

文章编号 1004-924X(2018)07-1691-07

Bipod 反射镜支撑结构的柔度计算及分析

李钰鹏^{1,2}, 王 智^{1*}, 沙 巍¹, 贺 帅¹, 吴清文¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 为了改善反射镜在环境温度波动情况下的面形精度下降问题, 设计了一种联杆型双轴 Bipod 柔性支撑结构, 并基于柔度理论对它进行了参量优化。首先, 对支撑结构的柔度进行了分析和计算, 推导出柔性支腿以及反射镜组件的柔度理论公式。然后, 以保证反射镜轴向支撑刚度和卸载能力为目的, 计算得到一组针对口径为 200 mm 反射镜的柔性支撑结构尺寸参数。最后, 通过有限元分析和振动试验, 对支撑结构的柔度公式、动态特性、温度适应性进行了分析验证。分析结果显示, 在一定作用力下, 柔性支腿的理论值与有限元分析值的误差在 10% 以内; 振动试验得到组件的一阶频率为 358.5 Hz, 与理论计算值的相对误差为 8.8%; 在 20 °C 温差下, 反射镜面形精度为 7.7 nm(rms)。试验结果验证了理论模型的有效性, 同时说明 Bipod 柔性支撑结构能够降低温度波动对反射镜面形的影响。

关键词: 柔性支撑; Bipod; 反射镜; 面形精度; 柔度

中图分类号: TH 122 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20182607.1691

Flexibility calculation and analysis of Bipod reflector support structure

LI Yu-peng^{1,2}, WANG Zhi^{1*}, SHA Wei¹, HE Shuai¹, WU Qing-wen^{1*}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)
* Corresponding author, E-mail: wz070611@126.com

Abstract: A biaxial bipod flexible support structure was designed based on flexibility analysis parameter optimization to improve the accuracy of a mirror surface subject to ambient temperature fluctuations. First, the flexibility of the mirror support structure was calculated and analyzed, and a flexibility formula for the leg-and-mirror assembly was deduced. Then, to ensure the axial support stiffness and unloading ability of the mirror, a set of flexible support structure size parameters were calculated with a diameter of 200 mm. Finally, the flexibility formula, dynamic characteristics, and temperature adaptability of the support structure were analyzed and verified by finite element analysis and vibration tests. The results show that the error between the theoretical and finite element analysis values is less than 10%, under a certain force. The first-order frequency of the component, obtained by the vibration test, is 358.5 Hz, and the relative error of the theoretical calculation is 8.9%. At a

收稿日期: 2017-10-13; 修订日期: 2017-12-08.

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项 (No. B); 多波段引力波宇宙研究-空间太极计划预研资助项目 (No. XDB23030000)

temperature difference of 20 °C, the value of the mirror surface accuracy is 0.8. The validity of the theoretical model was verified, thus proving that the bipod flexible support structure can reduce the influence of temperature fluctuation on a mirror surface.

Key words: flexure support; Bipod; reflector; surface accuracy; flexibility

1 引言

空间反射镜作为空间光学遥感器重要的组成部分,其面形质量对空间探测的效果有着重要的影响。恶劣的空间环境会导致反射镜面形精度降低,因此能够隔离附加载荷的反射镜支撑技术越来越受到重视。Bipod 柔性支撑结构的主要作用是有效定位反射镜以及卸载应力;同时能够保证反射镜组件具有良好的动态特性,以降低外界环境振动和冲击产生的影响。美国国家航空航天局的 ISIR^[1] 光谱仪、SNAP^[2] 望远镜以及日本的 ASTRO-F^[3] 望远镜均采用 Bipod 柔性结构对反射镜进行支撑。

传统的柔性结构设计往往通过有限元模拟软件对单一参量进行更改,来获取相对合适的取值,求解过程比较繁琐。借助于柔性结构柔度理论进行优化求解,能够降低设计过程中参数取值的盲目性。张丽敏^[4]等人利用伴随变换推导出了由两组直角型柔性铰链组成的 Bipod 柔性铰链的柔度公式,但其精度受柔结厚度的影响较大。张志杰^[5]等人提出了单边导角型柔性铰链柔度的计算公式并对其进行了性能分析。笔者在前述研究的基础上提出了一种新型 bipod 双轴柔性铰链,每条支腿由三组单轴直角型子铰链组成,相邻两个子铰链相互垂直。相对于传统的单轴柔性铰链和球铰链,该铰链能够允许在两个正交方向相对较大的形变量,没有摩擦和间隙^[6],并且保证了足够的轴向刚度和轻量化程度。

本文以新型柔性铰链为研究对象,利用卡式第二定理以及材料力学变形能原理,推导出柔性铰链的柔度公式,并把它应用到 200 mm 口径反射镜支撑结构的参数优化中去。通过仿真分析和振动试验,在证明理论公式正确性的同时表明该支撑结构满足应用指标要求。

2 柔性铰链的柔度计算

图 1,图 2 分别为柔性铰链实物以及支腿结

构参数图。支撑腿等效为梁单元,梁单元坐标系 Z 轴方向沿着支腿的轴向,坐标原点位于梁下端面中心,其柔度矩阵由 3 个尺寸参数 l, t, b 与材料的杨氏模量 E 、剪切模量 G 表示。六维广义力 $Q = [F_x \ F_y \ F_z \ M_x \ M_y \ M_z]$ 作用在端点,相应的会产生 3 个方向的线位移和 3 个方向的转动位移,变形量以 u 表示。



图 1 Bipod 双轴柔性铰链

Fig. 1 Bipod biaxial flexible hinge

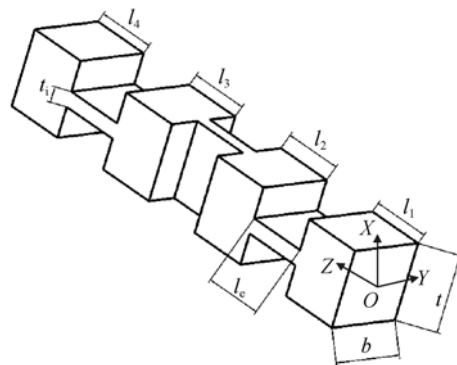


图 2 支腿结构参数图

Fig. 2 Structural parameters of outrigger

反射镜的支撑方式为侧面三点支撑,三组 bipod 呈中心对称,其理论模型如图 3 所示。建立定坐标系 O_B-XYZ 与载荷质心坐标系 O_P-XYZ , $O-XYZ$ 为支腿的局部坐标系。其中定坐标是整个系统的惯性坐标系,动坐标系的初始方向与定坐标系相同。

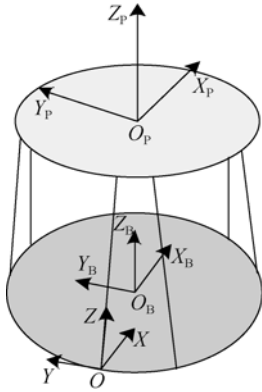


图 3 反射镜组件理论模型

Fig. 3 Theoretical model of mirror assembly

为了保证足够的轴向刚度,柔性铰链的厚度 b 与柔结厚度 t 的差距并不大,因此在分析计算时,需要考虑扭转和剪切对结构的影响。

柔结位移和载荷的关系为^[7]:

$$u = [C]Q. \quad (1)$$

根据卡式第二定理及材料力学变性能原理^[8-9]得到:

$$C(t, b, l) = \begin{bmatrix} \frac{4l^3}{Eb^3t} + \frac{al}{Gbt} & 0 & 0 & 0 & \frac{6l^2}{Eb^3t} & 0 \\ 0 & \frac{4l^3}{Ebt^3} + \frac{al}{Gbt} & 0 & -\frac{6l^2}{Ebt^3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l}{EA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6l^2}{Ebt^3} & 0 & \frac{12l}{Ebt^3} & 0 & 0 \\ \frac{6l^2}{Eb^3t} & 0 & 0 & 0 & \frac{12l}{Eb^3t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l}{Gbt^3 \left(\frac{1}{3} - \frac{21t}{100b} \right)} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

本文提出了伴随变换矩阵:

$$Ad_a = A = \begin{bmatrix} R & 0 \\ \hat{t}R & R \end{bmatrix}, Ad_b = B = \begin{bmatrix} R & \hat{t}R \\ 0 & R \end{bmatrix}$$

式中 A, B 为坐标变换矩阵,与其等效的转动变换矩阵为:

$$R = \begin{bmatrix} cac\beta & cas\beta s\gamma - sac\gamma & cas\beta c\gamma + sas\gamma \\ sac\beta & sas\beta s\gamma + c\beta c\gamma & s\beta s\beta c\gamma - cas\gamma \\ -s\beta & c\beta s\gamma & c\beta c\gamma \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式(5)表示的是原始坐标系在新坐标系中的方向。其中, c 与 s 分别表示“cos”以及“sin”函数; γ, β, α 分别表示坐标变换中绕 x, y, z 旋转的角度。

$$u = \frac{\partial U}{\partial Q}, \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{2} \left[\int_l \frac{\alpha F_x^2}{GA(x)} dx + \int_l \frac{\alpha F_y^2}{GA(x)} dx + \int_l \frac{F_z^2}{EA(x)} dx + \int_l \frac{(M_x + F_y x)^2}{EI_x(x)} dx + \int_l \frac{(M_y + F_x x)^2}{EI_y(x)} dx + \int_l \frac{M_z^2}{GI(x)} dx \right]. \quad (3)$$

其中: α 为剪切形状系数, $A(x)$ 表示截面积, $I_x(x), I_y(x), I(x)$ 为惯性矩和极惯性矩, C 为柔度矩阵,具体数值为:

$$A(x) = bt(x),$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$I(x) = bt^3 \left[\frac{1}{3} - \frac{21t(x)}{100b} \right],$$

$$I_x(x) = \frac{bt(x)^3}{12},$$

$$I_y(x) = \frac{b^3 t(x)}{12},$$

其中 ν 为泊松比。由此得到坐标系下柔度矩阵的表达式为:

移动变换矩阵为:

$$T = \begin{bmatrix} I & 0 \\ \hat{t} & I \end{bmatrix}. \quad (6)$$

其中 $\hat{t} = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix}$, x, y, z 表示的是位移

点在三个方向上的位移。

复杂柔性机构的柔度分析是建立在单元柔性单元柔度矩阵的坐标变换基础之上的。对于串联机构,末端柔度为各个柔性单元在同一坐标系下的柔度之和,即 $C = \sum_i Ad_a^T C_i Ad_a$ 。而对于并联机

构末端刚度为各个支链在同一坐标系下的刚度之和 $\mathbf{K} = \sum_i \mathbf{Ad}_b^T \mathbf{K}_i \mathbf{Ad}^{[10-11]}$ 。

通过上述公式可以推导出单条支腿的柔度矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{side}} = & \mathbf{C}_O(t, b, l_e) + \\ & \mathbf{Ad}_a^T(0, 0, l_e, 0, 0, 0) \mathbf{C}_O(t, b, l_1) \mathbf{Ad}_a(0, 0, l_e, 0, 0, 0) + \\ & \mathbf{Ad}_a^T(0, 0, l_1 + l_e, 0, 0, 0) \mathbf{C}_O(t, b, l_e) \mathbf{Ad}_a(0, 0, l_1 + l_e, 0, 0, 0) + \\ & \mathbf{Ad}_a^T(0, 0, l_1 + 2l_e, 0, 0, 0) \mathbf{C}_O(t, b, l_2) \mathbf{Ad}_a(0, 0, l_1 + 2l_e, 0, 0, 0) + \\ & \mathbf{Ad}_a^T(0, 0, l_1 + 2l_e + l_2, 0, 0, 0) \mathbf{C}_O(t, b, l_e) \mathbf{Ad}_a(0, 0, l_1 + 2l_e + l_2, 0, 0, 0). \end{aligned} \quad (7)$$

设模拟镜半径为 r , 支腿夹角为 θ , 单件 bipod 的柔度为 \mathbf{C}_{leg} , 则:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\text{leg}}^{-1} = \mathbf{K} = & \sum_i \mathbf{Ad}_b^T \mathbf{K}_i \mathbf{Ad} = \mathbf{C}_{\text{side1}}^{-1} + \mathbf{C}_{\text{side2}}^{-1} = \\ & [\mathbf{G}^T(r, (l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, \\ & -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, 0, 0, \theta) \mathbf{C}_{\text{side}} \mathbf{G}(r, (l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, \\ & -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, 0, 0, \theta)]^{-1} + \\ & [\mathbf{G}^T(r, -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, \\ & -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, 0, 0, -\theta) \mathbf{C}_{\text{side}} \mathbf{G}(r, -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, \\ & -(l_1 + 2l_e + l_2 + l_3) \cos \theta, 0, 0, -\theta)]^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

设总柔度为 \mathbf{K} :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} = & \sum_i \mathbf{Ad}_b^T \mathbf{K}_i \mathbf{Ad} = \mathbf{C}_{\text{leg1}}^{-1} + \\ & [\mathbf{G}\left(0, 0, 0, \frac{2\pi}{3}, 0, 0\right) \mathbf{C}_{\text{leg2}}^{-1} \mathbf{G}^T\left(0, 0, 0, \frac{2\pi}{3}, 0, 0\right)] + \\ & [\mathbf{G}\left(0, 0, 0, -\frac{2\pi}{3}, 0, 0\right) \mathbf{C}_{\text{leg3}}^{-1} \mathbf{G}^T\left(0, 0, 0, -\frac{2\pi}{3}, 0, 0\right)]. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\min F(t, b, t_i, l_1, l_2, l_3, l_4, l_e) \begin{cases} a(\text{radius}) = 100 \text{ mm} \\ \theta = 35^\circ \\ 2 \leq t, b \leq 7 \\ 0.5 \leq t_i \leq 2 \\ 2 \leq l_1, l_2, l_3, l_4, l_e \leq 5 \end{cases} . \quad (11)$$

3 基于柔度分析的实例计算

根据已有的柔性铰链数学模型, 通过 Matlab 对它进行参数优化。为了保证有效的支撑刚度以及卸载效果^[12], 在优化过程中, 需要使柔性铰链轴向(Z向)柔度小的同时两个侧向(X、Y向)柔度最大。以沿 X, Y, Z 三个方向的平动柔度为目标函数, 分别表示为 $\max(C_X)$ 、 $\max(C_Y)$ 、 $\min(C_Z)$ 。采用加权求和法与乘除法相结合的方法进行计算, 整合目标函数为:

$$\min \left\{ F(X) = \alpha_1 \frac{C_Z}{C_X} + \alpha_2 \frac{C_Z}{C_Y} \right\}, \quad (10)$$

其中权重因子 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$ 。以 4J36 材料为例, 弹性模量 $E = 141\ 000 \text{ Mp}$ 。根据加工工艺和整体结构尺寸限制, 设置的尺寸约束条件为:

计算得到一组优化结果:

$$t = b = 5 \text{ mm}, t_i = 1 \text{ mm}, l_1 = 3 \text{ mm}, l_2 = l_3 = 4 \text{ mm}, l_4 = 3.5 \text{ mm}, l_e = 4.5 \text{ mm}.$$

通过振动系统特征方程 $|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0$, 计算得到基频为 394 Hz。

4 柔度公式验证

4.1 支腿柔度有限元分析验证

在分析计算时, 施加到 Bipod 柔型结构上的力最后都会以分力的形式作用到单条支腿上, 因此首先对单腿柔度进行验证。根据已有的优化模型, 通过有限元分析软件建立了柔性铰链的有限元模型, 如图 4 所示。

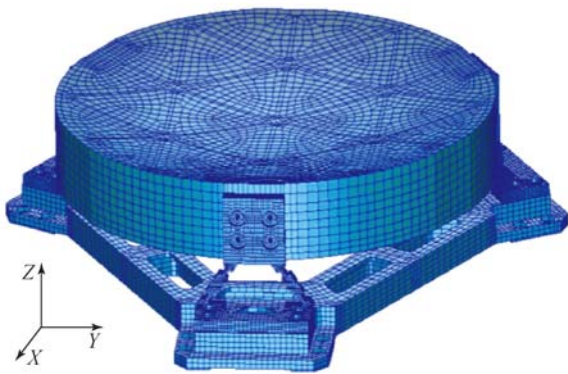
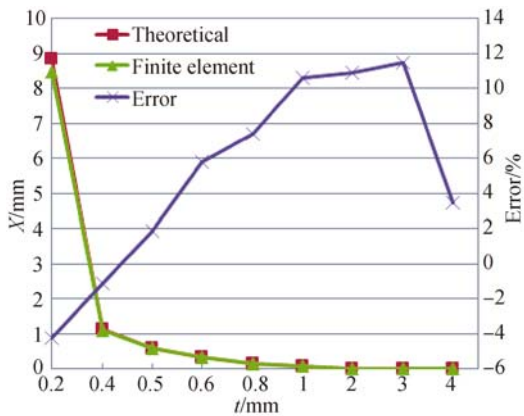


图 4 反射镜组件的有限元模型

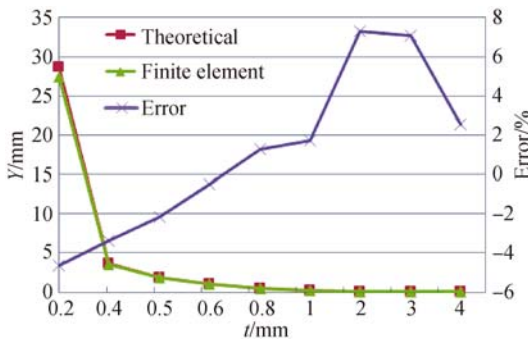
Fig. 4 Finite element model of mirror assembly

在铰链支腿的顶端,对其施加 $F=[10, 10, 10]$ 的力,并通过改变柔结厚度 t 的值,其他尺寸保持不变,由上文柔度公式得到铰链在 3 个方向的变形量。理论计算与有限元分析的结果对比如图 5 所示。



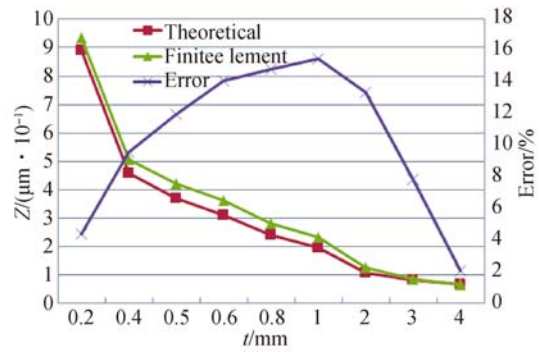
(a) X 方向变形量

(a) Deformation in X direction



(b) Y 方向变形量

(b) Deformation in Y direction



(c) Z 方向变形量

(c) Deformation in Z direction

图 5 有限元分析与理论计算的误差值

Fig. 5 Error values finite element analysis and theoretical calculation

根据计算结果可知 X,Y(侧)向理论计算与有限元分析的误差分别为 9.7%和 7.3%,Z(轴)向最大误差为 15.5%。Z向误差较大的原因主要是由于柔性铰链支腿的轴向刚度大,柔性变形量很小,因此通过柔度分析得到的误差也相对较大。

4.2 组件整体柔度试验验证

为了验证反射镜组件的动力学特性以及理论计算的准确性与合理性,进行了铝合金模拟镜组件的振动测试,如图 6 所示,试验结果如图 7 所示。通过柔度公式计算得到组件的一阶频率,与有限元分析及振动试验结果相比较,从而验证其组件的整体柔度。对比结果如表 1 所示。



图 6 铝合金模拟镜振动测试现场

Fig. 6 Test site map of vibration test of aluminum alloy mirror

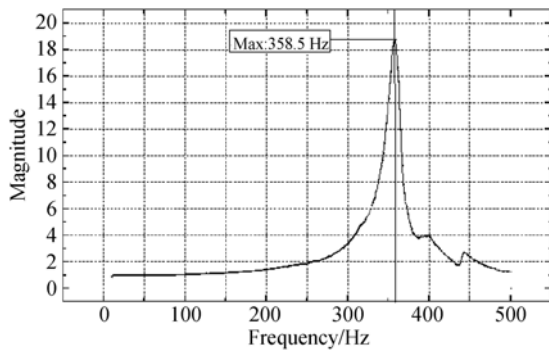


图 7 组件 1g 特征频率扫描振动频响曲线

Fig. 7 Frequency response curve swept at characteristic frequency of 1g

表 1 理论值与有限元及试验对比结果

Tab. 1 Theoretical, finite element and test results

	理论值	有限元分析	试验值
数值/Hz	393	382	358.5
误差/%	—	2.8	8.8

5 应用效果分析

反射镜面形精度决定了最终的系统性能,在受温度等因素的影响下,反射镜发生涨缩会导致面形精度下降^[13],柔性支撑结构通过对应力的卸载,从而减小应力对镜面面形的影响。通过有限元模型,将材料属性设置为空间探测普遍使用的钢支撑和微晶玻璃反射镜,计算得到表 2 不同温差工况下,不同支撑方式所得到的反射镜面形

精度。由表 2 可以发现,Bipod 柔性支撑结构具有良好的温度卸载能力,能够降低温度波动对反射镜面形的影响。

表 2 不同柔性铰链在温度波动下的面形精度

Tab. 2 Surface accuracy of mirror supported with different flexible hinges in temperature fluctuations

支撑类型	刚性支撑		柔性支撑	
	$\Delta 20\text{ }^{\circ}\text{C}$	$\Delta 40\text{ }^{\circ}\text{C}$	$\Delta 20\text{ }^{\circ}\text{C}$	$\Delta 40\text{ }^{\circ}\text{C}$
面形误差/ (rms · nm ⁻¹)	25.3	49.8	7.7	15.9

6 结论

本文以一种联杆型双轴 Bipod 柔性支撑结构为研究对象,对柔性铰链的柔度公式进行了理论推导。基于理论推导公式,针对于 200 mm 口径反射镜进行了实例计算,以保证反射镜支撑刚度以及卸载能力为目的,优化了支撑结构的尺寸参数。最后通过有限元分析和试验分别对支腿以及整体组件的柔度进行了验证,同时分析了反射镜组件的动态刚度与温度适应性。结果表明,理论值与有限元及试验的相对误差在 10% 以内,且支撑结构具有足够的动态刚度;20 °C 温差下,反射镜面形误差的 RMS 值由刚性支撑时的 25.3 nm 下降为柔性支撑时的 7.7 nm,由此说明该柔性铰链能够有效降低温度波动对面形精度的影响。

参考文献:

- [1] HOM C, IRWIN J W, STUBBS D M, *et al.*. Design of bipod flexure mounts for the IRIS spectrometer [J]. SPIE, 2013, 8836 (20): 88360Q-88360Q-9.
- [2] LAMPTON M L, SHOLL M J, KRIM M H, *et al.*. SNAP telescope: an update [C]. *UV/Optical/IR Space Telescopes: Innovative Technologies and Concepts*, 2004:113-123.
- [3] ONAKA T, SALAMA A. AKARI: space infrared cooled telescope [J]. *Experimental Astronomy*, 2009, 27(1-2):9-17.
- [4] 张丽敏,王富国,安其昌,等. Bipod 柔性结构在小型反射镜支撑中的应用[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(2):438-443.
- [5] 张志杰,袁怡宝. 单边导角形柔性铰链的计算与性能分析[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(3):384-389.
- [6] 于靖军,宗光华,毕树生. 全柔性机构与 MEMS [J]. *光学精密工程*, 2001, 9(1):1-5.

ZHANG L M, WANG F G, AN Q CH, *et al.*. Application of Bipod to supporting structure of minitype reflector [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(2):438-443. (in Chinese)

ZHANG ZH J, YUAN Y B. Design calculation and analysis of half corner-filletted flexure hinge [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(3):384-389. (in Chinese)

YU J J, ZONG G H, BI SH SH. Fully compliant mechanisms and MEMS [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2001, 9(1):1-5. (in Chinese)

- [7] LOBONTIU N, GARCIA E. Two-axis flexure hinges with axially-located and symmetric notches [J]. *Computers & Structures*, 2003, 81(13):1329-1341.
- [8] LOBONTIU N. Compliant mechanisms: design of flexure hinges [J]. *Mechanical Engineering*, 2002 (10):93.
- [9] YOUNG W, BUDYNAS R. *Roark's Formulas for Stress and Strain* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.
- [10] 于靖军. 机器人机构学的数学基础[M]. 机械工业出版社, 2008.
YU J J. *The Mathematical Basis of Robot Mechanism* [M]. Beijing: China Machine Press, 2008. (in Chinese)
- [11] 王勖成. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 清华大学出版社, 1997.
- WANG X CH. *The Basic Principles of the Finite Element Method and Numerical Methods* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese)
- [12] 王克军, 宣明, 董吉洪, 等. 空间遥感器反射镜组件结构设计方法[J]. *红外与激光工程*, 2016, 45(11):304-314.
- WANG K J, XUAN M, DONG J H, et al.. Design method of reflector component structure of space remote sensor [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(11):304-314. (in Chinese)
- [13] 李宗轩, 邢利娜, 解鹏. 视频空间相机 $\Phi 330$ mm 口径主镜组件设计[J]. *光子学报*, 2016, 45(7): 12-17.
- LI Z X, XING L N, XIE P. Design of the $\Phi 330$ mm primary mirror assembly of spaceborne video camera [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(7): 12-17. (in Chinese)

作者简介:



李钰鹏(1992—),男,山东青岛人,博士研究生,2011年于青岛科技大学获得学士学位,主要从事光机结构设计方面的研究。E-mail: liyp0525@126.com

导师简介:



王智(1978—),男,山东寿光人,博士,研究员,2003年于长春理工大学获得硕士学位,2006年于中科院长春光机所获得博士学位,主要从事空间引力波探测领域的研究。E-mail: wz070611@126.com