, 返回步骤 4, 继续进行迭代;否则停止迭代,输出重构图像。

4 实验与结果

由于宇宙噪声属于高斯噪声,本文考虑引入的噪声信号为高斯白噪声。为了验证本文算法的性

能,将它与迭代小波硬阈值算法(IHT)、迭代曲波阈值算法(ICT)和基于全变差方法的 ICT 算法(ICT-TV)^[26]做对比。首先测试算法对标准图像的重构结果,并设定压缩比为 0.3,噪声标准差 $\hat{\sigma}=10$,图 2 显示了不同算法重构 1 024×1 024 Lena 图像得到的结果。

可以看出,与其他算法相比,本文算法能获得相对较高的视觉质量和峰值信噪比(PSNR),但是花费的重构时间(RT)相对较长。



图 2 不同算法重构 Lena 图像得到的结果
Fig.2 Reconstructed results from different algorithms on Lena

压缩比和噪声方差不变,测试 1 024×1 024 月球图像。不同算法的重构结果如图 3 所示。可以看出,针对天文图像,本文算法仍具有较优的去噪重建性能。

噪声方差不变,几种算法的 PSNR 和 RT 随压缩比增长的变换曲线分别如图 4(a)和(b)所示。

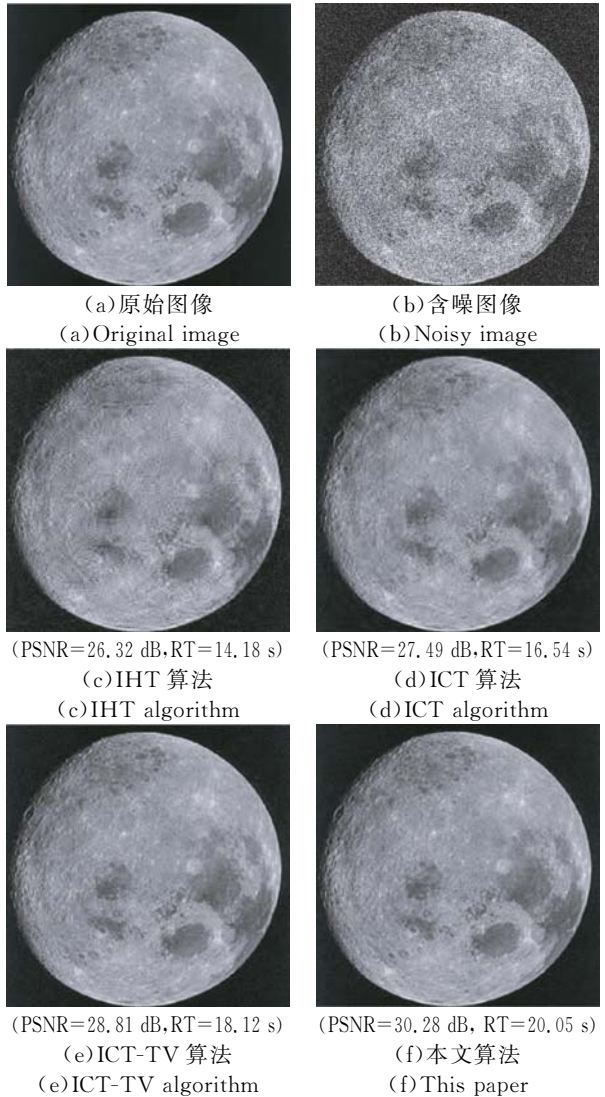
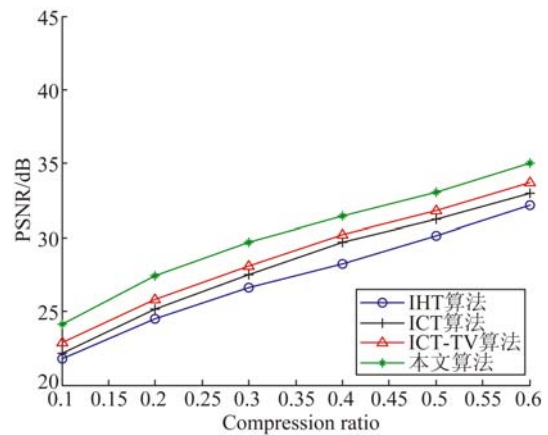
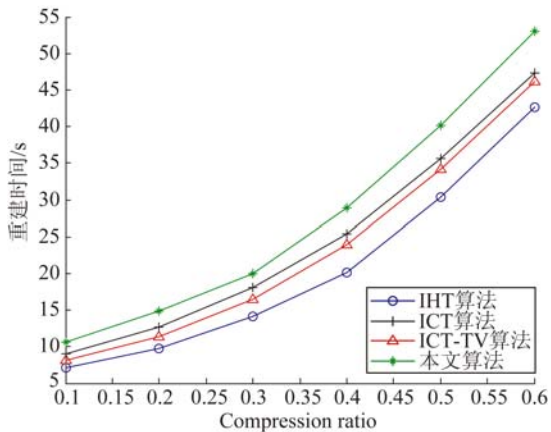


图 3 不同算法重构月球图像得到的结果
Fig.3 Reconstructed results from different algorithms on moon image



(a)不同压缩比得到的峰值信噪比曲线
(a)PSNR versus compression ratio



(b)不同压缩比得到的重构时间曲线

(b)The reconstruction time versus compression ratio

图 4 不同算法随压缩比变化的重构结果

Fig. 4 The reconstructed result from different algorithms versus compression ratio

从图 4 中可以看出,随着压缩比的增加,不同算法的重建能力不断提高。与其他算法相比,本文算法能获得较高的 PSNR 值,同时花费的重建时间也相对较长。

测试更多的图像,表 1 显示了在噪声标准差 $\hat{\sigma}$ 不变时,不同算法获得的 PSNR 值。设定压缩比为 0.3,不同算法随 $\hat{\sigma}$ 值变化时的 PSNR 值如表 2 所示。从表 1 和表 2 可以看出,针对不同的天文图像,本文算法仍具有较好的重建性能。

表 1 不同压缩比时获得的峰值信噪比比较

Tab. 1 Comparison of PSNR from different algorithms when compression ratio changes

图像	算法	压缩比					
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
土星	IHT	20.15	22.08	24.15	27.06	29.47	32.19
	ICT	22.96	24.42	26.73	28.49	31.18	34.21
	ICT-TV	23.46	25.19	27.42	29.19	32.32	35.26
	本文算法	24.34	27.71	30.24	32.15	34.76	36.74
火星	IHT	21.63	23.59	26.17	28.85	30.42	33.48
	ICT	22.18	24.82	27.48	30.16	32.43	34.95
	ICT-TV	23.42	25.26	28.02	30.86	33.28	35.42
	本文算法	24.49	27.83	30.17	32.46	34.11	37.29

表 2 不同 $\hat{\sigma}$ 值时获得的峰值信噪比比较

Tab. 2 Comparison of PSNR from different algorithms when $\hat{\sigma}$ changes

图像	算法	$\hat{\sigma}$				
		10	20	30	40	50
月球	IHT	26.32	25.16	23.43	21.29	19.41
	ICT	27.49	26.65	24.39	22.77	20.53
	ICT-TV	28.81	28.16	25.93	24.28	22.15
	本文算法	30.28	29.46	27.35	25.82	23.71
土星	IHT	24.15	23.42	22.11	20.16	18.79
	ICT	26.73	26.05	24.38	22.82	19.97
	ICT-TV	27.42	26.84	24.93	23.06	20.83
	本文算法	30.24	29.43	27.39	25.27	22.76
火星	IHT	26.17	25.57	24.18	21.49	19.63
	ICT	27.48	26.65	25.13	23.22	20.48
	ICT-TV	28.02	27.61	25.84	23.87	21.16
	本文算法	30.17	28.62	26.45	24.85	22.43

图 5 显示了当压缩比为 0.3 和 $\hat{\sigma}=10$ 时, ICT-TV 算法和本文算法迭代 30 次时获得的 PSNR 值,可以看出,本文算法具有较快的收敛速度。

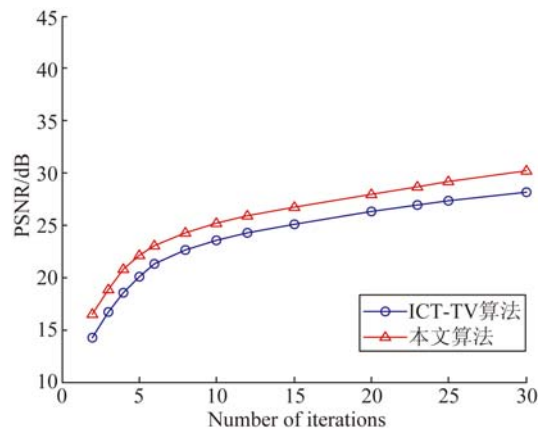


图 5 两种算法随迭代次数增长获得的 PSNR

Fig. 5 Comparison of PSNR between two algorithms at the same iterations

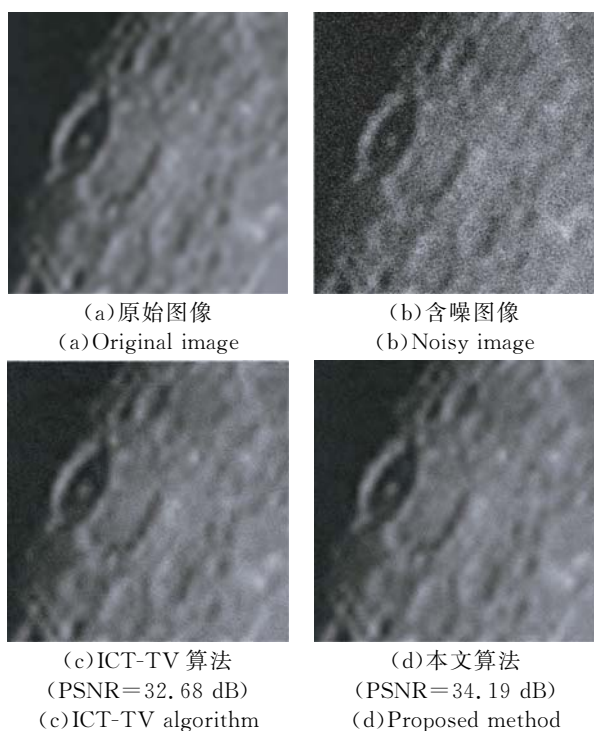


图6 两种算法去噪结果

Fig. 6 Denoising results of two algorithms

参考文献:

- [1] SHI X P, ZHANG J. Reconstruction and transmission of astronomical image based on compressed sensing [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2016, 27(3):680-690.
- [2] 王忠良,冯燕,肖华,等. 高光谱图像的分布式压缩感知成像与重构[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(4): 1131-1137.
WANG ZH L, FENG Y, XIAO H, *et al.*. Distributed compressive sensing imaging and reconstruction of hyperspectral imagery [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(4):1131-1137. (in Chinese)
- [3] DONOHO D L. Compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4):1289-1306.
- [4] 朱秋平,颜佳,张虎,等. 基于压缩感知的多特征实时跟踪[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(2):437-444.
ZHU Q P, YAN J, ZHANG H, *et al.*. Real-time tracking using multiple features based on compressive sensing [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(2):437-444. (in Chinese)
- [5] 胡辽林,王斌,薛瑞洋. 压缩感知后引入噪声的信号恢复[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(10):2840-2846.
HU L L, WANG B, XUE R Y. Signal recovery of noise introduced after compressed sensing [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(10):2840-2846. (in Chinese)

分析本文算法对图像局部特征的重构能力,从原始月球图像中取出 512×512 的局部特征图像作为测试图像。设定压缩比和噪声标准差不变,图6显示了两种算法的重构结果,可以看出,本文算法能恢复较多的细节特征。

5 结论

为了进一步提高基于压缩感知的迭代曲波阈值算法的去噪重建性能,本文提出了一种基于循环平移和曲波维纳滤波的压缩感知迭代算法。该算法首先使用循环平移方法调整重构图像,随后使用曲波维纳滤波算子在迭代过程中对图像的曲波系数进行筛选。实验结果表明,本文算法在收敛速度和去噪能力上,都优于目前的迭代曲波阈值算法,并且能够有效地保护图像的细节特征,峰值信噪比提高了大约 2.6~3.2 dB。

- [6] 陈贞,邢笑雪. 基于非下采样 Shearlet 变换与压缩感知的图像融合 [J]. *液晶与显示*, 2015, 30(6): 1024-1031.
CHEN ZH, XING X X. Image fusion algorithm based on non-subsampled Shearlet transform and compressed sensing [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(6):1024-1031. (in chinese)
- [7] MA J W, PLONKA G. The curvelet transform [J]. *IEEE Signal Processing*, 2010, 27(2): 118-133.
- [8] 陈莹,朱明,刘剑,等. 高斯混合模型自适应微光图像增强[J]. *液晶与显示*, 2015, 30(2):300-309.
CHEN Y, ZHU M, LIU J, *et al.*. Automatic low light level image enhancement using Gaussian mixture modeling [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2015, 30(2):300-309. (in chinese)
- [9] 杨新锋,张金娜,腾书华. 利用压缩感知实现随机变频雷达散射中心估计[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(5):0526004.
YANG X F, ZHANG J N, TENG SH H. Parametric estimation of scattering center for random stepped frequency based on compressed sensing [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(5): 0526004. (in chinese)
- [10] 王朋,荣志斌,何俊华,等. 基于压缩感知的偏振光成像技术研究[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(2):

- 0228005:1-6.
- WANG P, RONG ZH B, HE J H, *et al.*. Polarization imaging based on compressed sensing theory [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45 (2):0228005:1-6. (in chinese)
- [11] BECK A, TEBoulLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. *SIAM J. Imaging Sci*, 2009, 2(1):183-202.
- [12] BLUMENSATH T, DAVIES M E. Iterative hard thresholding for compressed sensing [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 27 (3):265-274.
- [13] BARON F, MONNIER J D. Chara/imrc observations of two M supergiants in Perseus OB1: temperature, Bayesian modeling, and compressed sensing imaging [J]. *The Astrophysical Journal*, 2014, 785(1):1-11.
- [14] DASSIOS I, FOUNTOULAKIS K, GONDZIO J. A preconditioner for a primal-dual newton conjugate gradient method for compressed sensing problems [J]. *SIAM J. Sci. comput*, 2015, 37(6):A2783-A2812.
- [15] LIU E T, TEMLYAKOV V N. The orthogonal super greedy algorithm and applications in compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 58(4):2040-2047.
- [16] DO M N, VETTERLI M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2005, 14(12):2091-2106.
- [17] MA J W. Compressed sensing by inverse scale space and curvelet thresholding [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 206(2):980-988.
- [18] ESLAHI N, AGHAGOLZAOEH A. Compressive sensing image restoration using adaptive curvelet thresholding and nonlocal sparse regularization [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25 (7):3216-3140.
- [19] SWAMY P M S, VANI K. A novel thresholding technique in the curvelet domain for improved speckle removal in sar images [J]. *Optik*, 2016, 127(2):634-637.
- [20] 张晶晶, 方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法 [J]. *光学学报*, 2008, 28(3):462-466.
- ZHANG J J, FANG Y H. Novel denoising method for remote sensing image based on Contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(3):462-466. (in Chinese)
- [21] 郭海涛, 赵红叶, 徐雷, 等. 基于循环平移和 DTC-WT 的声呐图像滤波方法 [J]. *仪器仪表学报*, 2015, 36(6):1350-1355.
- GUO H T, ZHAO H Y, XU L, *et al.*. Sonar image filtering method based on cycle shift and DTC-WT [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2015, 36(6):1350-1355. (in Chinese)
- [22] CANDES J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2):489-509.
- [23] STARCK J L, CANDES E J, DONOHO D L. The curvelet transform for image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2002, 11(6):670-685.
- [24] CANDES E, DEMANET L, DONOHO D. Fast discrete curvelet transforms [J]. *Multiscale Model. & Simul.*, 2006, 5(3):861-899.
- [25] MIHCAK M K, KOZINTSEV I, RAMCHANDRAN K. Low-complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1999, 6(12):300-303.
- [26] MA J W, Le DIMET F X. Deblurring from highly incomplete measurements for remote sensing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, 47(3):792-802.

作者简介:



张杰(1986—),男,河南正阳人,博士研究生,主要从事压缩感知、图像处理方面的研究。E-mail: quhn1234@163.com



史小平(1965—),男,浙江宁波人,教授,博士生导师,主要从事非线性控制、图像处理、飞行器控制方面的研究。E-mail: sxp@hit.edu.cn