

文章编号 1004-924X(2018)02-0511-06

## 非局部均值噪声预测的独立成分分析降噪研究

孙京阳, 喻春雨\*, 董仕佳

(南京邮电大学 光电工程学院, 江苏 南京 210023)

**摘要:**为解决采用独立成分分析算法进行图像降噪需要多个观测信号的问题,提出一种对单张图像冗余信息进行稀疏以生成多个观测信号的方法。该方法首先采用字典压缩算法对原噪声图像稀疏;再采用非局部均值算法对压缩图像的冗余信息进行处理,将处理后的冗余信息生成初次降噪图像;将初次降噪图像和原噪声图像共同作为独立成分分析的多个观测信号。结合非局部均值算法可以避免仅使用字典压缩算法造成的过量稀疏,研究表明当高斯白噪声标准差  $\sigma$  在 20~45 范围时,本文提出的方法比字典稀疏压缩算法和非局部均值算法降噪效果更好,图像降噪后的峰值信噪比是降噪前的 1.4 倍。本文提出的方法在高斯白噪声标准差  $\sigma$  在 20~45 范围时,具有很好的降噪效果。

**关键词:**非局部均值;盲源分离;噪声预测;降噪分析;K-SVD

**中图分类号:**TP391.41 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182602.0511

### Noise reduction of independent component analysis based on NLmeans noise prediction

SUN Jing-yang, YU Chun-yu\*, DONG Shi-jia

(SchOptoelectEngr, Nanjing Univ Posts & Telecommun, Nanjing 210023, China)

\* Corresponding author, E-mail: yucy@njupt.edu.cn

**Abstract:** It is well known that multiple observed signals are required for image denoising with ICA (Independent Component Analysis). In this paper, a method that multiple observations were generated by making the redundant information of a single image sparse was presented. Firstly, made the only one noisy image to be sparse by using the dictionary compression algorithm of K-SVD (Kernel Singular Value Decomposition). Secondly, obtained the first-time denoised image by using the redundant information. Finally, made both the first-time denoised image and original noisy image as the multiple observations for ICA separation. It could be seen that the sparse image obtained by proposed method was more exact than that by using only a dictionary compression algorithm of NLmeans (Non-Local means). The result obtained shows that when the Gauss white noise's standard deviation  $\sigma$  is in the range of 20–45, the proposed method is better than either K-SVD algorithm or NLmeans algorithm, and the denoised image's PSNR (peak signal to noise ratio) is 1.4 times larger than that of the original noisy image.

**Key words:** image denoising; BSS; noise prediction; K-SVD; NLmeans

收稿日期:2017-06-26;修订日期:2017-09-05.

基金项目:江苏省自然科学基金资助项目(No. BK20140876);南京邮电大学科研基金资助项目(No. NY214057, No. NY215086)

## 1 引言

图像噪声是影响图像质量的主要因素,因此噪声分析和降噪研究一直是图像处理的核心工作。通常认为图像中噪声与信号是不相关的,因此可以利用盲源分离(Blind Source Separation, BSS)将信号从噪声中分离出来。独立成分分析算法(Independent Component Analysis, ICA)<sup>[1-2]</sup>是 BSS 的重要算法之一,由 Comon 在二十世纪末提出 ICA 算法理论框架,其基本思想是在源信号及混合机理未知的情况下,根据统计独立原则,通过优化算法将线性混合的信号分解成若干相互独立的成分,即假设获取  $m$  个观测信号,它是由  $n(m \geq n)$  个相互独立的源信号线性组合而成。运用 ICA 需要多个观测信号,因此仅有唯一观测信号会使算法运行受到限制。本研究将对唯一的观测信号通过 K 奇异值算法(Kernel Singular Value Decomposition, K-SVD)<sup>[3]</sup>和非局部均值算法(Non-Local means, NLmeans)<sup>[4-6]</sup>进行处理,生成多个观测信号以满足 ICA 算法的运行条件。首先基于 K-SVD 稀疏含噪声图像得到图像的冗余信息,再对冗余信息进行 NLmeans 处理得到初步降噪图像,与原噪声图像共同作为

ICA 的观测信号。

基于 K-SVD 字典的图像降噪首先构建过完备字典,然后对含噪声图像进行稀疏分解,最后使用稀疏系数矩阵和优化的过完备字典重构图像,得到降噪图像。NL-means 滤波算法属于邻域滤波<sup>[7-8]</sup>,所取的权值是对像素周围整个区域的灰度分布做整体对比,根据灰度分布的相似性<sup>[9-10]</sup>决定权值。

以下称噪声预测算法(Noise Prediction Algorithm, NP),利用 K-SVD 的稀疏性获取图像的冗余信息,再利用 NLmeans 周围区域灰度的相似性得到进一步稀疏的冗余信息,两步的处理使图像信息保留更完整,噪声估计更加准确。

## 2 算法原理

本文提出的“基于非局部均值噪声预测的独立成分分析降噪方法”主要包含 3 个处理步骤。首先基于 K-SVD 对含噪声图像压缩得到图像的冗余信息;然后对噪声图像冗余信息进行 NLmeans 处理,得到最优的初级降噪图像;最后将原图像和初级降噪图像作为观测信息,进行 ICA 处理得到从噪声中分离出来的最终降噪图像。算法流程如图 1 所示。

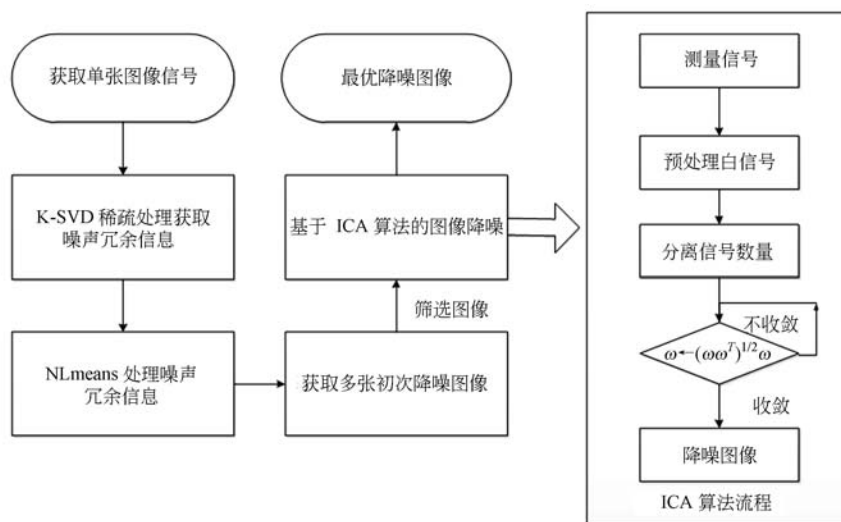


图 1 降噪流程图

Fig. 1 Flow chart of proposed de-noising algorithm

### 2.1 生成初次降噪图像

#### (1) 字典压缩处理

对于噪声矩阵  $Z = X + N$ , 基于 K-SVD 字典学习对图像  $Z$  进行初步降噪, 得到较为干净的估

计图像  $\hat{\mathbf{X}}$ , 其目标函数表示为:

$$\{\hat{\mathbf{D}}, \hat{\alpha}_{ij}, \hat{\mathbf{X}}\} = \arg \min_{\mathbf{D}, \alpha, \mathbf{X}} \lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\|_2^2 + \sum_{i,j} \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0 + \sum_{i,j} \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}\|_2^2, \quad (1)$$

其中:  $\mu$  是差控制因子,  $\mathbf{R}_{ij}$  是取块操作符,  $\alpha_{ij}$  是图像块  $\mathbf{R}_{ij}\mathbf{Z}$  稀疏表示系数;  $\lambda \|\mathbf{X} - \mathbf{Z}\|_2^2$  表示噪声图像  $\mathbf{Z}$  和干净图像  $\mathbf{X}$  的约束,  $\lambda$  是约束因子;  $\sum \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0$  是对稀疏系数的约束;  $\sum \|\mathbf{D}\alpha_{ij} - \mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}\|_2^2$  用于约束图像块  $\mathbf{R}_{ij}\mathbf{X}$  和它的稀疏表示  $\mathbf{D}\alpha_{ij}$ 。求解 3 个未知量  $\hat{\mathbf{D}}$ ,  $\hat{\alpha}_{ij}$  和  $\hat{\mathbf{X}}$  的过程如下:

Step 1: 首先令  $\mathbf{X} = \mathbf{Z}$ , 字典  $\mathbf{D}$  为冗余的 DCT 字典, 利用 OMP 算法求解稀疏系数  $\alpha_{ij}$ ;

Step 2: 根据得到的  $\alpha_{ij}$ , 利用 K-SVD 算法对字典  $\mathbf{D}$  逐列进行更新, 获得更新后的字典  $\hat{\mathbf{D}}$  和稀疏表示系数  $\alpha_{ij}$ , 整个过程进行  $J$  次;

Step 3: 利用更新后的字典  $\hat{\mathbf{D}}$  和稀疏系数  $\alpha_{ij}$ , 根据式(2)得到初步降噪图像  $\hat{\mathbf{X}}$ :

$$\hat{\mathbf{X}} = [\lambda \mathbf{I} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{R}_{ij}]^{-1} [\lambda \mathbf{Z} + \sum_{ij} \mathbf{R}_{ij}^T \mathbf{D} \alpha_{ij}], \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{R}_{ij}^T$  为  $\mathbf{R}_{ij}$  的转置;

Step 4: 求得噪声冗余信息  $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{Z} - \hat{\mathbf{X}}$ 。

对于 K-SVD 算法, 字典算法降噪的优势在于可以获取全部的噪声信息和原图像中一部分细节信息, 这保证了后续过程中对噪声信息处理的完整性, 使噪声图像进行预测有完整的数据对照。其次 K-SVD 算法的步骤中完成了去均值与白化的处理过程, 不仅是对于无关信息的过滤, 与后面独立成分分析算法过程中的预处理相近, 提高了后续算法的速度。

(2) 非局部均值处理相似性噪声估计

对过量冗余信息  $\tilde{\mathbf{u}}$  进行 NLmeans 处理, 其中  $D'$  像素为搜索窗口大小,  $d$  像素为邻域窗口大小。根据邻域间的相似性确定像素的权值, 估计一个相对较小的含噪声信号  $\tilde{\mathbf{u}}'$ ; 通过计算两个邻域窗口间的相似程度, 为  $y$  赋以权值  $\omega(x, y)$ 。

$$\tilde{\mathbf{u}}' = \sum_{y \in I} \omega(x, y) \times \tilde{\mathbf{u}}, \quad (3)$$

其中: 权值  $\omega(x, y)$  表示像素点  $x, y$  间的相似度, 它的值由以  $x, y$  为中心的矩形邻域  $V(x), V(y)$  间的距离  $\|V(x) - V(y)\|_2^2$  决定:

$$\omega(x, y) = \frac{1}{L(x)} \exp\left(-\frac{\|V(x) - V(y)\|_2^2}{h^2}\right), \quad (4)$$

其中:

$$\|V(x) - V(y)\|_2^2 = \frac{1}{d^2} \sum_{z \in d} \|\mathbf{v}(x+z) - \mathbf{v}(y+z)\|_2^2, \quad (5)$$

$$L(x) = \sum_y \exp\left(-\frac{\|V(x) - V(y)\|_2^2}{h^2}\right), \quad (6)$$

其中:  $L(x)$  为归一化系数,  $h$  为平滑参数, 控制高斯函数的衰减程度。 $\tilde{\mathbf{u}}'$  是经过 NLmeans 处理后的噪声冗余信息, 由原图像  $\mathbf{X}'$  和处理后的噪声冗余信息  $\tilde{\mathbf{u}}'$  相减后得到的初次降噪图像。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X}' - \tilde{\mathbf{u}}'. \quad (7)$$

通过上述两种算法进行处理得到初次降噪图片, 选择 NLmeans 算法能够保证搜索窗口范围内的噪声值大致相同, 不会造成大范围噪声预测的不准确, 保证了在窗口范围内进行处理, 使降噪过程具有可靠性, 且处理噪声这种灰度值大致相同的图像较为迅速。

## 2.2 基于独立成分分析的图像降噪

原噪声图像经 K-SVD 和 NLmeans 处理后, 生成一张初次降噪图像  $\tilde{\mathbf{X}}$ , 将此图像和原噪声图像  $\mathbf{X}'$  共同作为观测信号, 进行独立分量分析的盲源分离处理, 以达到将图像信息从噪声中分离出来的目的。其原理依据是: 噪声和信号是相互独立的, 在获取的多张图像中, 图像信号是唯一的、稳定的, 而噪声是随机的、多变的; 每张含噪声图像都是噪声分量和图像信号的线性组合。本文采用 FastICA<sup>[11]</sup> 进行盲源分离, 依据中心极限定理, 利用牛顿不动点迭代算法, 以极大化非高斯性作为目标, 选取独立成分  $m \leftarrow 2$ , 从感知信号  $\tilde{\mathbf{X}}$  中估计出图像目标信号  $\hat{\mathbf{S}}$ 。

## 3 实验结果及分析

图 2 为  $512 \times 512$  的 Barbara 无噪声灰度图, 在本文降噪研究中, 将其作为参考图像评价算法的降噪效果并可利用其加任意程度噪声以生成需要降噪的图像。

在算法运行的 NLmeans 处理过程中, 随着高斯噪声程度变大, 窗口太小会造成处理不全面, 因此当高斯噪声<sup>[12-14]</sup> 标准差增大到 15 时, 设置多参数进行处理。

图 3 所示为在 NLmeans 处理过程中选择不同参数的 4 组数据曲线。图中  $\alpha$  是邻域窗口半



图 2 无噪声 Barbara 图  
Fig. 2 Noisless Barbara image

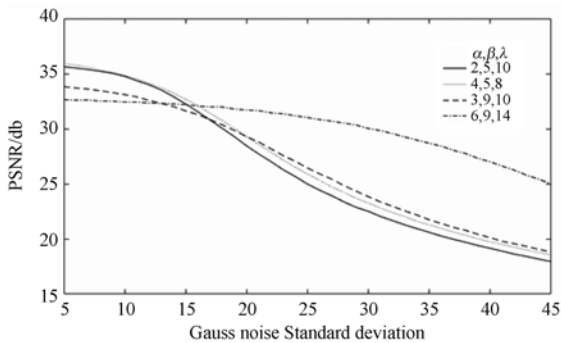


图 3 不同参数比较结果图

Fig. 3 NLmeans Comparison of different parameters

径、 $\beta$ 是搜索窗口半径， $\lambda$ 是高斯函数平滑参数。当高斯平滑参数 $\lambda$ 、邻域窗口 $\alpha$ 较大且 $\sigma > 20$ 时，曲线4虽然会出现很高的PSNR，但是图像出现了大范围的模糊与扭曲，所以采用小邻域窗口 $\alpha$ 和低高斯函数平滑参数 $\lambda$ 。设置筛选过程中邻域窗口 $\alpha$ 与搜索窗口 $\beta$ 差不超过5，高斯平滑参数 $\lambda$ 不超过15。采用布谷鸟算法根据不同邻域窗口选择峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)<sup>[15]</sup>最高的参数进行NP算法冗余信息处理。

图像 $\tilde{u}$ 的噪声部分在邻域窗口内要经过高斯变换，使这些噪声信息和冗余信息得到近似处理，所以原图像减去经过处理的冗余信息时，比K-SVD算法更能保留图像本身的细节信息；由于是邻域内处理，所以不能均匀处理整幅图像的所有像素点。

将NP算法与K-SVD算法、NLmeans算法进行降噪比较。其中K-SVD算法是压缩降噪算法，NLmeans算法是非均值处理算法。比较过程

中，图像分别加标准差 $\sigma = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45$ 的高斯噪声，通过大范围观察，再缩小范围得到最优图像，采用3种方法的降噪效果对比如图4所示。



$\sigma = 20$                        $\sigma = 25$                        $\sigma = 30$

(a) K-SVD 降噪

(a) K-SVD denoising



$\sigma = 20$                        $\sigma = 25$                        $\sigma = 30$

(b) NLmeans 降噪

(b) NLmeansdenoising



$\sigma = 20$                        $\sigma = 25$                        $\sigma = 30$

(c) NP 降噪

(c) NP denoising

图 4 3种算法的高斯噪声标准差降噪图像

Fig. 4 Denoising images of three algorithms

图4(a)是K-SVD算法在 $\sigma = 20, 25, 30$ 3种噪声程度的降噪结果图，图4(b)是NLmeans算法在 $\sigma = 20, 25, 30$ 3种噪声程度的降噪结果图，图4(c)是NP算法在 $\sigma = 20, 25, 30$ 3种噪声程度的降噪结果图。通过三组图比较可以看出，在高斯噪声标准差 $\sigma = 20$ 时，NP算法与其他两种算法的降噪效果相当；在 $\sigma = 25$ 时，NP算法细节信息保留更全、图像亮度保留得更好，而NLmeans算法降噪的图像亮度过高；在 $\sigma = 30$ ，NP算法与K-SVD算法PSNR提升相当。

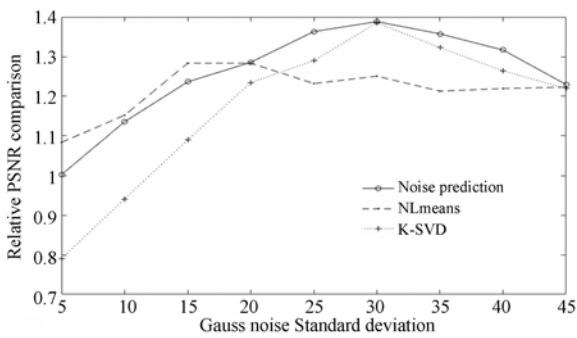


图 5 相对峰值信噪比

Fig. 5 Relative PSNR comparison

为更客观、全面地衡量 NP 算法,图 5 给出 3 种降噪算法随着噪声程度增加所得到的相对 PSNR。图 5 所示为 3 种降噪算法在噪声标准差  $\sigma$  在 5~45 范围内的降噪性能比较。当高斯噪声标准差  $\sigma$  在 5~20 之间时, NP 算法与 NLmeans 算法的 PSNR 提升相近,均优于 K-SVD 算法;当高斯噪声标准差  $\sigma > 20$  时, NLmeans 算法的 PSNR 提升能力明显下降, NP 算法保持提升,且在 3 种算法中处于最优;当  $\sigma$  在 20~30 范围内,本文降噪方法降噪后图像的相对 PSNR 逐渐增大,比 K-SVD 算法提升 PSNR 更明显;当  $\sigma = 30 \sim 45$  范围内, NP 算法比 NLmeans 算法降噪后 PSNR 更好;当  $\sigma > 45$  时,本文降噪方法较为无效,但相比其他两种算法外部轮廓保留完整,图像模糊程度低。



图 6 兴趣区信息熵计算

Fig. 6 Region of Interest's information entropy

为了说明 3 种降噪方法在保留图像细节上的差别,计算降噪后图像上细节丰富区域的信息熵来衡量信息量大小。如图 6 中 Barbara 条纹裤子上选兴趣区(Region of Interest, ROI),计算 ROI 信息熵如表 1 所示。

表 1 不同算法在兴趣区的信息熵

Tab. 1 Information entropy of ROI

噪声标准差	20	25	30
K-SVD	6.867	6.921	7.118
NLmeans	7.231	7.265	7.241
NP 算法	7.196	7.269	7.276

由表 1 为 ROI 中的信息熵对比可知:本文降噪方法比 K-SVD 降噪后图像信息熵大;与 NLmeans 降噪后信息熵基本持平;和 K-SVD 降噪方法一样,本文降噪方法降噪后图像的信息熵随着噪声程度增加而有一定提升。

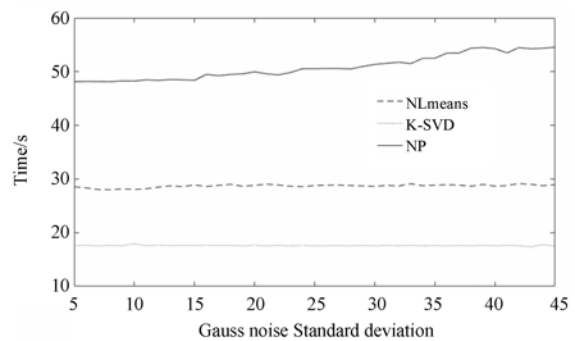


图 7 3 种算法运行时间对比图

Fig. 7 Rrning time of three different algorithms

图 7 为 3 种降噪方法运行时间对比曲线。由时间对比可见:K-SVD 算法运行最快, NLmeans 算法并不快,而 NP 算法运行最慢。因为 NP 算法是多算法结合而成的算法,因此在运行时间上不占优势。但可以通过代码优化或采用 GPU 等先进处理工具得以改善。

## 4 结 论

本文提出一种基于非局部均值噪声预测的盲源分离降噪算法,结合 K-SVD 和 NLmeans 算法,由单独观测矢量生成多个观测矢量,可以解决盲源分离运算的观测矢量不足问题,这对于缺少多观测量进行的信号处理具有理论意义,在经常运用多张图像进行降噪的医学图像处理也具有广泛的应用价值。利用 K-SVD 和 NLmeans 生成的观测矢量,并运用独立成分分析进行盲源分离,可以得到较好的降噪效果。当  $\sigma$  在 20~45 范围

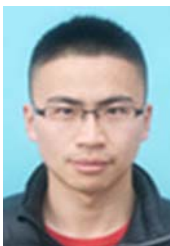
内时, NP 算法对噪声估计的处理细节复杂图像的能力均优于 K-SVD 算法; 本文方法虽然运行

时间较长, 但可以通过代码优化或采用 GPU 等先进处理工具得以改善。

#### 参考文献:

- [1] SOROUCHYARI E. Blind separation of sources, Part III: Stability analysis[J]. *Signal Processing*, 1991, 24(1): 21-29.
- [2] 吴禄慎, 史皓良, 陈华伟. 基于特征信息分类的三维点数据去噪[J]. *光学 精密工程*, 2016, 24(6): 1465-1473.
- WU L SH, SHI H L, CHEN H W. Denoising of three-dimensional point data based on classification of feature information[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(6): 1465-1473. (in Chinese)
- [3] OJA E, HYVÄRINEN A, HOYER P. Image feature extraction and denoising by sparse coding[J]. *Pattern Analysis & Applications*, 1999, 2(2): 104-110.
- [4] VENTURA R M F I, VANDERGHEYNST P, FROSSARD P. Low-rate and flexible image coding with redundant representations[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(3): 726-739.
- [5] 李新春, 于抒平, 王波. 一种改进的非局部均值算法[J]. *计算机工程与应用*, 2016, 52(5): 185-189.
- LI X CH, YU SH P, WANG B. Improved non-local means algorithm[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2016, 52(5): 185-189. (in Chinese)
- [6] BUADES A, COLL B, MOREL J M. Image denoising methods. A new nonlocal principle[J]. *Si-am Review*, 2010, 52(1): 113-147.
- [7] BUADES A, COLL B, MOREL J M. The staircasing effect in neighborhood filters and its solution [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(6): 1499-505.
- [8] DE LA Rosa J I, VILLA-HERNÁNDEZ J, CORTEZ J, et al.. On the comparison of different kernel functionals and neighborhood geometry for nonlocal means filtering[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2017, 77(1): 1205-1235.
- [9] 蔡斌, 刘卫, 郑重, 等. 一种改进的非局部均值去噪算法[J]. *模式识别与人工智能*, 2016, 29(1): 1-10.
- CAI B, LIU W, ZHENG ZH, et al.. An improved Non-Local means denoising algorithm[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2016, 29(1): 1-10. (in Chinese)
- [10] THEPADE S D, GARG R H, GHEWADE S A, et al.. Performance assessment of assorted similarity measures in gray image colorization using LBG vector quantization algorithm[C]. *International Conference on Industrial Instrumentation and Control*, IEEE, 2015: 332-337.
- [11] MALIK R K, SOLANKI K. Fastica based blind source separation for CT imaging under noise conditions[J]. *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, 2012, 5(1): 47-55.
- [12] KULSOOM A, XIAO D, UR REHMAN Y A, et al.. An efficient and noise resistive selective image encryption scheme for gray images based on chaotic maps and DNA complementary rules[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2016, 75(1): 1-23.
- [13] ROBERTS I, KAHN J M, BOERTJES D. Convex channel power optimization in nonlinear WDM systems using Gaussian noise model [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(13): 3212-3222.
- [14] JAKUBISIN D J, BUEHRER R M. Approximate joint MAP detection of Co-channel signals in non-Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(10): 4224-4237.
- [15] UR REHMAN Y A, TARIQ M, SATO T. A novel energy efficient object detection and image transmission approach for wireless multimedia sensor networks[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(15): 5942-5949.

#### 作者简介:



孙京阳(1991—),男,山东淄博人,主要从事 X 射线成像及图像降噪算法研究。E-mail: 15062200529m@sina.cn

#### 导师简介:



喻春雨(1976—),女,辽宁沈阳人,博士,副教授,2006 年于南京理工大学获光学工程博士学位,2006~2008 年在北京大学信息科学技术学院从事博士后工作,2014~2015 年在宾夕法尼亚大学医学院访学,主要从事 X 射线成像新方法研究。E-mail: yucy@njupt.edu.cn

(本栏目编辑:秦 思)