

文章编号 1004-924X(2018)08-2012-09

球面 5R 并联机构的动力学建模及动载分配优化

李研彪^{1,2*}, 王林^{1,2}, 罗怡沁^{1,2}, 孙鹏^{1,2}, 郑航^{1,2}

- (1. 浙江工业大学 机械工程学院, 杭州 310032;
2. 浙江工业大学 特种装备制造与先进加工技术教育部重点实验室, 杭州 310032)

摘要:在动载条件下,为实现并联机构驱动器低能耗、平稳地运行,针对一种球面 5R 并联机构,对其进行动载分配优化。首先利用矢量法得到了机构的运动学正反解,考虑重力、外力和各构件惯性力的作用,采用拉格朗日方法和虚功原理建立了球面 5R 并联机构的动力学模型,并对机构的数值算例进行了动力学仿真验证,结果表明:理论值与仿真值的最大误差为 1.3%,验证了动力学模型的正确性。然后,基于动力学模型,考虑驱动器输出功率和力矩因素,定义了机构的多目标优化函数,采用 B 样条插值法规划轨迹,并用归一化加权求和法优化求解该机构的最优轨迹。最后,通过数值算例,验证了优化方法的可行性,且优化结果表明:功率峰值降幅为分别为 11.77%、48.75%,力矩峰值降幅分别为 0%、51.17%,速度峰值降幅分别为 20.97%、8.1%。说明该优化方法可以有效降低驱动器输出峰值,使得并联机构驱动器运行平稳,且该优化方法也适用于其他并联机构。

关键词:球面 5R 并联机构;动力学建模;拉格朗日方法;虚功原理;动载分配优化

中图分类号:TH703 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182608.2012

Dynamic modeling and dynamic load distribution optimization of a spherical 5R parallel mechanism

LI Yan-biao^{1,2*}, WANG Lin^{1,2}, LUO Yi-qin^{1,2}, SUN Peng^{1,2}, ZHENG Hang^{1,2}

- (1. School of Mechanical Engineering of Zhejiang University of Technology, Hangzhou 320032, China;
2. Key Laboratory of Special Purpose Equipment and Advanced Processing Technology of Ministry of Education, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

* Corresponding author, E-mail: lybrory@zjut.edu.cn

Abstract: In order to realize low energy consumption and smooth operation of the parallel mechanism driver, the dynamic load distribution of a spherical 5R parallel mechanism was optimized. First, the positive and negative solutions of the kinematic equation were deduced by the vector method. Then, considering gravity, the external force, and the inertial force of each component, the dynamic model of the spherical 5R parallel mechanism was established using the Lagrange method and the virtual work principle. A dynamic numerical simulation of the mechanism of this process was carried out. The results indicate that the maximum error of the theoretical value and simulation value is 1.3%, which verifies the correctness of the dynamic model. Subsequently, the multi-objective optimization

收稿日期:2017-12-19;修订日期:2018-01-24.

基金项目:国家自然科学基金项目资助(No. 51475424);浙江省自然科学基金杰出青年项目资助(No. LR18E050003)

function of the mechanism was established considering additional objectives, based on the dynamic model. In this regard, the power, torque, and the B spline interpolation method were used to plan the trajectory of the moving platform. The optimal trajectory of the actuator was determined using the normalized weighted-sum approach. Finally, the feasibility of the optimization method was verified using a numerical example. The results indicate that the peak amplitude of the power is 11.77% and 48.75%, the peak moment is 0% and 51.17%, and the peak velocity is 20.97% and 8.1%. Based on these results, the peak output value of the actuator can be effectively reduced using the optimization method, so that the output of the parallel mechanism driver is more stable. This optimization method of dynamic load distribution is also practical for use in other parallel mechanisms.

Key words: spherical 5R parallel mechanism; dynamic modeling; Lagrange method; virtual work principle; dynamic load distribution optimization

1 引 言

球面并联机构具有结构紧凑、工作空间大、承载能力强等优点,在仿生关节、农业机械、医疗设备等领域具有广泛的应用前景^[1-4]。球面 5R 并联机构作为球面机构的一个分支,被许多学者关注,包括构型、运动学和动力学分析、机构综合等方面的研究^[5-7]。其中,动力学模型是机构进行动力学分析的基础,也是实现机构高精度控制的前提^[8]。建立动力学模型的方法有:拉格朗日方法^[9-12]、牛顿-欧拉方法^[13-15]、虚功原理^[16-19]、凯恩方法^[20-21]等。基于虚功原理和拉格朗日方法,根据系统的动能和势能,推导出形式简洁的动力学模型,并能清楚地表示出各构件间的耦合特性,从而得到了广泛的应用^[9-12]。故本文采用该方法对球面 5R 并联机构进行动力学建模。

球面并联机构在动载作用下,完成拾放操作的过程中,可以通过多个输入组合,实现运动要求。而通过机构的动载分配优化,将外载荷合理地分配到驱动器上,从而能够实现低能耗、平稳地运动^[3,8]。目前,黄真等人^[22]应用虚位移原理及加权最小二乘法对并联机构进行动载协调分配研究,该方法以驱动力矩最小为目标;余跃庆等人^[23-24]同样以关节驱动力矩最小为目标,提出了一种无内力载荷分配方法,通过规划载荷分配系数来确定关节的驱动力矩。但上述方法均以驱动力矩最小为优化目标,而未考虑驱动能量。孙立宁等人^[25]根据动力学模型建立了驱动力矩最小分配模型和能量最小分配模型,但这两个模型均只能考虑单一优化目标(力矩或者能量),无法综

合考虑力矩和能量,导致最优解可能存在力矩、速度等方面的突变。

本文针对上述动载分配优化的不足,基于球面 5R 并联机构的动力学模型,综合考虑驱动器输出功率、力矩和功率波动因素,采用归一化加权法和法得到最优的运动轨迹,将外载荷合理地分配到驱动器上,使驱动器在低能耗、平稳的条件下运行。

2 球面 5R 并联机构介绍

本文研究的球面 5R 并联机构的结构如图 1 所示。如图 2 所示,该机构由定平台、动平台和连接两者的二条支链组成。支链 1 由连杆 A_1B_1 、连杆 B_1C_1 和动平台通过回转副连接组成,其中,回转副 A_1 连接驱动器 1;支链 2 由连杆 A_2C_2 和动平台通过回转副连接组成,其中,回转副 A_2 连接驱动器 2。在回转副布局方面, OA_1 、 OB_1 、 OC_1 、 OA_2 、 OC_2 分别是 5 个回转副的轴线,且各轴线汇交于一点,称之为机构中心,记为点。轴线 OB_1 与轴线 OC_1 相交呈 90° ;轴线 OA_2 与轴线 OC_2 相交呈 90° 。动平台上的轴线 OC_1 与轴线 OC_2 相交呈 90° 。

3 球面 5R 并联机构运动学分析

3.1 坐标系定义及姿态描述

如图 2 所示,建立定坐标系 $\{P\} = \{O-XYZ\}$,其原点与机构中心 O 重合, Z 轴与定平台所在平面垂直,方向为正上方; Y 轴与轴线 OA_2 始终重合,方向如图 2 所示; X 轴满足右手螺旋定则。建

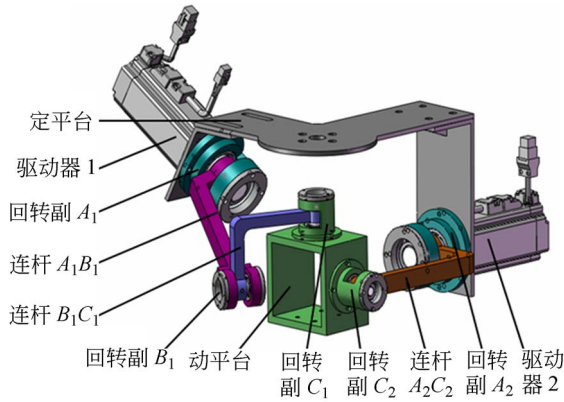


图 1 球面 5R 并联机构模型图

Fig. 1 Model diagram of spherical 5R parallel mechanism

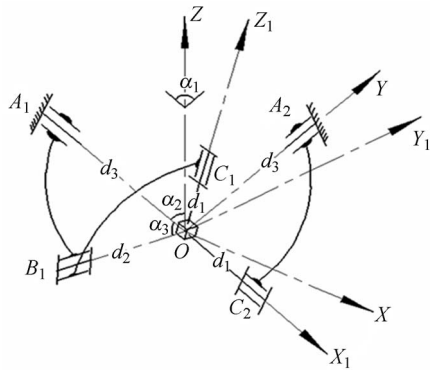


图 2 球面 5R 并联机构简图

Fig. 2 Structure of spherical 5R parallel mechanism

立动坐标系 $\{Q\} = \{O-X_1Y_1Z_1\}$ ，其原点与机构中心 O 重合， Z_1 轴与轴线 OC_1 始终重合， X_1 轴与轴线 OC_2 始终重合， Y_1 轴满足右手螺旋定则。当定坐标系和动坐标系重合时，该机构处于初始位姿。其中， α_1 表示平面 A_1OZ 和平面 A_2OZ 所在平面的夹角， α_2 表示轴与轴线 OA_1 的夹角， α_3 表示轴线 OA_1 与轴线 OB_1 的夹角。 d_1 表示回转副 C_1 、 C_2 与机构中心 O 点的距离， d_2 表示回转副 B_1 与机构中心 O 点的距离， d_3 表示回转副 A_1 、 A_2 与机构中心 O 点的距离。

采用 Z - Y - X 型的欧拉角描述动平台的姿态，动平台绕 Z_1 轴旋转角度为 α ，绕 Y_1 轴旋转角度为 β ，绕 X_1 轴旋转角度为 γ ，其中 $\alpha=0$ rad，则动平台的姿态坐标为 $\psi = [\gamma, \beta]^T$ ，其旋转矩阵 P_QR 为：

$${}^P_QR = R(Z_1, \alpha) \cdot R(Y_1, \beta) \cdot R(X_1, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \sin \gamma & \sin \beta \cos \gamma \\ 0 & \cos \gamma & -\sin \gamma \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

3.2 运动学分析

根据球面 5R 并联机构的几何关系，建立无量约束方程

$$\begin{cases} {}^P\mathbf{B}_1 \cdot {}^P_Q\mathbf{C}_1 = 0 \\ {}^P\mathbf{C}_2 = {}^P_Q\mathbf{C}_2 \end{cases}, \quad (2)$$

式中 ${}^P\mathbf{B}_1$ 和 ${}^P\mathbf{C}_2$ 分别表示在定坐标系 $\{P\}$ 中，由 O 点指向轴线 OB_1 和 OC_2 方向的单位矢量， ${}^P_Q\mathbf{C}_i$ 表示在动坐标系 $\{Q\}$ 中，由 O 点指向轴线 OC_i 方向的单位矢量，并变换到定坐标系 $\{P\}$ 上。

由式(2)整理可得：

$$\begin{cases} \gamma = \arctan(n_1/n_2) \\ \beta = q_2 - \pi/2 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} n_1 = (c_{\alpha_2} c_{\alpha_3} + s_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{q_1}) s_{q_2} - s_{\alpha_3} c_{q_2} (s_{\alpha_1} s_{q_1} + c_{\alpha_2} s_{\alpha_1} c_{q_1}) + s_{\alpha_1} s_{\alpha_2} c_{\alpha_3} c_{q_2} \\ n_2 = s_{\alpha_1} s_{\alpha_3} s_{q_1} - c_{\alpha_1} c_{\alpha_2} s_{\alpha_3} c_{q_1} + c_{\alpha_1} s_{\alpha_2} c_{\alpha_3} \end{cases},$$

其中： c 表示 \cos ， s 表示 \sin ， q_i ($i=1, 2$) 表示驱动器 i 输出角位移。

将式(3)两边关于时间 t 求导，可得动平台欧拉角速度 $\dot{\psi}$ 为：

$$\dot{\psi} = \begin{bmatrix} r \\ \beta \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{q}, \quad (4)$$

式中 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$ 为驱动角速度， \mathbf{J}^{-1} 为逆雅克比矩阵。

由于逆雅克比矩阵 \mathbf{J}^{-1} 满秩，故雅克比矩阵 \mathbf{J} 存在逆矩阵，则动平台的速度反解表达式如下：

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J} \dot{\psi}, \quad (5)$$

式中 \mathbf{J} 为雅克比矩阵。

4 动力学建模

由于并联机构中轴承、轴类零件的质量相对于整个并联机构而言很小，且其运动状况对整个并联机构的运动影响很小，故忽略这些零件的回转运动，将其视为连杆的一部分。同时，忽略回转副之间的摩擦力，将各连杆和动平台皆视为均质刚体。

对于整个球面 5R 并联机构，建立动力学方程如式(6)：

$$\boldsymbol{\tau}_I + \boldsymbol{\tau}_F = \boldsymbol{\tau}, \quad (6)$$

式中： $\boldsymbol{\tau}_I$ 表示广义惯性力，系统惯性力折算到广义坐标上的等效力矩， $\boldsymbol{\tau}_F$ 表示广义外力，系统外

力折算到广义坐标上的等效力矩, τ 表示驱动力矩。

4.1 广义惯性力计算

设动平台的质量为 m_0 , 其质心与机构中心 O 点重合, 动平台相对于动坐标系 $\{Q\}$ 的主转动惯量矩阵为 \mathbf{I}_h ($\mathbf{I}_h = \text{diag}[I_x I_y I_z]$); 连杆 $A_1 B_1$ 的质量为 m_1 , 绕质心的转动惯量为 I_1 ; 连杆 $A_2 C_2$ 的质量为 m_2 , 绕质心的转动惯量为 I_2 ; 连杆 $B_1 C_1$ 的质量为 m_3 , 绕质心在轴线 OB_1 方向上转动惯量为 I_3^B , 绕质心在轴线 OC_1 方向上转动惯量为 I_3^C 。

采用拉格朗日方法计算球面 5R 并联机构的广义惯性力, 将系统惯性力转换到广义坐标 $\mathbf{q} = [q_1 q_2]^T$ 上, 广义惯性力的计算过程如下。

4.1.1 各构件动能计算

球面 5R 并联机构的动能包括动平台的动能和各连杆的动能。其中, 连杆 $A_1 B_1$ 和连杆 $A_2 C_2$ 的动能为:

$$\begin{cases} E_{AB} = \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \\ E_{AC} = \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2 \end{cases} \quad (7)$$

由于连杆 $B_1 C_1$ 始终绕 O 点作旋转运动, 分解为质心的平动动能和绕质心旋转的转动动能。其中, 连杆 $B_1 C_1$ 绕质心的转动动能 E_{BC}^r 为:

$$E_{BC}^r = \frac{1}{2} I_3^B \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} I_3^C \dot{\varphi}_2^2, \quad (8)$$

式中: φ_1 为连杆 $B_1 C_1$ 绕轴线 OB_1 的角速度, φ_2 为连杆 $B_1 C_1$ 绕轴线 OC_1 的角速度。

连杆 $B_1 C_1$ 质心处的平动动能 E_{BC}^t 为:

$$E_{BC}^t = \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_{BC}^2 + \dot{y}_{BC}^2 + \dot{z}_{BC}^2), \quad (9)$$

式中 $(\dot{x}_{BC} \dot{y}_{BC} \dot{z}_{BC})$ 为连杆 $B_1 C_1$ 的质心速度。

由式(8)至式(9)可得, 连杆 $B_1 C_1$ 的总动能 E_{BC} 为:

$$E_{BC} = E_{BC}^r + E_{BC}^t. \quad (10)$$

将动平台的欧拉角 $[\gamma, \beta]^T$ 关于时间的一阶导数 $\dot{\psi}$ 转换成定坐标系 $\{P\}$ 上的角速度矢量 $\boldsymbol{\omega}$ 如下:

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{G} \cdot \dot{\psi}, \quad (11)$$

$$\text{式中 } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

动平台相对于过质心坐标系的转动惯量矩阵

\mathbf{I}_p 如下:

$$\mathbf{I}_p = {}^P \mathbf{R} \mathbf{I}_h {}^P \mathbf{R}^T, \quad (12)$$

式中 ${}^P \mathbf{R}$ 为动平台欧拉角所对应的旋转矩阵。

结合式(11)和式(12), 可得动平台的转动动能 E_H 为:

$$E_H = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{I}_p \boldsymbol{\omega}. \quad (13)$$

由式(7)、式(10)和式(13)可得机构总动能 E 为

$$E = \frac{1}{2} \dot{J}_{11} \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \dot{J}_{22} \dot{q}_2^2 + \dot{J}_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2. \quad (14)$$

将上式改写成矩阵形式, 如下:

$$E = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{I} \dot{\mathbf{q}}, \quad (15)$$

$$\text{式中 } \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \dot{J}_{11} & \dot{J}_{12} \\ \dot{J}_{12} & \dot{J}_{22} \end{bmatrix}.$$

4.1.2 各构件势能计算

取定坐标系 $\{P\}$ 中 OXY 面为重力零势能面, 由于动平台的质心与机构中心 O 点重合, 且动平台始终绕质心旋转, 因此动平台势能变化为零。则机构的总势能 V 为:

$$V = g \sum_{i=1}^3 m_i z_i, \quad (16)$$

式中: z_i 为各连杆质心坐标的 Z 轴值, m_i 为各连杆的质量。

4.1.3 拉格朗日方程建立

建立非保守系统拉格朗日方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau}_1, \quad (17)$$

式中: $L = E - V$, $\boldsymbol{\tau}_1$ 为广义惯性力。

由式(17)化简可得广义惯性力 $\boldsymbol{\tau}_1$ 为:

$$\boldsymbol{\tau}_1 = \mathbf{H} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{U}. \quad (18)$$

4.2 广义外力的计算

设作用在动平台任意位置上的外力为 \mathbf{F} , 均可简化为过旋转中心 O 点的力矩 \mathbf{M} 。

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r}, \quad (19)$$

式中 \mathbf{r} 为外力 \mathbf{F} 作用点到旋转中心 O 点的矢量。

则根据虚功原理, 将作用在动平台上的力矩 \mathbf{M} 映射到相应驱动器上可得广义外力 $\boldsymbol{\tau}_F$ 为:

$$\boldsymbol{\tau}_F = \mathbf{J}^T \mathbf{M}, \quad (20)$$

式中 \mathbf{J}^T 表示雅克比矩阵 \mathbf{J} 的转置, 即力雅克比矩阵。

4.3 动力学模型建立

根据式(6)建立的动力学模型, 将式(18)和式

(20)代入,化简可得驱动力矩表达式:

$$\tau = H\ddot{q} + \dot{q}^T P\dot{q} + Q, \quad (21)$$

式中 $Q = U + J^T M_0$ 。

由式(21)可知,建立的动力学模型考虑了机构受到的外载荷(包括重力和外部施加的力),当已知外力和机构运动的姿态时,可求解出相应的驱动力矩。

4.4 动力学数值算例

已知在球面 5R 并联机构动平台处承载重物为 4 kg,动平台运动周期 $T=10$ s,初始点 $(\gamma_0, \beta_0) = (0, 0)$ rad,末端点 $(\gamma_{10}, \beta_{10}) = (0.5, 0.5)$ rad。给定动平台运动轨迹如下

$$\begin{cases} \gamma(t) = -1.74 \times 10^{-5} t^5 + 2.26 \times 10^{-4} t^4 - \\ 2.595 \times 10^{-3} t^3 + 1.36 \times 10^{-3} t^2 + 0.01 t - 0.0015 \\ \beta(t) = -1.74 \times 10^{-5} t^5 + 5.05 \times 10^{-4} t^4 - 5.83 \times \\ 10^{-3} t^3 + 3.03 \times 10^{-2} t^2 - 7.78 \times 10^{-4} t + 0.00056 \end{cases} \quad (22)$$

表 1 球面 5R 并联机构结构参数

Tab.1 Structural parameters of spherical 5R parallel mechanism

名称	符号	数值
角度/rad	α_1	$p/2$
	α_2	$p/3$
	α_3	$7p/18$
质量/kg	m_0	1.51
	m_1	0.609
	m_2	0.599
	m_3	0.302
	m_4	0.72
长度/m	d_1	0.07
	d_2	0.09
	d_3	0.185
转动惯量/ ($\times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$)	I_1	0.513
	I_2	0.385
	$(I_x^B \ I_y^B \ I_z^B)$	(0.191 0.385)
	$(I_x \ I_y \ I_z)$	(2.74 2.7)

将表 1 结构参数和运动轨迹式(22)代入式(21)中,利用 MATLAB 软件进行数值计算,得到驱动力矩曲线,如图 3 所示。

为进一步验证动力学模型的正确性,利用 ADAMS 软件对球面 5R 并联机构进行动力学仿真。将上述驱动力矩的理论数值导入 ADAMS 软件中,设定构件材料属性和约束条件,并施加重力和外力,与理论条件保持一致性。将动力学仿真结果得到的输入角位移,与理论计算的角位移

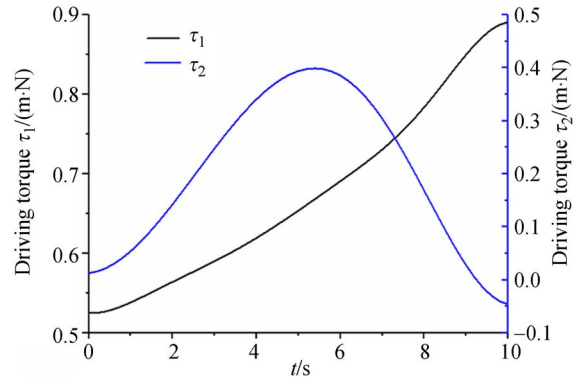


图 3 驱动力矩理论曲线

Fig.3 Theoretical curve of driving torque

进行比较,如图 4 所示。通过对比结果表明:理论值与仿真值的最大误差为 1.3%,验证了动力学模型的正确性。

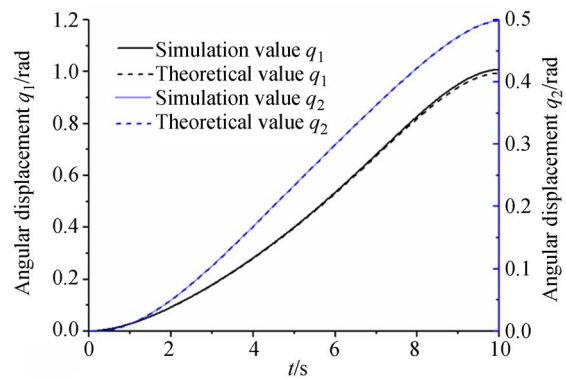


图 4 理论与仿真结果

Fig.4 Theory and simulation results

5 动载分配优化

5.1 轨迹构造

实际应用工程中,并联机构往往在承受外载荷的情况下,要求从初始点运动到末端点,这个运动过程被称为拾放操作。本文采用 B 样条插值法构造拾放操作的运动轨迹,如下。

$$\begin{cases} \gamma(t) = \sum_{i=0}^n d_i N_{i,3}(t) \\ \beta(t) = \sum_{i=0}^n d_i N_{i,3}(t) \end{cases}, \quad (23)$$

式中: d_i 表示控制顶点, n 表示控制顶点数量; $N_{i,3}(t)$ 表示 3 次规范 B 样条基函数。

由于拾放操作对运动过程无特殊要求,存在多条运动轨迹。因此在工作空间内,划分 n 个区

域,在每个区域内均匀采样控制点(B样条曲线的控制点),选取不同区域内的控制点,构造不同的运动轨迹,如图 5 所示。其中,A 点为起始点,B 点为末端点。

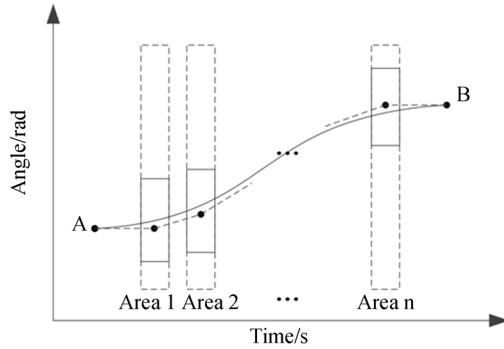


图 5 轨迹生成方法

Fig. 5 Method of trajectory generation

5.2 多目标优化的实现

在机构完成拾放操作的过程中,机构的运动轨迹不同,会导致外部载荷分配到驱动器上的力矩也不同,最终驱动器输出功率、力矩、速度均不同。合理地规划运动轨迹,可以有效避免驱动器输出功率、力矩的突变,实现低能耗、平稳的运动,故建立如下优化目标:

$$\bar{P} = \sum_{j=1}^2 \left[\frac{1}{T} \int_0^T | \tau_j(t) \cdot \dot{q}_j(t) | dt \right], \quad (24)$$

$$S_1 = \sum_{j=1}^2 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (P_j(t) - \bar{P}_j)^2 dt}, \quad (25)$$

$$S_2 = \sum_{j=1}^2 \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\tau_j(t) - \bar{\tau}_j)^2 dt}, \quad (26)$$

式中: $\tau_j(t)$ 为驱动器 j 输出的瞬时力矩, $\bar{\tau}_j$ 为驱动器 j 输出的平均力矩。 \bar{P} 为机构的平均功率,是衡量机构能量消耗的指标; $P_j(t) = \tau_j(t) \cdot v_j(t)$ 为驱动器 j 输出的瞬时功率; S_1 为机构的瞬时功率偏差,防止机构瞬时功率出现无穷大; S_2 为机构的输入力矩偏差,是衡量驱动平稳性的指标。

基于上述建立的优化目标,采用归一化加权求和法实现多目标优化。首先采用 B 样条曲线插值法拟合多条运动轨迹,得到各优化目标的最大值 $\sigma_{i \max}$ 和最小值 $\sigma_{i \min}$,将各目标函数 f_i 表示为

$$f_i = \frac{\sigma_i - \sigma_{i \min}}{\sigma_{i \max} - \sigma_{i \min}} \quad (i=1, 2, 3), \quad (27)$$

式中 $\sigma_1 = \bar{P}$, $\sigma_2 = S_1$, $\sigma_3 = S_2$ 。目标函数 f_i 表示优化目标在轨迹变化范围内所占的比值,可消除不

同优化目标的量纲对优化结果的影响。

则总目标函数如下

$$f_{\min} = \sum_{i=1}^3 k_i f_i, \quad (28)$$

式中 k_i 为目标比重系数, k_i 值越大表示该衡量指标越重要,本文取 $k_1 = k_2 = k_3 = 1$,将各优化目标视为相同比重。

优化流程如图 6 所示,首先在工作空间内根据给定的起始点和末端点,初始化 B 样条曲线的控制点区域,选取不同的控制点并构建相应的运动轨迹,将其标记。根据式(5)、(21)和式(24)至式(26)计算每条轨迹的平均功率、瞬时功率偏差和力矩偏差。然后通过式(28)计算每条轨迹的总目标函数值并搜索得到最小值。同时采用二分迭代法,缩小控制点区域,如图 5 所示。直到轨迹的总目标函数值偏差小于设定值,认定通过该区域内控制点拟合的轨迹均为最优轨迹。

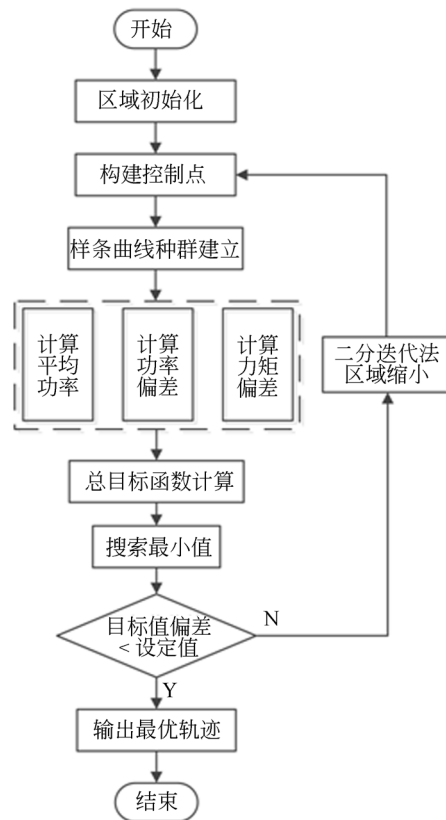


图 6 最优轨迹计算流程

Fig. 6 Flow chart of solving optimal trajectory

5.3 优化结果分析

根据表 1 给出的结构参数和初始运动轨迹式(22),基于上述多目标优化方法对该机构进行动

载分配优化,通过 MATLAB 数值计算,得到优化前后驱动器的角位移曲线,如图 7 所示。

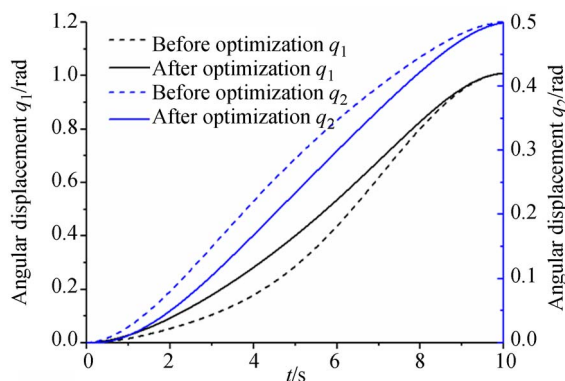
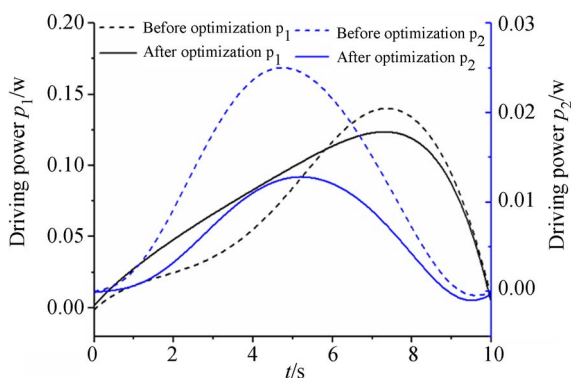


图 7 优化前后驱动器的角位移曲线

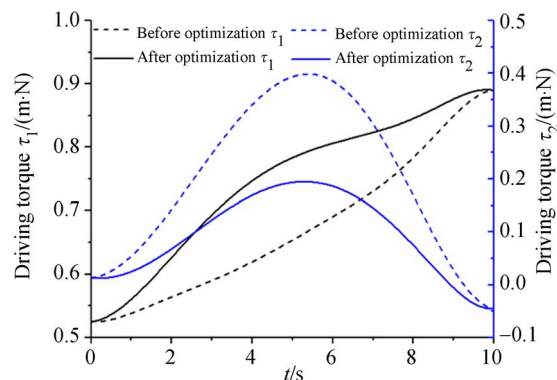
Fig. 7 Angular displacement curve of the actuator before and after optimization

为进一步衡量驱动器的输出情况,根据式(5)和式(21),通过 MATLAB 数值计算,得到优化前后驱动器的瞬时功率、力矩和速度曲线,如图 8 所示。



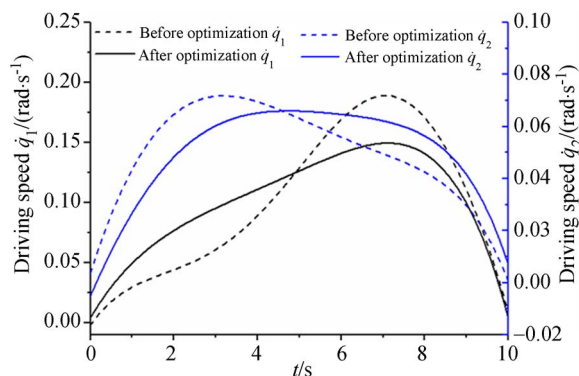
(a) 驱动功率

(a) Driving power



(b) 驱动力矩

(b) Driving torque



(c) 驱动速度

(c) Driving speed

图 8 优化前后驱动器输出功率、力矩和速度

Fig. 8 Power, torque and speed of the actuator before and after optimization

由图 8 可知,优化后,在驱动功率峰值方面,驱动器 1 降低 11.77%,驱动器 2 降低 48.75%;且总输出功率相比优化前降低 0.66%,能耗方面降幅较小。在驱动力矩峰值方面,驱动器 1 不变,驱动器 2 降低 51.17%;在驱动速度峰值方面,驱动器 1 降低 20.97%,驱动器 2 降低 8.1%。

综上所述,采用本文的动载分配优化方法,对能耗的降幅较少,但对驱动器的输出功率、力矩和速度峰值的降幅较大,优化后机构驱动器的运行更加平稳。

6 结论

首先,采用矢量法得到球面 5R 并联机构的运动学正反解。在考虑各构件惯性力、外力和重力的作用,基于拉格朗日方法和虚功原理,建立了并联机构的动力学模型。并利用 ADAMS 软件进行动力学仿真,得到理论值与仿真值的最大误差为 1.3%,验证了该动力学模型的正确性,为动载分配优化提供理论基础。然后,采用 B 样条曲线插值法和二分迭代法,规划动平台的运动轨迹。考虑功率、力矩等因素,采用归一化加权求和法实现多目标优化。最后,通过数值算例,在动平台完成拾放操作的条件下,求解出动平台最优的运动轨迹,并与优化前比较驱动器的功率、力矩和速度情况,结果表明功率峰值降幅为 11.77%、48.75%,力矩峰值降幅为 0%、51.17%,速度峰

值降幅为20.97%、8.1%。优化后的运动轨迹有效地降低了驱动器的输出峰值。因此,采用本文

的动载分配优化方法,能够降低驱动器输出峰值,使驱动器运行更平稳。

参考文献:

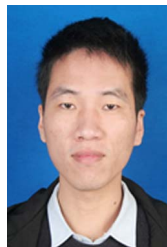
- [1] HOU Y L, HU X ZH, ZENG D X, *et al.*. Biometric shoulder complex based on 3-PSS/S spherical parallel mechanism[J]. *Chinese Mechanical Engineering Society*, 2015, 1(28): 29-37.
- [2] 张金柱, 金振林, 张哲. 六足机器人整机运动学分析及构型选择[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(07): 1832-1842.
- ZHANG J ZH, JIN ZH L, ZHANG ZH. Kinematics analysis and configuration selection of whole machine of hexapod robot[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(07): 1832-1842. (in Chinese)
- [3] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006: 159-336.
- HUANG ZH, ZHAO Y SH, ZHAO T SH. *Advanced Spatial Mechanism* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006: 159-336. (in Chinese)
- [4] 赵磊, 梁超, 张德福, 等. 基于3-RRR结构的光学元件柔顺微调调整机构的位姿正解[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(06): 1373-1381.
- ZHAO L, LIANG CH, ZHANG D F, *et al.*. Forward kinematics of 3-RRR flexure parallel mechanism used in lens micro-adjustment[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(06): 1373-1381. (in Chinese)
- [5] 金振林, 李研彪. 3-P-2SS球平台机器人的运动传递性分析[J]. *光学精密工程*, 2006, 14(04): 658-661.
- JIN ZH L, LI Y B. Kinematic transmission property of a novel 3 P-2SS spherical platform manipulator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006, 14(04): 658-661. (in Chinese)
- [6] DANA EI B, ARIAN A, MASOULEH M T, *et al.*. Dynamic modeling and base inertial parameters determination of a 2-DOF spherical parallel mechanism[J]. *Multibody System Dynamics*, 2017 (4): 1-24.
- [7] 李研彪, 金振林. 球面三自由度机器人的力矩输入均衡性能分析与设计[J]. *光学精密工程*, 2007, 15(05): 730-734.
- LI Y B, JIN ZH L. Analysis and design of input torque of spherical 3-DOF manipulator[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(05): 730-734. (in Chinese)
- [8] 刘善增. 少自由度并联机器人机构动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 77-116.
- LIU SH Z. *Dynamics of Lower-Mobility Parallel Manipulators* [M]. Beijing: Science Press, 2015: 77-116. (in Chinese)
- [9] ZHENG Y L, GUO W D, XIE Y. Dynamic Modeling of Spherical 5R Parallel Mechanism for Spherical Plain Bearing Running-in Equipment [C]. *Mechanism and Machine Science. Springer Singapore*, 2017.
- [10] XIN G Y, DENG H, ZHONG G L. Closed-form dynamics of a 3-DOF spatial parallel manipulator by combining the Lagrangian formulation with the virtual work principle[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 86(2): 1329-1347.
- [11] 白志富, 韩先国, 陈五一. 基于Lagrange方程三自由度并联机构动力学研究[J]. *北京航空航天大学学报*, 2004, 30(1): 51-54.
- BAI ZH F, HAN X G, CHEN W Y. Study of a 3-DOF parallel manipulator dynamics based on Lagrange's equation[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2004, 30(1): 51-54. (in Chinese)
- [12] 陈斌, 宗光华, 于靖军, 等. 一种2-DOF类球面并联转台的动力学建模及分析[J]. *机械工程学报*, 2013, 49(13): 24-31.
- CHEN B, ZONG G H, YU J J, *et al.*. Dynamic Modeling and Analysis of 2-DOF Quasi-sphere Parallel Platform[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49(13): 24-31. (in Chinese)
- [13] 山显雷, 程刚. 考虑关节摩擦的3SPS+1PS并联机构显式动力学建模研究[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(01): 28-35.
- SHAN X L, CHENG G. Explicit dynamic modeling of a 3SPS+1PS parallel manipulator with joint friction[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(01): 28-35. (in Chinese)
- [14] HUANG T, LIU S, MEI J, *et al.*. Optimal design of a 2-DOF pick-and-place parallel robot using dynamic performance indices and angular constraints [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 70(6): 246-253.
- [15] 陈修龙, 董芳杞, 王清. 基于牛顿-欧拉法的4-UPS-UPU并联机构动力学方程[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(11): 3129-3137.
- CHEN X L, DONG F Q, WANG Q. Dynamic equation of 4-UPS-UPU parallel mechanism based

- on Newton-Euler approach [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(11): 3129-3137. (in Chinese)
- [16] 张彬彬, 王立平, 吴军. 3 自由度并联机构的动力学各向同性评价方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2017, 57(8): 803-809.
ZHANG B B, WANG L P, WU J. Dynamic isotropic performance evaluation of a 3-DOF parallel manipulator[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2017, 57(8): 803-809. (in Chinese)
- [17] 杨建新, 余跃庆, 杜兆才. 混联支路并联机器人动力学建模方法[J]. 机械工程学报, 2009, 45(1): 77-82.
YANG J X, YU Y Q, DU ZH C. Dynamic modeling method of parallel robot with hybrid chains[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2009, 45(1): 77-82. (in Chinese)
- [18] LU Y, YE N J, WANG P. Dynamics analysis of 3-leg 6-DoF parallel manipulator with multi different-DOF finger mechanisms[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2016, 30(3): 1333-1342.
- [19] WANG H B, SANG L F, HU X, et al.. Kinematics and dynamics analysis of a quadruped walking robot with parallel leg mechanism[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 26(5): 881-891.
- [20] 鹿玲, 姚建涛, 顾伟栋, 等. 基于 Kane 方程的冗余驱动 5UPS/PRP 并联机床动力学分析[J]. 农业机械学报, 2016, 47(06): 366-372.
LU L, YAO J T, HU W D, et al. Dynamics analysis of 5UPS/PRPU parallel machine tool with redundant actuation based on Kane equation [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2016, 47(06): 366-372. (in Chinese)
- [21] CHENG G, SHAN X L. Dynamics analysis of a parallel hip joint simulator with four degree of freedoms (3R1T) [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(4): 2475-2486.
- [22] 徐桂玲. 助老助残四足并联腿步行机器人机构设计与分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010: 39-53.
XU G L. *Design and analysis of a quadruped walking robot with parallel leg mechanisms for the elderly and the disabled* [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2010: 39-53. (in Chinese)
- [23] 刘迎春, 余跃庆, 张绪平. 冗余度柔性协调操作机器人的动力规划[J]. 中国机械工程, 2005, 16(10): 847-851.
LIU Y CH, YU Y Q, ZHANG X P. Dynamic planning of redundant flexible cooperative robots [J]. *China Mechanical Engineering*, 2005, 16(10): 847-851. (in Chinese)
- [24] 张成新, 余跃庆. 柔性机器人臂协调操作的协调性[J]. 中国机械工程, 2003, 14(02): 57-60.
ZHANG CH X, YU Y Q. Coordination of flexible manipulators cooperation [J]. *China Mechanical Engineering*, 2003, 14(02): 57-60. (in Chinese)
- [25] 王沫楠, 孙立宁, 孟庆鑫. 两栖仿生机器蟹动力学建模及能量最优分配[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(2): 173-176.
WANG M N, SUN L N, MENG Q X. Dynamics model and optimized energy distribution of amphibian crab-like robot [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2006, 38(2): 173-176. (in Chinese)

作者简介:



李研彪(1978—),男,河北保定人,博士,教授,2004年、2008年于燕山大学分别获得硕士、博士学位,主要从事精密加工与机器人技术方面的研究。
Email: lybrory@zjut.edu.cn



王 林(1992—),男,浙江绍兴人,硕士研究生,主要从事机器人技术方面的研究。E-mail: wang_lin166@163.com