

文章编号 1004-924X(2018)03-0578-10

## 联合旋转调制激光陀螺惯导性能在线评估

王 林<sup>1</sup>, 吴文启<sup>1\*</sup>, 魏 国<sup>2</sup>, 练军想<sup>1</sup>, 铁俊波<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;

2. 国防科技大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 无外界基准信息时, 针对舰艇单、双轴旋转调制激光陀螺航海惯导冗余配置情况下双轴旋转惯导间性能的在线评估问题, 提出了联合旋转调制激光陀螺航海惯导相对性能的在线评估方法。一套单轴旋转惯导分别与待评估的双轴旋转惯导构建联合误差状态卡尔曼滤波器, 状态为各系统位置误差、速度误差、姿态误差的差值及各自的陀螺漂移、加速度计零偏, 以系统间的位置、速度差值为观测量, 通过联合旋转调制策略编排改变系统间的相对姿态, 可观性分析表明, 包括单轴旋转惯导方位陀螺漂移在内的所有状态均完全可观; 以不同滤波器估计得到的单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的标准差为评价指标, 对双轴旋转惯导随机误差进行在线评估。半实物仿真和实际实验结果表明: 双轴旋转惯导激光陀螺随机误差差异的区分度可达 10%; 144 h (6 天) 导航时间内, 以单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的标准差为评价指标, 可以实现不同双轴旋转惯导相对性能的在线评估。该方法为旋转调制激光陀螺航海惯导冗余配置情况下的系统优选提供了理论依据。

**关键词:** 激光陀螺; 单轴旋转惯导; 双轴旋转惯导; 在线评估; 随机误差

**中图分类号:** U666.1    **文献标识码:** A    **doi:** 10.3788/OPE.20182603.0578

## Online performance evaluation of RLG INS based on joint rotation and modulation

WANG Lin<sup>1</sup>, WU Wen-qi<sup>1\*</sup>, WEI Guo<sup>2</sup>, LIAN Jun-xiang<sup>1</sup>, TIE Jun-bo<sup>1</sup>

(1. College of Mechatronic Engineering and Automation,  
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. College of Optoelectronic Science and Engineering,  
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

\* Corresponding author, E-mail: wenqiwu\_lit@sina.com

**Abstract:** Modern ships are usually redundantly equipped with one-axis indexing ring laser gyro (RLG) marine inertial navigation system (MINS) and several two-axis indexing RLG MINS. In order to online evaluate the relative performance of the redundant two-axis indexing RLG MINS, an online evaluation method based on joint rotation and modulation was proposed without using external benchmark information. Several joint error Kalman filters were constructed. The system states of each Kalman filter included the position error differences, the velocity error differences and the

收稿日期: 2017-07-10; 修订日期: 2017-09-02.

基金项目: 装备预研基金重点项目 (No. 9140A0931815KG01)

attitude error differences between the one-axis indexing RLG MINS and corresponding two-axis indexing RLG MINS, as well as the gyro drifts and horizontal accelerometer biases. With the position and velocity difference between the systems being observations, the observability analysis showed that all states including azimuth gyro drift of the one-axis indexing MINS were observable if the relative attitude between the systems was changed by the joint rotation and modulation. The azimuth gyro drift estimation standard deviation of the one-axis indexing MINS were defined as the assessment criteria to online evaluate the random errors of the two-axis indexing MINS. The semi-physical simulations and the experimental results show that the RLG random error difference of the two-axis indexing MINS can be distinguished at a level of 10% noise and the position accuracies of different two-axis indexing MINS are online evaluated according to the azimuth gyro drift standard deviation of the one-axis indexing MINS during 144 h navigation time. The proposed method provides theoretical basis for optimum system choosing in the case of one-axis and two-axis indexing RLG MINS redundant configuration.

**Key words:** ring laser gyro; one-axis indexing INS; two-axis indexing INS; online evaluation; random error

## 1 引言

以激光陀螺为核心的惯性测量组件是目前最常用的高精度惯性测量设备<sup>[1]</sup>。旋转调制激光陀螺航海惯导借助旋转机构实现了惯性器件确定性误差的补偿,提高了惯性导航精度,国内外学者对此开展了广泛研究<sup>[2-10]</sup>,以满足舰艇对长航时高精度导航定位精度的需求。

出于可靠性方面的考虑,各类舰艇一般搭载多套(两套、三套或更多)不同类型、不同精度的惯导系统,典型配置情况是单轴旋转调制激光陀螺航海惯导、双轴旋转调制激光陀螺航海惯导(以下分别简称单轴、双轴旋转惯导)备份配置<sup>[3]</sup>。单轴旋转惯导一般绕方位轴周期性地旋转,可以调制水平方向陀螺漂移及加速度计零偏对导航定位的影响,但是不能调制方位陀螺漂移的影响,它会造成与导航时间成正比的确定性定位误差;双轴旋转惯导一般绕方位轴、横滚轴周期性地旋转<sup>[4]</sup>,可以调制三个激光陀螺漂移及加速度计零偏对导航定位的影响,影响双轴旋转惯导定位精度的主要因素是激光陀螺的角随机游走,它会造成与导航时间平方根成正比的定位误差。相较于单轴旋转惯导而言,双轴旋转惯导可以提供更高精度的定位结果。鉴于以上因素,当舰艇同时搭载多套单轴、双轴旋转惯导的情况下(以一套单轴旋转惯导、两套双轴旋转惯导为例说明),一般将其中一

套双轴旋转惯导作为主惯导系统,剩余的一套双轴旋转惯导和单轴旋转惯导只是作为热备份系统,三套系统间缺少信息融合。无外界基准信息时,往往根据经验从两套双轴旋转惯导中优选出性能更优的惯导系统,缺少有效的评估方法,实际工作环境中双轴旋转惯导间的性能与经验选择并不能保证一致。因此,需要解决无外界基准信息条件下两套双轴旋转惯导间相对性能的在线评估问题,进而优选出随机误差更小的双轴旋转惯导系统作为主惯导系统。

本文设计了单轴旋转惯导与两套双轴旋转惯导间的联合旋转调制策略,并分别建立了单轴旋转惯导与两套双轴旋转惯导各自的联合误差状态方程,以单轴旋转惯导、双轴旋转惯导之间扣除杆臂效应后的速度、位置差值为观测量,通过卡尔曼滤波对联合误差状态进行估计。可观性分析表明,包括单轴旋转惯导方位陀螺漂移在内的所有误差状态均完全可观。鉴于陀螺的漂移和加速度计的零偏均被调制,影响双轴旋转惯导速度、位置精度的主要因素在于系统的随机误差源;因此以单轴/双轴旋转惯导间的速度、位置差值为观测量,单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值受双轴旋转惯导随机误差的影响,双轴旋转惯导的随机误差越大,单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的不确定性越大,以此为评价指标可以实现两套双轴旋转惯导性能的在线评估,进而优选出随机误差更小的双轴旋转惯导,且不需要外界的基准信息。

## 2 单/双轴旋转惯导联合状态方程

单轴旋转惯导编号为系统 1, 双轴旋转惯导编号为 2、3。分别以单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2、3 间的位置误差、速度误差、姿态误差的差值, 以及相应的陀螺漂移、加速度计零偏为系统状态。以单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 为例说明联合误差状态方程的构成, 单轴旋转惯导 1 和双轴旋转惯导 3 间的联合误差状态方程与单轴旋转惯导 1 和双轴旋转惯导 2 间的联合误差状态方程相同, 本文不再赘述。联合误差状态如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= [\mathbf{x}_1^T(t) \quad \mathbf{x}_2^T(t)]^T \\ \mathbf{x}_1(t) &= [\delta L_{12} \quad \delta \lambda_{12} \quad \delta v_{E12} \quad \delta v_{N12}]^T \\ \mathbf{x}_2(t) &= [\phi_{E12} \quad \phi_{N12} \quad \phi_{U12} \quad \epsilon_{x1} \quad \epsilon_{y1} \quad \epsilon_{z1} \\ &\quad \epsilon_{x2} \quad \epsilon_{y2} \quad \epsilon_{z2} \quad \nabla_{x1} \quad \nabla_{y1} \quad \nabla_{x2} \quad \nabla_{y2}]^T \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $\delta L_{12} = \delta L_1 - \delta L_2$ 、 $\delta \lambda_{12} = \delta \lambda_1 - \delta \lambda_2$ , 分别

为单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 的纬度误差差值和经度误差差值;  $\delta v_{E12} = \delta v_{E1} - \delta v_{E2}$ 、 $\delta v_{N12} = \delta v_{N1} - \delta v_{N2}$ , 分别为单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 的东向速度误差差值和北向速度误差差值;  $\phi_{E12} = \phi_{E1} - \phi_{E2}$ 、 $\phi_{N12} = \phi_{N1} - \phi_{N2}$ 、 $\phi_{U12} = \phi_{U1} - \phi_{U2}$  为单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 的姿态误差差值;  $\epsilon_{x1}$ 、 $\epsilon_{y1}$ 、 $\epsilon_{z1}$  分别为单轴旋转惯导 1 在体坐标系下相应坐标轴的陀螺常值漂移;  $\epsilon_{x2}$ 、 $\epsilon_{y2}$ 、 $\epsilon_{z2}$  分别为双轴旋转惯导 2 在体坐标系下相应坐标轴的陀螺常值漂移;  $\nabla_{x1}$ 、 $\nabla_{y1}$ 、 $\nabla_{x2}$ 、 $\nabla_{y2}$  分别为两套系统各自体坐标系下相应水平坐标轴的加速度计常值零偏。鉴于高度通道误差可通过水深计进行阻尼, 这里未考虑与其相关的误差, 导航坐标系为“东-北-天”地理坐标系。

联合误差状态方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_1(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(t) & \mathbf{F}_{12}(t) \\ \mathbf{F}_{21}(t) & \mathbf{F}_{22}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix} + \mathbf{G}(t) \mathbf{w}(t), \quad (2)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(t) & \mathbf{F}_{12}(t) \\ \mathbf{F}_{21}(t) & \mathbf{F}_{22}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{11}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 & \mathbf{F}_2 \\ \mathbf{F}_3 & \mathbf{F}_4 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{12}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 6} & \mathbf{0}_{2 \times 4} \\ \mathbf{F}_5 & \mathbf{0}_{2 \times 6} & \mathbf{F}_6 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{F}_{21}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{F}_7 & \mathbf{F}_8 \\ \mathbf{0}_{10 \times 4} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{22}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_9 & \mathbf{F}_{10} & \mathbf{0}_{3 \times 4} \\ \mathbf{0}_{10 \times 13} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{v_E \tan L}{(R_E + h) \cos L} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_N + h} \\ \frac{1}{(R_E + h) \cos L} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_3 = \begin{bmatrix} 2\omega_e v_N \cos L + \frac{v_N v_E}{(R_E + h) \cos^2 L} & 0 \\ -2\omega_e v_E \cos L - \frac{v_E^2}{(R_E + h) \cos^2 L} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_4 = \begin{bmatrix} \frac{v_N \tan L}{R_E + h} & \frac{v_E \tan L}{R_E + h} + 2\omega_e \sin L \\ -2\omega_e \sin L - 2\frac{v_E \tan L}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_5 = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_6 = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{b1}^n & -\bar{\mathbf{C}}_{b2}^n \end{bmatrix}, \begin{matrix} \bar{\mathbf{C}}_{b1}^n = \mathbf{M} \mathbf{C}_{b1}^n \mathbf{M}^T \\ \bar{\mathbf{C}}_{b2}^n = \mathbf{M} \mathbf{C}_{b2}^n \mathbf{M}^T \end{matrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\omega_e \sin L & 0 \\ \omega_e \cos L + \frac{v_E}{(R_E + h) \cos^2 L} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_8 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{R_N + h} \\ \frac{1}{R_E + h} & 0 \\ \frac{\tan L}{R_E + h} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_9 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{v_E \tan L}{R_E + h} + \omega_e \sin L & -\omega_e \cos L - \frac{v_E}{R_E + h} \\ -\frac{v_E \tan L}{R_E + h} - \omega_e \sin L & 0 & -\frac{v_N}{R_N + h} \\ \omega_e \cos L + \frac{v_E}{R_E + h} & \frac{v_N}{R_N + h} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_{10} = [-\mathbf{C}_{b1}^n \quad \mathbf{C}_{b2}^n], \quad (6)$$

其中,单轴旋转惯导 1、双轴旋转惯导 2 的体坐标系  $b_1, b_2$  定义为“右-前-上”。

系统噪声为:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = [\boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{x1}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{y1}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{z1}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{x2}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{y2}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\varepsilon_{z2}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\nabla_{x1}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\nabla_{y1}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\nabla_{x2}} \quad \boldsymbol{\omega}_{\nabla_{y2}}]^T. \quad (7)$$

系统噪声驱动矩阵为:

$$\mathbf{G}(t) = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 10} \\ 0_{2 \times 6} \quad \bar{\mathbf{C}}_{b1}^n \quad -\bar{\mathbf{C}}_{b2}^n \\ -\mathbf{C}_{b1}^n \quad \mathbf{C}_{b2}^n \quad 0_{3 \times 4} \\ 0_{10 \times 10} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

### 3 观测方程

单轴旋转惯导 1、双轴旋转惯导 2 和 3 这三套惯导系统反映的是同一载体的速度和位置,扣除安装关系引起的杆臂误差的影响,单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2、单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 3 间的速度、位置差值理论应为 0。故单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2、单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 3 间的速度误差差值和位置误差差值可以直接观测。扣除安装关系引起的杆臂误差的影响,以单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 间的速度之差、位置之差为观测量:

$$\mathbf{z}(t) = [\delta L_{12} \quad \delta \lambda_{12} \quad \delta v_{E12} \quad \delta v_{N12}]^T, \quad (9)$$

式中:  $\delta L_{12} = \tilde{L}_1 - \tilde{L}_2, \delta \lambda_{12} = \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2$  为单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 间的纬度、经度差值,  $\delta v_{E12} = \tilde{v}_{E1} - \tilde{v}_{E2}, \delta v_{N12} = \tilde{v}_{N1} - \tilde{v}_{N2}$  为单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2 间的东向速度、北向速度差值。

观测方程为:

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t) = \mathbf{x}_1(t) + \mathbf{v}(t), \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & 0_{2 \times 2} & 0_{2 \times 13} \\ 0_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} & 0_{2 \times 13} \end{bmatrix}$ , 为观测矩阵,

$\mathbf{I}_{2 \times 2}$  为二阶单位矩阵,  $\mathbf{v}(t)$  为观测噪声。

### 4 可观性分析及联合旋转策略编排

定义  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}_{12}(t) \mathbf{x}_2(t)$ , 确定性的可观性分析不考虑噪声的影响, 由于  $\mathbf{x}_1(t)$  可直接观测, 则式(2)、式(10)对应系统  $(\mathbf{F}(t), \mathbf{H}(t))$  的可观性条件等同于如下系统的可观性条件:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{F}_{22}(t) \mathbf{x}_2(t) + \mathbf{F}_{21}(t) \mathbf{z}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{F}_{12}(t) \mathbf{x}_2(t) \end{cases}. \quad (11)$$

即等同于系统  $(\mathbf{A}(t), \mathbf{C}(t))$  的可观性条件, 其中,  $\mathbf{A}(t) = \mathbf{F}_{22}(t), \mathbf{C}(t) = \mathbf{F}_{12}(t)$ , 状态数  $n=13$ 。此处只考察静态情况下 ( $v_E = v_N = 0, f_E = f_N = 0, f_U = g$ ) 联合误差状态的可观性。此时, 可观性矩阵为:

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C}^T \mid (\mathbf{CA})^T \mid (\mathbf{CA}^2)^T \mid \dots \mid (\mathbf{CA}^{12})^T]^T, \quad (12)$$

式中:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_5 & 0_{2 \times 3} & 0_{2 \times 3} & \bar{\mathbf{C}}_{b1}^n & -\bar{\mathbf{C}}_{b2}^n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega}_e^n \times] & -\mathbf{C}_{b1}^n & \mathbf{C}_{b2}^n & 0_{3 \times 2} & 0_{3 \times 2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0_{10 \times 13} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

不难验证, 当  $k \geq 3$  时,  $\mathbf{CA}^k$  各行为  $\mathbf{CA}, \mathbf{CA}^2$  各行的线性组合, 故只需分析  $\mathbf{O}$  前三个分块矩阵构成的子矩阵的秩即可。记:

$$\bar{\mathbf{O}} = [\bar{\mathbf{C}}^T \quad (\mathbf{CA})^T \quad (\mathbf{CA}^2)^T]^T. \quad (14)$$

计算  $\bar{\mathbf{O}}$  的秩, 有  $\text{rank} \mathbf{O} = \text{rank} \bar{\mathbf{O}} = 5$ 。根据分段线性定常系统可观性的定义<sup>[11]</sup>, 系统  $(\mathbf{A}(t), \mathbf{C}(t))$  的可观性分析可以分为多个分段线性定常系统的可观性分析, 总的可观性矩阵为:

$$\mathbf{O}(m) = [\bar{\mathbf{O}}_1^T \quad \bar{\mathbf{O}}_2^T \quad \dots \quad \bar{\mathbf{O}}_m^T]^T. \quad (15)$$

若  $\text{rank} \mathbf{O}(m) = n$ , 则系统完全可观。式中,  $m$  为不同时间段的个数;  $\bar{\mathbf{O}}_k (k=1, 2, \dots, m)$  定义同式(14)。

由式(13)~式(15)可以看出: 静态情况下,  $\text{rank} \mathbf{O}(m)$  决定于  $\mathbf{C}_{b1}^n, \mathbf{C}_{b2}^n$  的取值, 进而可以得到

使  $\text{rank} \mathbf{O}(m) = 13$  的充分条件:

(1) 鉴于  $\text{rank} \bar{\mathbf{O}}_k = 5$ , 要使得  $\mathbf{O}(m)$  的秩为 13, 则  $m \geq 3$ ;

(2)  $\mathbf{C}_{i1}^n, \mathbf{C}_{i2}^n$  均不能为常值矩阵, 即单轴旋转惯导 1、双轴旋转惯导 2 的姿态均需要变化;

(3) 单轴旋转惯导 1、双轴旋转惯导 2 间的相对姿态需要存在绕方位轴方向及水平轴方向的变化。

根据前述可观性分析, 可以确定如下联合旋转调制策略: 单轴旋转惯导 1 绕方位轴进行 4 位置转停<sup>[3]</sup>, 相对其转动机构零位的停转角度为  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ; 双轴旋转惯导 2、3 绕方位轴、横滚轴进行 16 次序转停, 相对其转动机构两个方向的零位的停转角度为  $0^\circ, 180^\circ$ <sup>[5]</sup>。

在充分长的时间  $(0, T)$  内, 单轴旋转惯导 1、双轴旋转惯导 2 之间的相对姿态变化总能满足以上三个条件, 此时不难验证  $\text{rank} \mathbf{O}(m) = 13$ , 即联合误差状态完全可观。

## 5 双轴旋转惯导在线优选方法

对于双轴旋转惯导而言, 由于陀螺漂移、加速度零偏均被调制, 影响其长航时定位精度的主要因素是激光陀螺的角度随机游走。因此, 双轴旋转惯导 2、3 的相对性能在线评估问题即从两套双轴旋转惯导系统中优选出随机误差更小的系统。

联合误差状态卡尔曼滤波器的观测量是不同惯导间的位置差、速度差, 由于三套惯导系统反映的是同一载体的运动速度及位置, 扣除安装关系引起的杆臂误差的影响, 单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 2、单轴旋转惯导 1 与双轴旋转惯导 3 间的速度、位置差值理论应为 0, 可近似为无观测噪声, 即  $\mathbf{R} = 0$ 。无观测噪声条件下联合误差状态卡尔曼滤波器对应系统状态的稳态估计误差协方差矩阵  $\mathbf{P}$  满足<sup>[12]</sup>:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \mathbf{F} \mathbf{P} \mathbf{F}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T + (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T, \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为卡尔曼滤波增益,  $\mathbf{Q}$  为式(7)所示系统噪声  $\mathbf{w}(t)$  的协方差矩阵,  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{H}$  分别为系统的状态矩阵和观测矩阵,  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

系统噪声协方差矩阵与航海惯导惯性器件的随机误差关系密切, 虽然可以通过实验室内多次实验进行合理确定, 但是实际应用中不能保证其

与设定值一致。真实的噪声协方差矩阵记为:

$$\tilde{\mathbf{Q}} = (1 + \alpha) \mathbf{Q}, \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{Q}$  为标称的系统噪声协方差矩阵(即滤波器的设定值),  $\alpha$  为未知标量, 代表真实噪声协方差矩阵与标称的系统噪声协方差矩阵之间的差异。若  $\alpha > 0$ , 表示真实的系统噪声强度大于其标称值; 若  $\alpha < 0$ , 表示真实的系统噪声强度小于其标称值; 若  $\alpha = 0$ , 表示真实的系统噪声强度等于其标称值。

将式(17)代入式(16)得到真实噪声协方差矩阵对应的系统状态的稳态估计误差协方差矩阵  $\tilde{\mathbf{P}}$  为:

$$\tilde{\mathbf{P}} = (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \tilde{\mathbf{F}} \tilde{\mathbf{P}} \tilde{\mathbf{F}}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T + (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \tilde{\mathbf{Q}} \tilde{\mathbf{Q}}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T. \quad (18)$$

将式(18)减去式(16), 得到:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P} &= \tilde{\mathbf{P}} - \mathbf{P} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \mathbf{F} \Delta \mathbf{P} \mathbf{F}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T + \\ &\quad \alpha (\mathbf{I} - \mathbf{KH}) \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T (\mathbf{I} - \mathbf{KH})^T, \quad (19) \end{aligned}$$

式中:  $\Delta \mathbf{P}$  表示真实的噪声协方差矩阵与标称的系统噪声协方差矩阵不一致导致的状态估计误差协方差所产生的变化。对比式(16)和式(19), 不难得到:

$$\Delta \mathbf{P} = \alpha \mathbf{P}. \quad (20)$$

因此, 如果真实的系统噪声强度大于其标称值(即  $\alpha > 0$ ), 则真实的系统状态估计误差的方差必大于标称的系统状态估计误差的方差; 如果真实的系统噪声强度小于其标称值(即  $\alpha < 0$ ), 则真实的系统状态估计误差的方差必小于标称的系统状态估计误差的方差。对于稳态卡尔曼滤波器而言, 系统状态估计误差的方差越小, 相应的系统状态估计值的不确定性(标准差)越小。

鉴于此, 单轴旋转惯导 1 分别与双轴旋转惯导 2、3 构成联合误差状态方程, 两个滤波器中的公共状态(单轴旋转惯导 1 的陀螺漂移、加速度计零偏)估计值的稳定性将受双轴旋转惯导随机误差的影响, 随机误差大的双轴旋转惯导与单轴旋转惯导 1 进行联合误差状态卡尔曼滤波时, 估计得到的单轴旋转惯导 1 的陀螺漂移和加速度计零偏的不确定性会更大。同时考虑到单轴旋转惯导 1 的水平陀螺漂移、加速度计零偏均被调制, 其对定位精度的影响不明显; 方位陀螺漂移无法被调制, 始终影响其定位精度, 因此以卡尔曼滤波器稳

定后单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的不确定性(标准差)为评价指标,完成双轴旋转惯导 2,3 间相对性能的在线评估。相同时间段内单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差更小,此时滤波器对应的双轴旋转惯导的随机误差更小,定位精度更高。即:

$$\sigma_2(\epsilon_{z1}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\epsilon_{z1i} - \mu_{\epsilon_{z1}})^2}$$

$$\sigma_3(\epsilon_{z1}) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\epsilon_{z1i} - \mu_{\epsilon_{z1}})^2}$$
(21)

式中:  $\sigma_2(\epsilon_{z1})$ ,  $\sigma_3(\epsilon_{z1})$  为双轴旋转惯导 2、3 各自对应的联合误差状态卡尔曼滤波器估计得到的单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值在某时间段内的标准差,  $N$  为该时间段内单轴旋转惯导 1 方位陀螺漂移估计值的数目,  $\mu_{\epsilon_{z1}}$  为该时间段内单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的平均值。

若  $\sigma_2(\epsilon_{z1}) < \sigma_3(\epsilon_{z1})$ , 则双轴旋转惯导 2 的随机误差更小,定位精度更高;若  $\sigma_2(\epsilon_{z1}) > \sigma_3(\epsilon_{z1})$ , 则双轴旋转惯导 3 的随机误差更小,定位精度更高。

每隔固定的时长计算一次单轴旋转惯导 1 方位陀螺漂移估计值的标准差,以此为指标比较两个滤波器对应的双轴旋转惯导随机误差,实现双轴旋转惯导的相对性能在线评估,如图 1 所示。

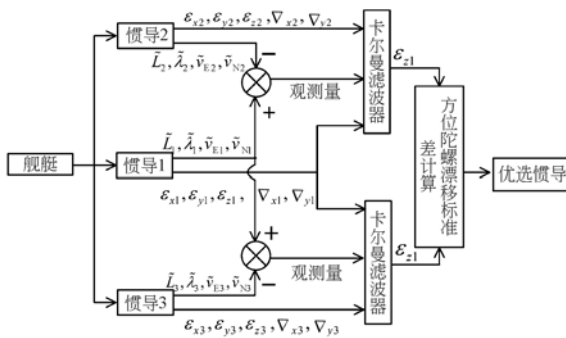


图 1 双轴旋转惯导相对性能的在线评估

Fig. 1 On-line evaluation of two-axis indexing marine INS

## 6 半实物仿真与实验验证

### 6.1 半实物仿真

联合旋转策略设置:单轴旋转惯导采用四位置转停方案,双轴旋转惯导采用 16 次序转停方

案;经度设定为 112.993° E,纬度设定为 28.222° N。

影响双轴旋转惯导定位精度的主要因素是激光陀螺的角随机游走,为了真实反映实际惯导系统的噪声水平,半实物仿真实验中的惯性器件噪声取自实际航海惯导系统长时间(120 h)静态测试去均值后所得的数据。本文采集了 4 套激光陀螺航海惯导的静态测试噪声数据,将其中 1 套作为单轴旋转惯导(编号为 1)的噪声数据,其余 3 套作为双轴旋转惯导(编号为 2、3、4)的噪声数据,以单轴旋转惯导 1 方位陀螺漂移估计值的不确定性为评价指标,对 3 套双轴旋转惯导两两之间的相对性能进行在线评估。半实物仿真实验主要考察:(1)同一套双轴旋转惯导(第 2 套)的激光陀螺噪声强度不同时,单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差对激光陀螺噪声强度变化的敏感程度;(2)单轴旋转惯导方位陀螺漂移包含趋势项时,对冗余配置的多套双轴旋转惯导(第 2、3、4 套)间的相对性能进行在线评估。

#### 6.1.1 半实物仿真分析一

首先考察:同一套双轴旋转惯导(第 2 套)的激光陀螺噪声强度不同时,单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差对激光陀螺噪声强度变化的敏感程度。即考察真实的系统噪声水平与标称的系统噪声水平(即卡尔曼滤波器的实际设定值)不一致的情况下,  $\alpha$  取值不同时,单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差的变化情况。

单轴旋转惯导噪声数据为航海惯导系统 1 长时间(120 h)静态测试数据按每 5 min 求均值,进而减去此均值所得,该数据作为理想的不包含趋势项(主要为环境温度敏感性误差)的噪声数据。在此基础上,加入陀螺常值漂移和加速度计常值零偏,误差参数设定为:(1)水平陀螺漂移分别为 0.003 (°)/h、-0.002 (°)/h,方位陀螺漂移为 0.000 5(°)/h(激光陀螺漂移设定值以定位精度优于 1 nm/72 h 的单轴旋转惯导误差分配方案中对激光陀螺精度的要求为基准<sup>[13]</sup>);(2)加速度计常值零偏分别为  $2 \times 10^{-5} g$ 、 $-4 \times 10^{-5} g$ (天向未考虑)。

双轴旋转惯导噪声数据为航海惯导系统 2 的长时间(120 h)静态测试数据减去其整体均值所得,是包含趋势项的噪声数据,可以反映双轴旋转惯导实际工作环境下的运行情况。在此基础上,进一步加入陀螺常值漂移和加速度计常值零偏,

误差参数设定为:(1)陀螺常值漂移分别为  $0.004$  ( $^{\circ}$ )/h,  $-0.005$  ( $^{\circ}$ )/h,  $0.003$  ( $^{\circ}$ )/h; (2)加速度计常值零偏分别为  $2 \times 10^{-5}$  g,  $-3 \times 10^{-5}$  g(天向未考虑)。

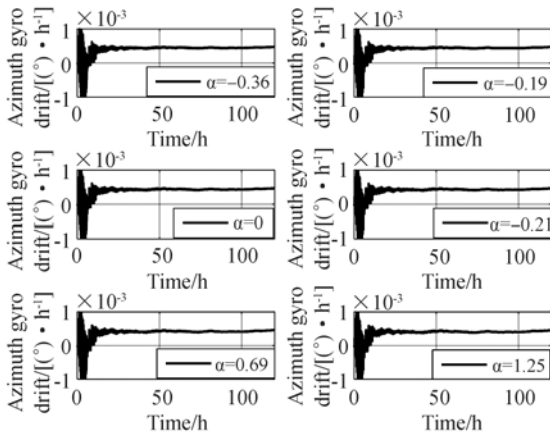


图 2 不同噪声水平下单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值

Fig. 2 Azimuth gyro drift estimation of one-axis indexing marine INS under different noise levels

考虑到激光陀螺角随机游走对双轴旋转惯导的定位精度起主要的影响作用,只关注双轴旋转惯导激光陀螺随机误差的影响即可。双轴旋转惯导 2 的激光陀螺实测噪声数据分别乘以系数  $\beta$ :  $0.8, 0.9, 1, 1.1, 1.3, 1.5$ , 根据式(17), 对应的  $\alpha$  取值 ( $\alpha = \beta^2 - 1$ ) 分别为:  $-0.36, -0.19, 0, 0.21, 0.69, 1.25$ , 以此作为不同强度的噪声数据, 进而与单轴旋转惯导 1 通过联合误差状态卡尔曼滤波器估计其方位陀螺漂移。图 2 给出了不同噪声水平下单轴旋转惯导方位陀螺漂移的估计值, 估计误差稳定度均优于  $0.000\ 05$  ( $^{\circ}$ )/h。从图中可看出, 经过 16 h(半个地球周期以上)滤波器的估计值才能相对稳定, 与实际单轴旋转惯导系统的初始对准时间一致<sup>[13]</sup>。

按式(21)计算  $\alpha$  为  $-0.36, -0.19, 0, 0.21, 0.69, 1.25$  时单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差, 从第 16 h 开始计算, 每隔 4 h 计算一次。图 3 给出了不同噪声水平条件下单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差曲线及其局部放大图。从图 3 可以看出, 随着  $\alpha$  由负值向正值增大, 单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差呈现增大的趋势。从图 3 中也可以发现, 即使激光陀螺噪声仅放

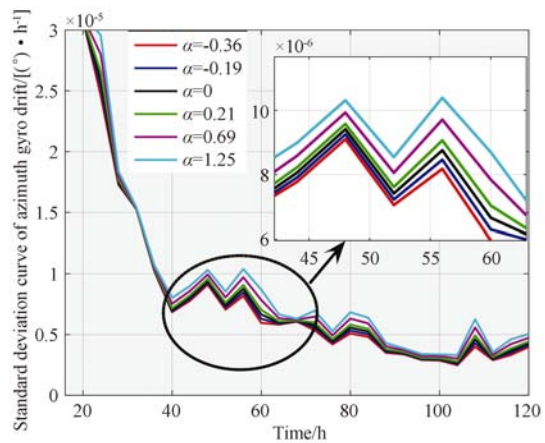


图 3 不同噪声水平下单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差

Fig. 3 Standard deviation curve of azimuth gyro drift of one-axis indexing marine INS under different noise levels

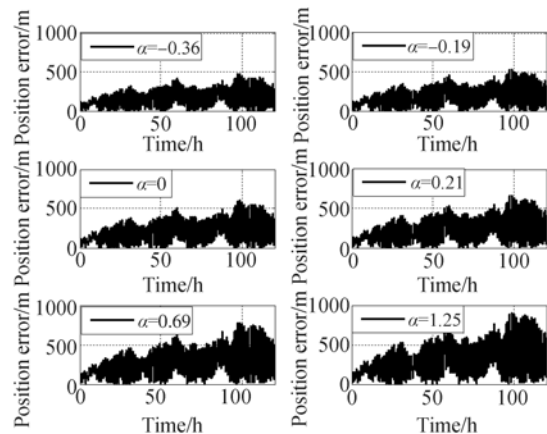


图 4 不同噪声水平下双轴旋转惯导 2 的定位误差

Fig. 4 Position error of two-axis indexing marine INS-2 under different noise levels

大 1.1 倍(对应  $\alpha = 0.21$ ), 单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差仍能反映出该噪声条件的变化。图 4 给出了不同噪声水平下双轴旋转惯导的定位误差曲线, 当  $\alpha$  的取值为  $-0.36, -0.19, 0, 0.21$  时, 直接观察定位误差曲线已不容易分辨出定位结果的优劣, 但是结合图 3 中单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移估计值的标准差可分辨出定位结果的优劣, 因此可以明确: 单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的标准差对激光陀螺噪声强度的变化具有较强的敏感适应性, 利用该标准差可以对双轴旋转惯导的相对性能进行在线评估。

6.1.2 半实物仿真分析二

虽然通过温度补偿技术可以对激光陀螺的环境温度敏感性误差进行有效补偿<sup>[14-15]</sup>,但是惯导系统处于实际工作环境中仍可能存在部分未补偿的环境敏感性误差。需要考察:单轴旋转惯导的方位陀螺漂移包含趋势项(主要是环境温度敏感性误差)条件下,通过联合误差状态卡尔曼滤波器实现单轴旋转方位陀螺漂移的估计,并以该估计值的不确定性为评价指标,对冗余配置的多套双轴旋转惯导(第2、3、4套)间的相对性能进行在线评估。

单轴旋转惯导1的噪声数据为航海惯导系统长时间(120 h)静态测试数据整体求均值,进而减去此均值所得,为包含趋势项的噪声数据,可以真实反映环境温度敏感性误差。

各双轴旋转惯导2、3、4噪声数据处理及激光陀螺常值漂移、加速度计常值零偏的设定与半实物仿真分析一中的处理方法及参数设定相同。

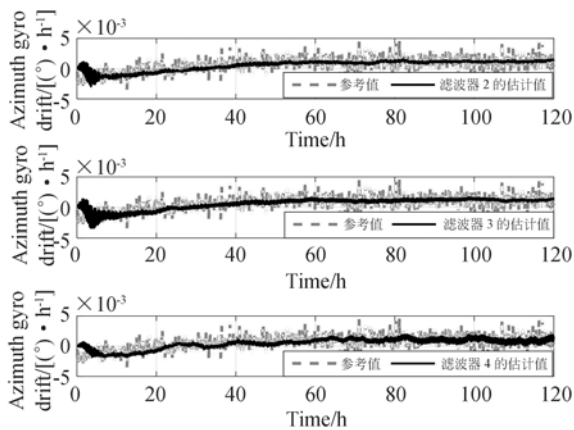


图5 单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值

Fig. 5 Azimuth gyro drift estimation of one-axis indexing marine INS

双轴旋转惯导2、3、4分别与单轴旋转惯导1构成联合误差状态卡尔曼滤波器(分别编号为滤波器2、3、4),对单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移进行估计。图5给出了滤波器2、3、4中单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移的估计值,漂移参考值为单轴旋转惯导1方位陀螺原始静态测试数据整体减均值后再按每5 min求均值所得,从图5可以看出,滤波器2、3、4的估计值在滤波器振荡稳定后可以跟踪反映方位陀螺漂移参考值的变化趋势。

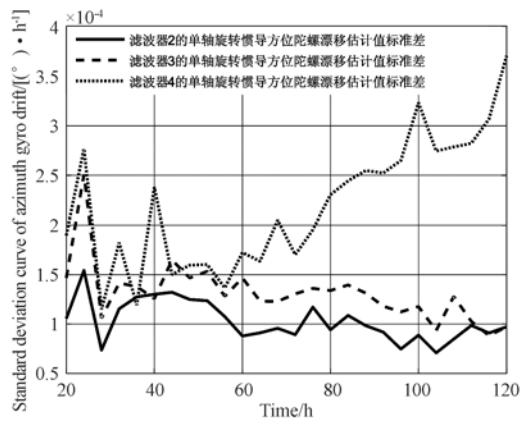


图6 单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差

Fig. 6 Standard deviation curve of azimuth gyro drift of one-axis indexing marine INS

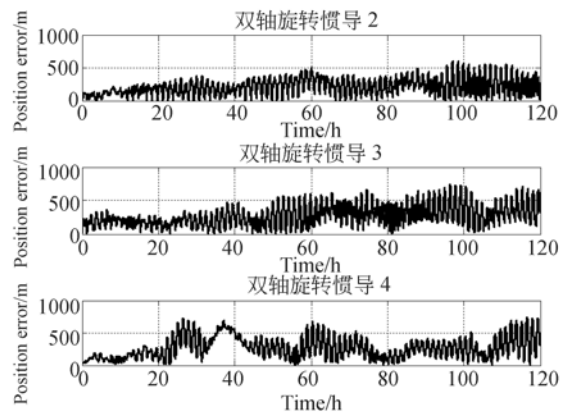


图7 双轴旋转惯导定位误差

Fig. 7 Position error of two-axis indexing marine INS

按式(21)分别计算滤波器2、3、4中单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移估计值的标准差,从第16 h开始计算,每隔4 h计算一次。图6给出了3个滤波器中单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移估计值的标准差曲线。从图6可以看出,当单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移包含趋势项时,滤波器2、3、4相应估计值的标准差变化较大,但是曲线的整体变化趋势仍呈现出  $\sigma_4(\epsilon_{c1}) > \sigma_3(\epsilon_{c1}) > \sigma_2(\epsilon_{c1})$  的关系,其中滤波器2、3中单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移估计值的标准差变化相对平缓、差异也相对较小,因此可以得出以下结论:双轴旋转惯导4的定位误差最大、双轴旋转惯导3的定位误差略大于双轴旋转惯导2。这与图7中给出的双轴旋转惯导2、3、4的定位误差曲线相一致。根据不同滤波器中单轴旋转惯导1的方位陀螺漂移估计值标准差可以实现三套双轴旋转惯导两两间性能的在线评估,方位

陀螺漂移估计值标准差越大的滤波器,其双轴旋转惯导的随机误差越大。

## 6.2 实验验证

利用一套高精度单轴旋转调制激光陀螺航海惯导(编号为 1)和两套高精度双轴旋转调制激光陀螺航海惯导(编号为 2、3)进行了长达 144 h(6 天)的静态导航实验,激光陀螺零漂稳定性优于  $0.01 (^{\circ})/h$ ,激光陀螺角随机游走优于  $0.001 (^{\circ})/\sqrt{h}$ ,加速度计零偏稳定性优于  $20 \mu g$ ,加速度计噪声的功率谱密度方根优于  $10 \mu g/\sqrt{Hz}$ 。单轴旋转

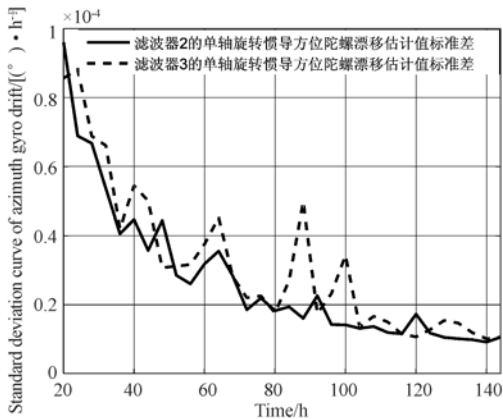


图 8 单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值标准差

Fig. 8 Standard deviation curve of azimuth gyro drift of one-axis indexing marine INS

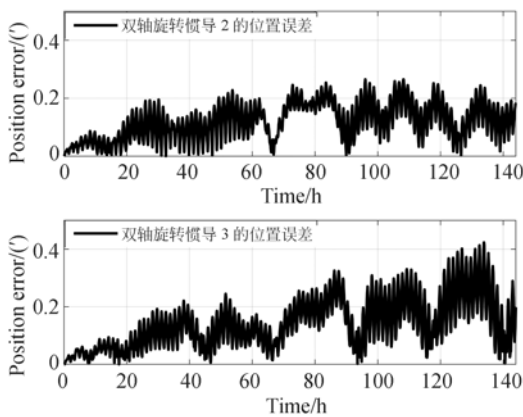


图 9 双轴旋转惯导定位误差

Fig. 9 Position error of two-axis indexing marine INS

## 参考文献:

- [1] 孙伟强, 张礼伟, 熊威, 等. 激光陀螺惯组系统级标定方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016, 24(1): 9-13.

惯导 1 分别与双轴旋转惯导 2、3 进行联合误差状态卡尔曼滤波(构成滤波器 2、3), 估计单轴旋转惯导 1 的方位陀螺漂移。

图 8 给出了滤波器 2、3 中单轴方位陀螺漂移的估计值标准差, 滤波器 2、3 中相应估计值的标准差变化曲线整体呈现出  $\sigma_3(\epsilon_{z1})$  略大于  $\sigma_2(\epsilon_{z1})$  的趋势, 即双轴旋转惯导系统 2 的随机误差更小、性能更优。图 9 给出了单位化后双轴旋转惯导 2、3 的定位误差曲线, 不难看出双轴旋转惯导 2 的定位误差相对更小, 与在线相对性能的评估结果相同。

## 7 结 论

本文针对无外界基准信息, 舰艇上单轴旋转激光陀螺航海惯导、双轴旋转激光陀螺航海惯导冗余配置的情况下, 双轴旋转激光陀螺航海惯导相对性能的在线评估问题, 设计了单轴旋转惯导与两套双轴旋转惯导间的联合旋转调制策略, 分别建立了单轴旋转惯导与两套双轴旋转惯导各自的联合误差状态方程, 以单轴旋转惯导、双轴旋转惯导之间扣除杆臂效应后的速度、位置差值为观测测量, 通过卡尔曼滤波对联合误差状态进行估计。可观性分析表明, 包括单轴旋转惯导方位陀螺漂移在内的所有误差状态均完全可观。半实物仿真实验表明, 联合误差状态卡尔曼滤波器中单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的标准差对双轴旋转惯导激光陀螺噪声强度的变化具有较强的敏感适应性(激光陀螺角随机游走优于  $0.001 (^{\circ})/\sqrt{h}$ ), 即使双轴旋转惯导激光陀螺的噪声仅放大 1.1 倍, 该标准差仍能反映此变化, 双轴旋转惯导激光陀螺的随机误差区分度可达 10%。实物实验结果表明: 在 144 h 导航时间内, 根据不同的联合误差状态卡尔曼滤波器中单轴旋转惯导方位陀螺漂移估计值的标准差, 可以实现双轴旋转惯导两两之间相对性能的在线评估, 优选出随机误差更小的系统, 对于导航定位精度的提高具有重要意义。

SUN W Q, ZHANG L W, XIONG W, *et al.*. Systematic calibration method for RLG inertial measurement unit[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2016, 24(1): 9-13. (in Chinese)

- [2] LEVINSON E, MAJURE R. Accuracy enhance-

- ment techniques applied to the marine ring laser inertial navigator (MARLIN) [J]. *Navigation*, 1987, 34(1): 64-86.
- [3] TUCKER T, LEVINSON E. The AN/WSN-7B marine gyrocompass/navigator [C]. *Proceedings of the 2000 National Technical Meeting of The Institute of Navigation*, 2000: 348-357.
- [4] 魏国. 二频机抖激光陀螺双轴旋转惯性导航系统若干关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.  
WEI G. *Research on Some Key Technologies for Double-axis Rotation Inertial Navigation System with Mechanically Dithered Ring Laser Gyroscope* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013. (in Chinese)
- [5] YUAN B L, LIAO D, HAN S L. Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation [J]. *Measurement Science and Technology*, 2012, 23(2): 025102.
- [6] ZHENG ZH CH, HAN S L, ZHENG K F. An eight-position self-calibration method for a dual-axis rotational inertial navigation system [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 232: 39-48.
- [7] ZHANG Q, WANG L, LIU Z J, *et al.*. An accurate calibration method based on velocity in a rotational inertial navigation system[J]. *Sensors*, 2015, 15(8): 18443-18458.
- [8] GAO P Y, LI K, WANG L, *et al.*. A self-calibration method for tri-axis rotational inertial navigation system [J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(11): 115009.
- [9] ZHENG ZH CH, HAN S L, YUE J, *et al.*. Compensation for stochastic error of gyros in a dual-axis rotational inertial navigation system [J]. *Journal of Navigation*, 2016, 69(1): 169-182.
- [10] CAI Q ZH, YANG G L, SONG N F, *et al.*. Analysis and calibration of the gyro bias caused by geomagnetic field in a dual-axis rotational inertial navigation system[J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(10): 105001.
- [11] BAR-ITZHACK I Y, GOSHEN-MESKIN D. Observability analysis of piece-wise constant systems I: theory [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1992, 28(4): 1056-1067.
- [12] SIMON D. *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches* [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- [13] 于旭东, 王宇, 张鹏飞, 等. 单轴旋转惯导系统中陀螺漂移的精确校准[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(6): 1201-1207.  
YU X D, WANG Y, ZHANG P F, *et al.*. Calibration of RLG drift in single-axis rotation INS[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(6): 1201-1207. (in Chinese)
- [14] 于旭东, 张鹏飞, 汤建勋, 等. 机抖激光陀螺温度场的有限元模拟与实验[J]. *光学精密工程*, 2010, 18(4): 913-920.  
YU X D, ZHANG P F, TANG J X, *et al.*. Finite element analysis and experiments of temperature fields of mechanically dithered ring laser gyroscopes[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(4): 913-920. (in Chinese)
- [15] 于旭东, 雷雯, 刘畅. 随机振动下光学谐振腔腔体形变及变动规律[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2): 281-288.  
YU X D, LEI W, LIU CH. Deformation law of optical resonant cavity under random vibration environment[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(2): 281-288. (in Chinese)

## 作者简介:



王 林(1987—),男,山东淄博人,博士研究生,2011年于山东大学获得学士学位,主要从事激光陀螺捷联惯性导航系统方面的研究。E-mail: wanglinshanda@163.com

## 导师简介:



吴文启(1967—),男,广西南宁人,教授,博士生导师,1988年于天津大学获得学士学位,2002年于国防科技大学获得博士学位,主要从事惯性导航系统及组合导航系统方面的研究。E-mail: wenqiwu\_lit@sina.com