

文章编号 1004-924X(2018)11-2744-10

压电执行器动态迟滞建模与 LQG 最优控制器设计

张 泉^{1,2,3*}, 尹达^{-1,2,3}, 张茜丹^{1,2,3}

(1. 中国科学院 红外探测与成像技术重点实验室, 上海 200083;

2. 中国科学院大学, 北京 100039;

3. 中国科学院 上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘要:为提高空间天文望远镜稳像系统中压电快摆镜(Fast Steering Mirror, FSM)的动态性能,对压电执行器(Piezoelectric Actuator, PZT)动态迟滞补偿和控制进行研究。鉴于基于广义 Play 算子 Prandtl-Ishlinskii(PI)模型的求逆复杂性和迟滞曲线的非对称性,构造一种基于广义 Stop 算子 PI 逆模型来补偿压电执行器迟滞非线性。采用 Hammerstein 模型对压电执行器动态迟滞特性进行建模,以广义 PI 模型和自回归遍历模型(Auto-regressive Exogenous Model, ARX)分别表征 Hammerstein 迟滞模型中的静态非线性和率相关性,并针对迟滞率相关模型不确定性问题,提出一种前馈补偿和线性二次型 Gauss 最优控制算法(Linear Quadratic Gaussian, LQG)相结合的复合控制策略。利用自适应差分进化算法(Adaptive Differential Evolution algorithm, ADE)辨识和整定模型及控制器参数。实验结果表明:该动态迟滞模型能够有效描述 1~100 Hz 频率范围内压电执行器迟滞曲线,拟合均方根误差为 $0.077\ 1\ \mu\text{m}(@1\ \text{Hz})\sim 0.512\ 3\ \mu\text{m}(@100\ \text{Hz})$, 相对误差为 $0.31\%(@1\ \text{Hz})\sim 2.09\%(@100\ \text{Hz})$;实时跟踪幅值为 $24.5\ \mu\text{m}$ 的变频目标位移, LQG 控制算法的跟踪精度相比于直接前馈控制和 PID 控制分别提高 48.6%和 27.02%。

关键词:压电执行器;动态迟滞特性;Hammerstein 模型;广义 Stop 算子;LQG 最优控制

中图分类号:TL361 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20182611.2744

Dynamic hysteresis modeling and LQG optimal controller design of piezoelectric actuators

ZHANG Quan^{1,2,3*}, YIN Da-yi^{1,2,3}, ZHANG Xi-dan^{1,2,3}

(1. CAS Key Laboratory of Infrared System Detection and Imaging Technology,

Shanghai Institute of Technical Physics, Shanghai, 200083;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;

3. Shanghai Institute of Technical Physics of
the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

* Corresponding author, E-mail: zh_quan4444@126.com

Abstract: To improve the dynamic performance of a piezoelectric fast steering mirror in the space-telescope image-stabilization system, the dynamic hysteresis compensation and control of a piezoelectric actuator are investigated. According to the inversion complexity of the PI model based on the generalized Play operator and the asymmetry of hysteresis curves, a PI inverse model based on the

收稿日期:2018-03-07;修订日期:2018-05-11.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 40776100)

generalized Stop operator is constructed to compensate the hysteresis nonlinearity. The Hammerstein model is applied to model the dynamic hysteresis of the piezoelectric actuator and to describe the static nonlinearity and rate-dependent properties of the Hammerstein hysteresis model using the generalized PI and auto-regressive exogenous models, respectively. A compound counter strategy that combines the feedforward compensation and linear quadratic Gauss (LQG) optimal control algorithm is proposed to solve the hysteresis rate dependent model uncertainty. The adaptive differential evolution algorithm is used to identify the model parameters and tune the controller parameters. The test results show that the dynamic hysteresis model can effectively describe the hysteresis curve of the piezoelectric actuator in the frequency range of 1—100 Hz, fitting tracking root mean square errors from 0.077 1 μm (at 1 Hz) to 0.512 3 μm (at 100 Hz), and relative errors from 0.003 1 (at 1 Hz) to 0.020 9 (at 100 Hz). The tracking accuracy of the LQG control algorithm increases by 48.6% and 27.02%, respectively, compared with the direct feedforward and PID controls, in the real-time tracking of the variable-frequency target displacement with an amplitude of 24.5 μm .

Key words: piezoelectric actuator; dynamic hysteresis; hammerstein model; generalized stop operator; LQG optimal control

1 引 言

空间天文望远镜主要通过快摆镜 (Fast Steering Mirror, FSM) 机构补偿卫星平台不稳定引起的像移, 以实现稳像从而提高探测精度^[1]。压电执行器 (Piezoelectric Actuator, PZT) 相比于音圈电机 (Voice Coil Actuators, VCA) 具有更高的谐振频率和位移分辨率, 是稳像系统中快摆镜执行机构常用的驱动设备^[2]。然而, PZT 固有的迟滞非线性会对快摆镜像移补偿精度造成不利影响从而降低稳像系统的性能^[3], 并且这种迟滞特性是动态的、率相关的^[4]。因此, 需要对 PZT 动态迟滞特性和控制算法进行探究。

目前学术界普遍采用建立前馈补偿器的方法来消除压电迟滞非线性。胡亮亮^[5]利用 PI 正逆模型之间参数对应关系建立迟滞逆模型有效补偿了压电迟滞非线性; 方楚^[6]设计了基于 Stop 算子的 PI 逆模型的前馈补偿器来消除压电迟滞, 但是传统 Play 算子和 Stop 算子都不能表征出压电迟滞曲线的非对称特性; 于志亮^[7]对传统 PI 模型进行改进, 将 PI 模型复杂的积分运算转换成输入变化量与输出变化量的单值映射关系, 降低了 PI 模型的计算复杂度, 并结合增量式 PID 算法提高了 PZT 的跟踪精度; 田艳兵^[8]建立的广义 PI 模型

能够较好地描述迟滞曲线非对称性, 然而给出的广义 PI 模型解析求逆过程复杂, 而且没有考虑约束条件对模型可逆性的影响; 陈远晟^[9]采用改进 PI 模型与逆系统控制理论设计了压电精密定位控制器, 对单一频率位移信号跟踪效果良好, 但无法满足变频位移信号的跟踪需求; 王钰锋^[10]利用 Hammerstein 模型较好的描述了动态迟滞特性, 但是采用的最小递推二乘法的参数辨识方法容易发散或陷入局部最优且辨识精度不高, 另外设计的经典 PID 控制器初始阶段容易引起超调、精度有待提高。

本文利用 Hammerstein 模型对 PZT 动态迟滞特性进行建模, 以广义 PI 模型和自回归遍历模型 (Auto-regressive exogenous model, ARX) 分别表征 Hammerstein 模型中的静态迟滞非线性和动态线性, 利用自适应差分进化算法 (ADE) 辨识模型参数, 建立的动态迟滞模型能够有效描述 1~100 Hz 频率范围内压电执行器迟滞曲线。

针对基于 Play 算子的 PI 模型求逆复杂和 PZT 迟滞曲线非对称的问题, 构造了一种基于广义 Stop 算子的 PI 逆模型的前馈补偿器。在考虑模型不确定性和输出信号量测噪声的情况下, 提出了前馈补偿和 LQG 最优控制算法相结合的复合控制策略, 并通过 ADE 算法优化控制器参数, 实验结果验证了该复合控制策略优于传统控制策略。

2 PZT Hammerstein 动态迟滞模型

Hammerstein 模型是表征非线性系统模型的有效方式,其由一个非线性静态模块和一个线性动态模块串联而成^[11]。当驱动信号频率较低时,PZT 迟滞曲线呈现出率无关性;当频率较高时,迟滞曲线表现出率相关性,如图 1 所示。因此,可以采用 Hammerstein 模型来描述压电的动态迟滞特性,其中用广义 PI 模型表示迟滞静态非线性,用 ARX 模型表示迟滞动态特性^[12]。

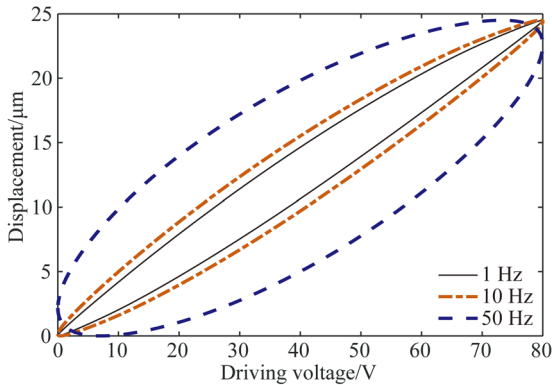


图 1 PZT 迟滞率相关性

Fig. 1 Rate-dependent characteristic of PZT hysteresis

2.1 广义 PI 模型

2.1.1 基于广义 Stop 算子的 PI 逆模型

压电迟滞特性是指输入输出之间的非线性关系,基于 Stop 算子的 PI 模型是由一定数量 Stop 算子按权重累加得到的,Stop 算子的轨迹与 Play 算子相反,两者是互补关系,相加即为输入信号,如式(1)所示:

$$u(k) = Fr(k) + Er(k), \quad (1)$$

其中: $u(k)$ 为驱动电压, $Fr(k)$ 为 Play 算子, $Er(k)$ 为 Stop 算子。

Stop 算子的离散数学表达式^[6]如式(2)所示:

$$\begin{aligned} Er(0) &= \min\{r_i, \max\{-r_i, y(k) + Er0\}\}, \\ Er(k) &= \min\{r_i, \max\{-r_i, y(k) - y(k-1) + Er(k-T)\}\}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中: $y(k)$ 为输出位移, $Er(k)$ 为算子值, r_i 为算子阈值, $1 \leq i \leq N$, N 为算子数量, $Er0$ 为算子初值。因为 PZT 的驱动电压为正,所以文中采用单边 Stop 算子,如式(3)所示:

$$\begin{aligned} Er(0) &= \min\{r_i, \max\{0, y(k) + Er0\}\}, \\ Er(k) &= \min\{r_i, \max\{0, y(k) - y(k-1) + Er(k-T)\}\}, \end{aligned} \quad (3)$$

式(3)表示的 Stop 算子为对称算子,无法有效描述非对称性迟滞曲线,受文献[8]的启发,提出广义 Stop 算子,如式(4)所示:

$$\begin{aligned} Er(k) &= \min\{r_i, \max\{0, f(k) - f(k-1) + Er(k-T)\}\} \\ f(k) &= \begin{cases} f_1(y(k)), & \dot{y}(k) \geq 0 \\ f_r(y(k)), & \dot{y}(k) < 0 \end{cases}, \\ f_1(y(k)) &= a_1 y(k) + b_1, \\ f_r(y(k)) &= a_2 y(k) + b_2, \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $f_1(y(k))$ 为上升曲线输出位移, $f_r(y(k))$ 为下降曲线输入电压, a_1, a_2, b_1, b_2 都大于 0。

将式(4)的广义 Stop 算子按一定的权重关系叠加可得出广义 PI 逆模型,如式(5)所示:

$$\begin{aligned} u(k) &= q * y(k) + \sum_{i=1}^N p_i Er(k), \\ p_i &= \rho e^{-\tau r_i}, \\ r_i &= ci, \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $y(k)$ 为输出位移, q 为初载曲线权重, p_i 为算子权重, N 为算子数量, τ, ρ, c 均为大于零的常数。只要辨识出 $q, \tau, \rho, c, a_1, a_2, b_1, b_2$ 参数值就可以直接建立逆模型来补偿压电迟滞非线性,既避免了复杂的求逆过程,而且建立的逆模型精度更高。

2.1.2 基于广义 Play 算子的 PI 模型

广义 Play 算子^[8]如式(6)所示:

$$\begin{aligned} Fr(0) &= \max\{f_1(u(0)) - r, \min\{f_r(u(0)) + r, Fr0\}\}, \\ Fr(k) &= \max\{f_1(u(k)) - r, \min\{f_r(u(k)) + r, Fr(k-T)\}\}, \\ f_1(u(k)) &= a_1 u(k) + b_1, \\ f_r(u(k)) &= a_2 u(k) + b_2, \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $u(k)$ 为驱动电压, $Fr(k)$ 为算子值, r_i 为每个算子阈值 $Fr0$ 为算子初值, $f_1(u(k))$ 表示上升曲线压电驱动电压, $f_r(u(k))$ 表示下降曲线驱动电压, a_1, a_2, b_1, b_2 都大于 0。

将式(6)的广义 Play 算子按一定的权重关系叠加可得出广义 PI 模型,如式(7)所示:

$$\begin{aligned} y(k) &= qf(k) + \sum_{i=1}^N p_i Fr(k), \\ f(k) &= \begin{cases} f_1(u(k)), & \dot{u}(k) \geq 0 \\ f_r(u(k)), & \dot{u}(k) < 0 \end{cases}, \\ p_i &= \rho e^{-\tau r_i}, \\ r_i &= ci, \end{aligned} \quad (7)$$

其中: $y(k)$ 为输出位移, $f(k)$ 为初载曲线, q 为初载曲线权重, $1 \leq i \leq N$, N 为算子数量, p_i 为每个算子权重, r_i 为每个算子阈值, τ, ρ, c 均为大于零的常数。

基于广义 Play 算子的 PI 逆模型可以通过数学解析法求得, 如式(8)所示:

$$y^{-1}(k) = f^{-1}\left(q'u(k) + \sum_{i=1}^N p_i' F r'(k)\right),$$

$$f^{-1}(u(k)) = \begin{cases} f_1^{-1}(u(k)), & \dot{u}(k) \geq 0 \\ f_r^{-1}(u(k)), & \dot{u}(k) < 0 \end{cases}, \quad (8)$$

其中 q' , p_i' 以及 r' 可以根据广义 PI 模型辨识的参数结果按照正逆模型对应的参数关系求出:

$$q' = \frac{1}{q}, \quad (9)$$

$$r_i' = q r_i + \sum_{j=1}^{i-1} p_j (r_i - r_j), \quad (10)$$

$$p_i' = - \frac{p_i}{\left(q + \sum_{j=1}^i p_j\right) \left(q + \sum_{j=1}^{i-1} p_j\right)}. \quad (11)$$

由式(9)~式(11)可知, 解析法求逆模型参数过程复杂, 而且正模型参数拟合的误差在逆模型参数求解过程中会发生累加, 从而影响逆模型准确度。因此, 文中采用基于广义 Stop 算子 PI 的逆模型来补偿迟滞静态非线性。

2.2 ARX 模型

本文采用 ARX 模型来表示 PZT 迟滞的率相关性, ARX 模型是离散系统传递函数模型^[13], 如式(12)所示:

$$G(z^{-1}) = \frac{b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m+1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} z^{-d}. \quad (12)$$

式(12)对应的差分方程如式(13)所示:

$$\begin{aligned} out(t) + a_1 out(t-1) + a_2 out(t-2) + \dots + \\ a_n out(t-n) = b_1 in(t-d) + \\ b_2 in(t-d-1) + \dots + \\ b_m in(t-d-m+1) + \epsilon(t), \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $\epsilon(t)$ 为残差信号, $out(t)$ 为输出信号, $out(t-1)$ 为前一采样时刻输出信号, $in(t)$ 为输入信号, $in(t-1)$ 为前一采样时刻输入信号。

3 压电执行器 Hammerstein 模型辨识

3.1 自适应差分进化算法

差分进化算法(Differential Evolution, DE)

是一种简单高效的全局寻优算法, 其收敛快速、鲁棒性强^[14]。自适应差分进化算法利用差分变异、杂交和选择等算子使群体不断进化, 直至寻到最优值, 在差分变异阶段采用自适应缩放因子, 算法具体步骤为:

(1) 编码与初始化群体。假设模型的辨识参数有 D 个, 则群体中第 i 个个体 X_i 表示如式(14)所示:

$$X_i = \{x_i(1), x_i(2), \dots, x_i(D)\}, \quad (14)$$

其中: $x_i(j)$ 为在 $[l_j, u_j]$ 的随机均匀初始化实数, $i=1, \dots, NP$, $j=1, \dots, D$, l_j 和 u_j 分别为参数范围上界和下界。NP 为种群数, 文中根据文献[14]取 NP 为 D 的 10 倍。

(2) 差分变异操作。将两个随机个体进行向量差缩放, 再与待变异个体向量合成, 如式(15)所示:

$$V_i = X_{\text{best}} + F * (X_{r_2} - X_{r_3}), \quad (15)$$

其中: $r_2 \neq r_3$, X_{best} 为群体最优值, F 为缩放因子, 为了避免算法早熟, 采用自适应的缩放因子, 如式(16)所示:

$$\lambda = e^{1 - \frac{MaxDT}{MaxDT + 1 - DT}},$$

$$F = 2^\lambda F_0. \quad (16)$$

算法开始时, 缩放因子在 F_0 和 $2F_0$ 之间, 相对较大, 这样可以保持个体多样性, 避免局部收敛。随着迭代次数增加, 缩放因子逐渐变小从而保留优良信息, 增加搜索到全局最优解概率, 文中模型辨识缩放因子初值设置为 $F_0 = 0.5$ 。在迭代过程中, 为了保证所生成的变异向量每一维均满足边界约束条件 $[l_j, u_j]$, 则对违约自变量在边界范围内用随机法重新生成。

(3) 杂交操作。DE 算法的杂交算子主要包括二项式杂交算子(binomial crossover)和指数杂交算子(exponential crossover), 文中 ADE 算法采用二项式杂交算子, 如式(17)所示:

$$U_i(j) = \begin{cases} V_i(j), & \text{if } rand[0, 1] < CR \text{ or } j = j_{\text{rand}} \\ X_i(j), & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (17)$$

其中: $j=1, \dots, D$, j_{rand} 为 $[1, D]$ 之间随机整数, 使向量 U_i 至少有一维来自变异算子, CR 的取值与具体问题相关, 文中取 0.9。

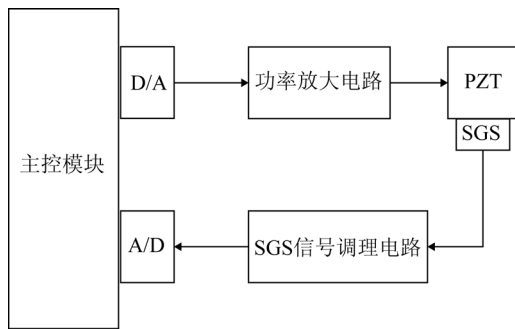
(4) 选择操作。DE 采用贪婪算法, 将子个体与父个体进行比较, 较优者进入下一代种群中, 如式(18)所示:

$$X_i = \begin{cases} U_i, & \text{if } f(U_i) \leq f(X_i) \\ X_i, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (18)$$

其中 $f(X_i)$ 为个体 X_i 的目标函数值。

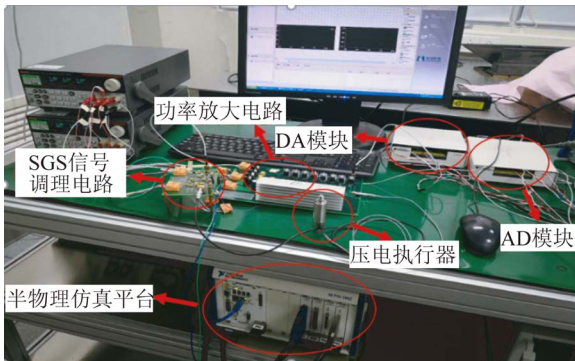
3.2 数据采集系统搭建

数据采集系统由 SGS 微位移传感器、SGS 信号调理电路、主控模块、功率放大电路及 PI 公司的 P-845.20 压电执行器组成,如图 2(a)所示,其中 SGS 信号调理电路采用文献[15]的电路,主控模块采用半实物实时仿真平台。主控模块产生 PZT 驱动信号,经过功率放大电路驱动 PZT,SGS 信号调理电路将检测到的实际位移反馈给主控模块,实际系统搭建如图 2(b)所示。



(a)数据采集系统

(a) Data acquisition system



(b)实际系统搭建

(b) Actual system building

图 2 实验系统

Fig. 2 Experimental system

主控模块首先产生幅值为 8 V,频率为 1 Hz 的正弦信号,经功率放大电路幅值放大 10 倍后对 PZT 进行驱动,得到 PZT 微位移信号,AD 的采样频率为 10 kHz。然后,系统再产生幅值为 80 V,频率范围为 1~100 Hz 的扫频驱动信号,得到 1~100 Hz 扫频微位移信号。

3.3 模型参数辨识

Hammerstein 模型框图如图 3 所示,首先由 1 Hz 的输入输出信号辨识出基于广义 Play 算子的 PI 模型来表示迟滞率无关非线性部分,再将 1~100 Hz 的扫频输入信号带入 PI 迟滞模型得到中间量 $v(k)$,然后由 $v(k)$ 和输出位移 $y(k)$ 辨识出 ARX 模型。



图 3 Hammerstein 模型框图

Fig. 3 Block diagram of Hammerstein model

3.3.1 PI 迟滞模型辨识

采用 ADE 算法辨识基于广义 Stop 算子的 PI 模型参数 $a_1, a_2, b_1, b_2, q, \tau, \rho, c$,算子数设为 50,系统中的目标函数为:

$$F = \sqrt{\frac{\sum (V_i - V_i^{PI\ INVERSE})^2}{N}}, \quad (19)$$

其中 F 为模型驱动电压数据和实际驱动电压数据的均方根误差, N 为数据样本数。

设 ADE 的迭代次数为 500,种群数 $NP=120$,交叉概率 $CR=0.9$,缩放因子初值 $F_0=0.5$,基于广义 Stop 算子和广义 Play 算子的 PI 逆模型参数辨识结果如表 1 所示。

表 1 PI 逆模型参数

Tab. 1 PI inverse model parameters

	广义 Play 算子	广义 Stop 算子
a_1	1.092 4	0.240 1
b_1	0.401 7	3.465 5
a_2	1.509 1	0.281 9
b_2	3.574 0	0.302 2
τ	0.094 9	0.337 3
ρ	0.313 2	0.060 9
c	1.670 9	4.999 0
q	2.473 0	0.206 2

将表 1 中的基于广义 Play 算子的 PI 模型参数值代入式(9)~式(11)求解 PI 逆模型参数,得

到的逆模型拟合精度低于基于广义 Stop 算子 PI 逆模型,如表 2 和图 4 所示,因此选择基于广义 Stop 算子的 PI 逆模型作为本文系统非线性前馈补偿器。

表 2 基于不同算子的 PI 逆模型拟合精度

Tab. 2 Fitting accuracy of PI inverse model based on different operators

	RMSE/V	RE/%
广义 Play 算子	0.642 8	0.804
广义 Stop 算子	0.254 1	0.318

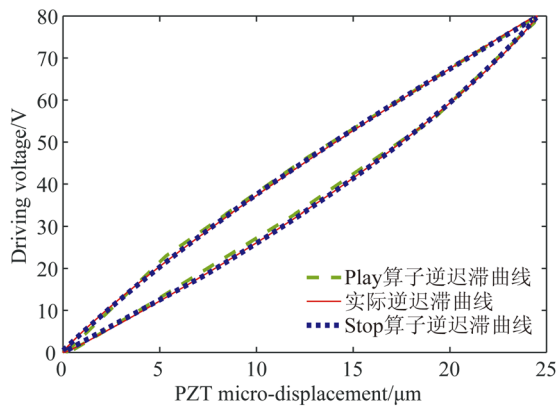


图 4 拟合逆迟滞曲线与实际逆迟滞曲线

Fig. 4 Fitting inverse hysteresis curve and actual inverse hysteresis curve

3.3.2 ARX 模型辨识

将 1~100 Hz 的扫频驱动电压 $u(k)$ 带上一节辨识出的 PI 正模型得到中间量 $v(k)$, 然后根据 $v(k)$ 和输出位移 $y(k)$ 参考文献[13], 动态线性系统的阶次选择 2 阶, 得到式(20)的离散差分方程:

$$y(k) = b_1 v(k-1) + b_2 b_1 v(k-2) - (a_1 + a_2) y(k-1) - a_2 a_1 y(k-2). \quad (20)$$

为了使线性系统为最小相位系统, 需要满足全部零点、极点都在 Z 平面的单位圆内^[16], 所以设 b_2, a_1, a_2 的取值范围为 $(-1, 1)$, 利用 ADE 算法辨识方程中的参数, 目标函数如式(21)所示:

$$F = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_i^{ARX})^2}{N}}. \quad (21)$$

最后得到的 ARX 离散传递函数为:

$$G(z) = \frac{0.0338(z+0.7362)}{(z-0.7102)(z-0.7973)}. \quad (22)$$

连续传递函数为:

$$G(s) = \frac{22.38s + 7.751 \times 10^6}{s^2 + 568.8s + 7.754 \times 10^6}. \quad (23)$$

将 1~100 Hz 频率范围内的实际迟滞曲线与所建立的动态迟滞模型进行比较, 如图 5 所示, 拟合迟滞曲线与实际均方根误差和相对误差如表 3 所示。

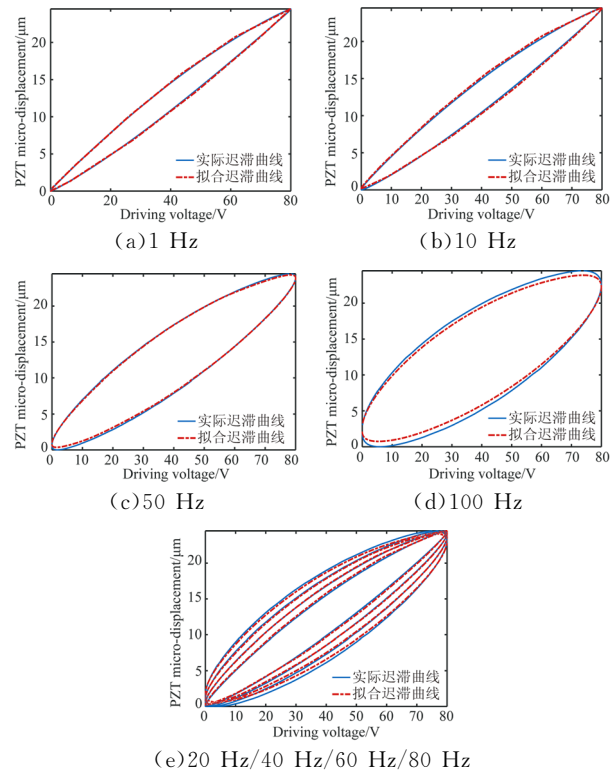


图 5 1~100 Hz 频率内拟合迟滞曲线与实际迟滞曲线
Fig. 5 Fitting hysteresis curve and actual hysteresis curve with the range of 1~100 Hz frequencies

表 3 迟滞曲线拟合误差

Tab. 3 Fitting error of hysteresis curve

频率/Hz	均方根误差/ μm	相对误差
1	0.077 1	0.003 1
10	0.158 7	0.006 5
50	0.165 4	0.006 8
100	0.512 3	0.020 9
20/40/60/80	0.200 9	0.008 2

由图 5 和表 3 可知, 所建立的动态迟滞模型可以有效描述出 1~100 Hz 频率内 PZT 迟滞曲线。

4 复合控制策略实现

本文采用前馈补偿与线性二次型 Gauss 最优控制算法(Linear Quadratic Gauss, LQG)相结

合的复合控制策略,控制框图如图 6 所示。

4.1 前馈补偿器设计

前馈补偿器由 Hammerstein 模型的逆模型构成,包括 ARX 逆模型和 PI 逆模型。

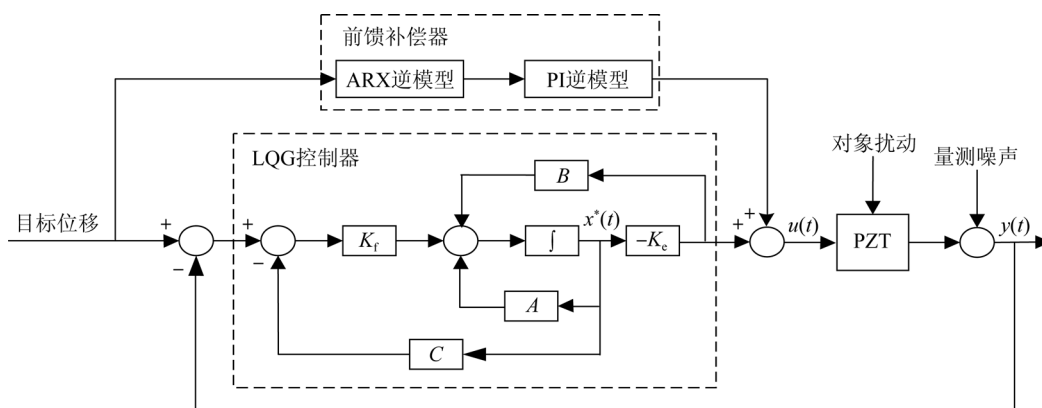


图 6 复合控制框图

Fig. 6 Compound control block diagram

式(23)的 ARX 传递函数模型是严格正则的,其逆模型为非正则,违反因果定律,实际中无法实现,所以取 ARX 模型的延迟逆,如式(24)所示:

$$G^{-1}(z) = \frac{(z-0.7102)(z-0.7973)}{0.0338z(z+0.7362)}, \quad (24)$$

当采样率足够大时, $G^{-1}(z)$ 近似等于 ARX 传递函数的倒数,系统的采样率为 10 kHz。

经过前文的比较,基于广义 Stop 算子的 PI 逆模型的拟合精度高于传统 PI 模型解析求得的逆模型,故采用基于广义 Stop 算子的 PI 逆模型来补偿迟滞静态非线性。

4.2 LQG 最优控制器设计

考虑到动态线性模型的不确定性和 PZT 微位移的检测噪声,针对线性动态系统设计 LQG 控制器。状态变量 $x(t)$ 描述系统内部每个时刻所处状态,与输入变量 u 具有因果关系,状态变量的选取不具有唯一性。本文根据系统的传递函数来建立状态空间表达式,状态变量 $x(t)$ 为传递函数分解成串联的两部分时引入的中间变量,如式(25)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma w(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases}, \quad A = \begin{bmatrix} -5.687 & 952 & -3.785 & 965 & 4 \\ 2 & 048 & & & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 64 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [0.3496 \quad 59.1339],$$

$$D = [0], \quad (25)$$

其中: $u(t)$ 为输入变量, $x(t)$ 为状态变量, $w(t)$ 和 $v(t)$ 分别为模型不确定性和微位移检测噪声,且为相互独立的零均值 Gauss 白噪声。

设计输入 $u(t)$ 满足控制器最优指标函数,如式(26)所示:

$$J = E \left\{ \int_0^{\infty} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \right\}, \quad (26)$$

其中: Q, R 分别为状态变量和输入变量加权矩阵, Q 为对称的半正定矩阵, R 为正定矩阵。

根据文献[13],满足 J 最小化,则输入信号 $u(t)$ 为:

$$u(t) = -K_c x(t), \quad (27)$$

$$K_c = R^{-1} B^T P(t), \quad (28)$$

其中: $P(t)$ 为对称矩阵,在系统稳态下, $P(t)$ 趋于常数矩阵,可由基于 Schur 分解算法求解式(29)得到:

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0. \quad (29)$$

由于微位移检测存在随机噪声,所以需要先求状态最优估计信号 $x^*(t)$ 使估计误差平方和的

期望值最小,如式(30)所示:

$$J = E\{\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)\}[\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*(t)]^T\}, \quad (30)$$

其中 $\mathbf{x}^*(t)$ 可以由 Kalman 滤波方程得出,如式(31)~式(33)所示:

$$\mathbf{x}^*(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}^*(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{K}_f[\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\mathbf{x}^*(t) - \mathbf{D}u(t)], \quad (31)$$

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \boldsymbol{\alpha}^{-1}, \quad (32)$$

$$\mathbf{P}_f \mathbf{A}^T + \mathbf{A} \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \boldsymbol{\alpha}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P}_f + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\Gamma}^T = 0, \quad (33)$$

其中: α, β 分别是是输入噪声和检测噪声的有关参数。采用 Daubechies 三阶小波对系统输入输出数据噪声进行分析, α 为 1.272×10^{-9} , β 为 7.791×10^{-4} 。

采用 ADE 算法对 \mathbf{Q} 和 \mathbf{R} 加权矩阵参数进行寻优,寻优结果如式(34)所示:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 17.3389 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = [39.0938]. \quad (34)$$

根据式(30)~式(32)得 $\mathbf{K}_f = [3.08494e-05; 0.00281]$; 根据式(27)~式(29),得 $\mathbf{K}_e = [0.00149; 0.00375]$ 。对系统进行阶跃响应仿真,如图 7 所示,阶跃响应曲线无超调量,上升时间为 0.00126 s。

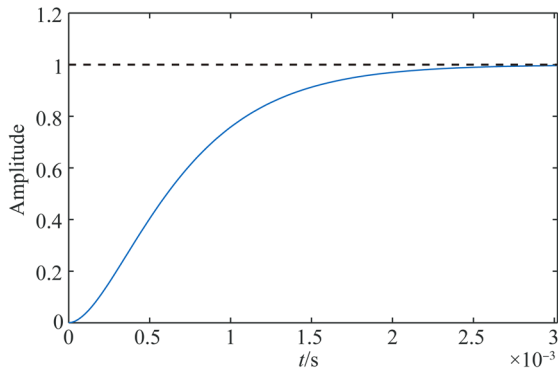


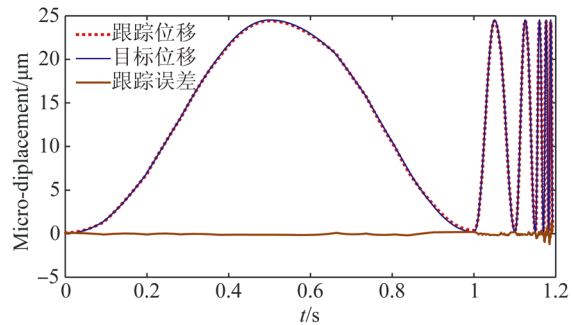
图 7 阶跃响应曲线
Fig. 7 Step response curve

4.3 目标位移跟踪试验

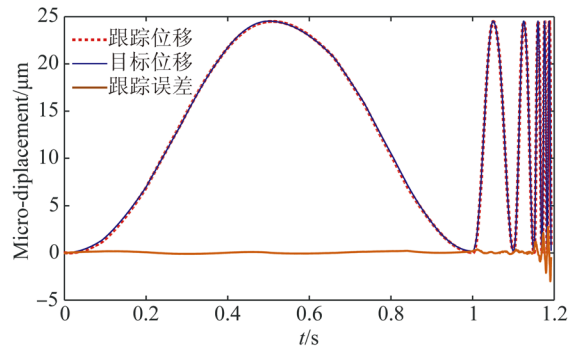
为验证文中提出的复合控制策略的有效性,利用上文搭建的实验系统进行目标位移跟踪试验。实时跟踪频率范围为 1~100 Hz 的动态位移信号,并将基于 LQG 的复合控制策略与直接前馈开环控制策略以及基于 PID 的复合控制策略的跟踪曲线进行比较。以跟踪位移误差为目标函数,采用 ADE 算法对 PID 控制器的参数 $K_d, K_i,$

K_p 进行整定,设计最优 PID 控制器($K_p = 3.5872, K_i = 4.9431, K_d = 0.012$)。对比结果如图 8 和表 4 所示。

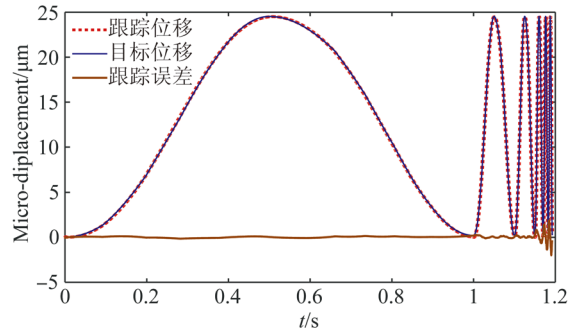
由图 8 和表 4 可知,前馈补偿结合 LQG 的复合控制策略相比于前馈补偿结合 PID 复合控制策略和直接前馈开环控制策略,跟踪精度更高,且高频段的算法性能更优。



(a) 前馈补偿+LQG 闭环控制实时跟踪及误差曲线
(a) Real-time tracking and error curve of feedforward compensation plus LQG closed loop control



(b) 直接前馈开环控制实时跟踪及误差曲线
(b) Real-time tracking and error curve of feedforward compensation open loop control



(c) 前馈补偿+PID 闭环控制实时跟踪及误差曲线
(c) Real-time tracking and error curve of feedforward compensation plus PID closed loop control

图 8 各算法实时跟踪及误差曲线

Fig. 8 Real-time tracking and error curve of each algorithm

表 4 不同控制策略跟踪精度

Tab. 4 Tracking precision of different control strategies

控制策略	频率/Hz	均方根误差/ μm	相对误差
直接前馈 开环控制	1,10,...	0.258 4	0.010 5
前馈补偿+PID 闭环控制	20,50,...	0.182 0	0.007 4
前馈补偿+LQG 闭环控制	80,100	0.131 8	0.005 4

5 结 论

本文建立了压电执行器 Hammerstein 动态迟滞模型,分别以广义 PI 模型和自回归遍历模型 (ARX) 表示压电迟滞静态非线性和率相关性,并

利用自适应差分进化算法 (ADE) 辨识模型参数。该动态迟滞模型能够有效描述 1~100 Hz 频率内压电执行器迟滞曲线,拟合均方根误差为 0.077 1 μm (@1 Hz)~0.512 3 μm (@100 Hz),相对误差为 0.31% (@1 Hz)~2.09% (@100 Hz)。

针对传统 PI 模型求逆复杂和迟滞曲线非对称的问题,利用基于广义 Stop 算子 PI 的逆模型来构造前馈补偿器,提出一种基于前馈补偿和 LQG 控制算法的复合控制策略。实时跟踪幅值为 24.5 μm 的变频目标位移,基于前馈补偿和 LQG 复合控制的跟踪均方根误差为 0.131 8 μm (相对误差为 0.54%),跟踪精度相比于直接前馈控制和 PID 控制分别提高了 48.6% 和 27.02%。实验结果验证了基于前馈补偿和 LQG 复合控制的控制策略的有效性。

参考文献:

- [1] LAMPATER U, KEAS P, BREWSTER R, *et al.*. Pointing stability and image quality of the SOFIA Airborne Telescope during initial science missions [J]. *Society of Photo-optical Instrumentation Engineers*, 2011, 8336(1):833608(11).
- [2] CHEN W, CHEN S, WU X, *et al.*. A new two-dimensional fast steering mirror based on piezoelectric actuators [C]. 2014 4th IEEE International Conference on Information Science and Technology, 2014:308-311.
- [3] WANG G, BAI F. Robust tracking control of piezoelectric fast steering mirror with hysteresis and disturbances correction [C]. 2015 34th Chinese Control Conference, 2015: 389 - 394.
- [4] 王贞艳,张臻,等.压电作动器的动态迟滞建模与 H^∞ 鲁棒控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 35-41.
WANG ZH Y, ZHANG ZH, *et al.*. Dynamic hysteresis modeling and H-infinity robust control of piezoelectric actuators [J]. *Control Theory and Applications*, 2014, 31(1): 35-41. (in Chinese)
- [5] 胡亮亮,米凤文,金伟其,等.基于 PI 逆模型快速微摆反射镜的开环控制 [J]. *红外与激光工程*, 2017, 1(8):135-141.
HU L L, MI F W, JIN W Q, *et al.*. Open loop control of fast steering mirror based on PI inverse model [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 1(8):135-141. (in Chinese)
- [6] 方楚,郭劲,徐新行,等.压电陶瓷迟滞非线性前馈补偿器 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(9): 2217-2223.
FANG CH, GUO J, XU X X, *et al.*. Compensating controller for hysteresis nonlinearity of piezoelectric ceramics [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(9):2217-2223. (in Chinese)
- [7] 于志亮,王岩,曹开锐,等.压电陶瓷执行器迟滞补偿及复合控制 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(8): 2113-2120.
YU ZH L, WANG Y, CAO K R, *et al.*. Hysteresis compensation and composite control for Piezoelectric actuator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(8):2113-2120. (in Chinese)
- [8] 田艳兵,王涛,王美玲.基于广义 PI 逆模型的超精密定位平台复合控制 [J]. *机械工程学报*, 2015, 51(2):198-206.
TIAN Y B, WANG T, WANG M L, *et al.*. Compounding control of ultra-precision positioning stage based on inverse generalized pi model [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(2): 198-206. (in Chinese)
- [9] 陈远晟.压电驱动器的迟滞非线性建模与控制[D].南京:南京航空航天大学,2013.
CHEN Y SH. *Hysteresis Modeling and Nonlinear Control of Piezoelectric Actuators* [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013. (in Chinese)

- [10] 王钰锋,郭咏新,毛剑琴,等. 压电作动器的率相关迟滞建模与跟踪控制 [J]. 光学精密工程, 2014, 22(3):616-625.
WANG Y F, GUO Y X, MAO J Q, *et al.*. Rate-dependent modeling and tracking control of piezoelectric actuators [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(3):616-625. (in Chinese)
- [11] ZHANG SH; WANG D Q, ZHANG C H. A novel modelling method of hammerstein systems with a time-delay block [C]. *Chinese Automation Congress(CAC)*, 2017:3921 - 3925.
- [12] 郭咏新,张臻,毛剑琴,等. 超磁致伸缩作动器的率相关 Hammerstein 模型与 H^∞ 鲁棒跟踪控制 [J]. 自动化学报, 2014, 40(2):197-207.
GUO Y X, ZANG ZH, MAO J Q, *et al.*. Rate-dependent hammerstein model and H^∞ robust tracking control of giant magnetostrictive actuators [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2014, 40(2):197-207. (in Chinese)
- [13] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计:MATLAB 语言及应用(第 3 版) [M]. 北京:清华大学出版社, 2012.
XUE D Y. *Computer Aided Control Systems Design: Using MATLAB Language(Third Edition)* [M]. Beijing: TsingHua University Press, 2012. (in Chinese)
- [14] 戴小英. 差分演化算法及其改进算法集成界面的实现 [D]. 武汉:华中科技大学, 2013.
DAI X Y. *The integrated interface of differential evolution algorithm and its modified algorithms* [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2013. (in Chinese)
- [15] 张泉,尹达一,李清灵. 高分辨率压电陶瓷微位移检测电路设计与实现 [J]. 压电与声光, 2017, 39(6):903-906.
ZHANG Q, YIN D Y, LI Q L. The design and implementation of high-resolution micrometric displacement signal of Piezoelectric Ceramic Drive [J]. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 2017, 39(6):903-906. (in Chinese)
- [16] 张雅楠. 动态系统的可逆性和逆建模方法的研究 [D]. 沈阳:东北大学, 2012.
ZHANG Y N. *Research on Invertibility and Inverse Modeling of Dynamical Systems* [D]. Shenyang:Northeastern University, 2012. (in Chinese)

作者简介:



张 泉(1992—),男,江苏宿迁人,博士研究生,2014 年于武汉大学获得学士学位,主要从事精密稳像系统大口径快摆镜控制与检测技术的研究。E-mail: 18672323050@126.com

导师简介:



尹达一(1976—),男,河南开封人,博士,博士生导师,2009 年于中科院上海技术物理研究所获得博士学位,现为中国科学院上海技术物理研究所研究员,主要从事空间紫外成像和光谱技术以及空间高精度稳像控制技术的研究。E-mail:yindayi@mail.sitp.ac.cn