

文章编号 1004-924X(2018)08-1985-09

## 激光测量标定机器人坐标系位姿变换的正交化解算

杨聚庆<sup>1,2\*</sup>, 王大勇<sup>1</sup>, 董登峰<sup>2</sup>, 程 智<sup>2</sup>, 劳达宝<sup>2</sup>, 周维虎<sup>2</sup>

(1. 北京工业大学 应用数理学院, 北京 100124;

2. 中国科学院 光电研究院, 北京 100094)

**摘要:**针对大型装备智能制造中的机器人在线位姿激光跟踪测量与实时引导需求,提出了一种机器人坐标系与激光测量坐标系标定转换和解算方法。设计了基于距离原则的机器人末端光学工具中心点 TCP(Tool Center Point)位置标定算法。通过运用空间点坐标重心化配置算法和基于罗德里格矩阵变换的最小二乘优化算法解算出了具有单位正交性的位姿变换旋转矩阵。进行了机器人坐标系位姿变换激光测量标定和优化对比实验,旋转矩阵初值和正交优化值进行点坐标转换后的综合 RMSE 分别为 0.579 0 mm 和 0.501 5 mm。结果表明该方法能够有效改进姿态旋转矩阵正交性,并提高位姿变换解算精度。

**关键词:**机器人坐标系转换;激光测量;光学工具中心点;重心化配置;正交旋转矩阵

**中图分类号:**TP212.9 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182608.1985

## Laser measurement based evaluation for orthogonal transformation calibration of robot pose

YANG Ju-qing<sup>1,2\*</sup>, WANG Da-yong<sup>1</sup>, DONG Deng-feng<sup>2</sup>,  
CHENG Zhi<sup>2</sup>, LAO Da-bao<sup>2</sup>, ZHOU Wei-hu<sup>2</sup>

(1. College of Applied Sciences, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Academy of Opto-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

\* Corresponding author, E-mail: yangjuqing@aoe.ac.cn

**Abstract:** Aiming at the requirements of online laser tracking measuring and real-time steering for robot position and orientation in the field of large-scale high-end equipment manufacturing, a type of transformation calibration method between the robot base and the laser measurement coordinate system was presented in this paper. The algorithm for positional evaluation of optical TCPs (tool center point) was devised based on the criterion of distance, and the computation of a coordinate system center of gravity configuration based on the theory of rigid body kinematics was applied. Subsequently, the least squares optimization estimation for rotation transformation of robot pose was achieved through a Rodrigues matrix transformation. An orthonormal matrix can be reached, which was the pose transformation for the base frame of the robot with respect to the laser measurement frame. The comparison experiment between initial calibration and optimal estimation of pose transformation was

收稿日期:2018-02-05;修订日期:2018-03-14.

基金项目:中国科学院 STS 计划项目资助(No. KFJ-SW-ST5-154);河南省重点科技攻关项目资助(No. 162102310363);河南省高等学校重点科研项目资助(No. 19B510002)

performed. Results verified the feasibility and effectiveness of the evaluation process, which significantly improved the unitary orthogonality of the rotation matrix, and the position transformation RMSE of a robot corresponding to the laser measurement frame, which can reach 0.579 0 and 0.501 5 mm, respectively.

**Key words:** robots coordinate system transformation; laser measurement; optical tool center point; center of gravity configuration; orthogonal rotation matrix

## 1 引言

在现代化大型装备制造和柔性化先进制造工业中,工业机器人作为自动化智能制造设备被广泛应用。通常,由于其空间绝对定位精度较差,在复杂精密加工作业过程中,机器人末端加工工具精确定位一般采用激光跟踪测量仪器作为外部参考基准进行引导。通过机器人与激光测量坐标系转换标定,可以获得机器人在测量坐标系或者世界坐标系中的精确位姿描述,实现基于激光跟踪测量的机器人工作空间操控定位在线实时修正<sup>[1]</sup>。工业机器人基坐标系一般设置在机器人底座的几何中心位置,是机器人运动学运算和控制的基点。由于其位置的隐蔽性,难以进行直接精确测量。坐标系转换标定的精确性直接影响机器人加工定位精度,其标定过程的快捷简便和解算特性提高,对于机器人离线编程、多机器人协调和机器人误差修正与引导控制等方面都具有重要应用价值<sup>[2-3]</sup>。

目前,机器人基坐标系的常用转换标定方法主要采用激光跟踪测量、三维坐标测量机、关节测量臂以及视觉测量等仪器装置,利用若干点在不同坐标系下的测量坐标值,计算坐标系之间的相互关系,获取坐标系转换参数<sup>[4-8]</sup>。机器人视觉测量系统中常采用结构光技术进行工业现场标定<sup>[9-11]</sup>。激光跟踪测量系统中,文献[12]基于刚体运动理论的坐标系配准方法,根据刚体位置关系在两个坐标系下不变的特征,采用最小二乘法迭代求解出最优变换矩阵。文献[13]提出了一种机器人坐标系与激光跟踪仪坐标系的快速转换方法,通过机器人单轴旋转运动和空间几何运算,获取了坐标系变换参数,但是该方法转换精度较低。通常,由于机器人位姿误差、测量误差以及计算截断误差的存在,坐标系转换中导出的旋转矩阵不

能满足单位矩阵的正交性,对于后续变换计算带来精度影响。文献[14]报道了奇异值分解法计算手眼标定过程中的旋转矩阵,获得了满足单位正交性的旋转矩阵,但未涉及具体转换精度。文献[15]采用四元数作为目标函数优化对象,通过目标函数迭代优化进行了机器人基坐标系转换旋转矩阵的正交性修正。文献[16]应用罗德里格矩阵变换将标定方程转化为三元二次矩阵方程形式,采用最小二乘法和牛顿迭代法进行机器人基坐标系与测量坐标系标定求解,提高了姿态变换矩阵的正交性和精度。上述文献方法中采用的迭代计算过程过于繁琐,对于在线快速标定操作带来较大影响。

本文提出了一种机器人坐标系与激光测量坐标系快速标定转换和解算方法。设计了基于距离原则的机器人末端光学工具中心点(TCP)位置标定算法。采用空间点坐标重心化配置算法和罗德里格矩阵变换,提高了末端定位精度和变换效率,可以快速标定解算出具有单位正交性的机器人位姿变换旋转矩阵。

## 2 激光测量标定姿态变换初值

选取激光跟踪测量仪器作为机器人转换标定测量设备,在机器人末端法兰固定激光反射靶球。激光跟踪仪器坐标系为测量参考坐标系,标定系统测试过程示意如图 1 所示。

选取末端工具坐标系方位与末端法兰坐标系一致,靶球中心作为末端工具坐标系原点。将机器人调整到初始关节位形,进行基坐标系姿态变换初始标定。

采用机器人末端坐标系平移运动法,操控机器人以基坐标系为参考基准分别进行 X-Y-Z 方向平移运动。分别测量相对激光测量坐标系的靶球中心坐标  $P_0, P_1, P_2, P_3$ , 计算各方向平移位移

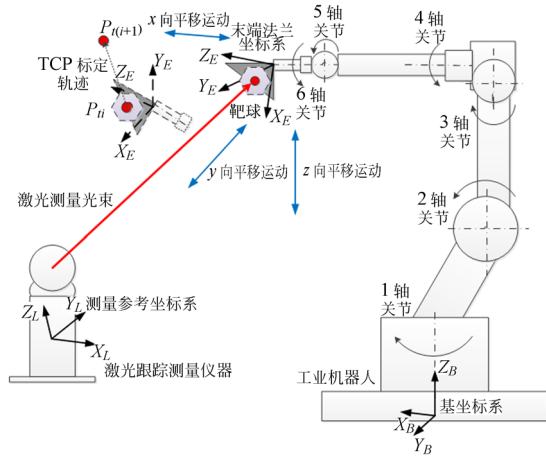


图 1 机器人坐标系转换的旋转矩阵与 TCP 标定示意图

Fig. 1 Schematic diagram of TCP and rotation matrix calibration in robots coordinate system transformation

矢量  $\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_3$ , 则机器人基坐标系在激光测量坐标系下的单位坐标分量分别为:

$$\mathbf{n}_0 = \frac{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1}{|\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1|}; \mathbf{o}_0 = \frac{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_2}{|\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_2|}; \mathbf{\alpha}_0 = \frac{\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_3}{|\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_3|}. \quad (1)$$

旋转矩阵  $[\mathbf{n}_0 \quad \mathbf{o}_0 \quad \mathbf{\alpha}_0]$  即为机器人基坐标系相对于激光测量坐标系姿态变换的初始标定结果,通常该旋转矩阵不能满足单位正交性,需要通过进一步修正获取正交性的旋转矩阵。

### 3 光学 TCP 位置标定解算

要精确获取机器人基坐标系测量转换结果,必须要进行末端 TCP 位置的标定。通常,商业化机器人工具坐标系采用的是接触式的三步对尖标定法。对尖标定法一般选择机器人末端工具上的突出点作为 TCP 点,分别以三种不同的姿态接近工作区域内一个预先放置的固定尖端点。TCP 点坐标值相对于基坐标系的位置始终保持不变,分别测量 3 次对尖时的机器人末端位置和姿态,通过运动学方程即可计算出该机器人末端工具中心点位置。文献设计了一种正交三角标定机构专门用于获取 TCP 位置<sup>[17]</sup>。

在激光测量进行机器人标定和引导时,末端工具设置为光学 TCP,位于激光回射靶球中心点。无法采用对尖等接触法进行标定。文献采用视觉特征图像识别和虚拟对尖点的方法进行了光

学 TCP 点标定,但是其识别和调节过程较为复杂<sup>[18-19]</sup>。文献采用了单轴旋转法结合空间几何分析计算获取了光学 TCP 坐标<sup>[13]</sup>。由于计算选取交汇点单点测量数据,未考虑相应的机器人位置偏差,对 TCP 坐标精度带来影响。

根据任意空间两点在不同坐标系下距离相等的性质,本文采用了基于距离原则的光学 TCP 位置标定算法:

首先,任意选取当前激光靶球测量点为第  $i$  个标定点  $\mathbf{P}_i$ 。如图 1 所示,根据正运动学位姿齐次变换方程,可求解当前末端工具坐标系到基坐标系的变换矩阵为:

$$\mathbf{T}_{T_i}^B = \mathbf{T}_{T_i}^E \cdot \mathbf{T}_T^W, \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{T}_{T_i}^B, \mathbf{T}_{T_i}^E$  分别表示靶球中心点位于  $i$  点时,机器人末端工具坐标系和末端连杆坐标系(法兰坐标系)相对于基坐标系的位姿变换。  $\mathbf{T}_T^W$  为末端工具在末端坐标系上的位姿矩阵。通常末端工具固接于机器人末端,故该矩阵为固定值。

将上式展开为各分量形式,位置分量对应相等,可得:

$$\mathbf{R}_{E_i}^B \cdot {}^E \mathbf{P}_{top} + {}^B \mathbf{P}_{eoi} = {}^B \mathbf{P}_i, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{R}_{E_i}^B$  为机器人末端连杆坐标系相对于基坐标系的旋转矩阵,点位的左上标字母表示点位坐标所在的坐标系,即  ${}^E \mathbf{P}_i, {}^B \mathbf{P}_{eoi}$  分别为基坐标系下靶球在  $i$  点的坐标和末端法兰中心点坐标。改变 TCP 位置和末端坐标系姿态,控制机器人运动至  $i+1$  点,则同理有:

$$\mathbf{R}_{E_{i+1}}^B \cdot {}^E \mathbf{P}_{top} + {}^B \mathbf{P}_{eoi+1} = {}^B \mathbf{P}_{i+1}, \quad (4)$$

两式相减,可得:

$$(\mathbf{R}_{E_{i+1}}^B - \mathbf{R}_{E_i}^B) \cdot {}^E \mathbf{P}_{top} = ({}^B \mathbf{P}_{ij(j+1)} - {}^B \mathbf{P}_i) - ({}^B \mathbf{P}_{eoi+1} - {}^B \mathbf{P}_{eoi}), \quad (5)$$

式中:在各标定点处的末端旋转矩阵  $\mathbf{R}_E^B$  和位置坐  ${}^B \mathbf{P}_{eoi}$  标可以分别由机器人运动学计算或者控制器面板读取转换得出。根据距离原则,  $\mathbf{P}_i$  与  $\mathbf{P}_{i+1}$  间的距离在机器人基坐标系和激光测量坐标系下相等,即:

$$|{}^B \mathbf{P}_{i+1} - {}^B \mathbf{P}_i| = |{}^L \mathbf{P}_{i+1} - {}^L \mathbf{P}_i|. \quad (6)$$

分别计算  $\mathbf{P}_{i+1} \mathbf{P}_i$  在基坐标系上的投影,可以得到  $({}^B \mathbf{P}_{i+1} - {}^B \mathbf{P}_i)$  坐标差值。

$$\begin{cases} ({}^B \mathbf{P}_{i+1} - {}^B \mathbf{P}_i)_x = ({}^L \mathbf{P}_{i+1} - {}^L \mathbf{P}_i) \cdot \mathbf{n}_{0x} \\ ({}^B \mathbf{P}_{i+1} - {}^B \mathbf{P}_i)_y = ({}^L \mathbf{P}_{i+1} - {}^L \mathbf{P}_i) \cdot \mathbf{n}_{0y} \\ ({}^B \mathbf{P}_{i+1} - {}^B \mathbf{P}_i)_z = ({}^L \mathbf{P}_{i+1} - {}^L \mathbf{P}_i) \cdot \mathbf{n}_{0z} \end{cases} \quad (7)$$

由此,可列写方程组:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{E_2}^B - \mathbf{R}_{E_1}^B) \\ (\mathbf{R}_{E_3}^B - \mathbf{R}_{E_2}^B) \\ \vdots \\ (\mathbf{R}_{E_n}^B - \mathbf{R}_{E_{(n-1)}}^B) \end{bmatrix} \cdot {}^E\mathbf{P}_{top} = \begin{bmatrix} ({}^L\mathbf{P}_{e1} - {}^L\mathbf{p}_{e1}) \cdot \mathbf{n}_0 - ({}^B\mathbf{P}_{e02} - {}^B\mathbf{P}_{e01}) \\ ({}^L\mathbf{P}_{e3} - {}^L\mathbf{p}_{e3}) \cdot \mathbf{n}_0 - ({}^B\mathbf{P}_{e03} - {}^B\mathbf{P}_{e02}) \\ \vdots \\ ({}^L\mathbf{P}_{en} - {}^L\mathbf{p}_{en}) \cdot \mathbf{n}_0 - ({}^B\mathbf{P}_{e0n} - {}^B\mathbf{P}_{e0(n-1)}) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

转化为求解  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  形式矩阵方程,  $x$  为点  ${}^E\mathbf{P}_{top}$  的 3 个坐标值,  $\mathbf{b}$  为测量点距离差矩阵。

$$\text{系数矩阵 } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\mathbf{R}_{E_2}^B - \mathbf{R}_{E_1}^B) \\ (\mathbf{R}_{E_3}^B - \mathbf{R}_{E_2}^B) \\ \vdots \\ (\mathbf{R}_{E_n}^B - \mathbf{R}_{E_{(n-1)}}^B) \end{bmatrix} \text{ 为各标定点的}$$

之间的姿态矩阵之差, 注意选择每一个标定点的姿态必须不同。

当  $n$  为 3 以上值时, 公式(8)为不相容方程组, 采用最小二乘法进行广义逆求解, 即:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}. \quad (9)$$

$x$  解算结果可以作为机器人末端光学 TCP 坐标初值代入后续测量和解算过程。

## 4 位姿变换的空间测量配置与优化解算

### 4.1 重心化空间配置

依次选取  $n$  个靶球定标采样点, 根据公式(3)和 TCP 点坐标, 计算机器人基坐标系下的采样点  ${}^B\mathbf{P}_i$  坐标。激光测量坐标系下的相应点为  ${}^L\mathbf{P}_i$ 。

分别在两个坐标系下测出同一组采样点的坐标, 通过采样点将两个坐标系的位姿关联进行坐标系配准。由于在不同坐标系下采样点是相同的, 可将这些采样点的组合作为等效刚体。根据刚体重心坐标不变理论, 采用重心基准方法对各采样点坐标进行重心化空间配置, 等效刚体上各点到重心距离不变, 各点对应距离相等。如图 2 所示。

$${}^B\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} x_{Bg} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{Bti}}{n} \\ y_{Bg} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Bti}}{n} \\ z_{Bg} = \frac{\sum_{i=1}^n z_{Bti}}{n} \end{bmatrix}; {}^L\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} x_{Lg} = \frac{\sum_{i=1}^n x_{Lti}}{n} \\ y_{Lg} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{Lti}}{n} \\ z_{Lg} = \frac{\sum_{i=1}^n z_{Lti}}{n} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

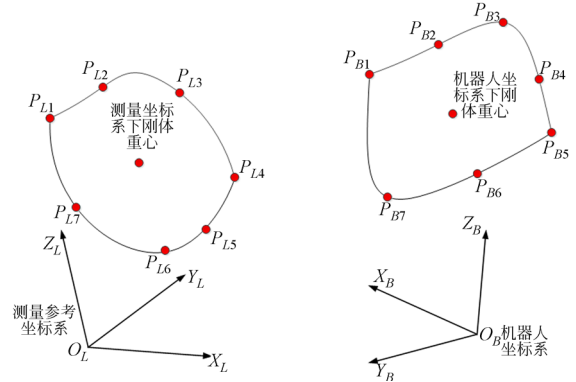


图 2 机器人与测量坐标系下的等效刚体示意图

Fig. 2 Equivalent rigid body with different coordinate frame

其中  ${}^B\mathbf{P}_g$ ,  ${}^L\mathbf{P}_g$  分别为标定采样点在基坐标系和测量坐标系下的等效刚体重心点。根据上式对各采样点坐标进行等效刚体的空间坐标重心化配置。

$${}^E\mathbf{P}_{gti} = {}^B\mathbf{P}_{ti} - {}^E\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} x_{Bti} - x_{Bg} \\ y_{Bti} - y_{Bg} \\ z_{Bti} - z_{Bg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Bgti} \\ y_{Bgti} \\ z_{Bgti} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$${}^L\mathbf{P}_{gti} = {}^L\mathbf{P}_{ti} - {}^L\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} x_{Lti} - x_{Lg} \\ y_{Lti} - y_{Lg} \\ z_{Lti} - z_{Lg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Lgti} \\ y_{Lgti} \\ z_{Lgti} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

其中  ${}^B\mathbf{P}_{gti}$ ,  ${}^L\mathbf{P}_{gti}$  分别为采样点  $i$  在机器人基坐标系和测量坐标系下的等效重心化坐标点。

### 4.2 正交旋转矩阵优化解算

进行重心化空间配置后的采样点构成两个等效刚体。其姿态变换矩阵即为待测的机器人基坐标系  $\{B\}$  与测量坐标系  $\{L\}$  转换中的姿态旋转矩阵  $\mathbf{R}_L^B$ 。

重心化配置后消去了坐标系齐次变换的偏移量关系, 有效减少了机器人定位误差和测量误差影响。其对应旋转变换关系为:

$$\begin{bmatrix} x_{Bgti} \\ y_{Bgti} \\ z_{Bgti} \end{bmatrix} = \mathbf{R}_L^B \cdot \begin{bmatrix} x_{Lgti} \\ y_{Lgti} \\ z_{Lgti} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

建立罗格里德矩阵方程进行变换求解。设立反对称矩阵  $\mathbf{S}$ , 将  $\mathbf{R}_L^B$  表示成罗德里格矩阵方程式:

$$\mathbf{R}_L^B = (\mathbf{E} - \mathbf{S})^{-1} \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{S}), \quad (14)$$

其中:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & -c & -b \\ c & & -a \\ b & a & 0 \end{bmatrix},$$

其中:  $a, b, c$  为罗德里格参数,  $\mathbf{E}$  为三阶单位阵。

则有:

$$(\mathbf{E} - \mathbf{S}) \cdot \begin{bmatrix} x_{Bgti} \\ y_{Bgti} \\ z_{Bgti} \end{bmatrix} = (\mathbf{E} + \mathbf{S}) \cdot \begin{bmatrix} x_{Lgti} \\ y_{Lgti} \\ z_{Lgti} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

将方程组展开,把  $a, b, c$  提取出来,写成向量的形式。整理可得:

$$\begin{bmatrix} 0 & z_{Lgti} + z_{Bgti} & y_{Bgti} + y_{Lgti} \\ z_{Bgti} + z_{Lgti} & 0 & -x_{Bgti} - x_{Lgti} \\ -y_{Bgti} - y_{Lgti} & -x_{Bgti} - x_{Lgti} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{Bgti} + x_{Lgti} \\ -y_{Bgti} + y_{Lgti} \\ -z_{Bgti} + z_{Lgti} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

选用 3 组以上标定采样点坐标代入公式(16)组成超定方程组,应用最小二乘法进行广义逆求解,计算  $a, b, c$  数值。将数值代入罗德里格矩阵和公式(14)后,即可解算出具有单位正交性的机器人姿态变换旋转矩阵为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x \\ n_y & o_y & a_y \\ n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = [\mathbf{n} \quad \mathbf{o} \quad \mathbf{a}]. \quad (17)$$

将旋转矩阵  $\mathbf{R}_B^L$  代入公式(17),求解相对于激光测量坐标系的齐次位姿变换平移分量  $L$ 。

$$\begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Li} \\ y_{Li} \\ z_{Li} \end{bmatrix} - \mathbf{R}_B^L \cdot \begin{bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ z_{Bi} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

## 5 实验与结果

进行机器人基坐标系转换标定实验,实验装置由激光跟踪仪、激光反射靶球和 KUKA 工业机器人 KR16-2 组成,如图 3 所示。

首先进行旋转矩阵变化值初步测定。将激光反射靶球固定在机器人末端,然后操控机器人相对于基坐标系 X-Y-Z 方向进行平移运动,每次运



图 3 实验装置图

Fig. 3 Experimental equipment

动分别从初始关节位形开始。在激光测量坐标系下,记录测量出的靶球中心坐标  $P_0, P_1, P_2, P_3$ 。计算各方向平移位移矢量  $\mathbf{P}_0 \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_0 \mathbf{P}_3$ 。解算机器人基坐标系在激光测量坐标系下的单位坐标分量初值为:

$$\mathbf{n}_0 = [-0.866\ 932\ 142, -0.498\ 397\ 66, -0.005\ 332\ 28]^T,$$

$$\mathbf{o}_0 = [0.498\ 258\ 976, -0.867\ 011\ 314, 0.005\ 419\ 756]^T,$$

$$\mathbf{a}_0 = [-0.003\ 526\ 448, 0.002\ 240\ 514, 0.000\ 001\ 272]^T.$$

接下来,进行光学 TCP 位置标定。在机器人工作空间选择 10 个标定形成 5 段轨迹。考虑机器人自身位姿误差影响,10 个标定尽量分布在较大的工作空间。5 段距离接近,两点之间要求末端姿态不同。注意检查式中右侧末端法兰中心与靶球中心坐标差值。为减小机器人本体运动学误差影响,每段距离间两点应以 1 关节轴对称旋转为主,尽量减少 2、3、4 关节轴的变化。如差值接近可改变关节轴 6 转角,即末端法兰坐标系进行旋转。根据公式标定点测量和计算数据,解算获得机器人末端光学 TCP 坐标初值为:  $[-12.461\ 1, -60.714\ 2, 72.972\ 6]^T$ , 单位为 mm。

最后,进行坐标系转换标定。在机器人初始形位周边依次选取 5 个靶球定标采样点,要求均匀散布。激光跟踪仪进行测量并记录采样点坐标。根据运动学方程和 TCP 坐标初值,计算采样点在机器人基坐标系的坐标值。运用第 3 节中的重心化配置算法和基于罗德里格矩阵变换的最小二乘优化算法解算出机器人坐标系位姿齐次变换矩阵为:

$$\mathbf{T}_B^0 = \begin{bmatrix} -0.866\ 831\ 636, 0.498\ 565\ 472, -0.005\ 948\ 47, 2\ 599.553\ 058 \\ -0.498\ 576\ 612, -0.866\ 845\ 517, 0.000\ 459\ 85, -363.640\ 958\ 9 \\ -0.004\ 927\ 139, 0.003\ 364\ 381, 0.999\ 982\ 202, -747.289\ 710\ 1 \\ 0, 0, 0, 1 \end{bmatrix}$$

对位姿变换的旋转分量  $\mathbf{R}_B^0$  进行逆矩阵左乘, 结果完全满足正交化特性。此外, 可以将坐标系旋转矩阵分量代入 TCP 坐标计算方程组, 进行修正计算, 获取精确 TCP 坐标以便于后续使用。应用新的

TCP 修正坐标再次进行旋转矩阵解算, 可进一步提高坐标系转换精度。对机器人坐标系转换结果进行分析和评价。选择机器人工作空间 30 个点位, 机器人末端光学 TCP 坐标与测量值如表 1 所示。

表 1 机器人末端光学 TCP 坐标与测量值

Tab. 1 Position coordinates of robot end optical TCP and measurement value (mm)

点位	机器人末端光学 TCP 坐标			激光测量值		
	$p_x$	$p_y$	$p_z$	$p_x$	$p_y$	$p_z$
1	1 555.480 6	-889.286 2	579.130 5	1 160.972 6	-60.714 3	1 332.461 1
2	1 409.408 2	-974.814 82	230.512 9	1 331.502 3	-60.714 3	984.660 6
3	1 519.490 5	-1 216.274 0	489.832 3	1 354.365 1	205.330 6	1 242.657 4
4	1 662.254 9	-1 060.978 6	579.979 8	1 153.877 8	141.808 9	1 332.461 1
5	1 562.756 9	-884.145 0	735.722 2	1 151.198 7	-60.714 2	1 489.255 8
6	1 797.577 7	-1211.907 8	580.862 3	1 111.722 9	340.023 3	1 332.461 1
7	1 479.846 5	-701.34 53	578.222 4	1 132.791 9	-261.392 6	1 332.461 1
8	1 956.898 2	-1 336.848 0	581.842 4	1 035.788 9	527.906 2	1 332.461 1
9	1 437.929 5	-503.108 2	577.557 8	1 070.191 9	-454.128 8	1 332.461 1
10	2 135.589 1	-1 432.237 9	582.853 3	928.382 30	699.749 0	1 332.461 1
11	1 431.078 5	-300.440 1	577.035 9	975.074 7	-633.066 4	1 332.461 1
12	2 328.192 2	-1 495.259 0	583.832 5	792.768 6	850.330 3	1 332.461 1
13	1 716.178 7	-1 635.107 4	212.517 4	1 394.419 1	665.659 4	963.438 3
14	2 311.652 7	-1 594.575 6	417.373 4	857.355 4	927.301 7	1 166.020 6
15	2 101.886 4	-1 526.964 8	416.225 0	1 005.354 5	764.335 7	1 166.020 6
16	1 907.487 2	-1 424.135 9	415.218	1 122.806 4	578.145 8	1166.020 6
17	1 733.799 3	-1 289.199 3	414.171 5	1 206.142 4	374.389 2	1166.020 6
18	1 586.076 4	-1 126.018 2	413.081 2	1 252.830 4	159.256 9	1166.020 6
19	2 315.541 6	-1 400.257 3	127.820 5	758.852 8	761.054 6	875.100 1
20	1 423.977 4	-1 298.553 4	74.840 5	1 479.674 6	227.426	828.971 1
21	1 431.046	-300.670 1	576.997 2	975.074 7	-633.066 4	1 332.461 1
22	1 331.739 3	-300.881 6	409.903 8	1 062.092 1	-683.306	1 166.020 6
23	1 329.740 9	-300.727 1	450.130 5	1 063.257 1	-683.978 5	1 206.317 8
24	1 334.957 7	-300.690 6	490.068 3	1 058.344 2	-681.142 1	1 246.236 5
25	1 556.590 1	-891.511 7	589.565	1 160.972 6	-57.628	1 342.814 7
26	1 569.952 8	-880.270 3	657.165 6	1 142.781 3	-60.714 2	1 410.706 9
27	1 558.937	-895.520 9	599.345 8	1 160.972 6	-52.790 8	1 352.475 1
28	1 211.594 7	-792.593 7	217.839 7	1 411.601 7	-317.565 3	973.917 8
29	1 716.178 7	-1 635.107	212.517 4	1 394.419 1	665.659 4	963.438 3
30	1 674.653 6	-1 096.768 5	580.162 9	1 160.957 3	178.547 8	1 332.504 6

将机器人坐标系下的点坐标转换到激光跟踪仪坐标系下。分别利用旋转矩阵初测值和正交优

化解算值对坐标系位姿齐次变换矩阵进行误差检测。转换后的点坐标与激光跟踪仪测量得到的点

坐标进行对比,求出各点的坐标转换值和测量值间的误差分布分别如图 4 和图 5 所示。对比误差分布可以看出,经过坐标系正交优化标定后,所测 30 个位置的定位误差带缩小,各点的定位误差更加均匀,便于后续误差的补偿修正。

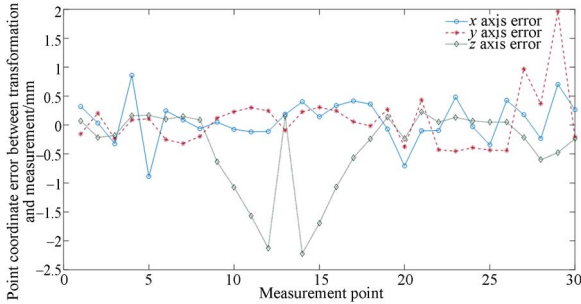


图 4 初始旋转矩阵的采样点坐标转换和测量误差分布  
Fig. 4 Position errors use initial transformation estimation

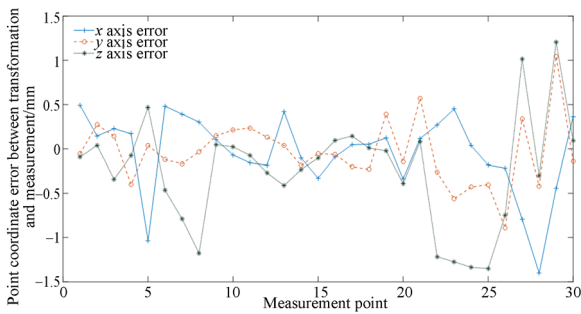


图 5 正交旋转矩阵的采样点坐标转换与测量误差分布  
Fig. 5 Position errors after othogonal estimation

由于工业机器人结构特点,通常情况下机器人的绝对定位精度不高。一般用于空间点位转换精度验证的计算是相对于理想的运动学参数和条件,因此并不能单一的根据转换误差测量结果定义坐标系转换标定精度。本文中仅对转换误差结果给予相对精度评价。不同变换矩阵下 30 组空间坐标点转换的点位均方根误差(RMSE)分别如图 6 所示。旋转矩阵初值和正交优化值进行点坐标转换后的综合 RMSE 分别为 0.579 0 mm 和 0.501 5 mm,说明优化解算方法实现了转换精度的进一步提高。同时,在机器人直线运动特性和精度较好的情况下,基于旋转矩阵初值的坐标系

转换运算也具有满意的精度。

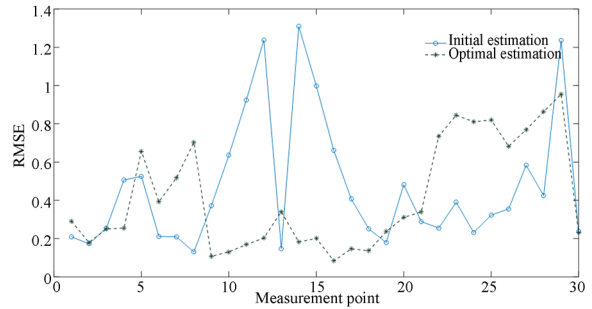


图 6 采样点位转换均方根误差对比  
Fig. 6 Comparison of position RMSE between initial and optimal estimation of pose transformation

## 6 结 论

本文提出的机器人坐标系快速标定转换和解算方法,以激光跟踪测量坐标系作为外部参考坐标系,激光反射靶球组成机器人末端光学 TCP。通过机器人末端直线运动进行坐标系旋转矩阵初值测定。基于距离原则提出了一种适用于光学 TCP 的机器人工具位置标定算法。该方法避开了常规对尖瞄准过程的繁琐操控,降低了相应的测量不确定度影响。可以较为精确地测定靶球中心点,即机器人末端光学 TCP 相对于基坐标系的坐标位置。基于运动学方程和 TCP 坐标值,通过运用空间点坐标重心化配置算法和基于罗德里格矩阵变换的最小二乘优化算法,采用等效刚体重心基准方法对各采样点坐标进行重心化空间配置,最终解算出了坐标系转换的齐次变换矩阵。作为一种平差计算方法,本文基于罗德里格变换矩阵实现了快速精确的坐标系变换方程求解,避免了旋转参数的线性化,计算过程简单快捷。实验结果表明,该方法在显著提高位姿变换旋转矩阵正交性的同时,具有较高的坐标转换精度和转换效率。整个标定转换流程简单,便于现场操作,算法无迭代过程,计算耗时少,精度可靠性高,可广泛应用于机器人的光学工具坐标系快速精确标定和在线误差修正。

### 参考文献:

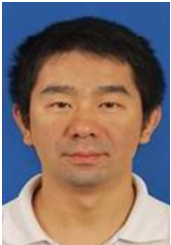
[1] GAO X, YUN C, JIN H, et al. . Calibration Meth-

od of Robot Base Frame Using Procrustes Analysis [C]. 2016 Asia-Pacific Conference on Intelligent Robot Systems, 2016: 16-20.

- [2] GUO Y, YIN S B, REN Y J, *et al.*. A multilevel calibration technique for an industrial robot with parallelogram mechanism[J]. *Precision Engineering-Journal Of the International Societies for Precision Engineering And Nanotechnology*, 2015, 40: 261-272.
- [3] GAN Y, DAI X. Base frame calibration for coordinated industrial robots[J]. *Robotics And Autonomous Systems*, 2011, 59(7-8): 563-570.
- [4] WU L, REN H. Finding the Kinematic Base Frame of a Robot by Hand-Eye Calibration Using 3D Position Data[J]. *Ieee Transactions on Automation Science And Engineering*, 2017, 14(1): 314-324.
- [5] YANG J Q, WANG D Y, FAN B X, *et al.*. Online absolute pose compensation and steering control of industrial robot based on six degrees of freedom laser measurement[J]. *Optical Engineering*, 2017, 56(3): 9.
- [6] YIN S B, REN Y J, GUO Y, *et al.*. Development and calibration of an integrated 3D scanning system for high-accuracy large-scale metrology[J]. *Measurement*, 2014, 54: 65-76.
- [7] 任永杰, 郝继贵, 杨学友, 等. 利用激光跟踪仪对机器人进行标定的方法[J]. *机械工程学报*, 2007, (09): 195-200.  
REN Y J, ZHU J G, YUE Y Y, *et al.*. Method of Robot Calibration Based on Laser Tracker[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(9): 195-200. (in Chinese)
- [8] 杨守瑞, 尹仕斌, 任永杰, 等. 机器人柔性视觉测量系统标定方法的改进[J]. *光学 精密工程*, 2014, (12): 3239-3246.  
YANG S, YIN S, REN Y, *et al.*. Improvement of calibration method for robotic flexible visual measurement systems[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(12): 3239-3246. (in Chinese)
- [9] 贾鹏霄, 汪沛, 周越, 等. 一种基于直线基元的手眼系统结构光标定方法[J]. *光子学报*, 2018, (01): 194-201.  
JIA P X, WANG P, ZHOU Y, LI X W. Calibration Method of Structured Light for Hand-eye System Based on Stripe Line as Primitive Element[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(1): 0112003. (in Chinese)
- [10] 霍炬, 李云辉, 杨明. 激光投影成像式运动目标姿态测量与误差分析[J]. *光子学报*, 2017, (09): 127-137.  
HUO J, LI Y H, YANG M. Measurement and Error Analysis of Moving Target Pose Based on Laser Projection Imaging[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2017, 46(9): 0912001. (in Chinese)
- [11] 张旭, 周涛. 平顶线结构光的中心检测算法及光刀平面标定[J]. *光子学报*, 2017, (05): 57-65.  
ZHANG X, ZHOU T. Center Detection Algorithm and Knife Plane Calibration of Flat Top Line Structured Light [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2017, 46(5): 0512001. (in Chinese)
- [12] 耿娜, 郝继贵, 劳达宝, 等. 基于刚体运动学的坐标系配准理论及算法[J]. *传感技术学报*, 2010, 23(08): 1088-1092.  
GENG N, ZHU J, LAO D, *et al.*. Theory and Algorithm of Coordinate System Registration Based on Rigid Body Kinematics[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2010, 23(8): 1088-1092. (in Chinese)
- [13] 张博, 魏振忠, 张广军. 机器人坐标系与激光跟踪仪坐标系的快速转换方法[J]. *仪器仪表学报*, 2010, 31(09): 1986-1990.  
ZHANG B, WEI Z, ZHANG G. Rapid coordinate transformation between a robot and a laser tracker [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2010, 31(9): 1986-1990. (in Chinese)
- [14] SCHWEIKARD A. Non-orthogonal tool/flange and robot/world calibration (vol 8, pg 407, 2012)[J]. *International Journal Of Medical Robotics And Computer Assisted Surgery*, 2017, 13(4).
- [15] WANG W, LIU F, YUN C. Calibration method of robot base frame using unit quaternion form [J]. *Precision Engineering-Journal of the International Societies for Precision Engineering And Nanotechnology*, 2015, 41: 47-54.
- [16] 范明争, 韩先国. 基于标定及补偿提高串联机器人定位精度方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2017, 43(01): 176-183.  
FAN M, HAN X. Precision improvement method

- for serial robot localization based on a new calibration and compensation strategy[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2017, 43(1): 176-183. (in Chinese)
- [17] GAUDREAU M, JOUBAIR A, BONEV I A. Local and Closed-Loop Calibration of an Industrial Serial Robot using a New Low-Cost 3D Measuring Device[C]. 2016 *Ieee International Conference on Robotics And Automation*, 2016: 4312-4319.
- [18] LIU B L, ZHANG F M, QU X H, *et al.*. A Rapid Coordinate Transformation Method Applied in Industrial Robot Calibration Based on Characteristic Line Coincidence[J]. *Sensors*, 2016, 16(2):16.
- [19] 刘常杰, 班荣兴, 郭寅, 等. 基于双目视觉机器人 TCP 校准方法研究[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(06): 1912-1917.
- LIU C, BAN R, GUO Y, *et al.*. Calibration method of TCP based on stereo vision robot[J]. *Infrared and Laser engineering*, 2015, 44(6): 1912-1917. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨聚庆(1972—),男,河南南阳人,博士研究生,副教授,1995年于西安工业大学获得学士学位,2007年于华中科技大学获得硕士学位,主要研究方向:机器人控制,激光测量及光电测控技术。E-mail: yangjuqing@aoe.ac.cn