

文章编号 1004-924X(2018)10-2430-08

## 机械臂全工作空间域非参数约束位姿误差估算

杨聚庆<sup>1,2\*</sup>,王大勇<sup>1</sup>,董登峰<sup>2</sup>,程智<sup>2</sup>,劳达宝<sup>2</sup>,周维虎<sup>2</sup>

(1. 北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124;

2. 中国科学院 光电研究院, 北京 100094)

**摘要:**针对机械臂全工作空间域位姿误差估算,提出了非参数化约束的运动学误差综合解算与动态估算方法。基于误差等效微分变量和多关节运动的连杆坐标系误差等效微分变换,构建了机械臂运动学动态非参数化约束的位姿误差模型。将多因素产生末端位姿误差归结为与关节转角变量有关的周期性动态函数变化,实现了机械臂综合误差的动态函数化描述。根据多连杆坐标系关节运动耦合规律,设计了多关节运动空间坐标系位姿在线解耦变换与补偿算法。全工作空间域验证实验中,误差估算值与测量值之间的位置坐标的最大绝对值偏差小于0.01 mm,姿态角的最大绝对值偏差小于0.03°。实验结果表明,该方法可提高机械臂全工作空间域位姿误差估算的精度与可靠性。

**关键词:**位姿误差估算;机械臂标定;非参数约束;全工作空间域

**中图分类号:** TN247; TH72 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20182610.2430

## Estimation of pose errors with non-parametric constraint of manipulator in entire workspace domain

YANG Ju-qing<sup>1,2\*</sup>, WANG Da-yong<sup>1</sup>, DONG Deng-feng<sup>2</sup>,  
CHENG Zhi<sup>2</sup>, LAO Da-bao<sup>2</sup>, ZHOU Wei-hu<sup>2</sup>

(1. College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

\* Corresponding author, E-mail: yangjuqing@aoe.ac.cn

**Abstract:** The methods for obtaining the solutions to kinematics error with nonparametric constraint and dynamic estimation were proposed herein to estimate the position and orientation of a manipulator in the entire workspace domain. The pose error model of dynamic nonparameterized constraint of manipulator was constructed based on the equivalent differential transformation of the link system, which in turn was based on the error equivalent differential variable and multi-joint motion. This study presented a dynamic functional description of the comprehensive error of the manipulator as the periodic dynamic function related to the joint angle variable was changed. Online decoupling transformation and compensation algorithm of a multi-joint motion space coordinate system were designed in accordance with the coupling law of joint motion of multilink coordinate systems. Verification experiments performed in the entire workspace domain reveal that the error estimation and measured values of the

**收稿日期:** 2018-01-15; **修订日期:** 2018-03-30.

**基金项目:** 中国科学院 STS 计划资助项目(No. KFJ-SW-ST5-154); 河南省重点科技攻关项目(No. 162102310365); 河南省高等学校重点科研项目(No. 1913510002)

coordinates between the positions have maximum absolute deviations less than 0.01 mm, while the absolute deviation of the orientation angle is less than  $0.03^\circ$ . The experimental results indicate that this method can improve the accuracy and reliability of error estimation in the entire workspace domain.

**Key words:** pose error estimation; manipulator calibration; non-parametric constraint; entire workspace domain

## 1 引言

现代先进制造业生产过程中,多自由度关节型串联机械臂作为主流工业机器人构型得到了广泛应用。为满足柔性化、智能化生产中高精度复杂加工任务和精密离线编程控制的要求,需要进行机械臂的全工作域位姿(位置和姿态)误差精密估算标定,提高工业机器人所有工作空间域的位姿绝对定位精度<sup>[1-2]</sup>。

机械臂末端位姿精度受到许多因素影响,既有几何学误差因素,如制造精度、安装偏差、轴角偏心与杆件侧向偏离、机构传动误差和磨损误差等;也有非几何学误差因素,如柔性、负载变化、振动、摩擦力和反冲力、温度热变形和控制精度等<sup>[3]</sup>。所有误差因素共同作用产生机械臂末端执行器的加工定位误差。各种误差因素对于末端误差的单独作用通常难以分离和完全消除。大量研究认为,几何学误差形成机械臂运动学实际参数与名义参数之间的数值变化,是产生机械臂末端绝对位姿误差的主要原因<sup>[4-6]</sup>。

运动学离线标定技术是提高机械臂绝对定位精度的常用方法。基于静态的运动学参数约束,通过运动学误差建模、精密测量、运动学参数误差的优化与辨识,可以实现标定工作域位姿误差的参数化估计和预测,较为精确地估算出标定点区域位姿误差。对标定估算出的误差进行相应补偿后,能够显著地提升机械臂的绝对定位精度<sup>[7-10]</sup>。目前,主流的参数化约束估算方法是 D-H 模型参数标定法。

运动学静态参数约束并不能满足机械臂所有工作空间域内误差的最优估计<sup>[11-12]</sup>。尽管运动学参数约束标定方法不断得到改进,多种参数优化估计算法得到应用,识别过程考虑了更多的影响参数,但是在非标定点外的的工作空间域,依然存在不可忽略的残余误差和较大的估计误差,导致机械臂绝对精度的可靠性不高。如果增加标定区

域,则整体标定精度下降。此外,非几何学因素对于位姿误差变化也具有一定影响,采用运动学参数化方法建立的机械臂非几何学误差模型难以在线进行分析和辨识,非几何学误差参数的标定实现过程耗时、繁杂,不适用于现场在线标定。因此,需要采用运动学动态非参数化约束模型进行机械臂位姿误差变化的综合描述和估计,进一步提高机械臂末端的绝对定位精度。研究表明,机械臂运动学参数误差、传动机构误差和结构形变引起的末端位姿误差都可以表示为与关节转角变量有关的周期性函数<sup>[13-15]</sup>。文献[15]将机器人每个笛卡尔坐标方向的位置误差近似为关节转角的多项式函数<sup>[15]</sup>。文献[14]用傅里叶级数来描述包含 5 个误差分量的关节轴偏心误差与关节转角之间的函数关系<sup>[14]</sup>。

基于以上研究,本文针对机械臂运动学标定中存在的问题,提出了一种动态非参数化约束的运动学误差估算标定方法,可在机械臂全工作空间域实现位姿误差的在线估算和预测。根据多连杆机构耦合机理,采用坐标系变换方法对关节位形和关节运动进行分解和解耦,提高了机械臂末端位姿误差等效微分变量的估算精度。同时,对文献[15]中的多项式模型法进行扩展,采用傅里叶级数描述末端位姿误差的等效微分运动变量。对所有关节运动分别进行圆周点位姿误差采样,获取关节角为变量的误差连续函数,在线描述机械臂的实际位姿误差变化。最后进行一系列测试实验,验证了等效微分变换标定方法的有效性。

## 2 非参数化约束位姿误差建模

机械臂运动学模型是机械臂几何形状和运动的数学描述。最常用的模型是最简参数化约束 D-H(Denavit-Hartenberg)模型。关节转角  $\theta$ 、连杆偏置  $d$ 、连杆扭转角  $\alpha$  和连杆长度  $a$  等参数描述了机械臂结构的几何学特性。Hayati 和

Mirmirani 对模型进行改进,引入了围绕  $y$  轴转动的  $\beta$  转角参量,用于解决相邻关节转轴平行或近似平行时出现的奇异性问题。六自由度旋转关节机械臂的 D-H 参数约束构型如图 1 所示。

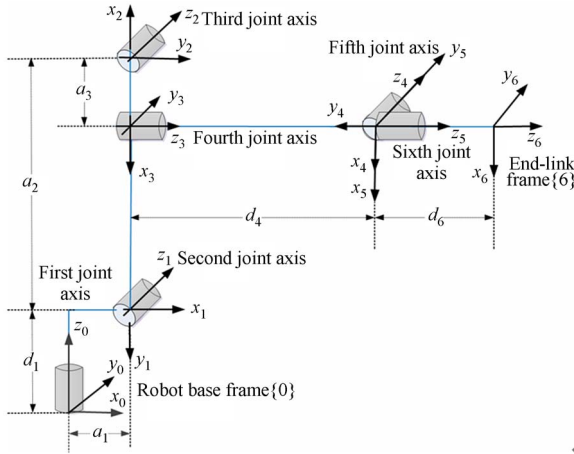


图 1 机械臂 D-H 参数约束构型

Fig. 1 Kinematic D-H model of manipulator

通常,机械臂参数化约束误差模型采用微分方程来描述参数偏差和末端位姿误差的关系,即有:

$$d\mathbf{T}_N^0 \cong \sum_{i=1}^N (\mathbf{T}_{i-1}^0 \cdot d\mathbf{T}_i^{i-1} \cdot \mathbf{T}_N^i) = d\mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_N^1 + \mathbf{T}_1^0 \cdot d\mathbf{T}_2^1 \cdot \mathbf{T}_N^2 + \dots + \mathbf{T}_{N-1}^0 \cdot d\mathbf{T}_N^{N-1} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial \mathbf{T}_N^0}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} d\boldsymbol{\theta}_i + \frac{\partial \mathbf{T}_N^0}{\partial \mathbf{d}_i} d\mathbf{d}_i + \frac{\partial \mathbf{T}_N^0}{\partial \mathbf{a}_i} d\mathbf{a}_i + \frac{\partial \mathbf{T}_N^0}{\partial \boldsymbol{\alpha}_i} d\boldsymbol{\alpha}_i + \frac{\partial \mathbf{T}_N^0}{\partial \boldsymbol{\beta}_i} d\boldsymbol{\beta}_i \right), \quad (1)$$

式中:  $N$  为关节数量或连杆坐标系数量,  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\mathbf{a}$  为运动学参数矢量,  $\mathbf{T}_i^{i-1}$  表示连杆坐标系  $\{i\}$  相对于坐标系  $\{i-1\}$  的位姿或者齐次坐标变换。

在参数化约束误差模型中,位姿或位置误差估算成为一个具有大量冗余观察数据的非线性回归拟合模型的优化估计过程。运动学参数最优值通过优化算法和迭代计算求解。

然而,在实际情况中,机械臂末端位姿误差表现为关节运动函数,随位形配置变化。由于运动学参数的不完整,每一个关节转角位置改变都会对其余的连杆参数产生或多或少的作用,这些参数的变化值随着关节位形的不同而发生变化,并呈现出随机性和周期性等多种特性。即机械臂在不同时间和位形条件下的参数状态是不同的,而且不可能完全准确预知。

基于以上问题,本文提出了一种具有动态非

参数化约束特性,能够描述机械臂全工作空间域综合误差作用的等效微分变换误差模型。

首先,明确定义位姿误差等效微分变量。将机械臂任意连杆坐标系的实际位姿与理论位姿之间的差值表示为等效微分变换形式:

$$d\mathbf{T} = \mathbf{T}_R - \mathbf{T}_d = [\text{Trans}(dx, dy, dz) \cdot \text{Rot}(x, d\alpha) \cdot \text{Rot}(y, d\beta) \cdot \text{Rot}(z, d\gamma) - \mathbf{E}] \cdot \mathbf{T}_d = \Delta\mathbf{T} \cdot \mathbf{T}_d, \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{T}_R$  和  $\mathbf{T}_d$  分别表示坐标系的实际位姿和理论位姿矩阵;  $\text{Trans}(dx, dy, dz)$  表示该坐标系位姿在基坐标系下分别沿  $z, y, x$  轴移动  $dx, dy, dz$  的微分运动;  $\text{Rot}(x, d\alpha), \text{Rot}(y, d\beta), \text{Rot}(z, d\gamma)$  表示相应的坐标系位姿分别绕  $x, y, z$  轴旋转  $d\alpha, d\beta, d\gamma$  的微分运动;  $\mathbf{E}$  是四阶方阵;  $\Delta\mathbf{T}$  定义为该坐标系位姿误差的等效微分变换矩阵。忽略矩阵中的高阶乘积项后,可以近似得出:

$$\Delta\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & d\gamma & d\beta & dx \\ d\gamma & 0 & d\alpha & dy \\ -d\beta & d\alpha & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

注意,这里与传统机械臂微分运动表述的主要不同之处在于:微分运动矢量  $\mathbf{D}(dx, dy, dz, d\alpha, d\beta, d\gamma)^T$  被重新定义为相应连杆坐标系位姿误差的等效微分变量,  $\Delta\mathbf{T}$  定义为该连杆坐标系位姿误差相对于静坐标系的等效微分变换。

将式(2)带入式(1),可得出机械臂各连杆坐标系间的位姿误差等效微分变换关系:

$${}^N\Delta\mathbf{T}_N^0 = (\mathbf{T}_N^0)^{-1} \cdot \sum_{i=1}^N (\mathbf{T}_i^0 \cdot {}^i\Delta\mathbf{T}_i^{i-1} \cdot \mathbf{T}_N^i) = (\mathbf{T}_N^0)^{-1} \cdot (\mathbf{T}_1^0 \cdot {}^1\Delta\mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_N^1 + \mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_2^1 \cdot {}^2\Delta\mathbf{T}_2^1 \cdot \mathbf{T}_N^2 + \dots + \mathbf{T}_{N-1}^0 \cdot \mathbf{T}_N^{N-1} \cdot {}^N\Delta\mathbf{T}_N^{N-1}) = (\mathbf{T}_N^0)^{-1} \cdot {}^1\Delta\mathbf{T}_1^0 \cdot \mathbf{T}_N^1 + (\mathbf{T}_N^0)^{-1} \cdot {}^2\Delta\mathbf{T}_2^1 \cdot \mathbf{T}_N^2 + \dots + (\mathbf{T}_N^0)^{-1} \cdot {}^N\Delta\mathbf{T}_N^{N-1} \cdot \mathbf{T}_N^N, \quad (4)$$

其中  ${}^i\Delta\mathbf{T}_i^{i-1}$  表示连杆坐标系  $\{i\}$  位姿误差相对于动坐标系  $\{i\}$  的等效微分变换。

根据坐标系变换机理,将等效微分变换的参考坐标系全部变换到机械臂末端连杆坐标系,即:

$${}^N\Delta\mathbf{T}_i^{i-1} = (\mathbf{T}_N^i)^{-1} \cdot {}^i\Delta\mathbf{T}_i^{i-1} \cdot \mathbf{T}_N^i. \quad (5)$$

则有:

$${}^N\Delta\mathbf{T}_N^0 = {}^N\Delta\mathbf{T}_1^0 + {}^N\Delta\mathbf{T}_2^1 + \dots + {}^N\Delta\mathbf{T}_i^{i-1} + \dots + {}^N\Delta\mathbf{T}_N^{N-1}. \quad (6)$$

式(6)即为基于误差等效微分变换的机械臂位姿误差模型。这里,每一个关节运动产生的末

端位姿误差都可以分别用相应的连杆坐标系等效微分变换来描述。也就是说,机械臂末端总位姿误差的等效微分变换等于各连杆坐标系在末端坐标系产生的位姿误差等效微分变换之和。

### 3 位姿误差等效微分变换估算方法

基于机械臂误差等效微分变换模型,分别估算出单个关节运动产生的误差等效微分变换,即可得出机械臂末端的总误差。然而,多关节串联型机械臂是一种耦合运动机构,各关节运动存在

$${}^6\Delta\mathbf{T}_{6(0)}^0 = ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^1)^{-1} \cdot {}^1\Delta\mathbf{T}_{1(0)}^0 \cdot \mathbf{T}_{6(0)}^1 + ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^2)^{-1} \cdot {}^2\Delta\mathbf{T}_{2(0)}^1 \cdot \mathbf{T}_{6(0)}^2 + \cdots + ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^i)^{-1} \cdot {}^i\Delta\mathbf{T}_{i(0)}^{i-1} \cdot ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^i) + \cdots + ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^6)^{-1} \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{6(0)}^5 \cdot ({}^6\mathbf{T}_{6(0)}^6) = {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(0)}^0 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{2(0)}^1 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{3(0)}^2 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{4(0)}^3 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{5(0)}^4, \quad (7)$$

式中右侧下标的括号中表示机器人当前对应的位形。

(2)分解目标位形。设  $C_m$  为机械臂任意目标位形,如图 2 所示。对应的关节角配置  $\theta_m = (\theta_{m1}, \theta_{m2}, \theta_{m3}, \theta_{m4}, \theta_{m5}, \theta_{m6})^T$ 。从初始位形对关节

$${}^6\Delta\mathbf{T}_{6(m)}^0 = ({}^6\Delta\mathbf{T}_{1(m)}^0 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(0)}^0) + ({}^6\Delta\mathbf{T}_{2(m)}^1 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{2(0)}^1) + ({}^6\Delta\mathbf{T}_{3(m)}^2 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{3(0)}^2) + ({}^6\Delta\mathbf{T}_{4(m)}^3 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{4(0)}^3) + ({}^6\Delta\mathbf{T}_{5(m)}^4 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{5(0)}^4) + ({}^6\Delta\mathbf{T}_{6(m)}^5 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{6(0)}^5) = {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(m)}^0 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{2(m)}^1 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{3(m)}^2 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{4(m)}^3 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{5(m)}^4 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{6(m)}^5. \quad (8)$$

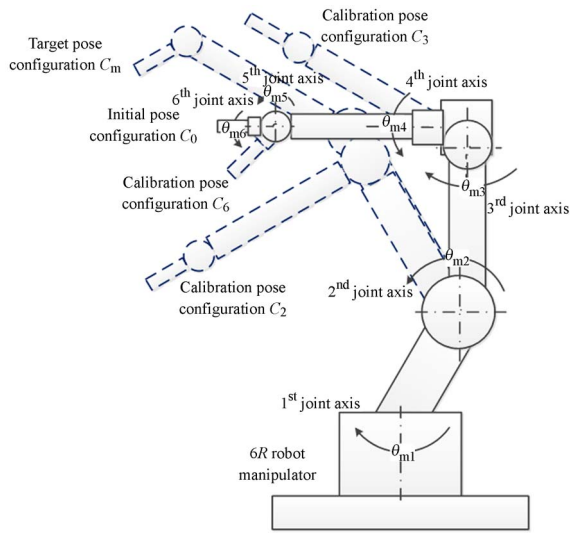


图 2 目标位形与过渡位形分解

Fig. 2 Decomposition of target and transient configurations

(3)引入过渡位形。为了求解等效微分变换的解耦代换表达式,给出目标位形对应的 6 个过

强耦合关系,导致连杆坐标系微分变换相互影响,每一个坐标系的等效微分变换是所有关节角的函数。因此,无法直接获取每个关节运动单独对末端位姿的作用。如果简单拟合关节角与位姿误差的函数关系,估算结果和文献[15]一样,会在非标定位姿引入较大误差。因此,本文提出一种关节运动解耦变换方法如下:

(1)确定初始位形。以 6R 旋转串联关节机械臂为例,定义初始位形  $C_0$  对应的 6 个关节角分别为  $\theta_0 = (\theta_{01}, \theta_{02}, \theta_{03}, \theta_{04}, \theta_{05}, \theta_{06})^T$ , 初始位形  $C_0$  对应的初始位姿误差的等效微分变换表示为:

角依次进行旋转变化后得到目标位形,目标位形可以分解为 6 次单关节单独运动。目标位形  $C_m$  对应的等效微分变换,是在初始位形基础之上所有关节轴运动分别新产生的等效微分变换与初始等效微分变换之和,表示为:

渡位形,依次为  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ , 分别由初始位形依次单独旋转一个关节角后得到,如图 2 所示。相应的 6 个过渡位形关节角配置分别为:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= (\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15}, \theta_{16})^T, \\ \theta_2 &= (\theta_{21}, \theta_{22}, \theta_{23}, \theta_{24}, \theta_{25}, \theta_{26})^T, \\ \theta_3 &= (\theta_{31}, \theta_{32}, \theta_{33}, \theta_{34}, \theta_{35}, \theta_{36})^T, \\ \theta_4 &= (\theta_{41}, \theta_{42}, \theta_{43}, \theta_{44}, \theta_{45}, \theta_{46})^T, \\ \theta_5 &= (\theta_{51}, \theta_{52}, \theta_{53}, \theta_{54}, \theta_{55}, \theta_{56})^T, \\ \theta_6 &= (\theta_{61}, \theta_{62}, \theta_{63}, \theta_{64}, \theta_{65}, \theta_{66})^T. \end{aligned} \quad (9)$$

(4)解耦代换。根据以上公式,推出解耦变换的核心代换式:

$$\left\{ \begin{aligned} {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(m)}^0 &= ({}^6\mathbf{T}_{6(m)}^1)^{-1} \cdot {}^1\Delta\mathbf{T}_{1(m)}^0 \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^1 \\ {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(1)}^0 &= ({}^6\mathbf{T}_{6(1)}^1)^{-1} \cdot {}^1\Delta\mathbf{T}_{1(1)}^0 \cdot \mathbf{T}_{6(1)}^1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(m)}^0 = ({}^6\mathbf{T}_{6(1)}^1)^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(1)}^1 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(1)}^0 \cdot ({}^6\mathbf{T}_{6(1)}^1)^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^1. \quad (10)$$

(5)将式(10)代入式(8),即可得到多关节耦合运动下机械臂末端误差的等效微分变换估算公式:

$${}^6\Delta\mathbf{T}_{6(m)}^0 = (\mathbf{T}_6^1)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(1)}^1 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{1(1)}^0 \cdot (\mathbf{T}_6^1)_{(1)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^1 + (\mathbf{T}_6^2)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(2)}^2 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{2(2)}^1 \cdot (\mathbf{T}_6^2)_{(2)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^2 + (\mathbf{T}_6^3)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(3)}^3 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{3(3)}^2 \cdot (\mathbf{T}_6^3)_{(3)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^3 + (\mathbf{T}_6^4)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(4)}^4 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{4(4)}^3 \cdot (\mathbf{T}_6^4)_{(4)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^4 + (\mathbf{T}_6^5)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(5)}^5 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{5(5)}^4 \cdot (\mathbf{T}_6^5)_{(5)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^5 + (\mathbf{T}_6^6)_{(m)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(6)}^6 \cdot {}^6\Delta\mathbf{T}_{6(6)}^5 \cdot (\mathbf{T}_6^6)_{(6)}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{6(m)}^6 + {}^6\Delta\mathbf{T}_{6(0)}^0. \quad (11)$$

由该算法公式,预先获取每个关节单独运动产生的末端误差等效微分变换,从而估算出全工作空间域任意位形时机械臂末端位姿误差对应的等效微分变换。

关节单独运动产生的末端误差等效微分变换可以在线随机测量获取,最好是结合单关节圆周运动采样进行误差函数化表述,建立机械臂在全工作空间域末端总位姿误差与所有关节角变量之间的函数关系,相应的傅里叶函数解析式如下:

$$\mathbf{D}_i = \left\{ \begin{array}{l} dx_i = K_{xi} + A_{xi} \cdot \cos(C_{xi} \cdot \theta_i) + B_{xi} \cdot \sin(C_{xi} \cdot \theta_i) \\ dy_i = K_{yi} + A_{yi} \cdot \cos(C_{yi} \cdot \theta_i) + B_{yi} \cdot \sin(C_{yi} \cdot \theta_i) \\ dz_i = K_{zi} + A_{zi} \cdot \cos(C_{zi} \cdot \theta_i) + B_{zi} \cdot \sin(C_{zi} \cdot \theta_i) \\ d\alpha_i = K_{\alpha i} + A_{\alpha i} \cdot \cos(C_{\alpha i} \cdot \theta_i) + B_{\alpha i} \cdot \sin(C_{\alpha i} \cdot \theta_i) \\ d\beta_i = K_{\beta i} + A_{\beta i} \cdot \cos(C_{\beta i} \cdot \theta_i) + B_{\beta i} \cdot \sin(C_{\beta i} \cdot \theta_i) \\ d\gamma_i = K_{\gamma i} + A_{\gamma i} \cdot \cos(C_{\gamma i} \cdot \theta_i) + B_{\gamma i} \cdot \sin(C_{\gamma i} \cdot \theta_i) \end{array} \right\}, \quad (12)$$

式中: $dx, dy, dz$ 分别是机器人第*i*关节运动时,*i*连杆坐标系的误差等效微分矢量在参考坐标系*x, y, z*轴方向的移动分量; $d\alpha, d\beta, d\gamma$ 分别为误差等效微分矢量在参考坐标系*x, y, z*轴方向的转动分量; $\theta_i$ 为*i*关节转角; $K_i, A_i, B_i, C_i$ 分别为误差等效微分变量傅里叶级数的一阶系数。

误差等效微分变换表达式的傅里叶级数系数可以采用非线性优化算法求解。优化估计判定准则为:

$$\min S = \sum_{k=1}^m (\mathbf{D}_{fi} - \mathbf{D}_{rik})^T \cdot (\mathbf{D}_{fi} - \mathbf{D}_{rik}), \quad (13)$$

式中: $\mathbf{D}_{rik}$ 是在*C<sub>k</sub>*位型下第*i*关节进行圆周运动,根据测量结果得到的实际位姿误差等效微分运动矢量; $\mathbf{D}_{fi}$ 是由第*i*关节的傅里叶级数表达式,根据关节转角变量计算得出的位姿误差等效微分运动矢量的估计值。傅里叶系数的优化求解可以采用 L-M 非线性优化算法实现。

#### 4 位姿误差估算测试与验证

采用 KUKA KR 16-2 工业机器人作为实验对象,分别进行机械臂全工作空间域误差估算算法验证和机械臂实测与估算目标位姿误差对比实验。

##### 4.1 机械臂全工作空间域误差估算算法验证

KR 16 运动学名义参数值和参照实际测试结果给出的模拟参数误差值见表 1。

表 1 KR16 运动学参数名义值与模拟参数差值

Tab.1 Robot links' parameters and simulated parameters error

	<i>a</i> /mm	$\Delta a$ /mm	$\alpha$ (°)	$\Delta\alpha$ (°)	<i>d</i> /mm	$\Delta d$ /mm	$\theta$ (°)	$\Delta\theta$ (°)
1	260	0.1	90	0.057	675	0.50	0	0.057
2	680	0.1	0	0.057	0	0.01	90	0.057
3	-35	-0.1	90	-0.057	0	0.05	0	0
4	0	0.05	90	-0.057	670	0.50	0	0
5	0	0.05	90	0.057	0	-0.05	180	0
6	0	0.05	0	-0.057	158	0.02	0	0

首先,优化计算出傅里叶级数表达式。接着,对目标点进行误差等效微分变量的傅里叶函数估计求解。在机械臂全部可达工作空间域内任意选取 40 个目标点。将目标位形的关节角配置带入傅里叶级数表达式,分别计算出目标点各个关节误差的等效微分变量估计值。然后,根据多关节

耦合运动误差的等效微分变换估算公式计算目标点总误差。所有算法和程序在 MATLAB software 2015b 环境下进行。为了验证算法的抗干扰性,在测量值中加入了标准差为  $1 \times 10^{-3}$  的随机噪声。

目标点的估计位姿误差与测量位姿误差对比

如图 3 和图 4 所示。可以看出,在等效微分变换标定中,机械臂位姿误差几乎全部得到复现和预测。误差估算值与测量值之间的位置坐标的最大绝对值偏差小于 0.01 mm,姿态角的最大绝对值偏差小于 0.03°。需要特别强调的是,这一数据结果是在全工作空间域内任意目标位形(包括奇异位形)取得的。

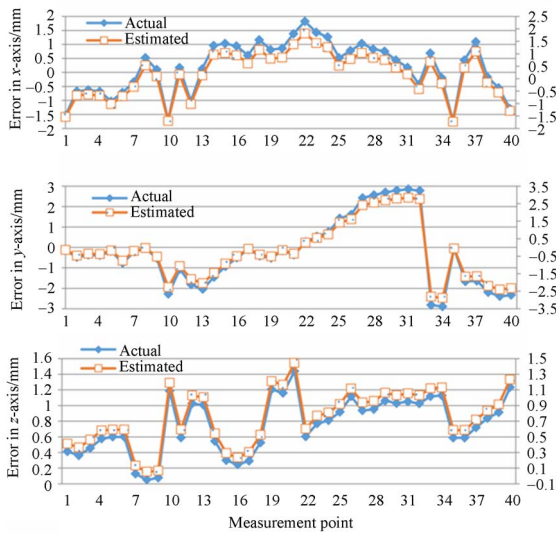


图 3 位置坐标测量仿真与估算

Fig. 3 Comparison of position errors between simulation and estimation

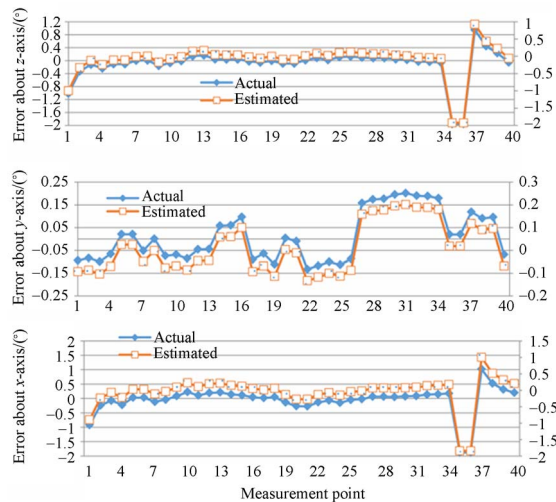


图 4 姿态角测量仿真与估算

Fig. 4 Comparison of orientation errors between simulation and estimation

4.2 目标位姿误差实测与估算对比实验

机械臂位姿测量装置如图 5 所示,选用 Leica

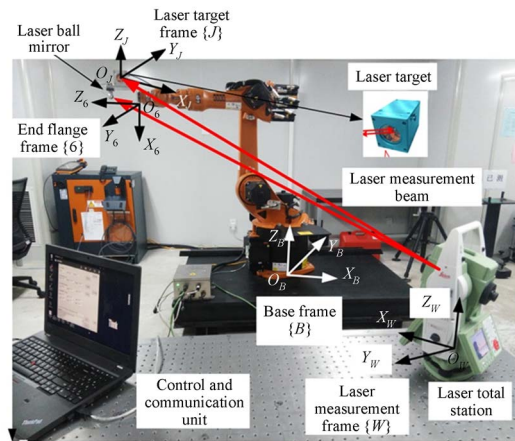


图 5 机械臂位姿测量装置

Fig. 5 Pose measurement devices of manipulator

TS15 型激光自动跟踪全站仪,在机械臂末端分别固接六自由度激光靶标和激光反射靶球作为激光回射测量目标,激光靶标坐标系设为末端工具坐标系,全站仪坐标系为测量参考坐标系<sup>[16]</sup>。激光测量仪器具有精密定位和光电自动跟踪功能<sup>[17-18]</sup>。实验步骤如下:

(1)首先进行机械臂基坐标系与测量坐标系转换。采用 SA(Spatial Analysys)软件与 ST15 建立通信测量环境。采用机械臂旋转平移法进行空间曲线拟合和位置矢量运算,获得靶球坐标。变换关节角进行多点测量,基于罗德里格矩阵处理测量结果,获得基坐标系 {B} 和相对参考坐标系 {W} 的齐次变换矩阵。

(2)进行激光靶标位姿定位。如图 5 所示,ST15 瞄准跟踪激光靶标中心,旋转机器人各轴,测量一组激光靶标位姿  $T_J^W = (X_J \ Y_J \ Z_J \ A_J \ B_J \ C_J)$ ,  $A_J \ B_J \ C_J$  为靶标坐标系相对于参考坐标系的 z-y-x 欧拉角。则末端工具坐标系相对机械臂末端连杆坐标系的位姿变换矩阵为:

$$T_J^0 = T_B^0 \cdot T_W^B \cdot T_J^W. \quad (14)$$

(3)选择 10 组机械臂测量点关节位形,计算出待测工具坐标系的目标位形及相应的过渡位形的理论位姿。分别驱动机械臂各轴至目标与过渡位形关节位置,测量出激光靶标位姿即为机械臂末端工具的实际位姿。计算位姿误差的齐次变换矩阵并变换为位姿误差的等效微分变量。

(4)将初始位形与过渡位形下的误差等效微分变量代入位姿误差估算公式,进行目标位形的位姿误差估算。采用位置坐标和姿态矩阵的偏差范数

比较实测和估算的目标位姿误差,实验结果如图 6 和图 7 所示。由图可以看出,误差实测值与估算值非常接近,实际测试与估算的位置误差范数均方根

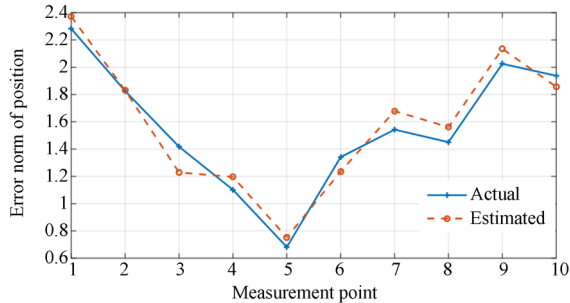


图 6 实测和估算目标位置坐标误差对比

Fig. 6 Comparison of position errors between measurement and estimation

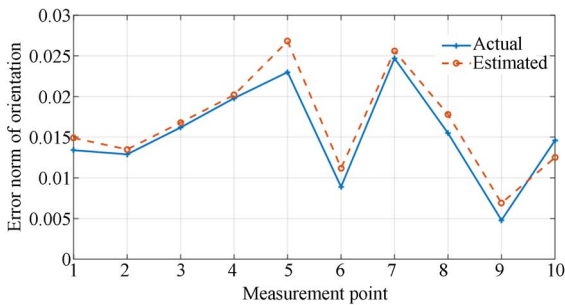


图 7 实测和估算目标姿态旋转矩阵误差对比

Fig. 7 Comparison of orientation errors between measurement and estimation

## 参考文献:

- [1] JING W, TAO P Y, YANG G L, *et al.*. Calibration of industry robots with consideration of loading effects using Product-Of-Exponential (POE) and Gaussian Process (GP)[C]. 2016 *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2016: 4380-4385.
- [2] REINHART G, GRASER R G, KLINGEL R, *et al.*. Qualification of standard industrial robots to cope with sophisticated assembly tasks[J]. *CIRP Annals*, 1998, 47(1): 1-4.
- [3] HEISEL U, RICHTER F, WURST K H. Thermal behaviour of industrial robots and possibilities for error compensation[J]. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 1997, 46(1): 283-286.
- [4] KLIMCHIK A, WU Y, CARO S, *et al.*. Geomet-

ric and elastostatic calibration of robotic manipulator using partial pose measurements[J]. *Adv. Robot.*, 2014, 28(21): 1419-1429.

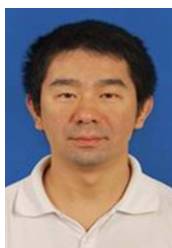
## 5 结 论

本文针对机械臂运动学标定中存在的 workspace 适应性和误差估算可靠性等问题,提出了一种机械臂全工作空间域动态非参数化约束的误差估算标定方法。提出和引入误差等效微分变换的概念,建立了基于机械臂关节运动的等效微分变换误差模型。根据多连杆机构耦合机理,采用坐标系变换方法对关节位形和关节运动进行分解和解耦,导出了多关节耦合运动下的机械臂末端误差等效微分变换估算公式。误差等效微分变换标定作为一种综合性误差特征描述,能够同时包含几何学误差和非几何学误差作用的影响,而无须对机械臂各类位姿误差的来源和机理进行分析建模和单独补偿。同时,相比常规运动学参数标定法,该标定过程简单、耗时少,简化了数据辨识与标定过程。测试结果表明,该方法能够在机械臂全工作空间域实现位置和姿态误差的精确估算,提高了误差标定的工作空间域适应性与误差估算的可靠性,实现了机械臂末端位姿误差的快速综合标定。为提高机械臂的绝对定位精度,进行复杂路径中的轨迹误差预测和高精度离线编程任务提供了可靠保证。

- [5] ZHOU J, KANG H J. A hybrid least-squares genetic algorithm-based algorithm for simultaneous identification of geometric and compliance errors in industrial robots[J]. *Adv. Mech. Eng.*, 2015, 7(6): 168781401559028.
- [6] SAADAT M, SIM R, NAJAFI F. Prediction of geometrical variations in Airbus wingbox assembly[J]. *Assem. Autom.*, 2007, 27(4): 324-332.
- [7] 任永杰, 郝继贵, 杨学友, 等. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. *机械工程学报*, 2007, 43(9): 195-200.
- REN Y J, ZHU J G, YANG X Y, *et al.*. Method of robot calibration based on laser tracker [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43

- (9): 195-200. (in Chinese)
- [8] VEITSCHEGGER W K, WU C H. Robot calibration and compensation[J]. *IEEE J. Robot. Autom.*, 1988, 4(6): 643-656.
- [9] DU G L, ZHANG P. Online serial manipulator calibration based on multisensory process via extended Kalman and particle filters[J]. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 2014, 61(12): 6852-6859.
- [10] 杨守瑞, 尹仕斌, 任永杰, 等. 机器人柔性视觉测量系统标定方法的改进[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(12): 3239-3246.
- YANG SH R, YIN SH B, REN Y J, *et al.*. Improvement of calibration method for robotic flexible visual measurement systems [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(12): 3239-3246. (in Chinese)
- [11] LIU C, CHEAH C C, SLOTINE J J E. Adaptive task-space regulation of rigid-link flexible-joint robots with uncertain kinematics [J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1806-1814.
- [12] LI C, WU Y, LOWE H, *et al.*. POE-based robot kinematic calibration using axis configuration space and the adjoint error model[J]. *IEEE Trans. Robot.*, 2016, 32(5): 1264-1279.
- [13] SLAMANI M, NUBIOLA A, BONEV I A. Modeling and assessment of the backlash error of an industrial robot [J]. *Robotica*, 2012, 30: 1167-1175.
- [14] SANTOLARIA J, CONTE J, PUEO M, *et al.*. Rotation error modeling and identification for robot kinematic calibration by circle point method[J]. *Metrol. Meas. Syst.*, 2014, 21(1): 85-98.
- [15] ALICI G, SHIRINZADEH B. A systematic technique to estimate positioning errors for robot accuracy improvement using laser interferometry based sensing[J]. *Mech. Mach. Theory*, 2005, 40(8): 879-906.
- [16] YANG J Q, WANG D Y, FAN B X, *et al.*. On-line absolute pose compensation and steering control of industrial robot based on six degrees of freedom laser measurement[J]. *Opt. Eng.*, 2017, 56(3): 034111.
- [17] YANG J Q, WANG D Y, ZHOU W H. Precision laser tracking servo control system for moving target position measurement[J]. *Optik*, 2017, 131: 994-1002.
- [18] 刘娇月, 杨聚庆, 董登峰, 等. 激光跟踪仪的光电瞄准与定位系统[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(6): 1558-1564.
- LIU J Y, YANG J Q, DONG D F, *et al.*. Optoelectronic aiming and orientation system of laser tracker[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(6): 1558-1564. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨聚庆(1972—),男,河南南阳人,博士研究生,副教授,1995年于西安工业大学获得学士学位,2007年于华中科技大学获得硕士学位,主要研究方向为机器人控制、激光测量及光电测控技术。E-mail: yangjuqing@aoe.ac.cn