

文章编号 1004-924X(2018)02-0380-08

基于压电悬臂梁的驱动器与传感器 性能分析的精确解析模型

刘 骥¹, 刘书田¹, 高仁璟^{1*}, 仝立勇^{1,2}

(1. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 悉尼大学 航空与机械电子工程系, 澳大利亚 悉尼 2006)

摘要: 三层压电梁结构在电场作用下发生变形后会产生诱发电势, 进而改变材料整体电势分布, 本文考虑此变形和电势耦合效应, 基于欧拉-伯努利梁变形理论, 推导出能够准确预测压电智能悬臂梁传感器与驱动器性能的解析表达式。考虑压电梁结构弯曲变形后产生的电场影响, 建立了三层压电梁结构的控制方程; 建立了压电梁作为驱动器时端部输出位移、驱动力矩与输入电压之间联系的解析表达式, 以及作为传感器时输出电压与端部作用力之间联系的解析表达式。通过与 ANSYS 有限元模拟结果以及传统的驱动器和传感器性能表达式的对比, 验证了所推导的解析表达式的准确性。

关键词: 压电梁; 驱动器; 传感器; 解析解

中图分类号: TP394.1; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20182602.0380

An accurate analytical expression for predicting the performance of piezoelectric cantilever based actuators and sensors

LIU Ji¹, LIU Shu-tian¹, GAO Ren-jing^{1*}, TONG Li-yong^{1,2}

(1. State key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Aerospace, Mechanical and Mechatronic Engineering,
The University of Sydney, Sydney 2006, Australia)

* Corresponding author, E-mail: renjing@dlut.edu.cn

Abstract: The deformation of the three-layered piezoelectric beam in the electric field will arise the induced potential, and then change the distribution of the whole structural electric potential. Considering the coupling effect of the deformation and potential, the accurate analytical expressions, based on the Euler-Bernoulli beam theory, for predicting the performance of three-layered piezoelectric cantilever actuators and sensors, were derived. In the derivation process, the governing equation of three-layered piezoelectric beam structure was established with considering the effect of the electric field induced by the structural bending deformation, and then two analytical expressions for piezoelectric actuators and sensors were obtained with two different boundary conditions. These two analytical ex-

收稿日期: 2017-05-10; 修订日期: 2017-07-07.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 11372063, No. 11572073, No. 11332004); 高等学校学科创新引智计划资助项目 (No. B14013)

pressions related tip output displacement with driving moment and input voltage for piezoelectric actuators, and input voltage with tip force for piezoelectric sensors, respectively. The accuracy of the present expressions was illustrated by comparison of results obtained from ANSYS finite element simulation and conventional expressions for test problems.

Key words: piezoelectric beam; actuator; sensor; analytical solution

1 引言

压电悬臂梁是传感器和驱动器的重要形式,被广泛应用于俘能、振动抑制以及光干涉器件精密位移控制等领域,精确描述输入与输出是驱动器和传感器的设计关键。国内外许多学者在预测压电梁结构的性能上做了大量的工作,基于欧拉-伯努利梁理论^[1-3]、一阶剪切理论^[4-5]和高阶剪切理论^[6]等梁理论的分析模型,分别研究了压电梁的静态和动态的力学与电学性能^[7-10]。这些分析模型均采用电势在厚度方向呈线性分布的假设。而精确地三维压电分析^[11]显示,电势在压电层内具有二次多项式形式,而电势线性分布假设在分析计算时可能造成大的误差^[12-15]。为了得到压电结构的精确分析结果,直接的方法是将压电层分成多个子层,以实现各层内线性分布假设更逼近压电层电势的真实分布^[14-15],或者引入电势高阶分布假设^[13, 16-18]。这种方法在极大地增加了自由度个数的同时也增加了分析难度。因此,研究建立能够准确描述压电层内电势分布的分析模型至关重要。

本文基于欧拉-伯努利梁变形理论,同时考虑压电梁弯曲变形后引起的诱发电场对压电梁电势分布的影响,导出了基于解析形式的电势非线性分布的准确描述方式,建立了能够准确预测基于压电悬臂梁的驱动器和传感器输出的解析表达式。针对典型数值算例,以 ANSYS 软件获得的数值模拟结果为基准,通过对比电势线性分布和非线性分布的结果,验证所建立的解析模型的准确性。

2 压电悬臂梁的控制方程与解析解

2.1 电位分布

本文主要研究如图 1 所示的由上下两层压电层和中间基体层组成的三层压电悬臂梁结构。其长度为 L ,宽度为 b ,总厚度为 t ,压电层和基体层厚

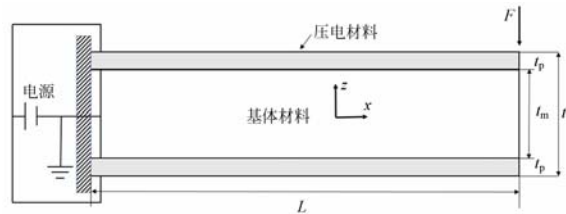


图 1 三层压电悬臂梁模型

Fig. 1 Three-layered piezoelectric cantilever beam model

度分别为 t_p 和 t_m ,各层间完美黏结。基于欧拉-伯努利梁变形理论,位移场的分布可以表示为:

$$u(x, z) = u_0(x) - z\omega_0'(x), \quad (1)$$

$$w(x, z) = \omega_0(x), \quad (2)$$

其中: x 和 z 分别是轴向和横向坐标, $u(x, z)$ 和 $w(x, z)$ 分别表示轴向位移和垂直于轴线的横向位移, $u_0(x)$ 和 $\omega_0(x)$ 表示中面位移。

各点的应变由中面应变 $\epsilon_0(x)$ 和曲率 $\kappa(x)$ 表示为:

$$\epsilon_x(x, z) = \frac{\partial u(x, z)}{\partial x} = \epsilon_0(x) + z\kappa(x), \quad (3)$$

其中: $\epsilon_0(x) = u_0'(x)$, $\kappa(x) = -\omega_0''(x)$ 。

当外荷载作用在 $x-z$ 平面内时,压电梁可认为是处于平面应力状态,其应力、电位移与应变和电场强度之间的关系可由以下本构方程描述:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q & -e \\ e & \epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ E_z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中:

$$Q = Q_{11} - (Q_{12}^2/Q_{22}),$$

$$Q_{ij} = C_{ij} - C_{i3}C_{j3}/C_{33}, i, j = 1, 2$$

$$e = \bar{e}_{31} - \bar{e}_{32}(Q_{12}/Q_{22}),$$

$$\bar{e}_{3i} = e_{3i} - e_{33}(C_{i3}/C_{33}), i = 1, 2$$

$$\epsilon = \bar{\epsilon}_3 + \bar{e}_{32}^2/Q_{22}; \bar{\epsilon}_3 = \epsilon_3 + (e_{33}^2/C_{33}).$$

基于自由体积电荷密度假设,在压电层上满足静电平衡方程:

$$\frac{\partial D_z}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

根据式(3)~(5)以及电场强度与电势之间的关系,电势应满足如下方程。

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{e}{\epsilon} \omega_0'' \quad (6)$$

由此,对电势进行积分可得:

$$\varphi(x, z) = -\frac{e}{\epsilon} \omega_0'' \frac{z^2}{2} + C_1(x)z + C_2(x), \quad (7)$$

其中 C_1 和 C_2 由压电层的边界条件决定。

假设压电层上表面的电势 $\varphi(z=z_1) = \varphi_1$, 下表面的电势 $\varphi(z=z_0) = \varphi_0$, 式(7)可求解得到电势的表达式为:

$$\varphi(x, z) \equiv \bar{\varphi}(x) + \frac{(z-\bar{z})}{t_p} \tilde{\varphi}(x) + \frac{\left(\frac{t_p}{2}\right)^2 - (z-\bar{z})^2}{2} \frac{e}{\epsilon} \omega_0''(x), \quad (8)$$

其中: $\bar{\varphi} = \frac{\varphi_1 + \varphi_0}{2}$; $\tilde{\varphi} = \varphi_1 - \varphi_0$; $\bar{z} = \frac{z_1 + z_0}{2}$ 。

式(8)中,前 2 项表示电势的线性分布部分,第 3 项表示电势在厚度方向关于曲率的二次分布,是由弯曲变形产生的诱导电势。诱导电势在梁的弯曲过程中改变了结构整体弯曲刚度,而电势线性分布的分析模型未涉及该项。

在三层压电悬臂梁模型中,上下表面电极的电势为 V , 中间两个电极接地。此时, $\bar{\varphi}(x) = V$ 。因此,压电层中的电场和电位移可表示为:

$$E_z(x, z) = -\frac{\partial \varphi(x, z)}{\partial z} = -\frac{\tilde{\varphi}(x)}{t_p} + \frac{e}{\epsilon} (z-\bar{z}) \omega_0''(x) = -\frac{V}{t_p} - \frac{e}{\epsilon} (z-\bar{z}) \kappa(x), \quad (9)$$

$$D_z(x, z) = e\epsilon_x + \epsilon E_z = e\kappa(x)z + \epsilon \left[-\frac{V}{t_p} - \frac{e}{\epsilon} (z-\bar{z}) \kappa(x) \right] = e\bar{z}\kappa(x) - \epsilon \frac{V}{t_p}. \quad (10)$$

2.2 截面弯矩

图 1 所示的三层压电悬臂梁是一个对称构型。当结构发生弯曲变形时,中面轴向应变 $\epsilon_0(x) = 0$, 因此,结构的应变为:

$$\epsilon_x(x, z) = z\kappa(x). \quad (11)$$

令 E_p 为压电层的弹性常数, E_m 为基体层的弹性常数,将式(11)代入式(4),得到压电层的正应力为:

$$\sigma_x = E_p \kappa z - eE_z. \quad (12)$$

对于基体层的正应力则有:

$$\sigma_x = E_m \kappa z. \quad (13)$$

此时,压电梁截面弯矩可表示为:

$$\mathbf{M} = \int_{-(t_p+\frac{t_m}{2})}^{-\frac{t_m}{2}} (E_p \kappa z - eE_z) b z d z + \int_{-\frac{t_m}{2}}^{\frac{t_m}{2}} (E_m \kappa z^2) b d z$$

$$+ \int_{\frac{t_m}{2}}^{t_p+\frac{t_m}{2}} (E_p \kappa z - eE_z) b z d z, \quad (14)$$

其中: E_b 表示下层压电层的电场分布, E_t 表示上层压电层的电场分布:

$$E_t = -\frac{V}{t_p} - \frac{e}{\epsilon} \left[z - \frac{t_m + t_p}{2} \right] \kappa, \quad (15)$$

$$E_b = \frac{V}{t_p} - \frac{e}{\epsilon} \left[z + \frac{t_m + t_p}{2} \right] \kappa. \quad (16)$$

将上下压电层电场分布代入式(14),并积分得:

$$\mathbf{M} = E_p \kappa b \left[\frac{t_m^2 t_p}{2} + t_m t_p^2 + \frac{2t_p^3}{3} \right] + E_m \kappa b \frac{t_m^3}{12} + b e (t_m + t_p) V + \frac{1}{6} \frac{e}{\epsilon} e \kappa b t_p^3. \quad (17)$$

定义弯曲刚度系数 K_{uu} 与机电耦合系数 $K_{u\phi}$ 分别为:

$$K_{uu} = E_p b \left[\frac{t_m^2 t_p}{2} + t_m t_p^2 + \frac{2t_p^3}{3} \right] + E_m b \frac{t_m^3}{12} + \frac{1}{6} \frac{e}{\epsilon} e b t_p^3, \quad (18)$$

$$K_{u\phi} = b e (t_m + t_p). \quad (19)$$

则各截面弯矩可表示为:

$$\mathbf{M} = K_{uu} \kappa + K_{u\phi} V. \quad (20)$$

2.3 控制方程与解析解

压电层表面覆盖电极所包含的电量为:

$$Q = -\int_{A_e} D_z dA = -L b \frac{t_m + t_p}{2} e \left[\frac{1}{L} \int_L \kappa dx \right] + b L \frac{\epsilon}{t_p} \left[\frac{1}{L} \int_L V dx \right]. \quad (21)$$

定义平均曲率和平均电势分别为 $\bar{\kappa} = \frac{1}{L} \int_L \kappa dx$ 和 $\bar{V} = \frac{1}{L} \int_L V dx$, 以及压电层的等效电容率 $C_p = b L \frac{\epsilon}{t_p}$, 则电量 Q 化简为:

$$Q = -\frac{1}{2} L K_{u\phi} \bar{\kappa} + C_p \bar{V}. \quad (22)$$

如果电极材料为理想导体,则电极的电势为常数,此时压电梁的控制方程表示为:

$$-\frac{1}{2} L K_{u\phi} \bar{\kappa} + C_p V = Q, \quad (23)$$

$$K_{uu} \kappa(x) + K_{u\phi} V = \mathbf{M}(x). \quad (24)$$

三层压电悬臂梁传感器和驱动器的力学模型可简化为端部受集中力以及在压电层施加电压的相应问题。此时,截面上的弯矩 $\mathbf{M}(x) = -F(L-x)$ 。代入式(23)和式(24),可得到电压、曲率与端部力之间的关系式为:

$$\kappa(x) = -\frac{F}{K_{uu}}(L-x) - \frac{K_{i\phi}}{K_{uu}}V, \quad (25)$$

$$V = \frac{4QK_{uu} - K_{i\phi}FL^2}{4K_{uu}C_p + 2(K_{i\phi})^2L}. \quad (26)$$

对曲率积分,端部位移表示为:

$$\delta = \omega(x=L) = \frac{2FL^3}{3K_{uu}} + \frac{K_{i\phi}}{2K_{uu}}L^2V. \quad (27)$$

3 基于压电梁的驱动器性能分析

压电悬臂梁作为驱动器时只受电场作用,驱动器的最大输出位移(曲率和端部位移)对应其不受外力作用情况下的位移。通过式(18)、(19)和(25)可得输出曲率:

$$\kappa = \frac{-12e(t_m + t_p)V}{2E_p(3t_m^2t_p + 6t_mt_p^2 + 4t_p^3) + E_mt_m^3 + 2\frac{e}{\epsilon}E_pdt_p^3}. \quad (28)$$

将弯曲刚度系数和机电耦合系数代入挠度表达式(27)得到作为驱动器时压电梁的端部位移:

$$\delta = \omega(x=L) = \frac{K_{i\phi}L^2V}{2K_{uu}} \frac{6e(t_m + t_p)L^2V}{2E_p(3t_m^2t_p + 6t_mt_p^2 + 4t_p^3) + E_mt_m^3 + 2\frac{e}{\epsilon}E_pdt_p^3}. \quad (29)$$

压电梁的压电应变常数 d 可通过压电应力常数表示 $d = e/E_p$ 。令 $A = E_m/E_p$, $B = 2t_p/t$, 端部位移表达式可以简化为:

$$\delta = C_{\delta V}V$$

$$C_{\delta V} = \frac{3L^2}{t^2} \frac{(B-2)d}{A(B-1)^3 + 3B^2 - 3B - \left(1 + \frac{ed}{4\epsilon}\right)B^3}, \quad (30)$$

其中 $C_{\delta V}$ 称为驱动系数。当压电悬臂梁只由压电材料组成时 $B=1$, 构成一个典型的双压电晶片悬臂梁结构, 此时驱动器的驱动系数为:

$$C_{\delta V} = \frac{3L^2d}{t^2} \left/ \left(1 + \frac{ed}{4\epsilon}\right)\right. \quad (31)$$

4 基于压电梁的力传感器性能分析

压电悬臂梁作为传感器时, 只受到端部力的作用, 上下压电层的内表面电极接地, 外表面电极开路。通过端部力引起悬臂梁的变形导致压电层

外表面电极上电压的变化, 可识别端部力的大小。

此时, 电量 $Q=0$, 端部力引起的电极的输出电压为:

$$V = -C_{VF}F,$$

$$C_{VF} = \frac{K_{i\phi}L^2}{4K_{uu}C_p + 2(K_{i\phi})^2L} = \frac{3Ld}{4bt\epsilon} \frac{(B-2)B}{A(B-1)^3 - (B^3 - 3B^2 + 3B) \left(1 + \frac{ed}{\epsilon}\right)}, \quad (32)$$

式中 C_{VF} 称为传感系数。当压电悬臂梁只由压电材料组成时 $B=1$, 构成一个典型的双压电晶片悬臂梁结构。此时传感系数为:

$$C_{VF} = -\frac{3Ld}{4bt\epsilon} \left/ \left(1 + \frac{ed}{\epsilon}\right)\right. \quad (33)$$

5 数值算例

为了验证前面得到的解析表达式, 在数值算例中将本文推导得到的考虑电势非线性分布的压电梁模型与传统电势线性分布的压电梁模型以及 ANSYS 的数值模拟结果进行对比, 其中 ANSYS 的数值模拟结果作为精确解。压电梁模型中, 基体材料是铝, 上下层压电材料是 PZT G1195N。在 ANSYS 数值模拟中, 压电层的单元选择 8 节点四边形单元 PLANE223, 基体层的单元选择 PLANE183, 整个有限元模型划分成 400×40 个单元。

压电梁的材料属性如下:

(1) 铝: $E=70.3 \text{ GPa}$; $\nu=0.345$; $\rho=2710 \text{ kg/m}^3$;

(2) 压电材料 G1195N: $E=63 \text{ GPa}$; $\nu=0.3$; $d=-254 \text{ e-12 m/V}$; $\epsilon=15 \text{ e-9 F/m}$; $\rho=7600 \text{ kg/m}^3$;

数值算例中, 梁长 $L=400 \text{ mm}$ 和厚度 $t=10 \text{ mm}$ 是常数, 压电层的厚度 t_p 和基体层的厚度 t_m 是变量。通过对不同压电材料占梁厚度的比例(厚度比: $r=2t_p/t$) 计算出的压电梁为驱动器和传感器的输出值进行对比, 验证本文提出的解析模型。

5.1 驱动器静态分析

当压电悬臂梁为驱动器时, 对上下压电层外表面电极施加 10 V 的电压。图 2 给出了压电悬臂梁在电压作用下, 端部位移随着压电层厚度与总体厚度比值变化的结果。从图中可以看出, 随着压电材

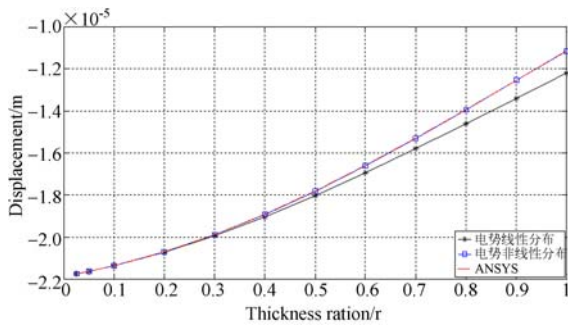


图 2 驱动器: 压电梁在电压为 10 V 作用下不同厚度比(r)对应的端部变形

Fig. 2 Actuator: variation of tip deflection of the piezoelectric beam actuated by 10 V with thickness ratio (r)

料占整体结构比例的增加, 压电梁的端部位移逐渐减小。对比 3 条曲线, 考虑电势非线性分布压电梁模型的计算结果与 ANSYS 计算结果在压电材料所有比例下都很接近, 充分说明电势非线性分布欧拉梁模型能够精确地模拟压电梁为驱动器时产生的弯曲变形。而电势线性分布模型的结果在压电材料占整体结构比例较小时, 与 ANSYS 计算结果接近, 但是随着压电层占整体梁厚度比例的逐渐增加, 电势线性分布模型的端部位移逐渐偏离了实际结果。这是因为在压电材料占主要成分时, 由弯曲变形产生的诱导电势在梁的弯曲过程中改变了结构整体弯曲刚度, 因此未考虑此项的电势线性分布假设不再适用。图 3 给出了电势线性分布模型与电势非线性分布模型输出值在不同厚度比下的误差。压电梁从全是基体材料到全是压电材料的变化过程中, 端部位移的误差是逐渐增加的。当压电梁完全由压电材料

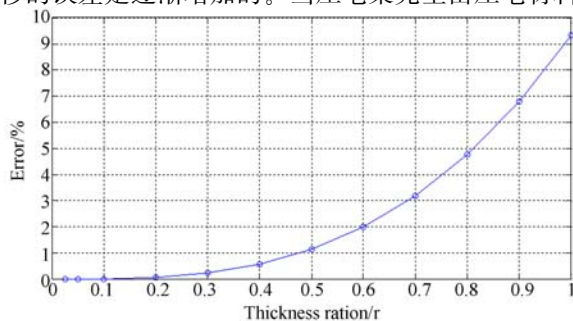


图 3 驱动器: 压电梁在电势线性分布和非线性分布时端部变形在不同厚度比(r)下的误差

Fig. 3 Actuator configuration: variation error of tip deflection between linear potential distribution and nonlinear potential distribution with thickness ratio (r)

构成时, 误差达到最大为 9.3%。因此针对完全由压电材料构成的双压电晶片悬臂梁进行进一步分析。

图 4 给出了双压电晶片悬臂梁在受电场作用时沿轴向长度上的横向变形位移。图中显示沿着轴向位置的增加, 电势线性分布计算的横向变形结果逐渐远离电势非线性分布计算结果以及 ANSYS 模拟结果, 并且在梁的端部相差最大。

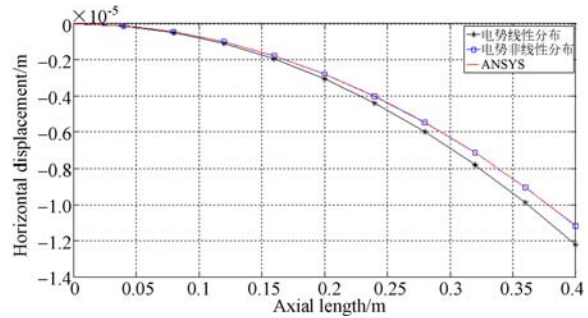


图 4 双压电晶片悬臂梁在电压为 10 V 作用下沿轴向长度的横向变形

Fig. 4 Transverse deflection of bimorph piezoelectric beam actuated by 10 V along the length

5.2 传感器静态分析

当压电梁为传感器时, 受到方向向下大小为 1 000 N 的端部力作用。图 5 为压电层厚度比与输出电压的关系曲线。从图中可以看出, 考虑电势非线性分布压电梁模型计算结果与 ANSYS 计算结果在压电材料所有比例下都很接近, 说明推导的电压解析表达式能够比较精确地计算压电梁作为传感器时的输出电压。电势线性分布结果在压电层厚度较小时与 ANSYS 计算结果接近, 随着压电层厚度与总厚度比值的逐渐增加, 线性分布结果逐渐偏离 ANSYS 数值模拟结果, 说明在压电层较厚时电势线性分布模型不再适用。

图 6 给出了电势线性分布和非线性分布随压电层厚度比增加所产生的误差。压电梁从全部基体材料到全部压电材料的过程中, 输出电压的误差是逐渐增加的。当压电梁完全由压电材料构成时, 误差达到最大 7.3%。对双压电晶片悬臂梁传感器进行进一步分析。

图 7 给出了双压电晶片悬臂梁在受电场作用时 $L/2$ 处横截面的电势分布。在弯曲状态下压电材料中的电势呈二次分布, 电势非线性分布假设能够比较精确地模拟出横截面电势的真实分布状态。

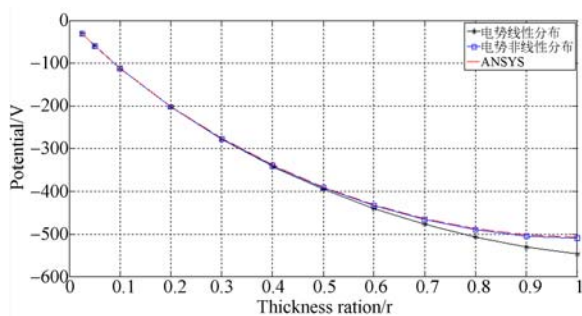


图 5 传感器:压电梁在端部力为 1 000 N 作用下不同厚度比(r)对应的输出电压

Fig. 5 Sensors: variation of potential developed in piezoelectric layer with thickness ratio (r)

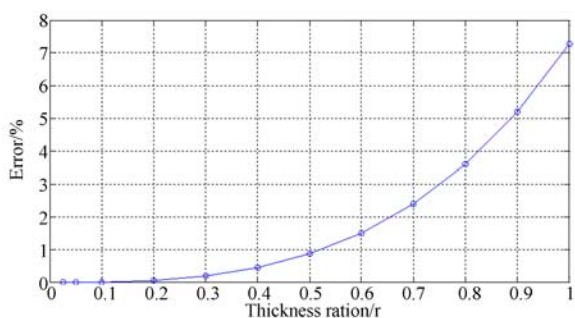


图 6 传感器:压电梁在电势线性分布和非线性分布时输出电压在不同厚度比(r)下的误差

Fig. 6 Sensors configuration: variation error of output voltage between linear potential distribution and nonlinear potential distribution with thickness ratio (r)

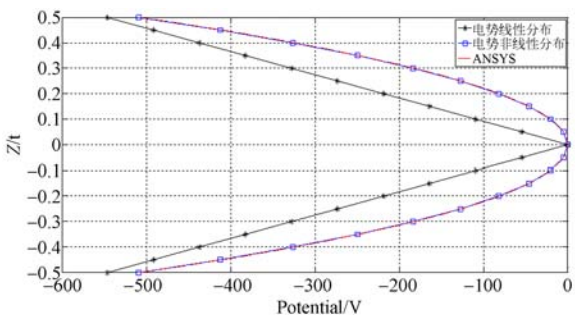


图 7 压电双晶片悬臂梁在 $L/2$ 处横截面电势分布
Fig. 7 Through thickness potential distribution at $L/2$ of the bimorph cantilever beam

5.3 模态分析

对三层压电悬臂梁结构进行模态分析来验证推导的准确性。算例中分别对压电梁施加开路和闭路两种电学边界条件来进行频率的计算。在开路电学边界条件中,压电层内表面的电极接地,外

表面电极自由。在闭路的电学边界条件中,压电层的内表面和外表面电极均接地。

图 8 和图 9 分别给出了闭路和开路条件下的压电梁一阶频率。从图中可以看出电势非线性分布的模型与 ANSYS 计算结果接近,说明推导的表达式能够准确描述压电梁在开路和闭路条件下的一阶频率。电势线性分布模型随着压电材料的增加逐渐偏离准确结果,在全部为压电材料时误差达到最大。

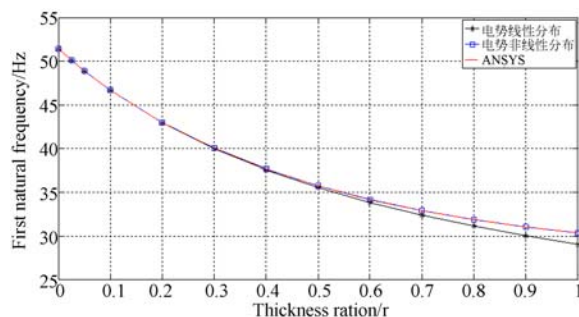


图 8 压电梁在闭环边界条件下不同厚度比(r)的一阶频率

Fig. 8 Variation of first natural frequency of piezoelectric beam with thickness ratio (r) in close circuit electrical boundary

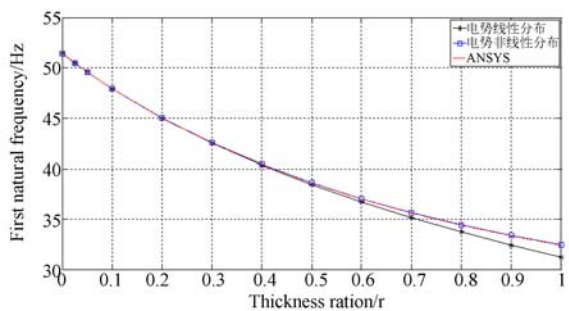


图 9 压电梁在开环边界条件下不同厚度比(r)的一阶频率

Fig. 9 Variation of first natural frequency of piezoelectric beam with thickness ratio (r) in open circuit electrical boundary

表 1 闭路双压电晶片悬臂梁前 5 阶频率

Tab. 1 Natural frequencies of the bimorph piezoelectric cantilever in close electrical boundary condition (Hz)

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
线性分布	29.1	182.2	510	1 000	1 652.3
非线性分布	30.4	190.5	533.2	1 045.1	1 727.6

ANSYS 30.4 189.8 528.8 1 029.1 1 685.8

表 1 和表 2 分别给出了双压电晶片悬臂梁结构在闭路和开路条件下,3 种情况对应的前五阶频率。从表中可以看出,电势非线性分布结果与 ANSYS 结果在基频下一致,随着频率阶数的增加,略大于 ANSYS 结果。

表 2 开路双压电晶片悬臂梁前 5 阶频率

Tab.2 Natural frequencies of the bimorph piezoelectric cantilever in open electrical boundary condition (Hz)

	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
线性分布	31.2	186.7	514.5	1 004.1	1 657
非线性分布	32.5	194.8	537.6	1 049.5	1 732
ANSYS	32.5	194.1	533	1 033.3	1 690

参考文献:

- [1] CRAWLEY E F, DE LUIS J. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures[J]. *AIAA Journal*, 1987, 25(10): 1373-1385.
- [2] ABRAMOVICH H, PLETNER B. Actuation and sensing of piezolaminated sandwich type structures [J]. *Composite Structures*, 1997, 38(1-4): 17-27.
- [3] 阙君武, 唐可洪, 王淑云, 等. 压电悬臂梁发电装置的建模与仿真分析[J]. *光学 精密工程*, 2008, 16(1): 71-75.
KAN J W, TANG K H, WANG SH Y, *et al.*. Modeling and simulation of piezoelectric cantilever generators[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(1): 71-75. (in Chinese)
- [4] ZHANG X D, SUN C T. Formulation of an adaptive sandwich beam [J]. *Smart Materials and Structures*, 1996, 5(6): 814-823.
- [5] 董兴建, 孟光. 压电悬臂梁的动力学建模与主动控制[J]. *振动与冲击*, 2005, 24(6): 54-56, 64.
DONG X J, MENG G. Dynamic modeling and active vibration control of cantilever beam with piezoelectrics[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2005, 24(6): 54-56, 64. (in Chinese)
- [6] GAUDENZI P. Exact higher order solutions for a simple adaptive structure[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1998, 35(26-27): 3595-3610.
- [7] DUTOIT N E, WARDLE B L, KIM S G. Design considerations for MEMS-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters[J]. *Integrated Ferroelectrics*, 2005, 71(1): 121-160.
- [8] ERTURK A, INMAN D J. An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations[J]. *Smart Materials and Structures*, 2009, 18(2): 025009.
- [9] ROUNDY S, WRIGHT P K. A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics [J]. *Smart Materials and Structures*, 2004, 13(5): 1131-1142.
- [10] 贺学锋, 杜志刚, 赵兴强, 等. 悬臂梁式压电振动能量采集器的建模及实验验证[J]. *光学 精密工程*, 2011, 19(8): 1771-1778.
HE X F, DU ZH G, ZHAO X Q, *et al.*. Modeling and experimental verification for cantilevered piezoelectric vibration energy harvester[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(8): 1771-1778. (in Chinese)
- [11] KAPURIA S. An efficient coupled theory for multi-layered beams with embedded piezoelectric sensory and active layers[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(50-51): 9179-9199.
- [12] SZE K Y, YANG X M, FAN H. Electric assumptions for piezoelectric laminate analysis[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2004,

6 结 论

当三层压电悬臂梁在电场作用下发生弯曲变形时,压电材料由于梁的几何形状发生改变,产生诱发电势,进而改变了压电材料的整体电势分布。本文基于欧拉-伯努利梁理论,考虑弯曲变形引起压电材料中电势非线性分布,推导出三层压电梁结构作为驱动器和传感器时位移和电势的解析表达式。在数值算例中,对三层压电梁进行静力和动力分析,分别给出压电结构作为驱动器时的输出端部位移,作为传感器时输出的电压,以及模态分析中的频率。通过改变压电层占总厚度的比例,给出电势线性分布、电势非线性分布以及 ANSYS 模拟的结果对比,验证了本文推导出的解析表达式的准确性。

- 41(9-10): 2363-2382.
- [13] VASQUES C M A, RODRIGUES J D. Coupled three-layered analysis of smart piezoelectric beams with different electric boundary conditions[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, 62(11): 1488-1518.
- [14] SARAVANOS D A, HEYLIGER P R, HOPKINS D A. Layerwise mechanics and finite element for the dynamic analysis of piezoelectric composite plates[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(3): 359-378.
- [15] CHEE C Y K, TONG L Y, STEVEN G P. A mixed model for composite beams with piezoelectric actuators and sensors[J]. *Smart Materials and Structures*, 1999, 8(3): 417-432.
- [16] ROGACHEVA N N. *The Theory of Piezoelectric Shells and Plates*[M]. Boca Raton: CRC Press, 1994.
- [17] KROMMER M, IRSCHIK H. A Reissner-Mindlin-type plate theory including the direct piezoelectric and the pyroelectric effect[J]. *Acta Mechanica*, 2000, 141(1-2): 51-69.
- [18] BENJEDDOU A, TRINDADE M A, OHAYON R. A unified beam finite element model for extension and shear piezoelectric actuation mechanisms[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1997, 8(12): 1012-1025.

作者简介:



刘 骥(1990—),男,四川绵阳人,博士研究生,2011年于大连理工大学获得学士学位,主要从事压电智能结构优化设计的研究。E-mail: liuji112@gmail.com



高仁璟(1964—),女,山东烟台人,博士,教授,博士生导师。2011年于大连理工大学获得博士学位,主要从事电磁超材料、生物传感器、结构健康监测等方面的研究。E-mail: renjing@dlut.edu.cn