

文章编号 1004-924X(2018)06-1430-11

具有零刚度特性的微动平台优化设计

胡俊峰*, 陈星星

(江西理工大学机电工程学院, 江西赣州 341000)

摘要:针对传统常力机构存在的运动副间隙、装配误差和摩擦磨损等问题,设计了一种基于柔顺机构的常力微动平台。平台利用直梁正刚度和双稳态梁屈曲行为产生负刚度来实现其零刚度特性。平台由对称的直梁、双稳态梁和刚性连接块组成,直梁和双稳态梁通过连接块并联连接。采用伪刚体法和椭圆积分法相结合的建模方法,建立反映常力平台力学性能的理论模型。通过与有限元分析结果进行比较,分析结果显示所建立的模型能准确反映常力平台的力学性能。基于所建立的力学模型,提出一种提高平台常力运动范围和承载能力的优化设计方法。制作样机对该平台力学性能进行实验测试,实验结果表明,平台能在输出位移范围为 $[0.6\sim 1.7]$ mm内能够保持约48 N常力,证明了常力平台设计思路的可行性、所建模型的准确性和优化方法的有效性。

关键词:柔顺机构;常力机构;伪刚体法;零刚度;椭圆积分法

中图分类号:TH703; TP274 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182606.1430

Optimized design of a micro-motion stage with zero stiffness

HU Jun-feng*, CHEN Xing-xing

(School of Mechanical & Electrical Engineering, Jiangxi University of
Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

* Corresponding author, E-mail: hjfsuper@126.com

Abstract: To address the movement pair gap, assembly error, friction, and wear of the traditional constant-force mechanism, a constant-force micro-motion stage based on a compliant mechanism was presented. The goal of the design was to acquire zero stiffness of the stage by using the positive stiffness of a straight beam and the negative stiffness caused by the buckling behavior of a bistable beam. The stage consisted of a symmetric straight flexible beam, bistable beam, and rigid connection block. The straight flexible beam and bistable beam were connected in parallel by using the rigid connection block. A method that combined the pseudo-rigid-body and elliptic-integral was proposed to establish a theoretical model reflecting the mechanical properties of the constant-force mechanism. The analysis results verified the appropriateness of the theoretical model by comparing the results of the finite element simulation. An optimal design method for improving the constant-force motion range was proposed based on the established mechanical model. A prototype of the stage was made, and the mechanical properties of the stage are tested experimentally. The experimental results show that the

收稿日期:2017-10-10;修订日期:2017-11-14.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51565016, No. 51265016);江西省杰出青年人才资助计划项目(No. 20171BCB23063);江西省自然科学基金资助项目(No. 20171BAB206029);江西省教育厅科学技术研究资助项目(No. GJJ160612)

stage can maintain constant force of about 48 N in the output displacement range of [0.6—1.7] mm. In addition, they illustrate the feasibility of the design idea, the accuracy of the proposed model, and the effectiveness of the optimization method of the stage.

Key words: compliant mechanisms; Constant-Force Mechanism(CFM); pseudo rigid body; zero stiffness; elliptic integral method

1 引言

常力机构(Constant-Force Mechanism, CFM)是一种能在一定输出位移范围内提供几乎恒定不变输出力的机构^[1],因其力学特性在精密工程、医疗和微操作等领域被广泛应用。例如,为了防止微夹持器和被夹持物接触力过大对操作对象造成损坏而设计的具有常力特性的微夹持机构^[2];利用常力机构能吸收能量减少冲击的特性可设计减振装置^[3-4];为保持磨损检测仪器与被测物之间常力接触,采用常力机构设计检测调试装置^[5]。

目前,为了实现常力机构的力学特性,一种方法是使用力和位移传感器构建控制系统来调节机构的输出力和输出位移^[6],以满足其力学特性。但这种方法需要额外搭建控制系统,具有结构复杂、成本高的缺点。另一种方法是在刚性机构中使用弹簧储能结构实现常力机构^[7],但刚性常力机构的运动副存在间隙、摩擦和磨损,不能满足精度要求高的精密操作场合。

柔顺机构是利用构件的弹性变形传递运动和力的新型机构,具有免装配、精度高、易加工和小型化、无摩擦磨损的优点^[8-18]。柔性构件在力作用下会产生变形,易形成具有正刚度力学特性的结构^[9-11]。而且,柔顺机构也可构成稳态结构^[8,12-13],例如双稳态梁利用其达到屈曲临界载荷后的失稳状态形成具有负刚度特性的柔性结构。所以,利用具有正负刚度的柔顺结构可设计具有零刚度特性的运动平台。例如,Dunning利用柔顺双稳态梁的负刚度特性和正刚度的V型柔性结构设计可实现具有常力特性的6自由度柔性精密平台^[14],Wang利用柔性双稳态梁与直柔性梁组合实现的二维常力精密定位平台^[15]。但是,上述仅从构型设计角度进行常力机构的设计和性能分析,如何优化设计出具有较大常力运动范围和承载能力的平台是目前需要解决的问题。

同时,由于用于常力机构的柔性构件会产生大变形,存在几何非线性问题。目前建立柔顺机构大变形的建模方法主要有椭圆积分法、伪刚体法和非线性有限元模型,可采用适用于大变形建模的伪刚体法和椭圆积分法建立反映柔顺常力机构的力学性能封闭形式的表达式。

本文结合柔顺机构的特点将具有正刚度的直柔性梁和具有负刚度的双稳态梁进行组合设计一种具有近常力特性的柔顺常力微动平台。采用伪刚体法和椭圆积分法相结合的方法建立常力平台力学模型,并与有限元分析进行比较说明所建立模型的准确性。为了提高柔顺常力平台的常力运动范围和承载能力,基于所建立的模型提出一种优化设计方法对其结构参数进行优化。制作样机进行实验以验证优化设计的可行性。

2 常力微动平台结构

刚度 k 定义为弹性元件所承受的载荷 F 对它引起的变形 d 的比值,可表示为:

$$k = \frac{F}{d}, \quad (1)$$

由式(1)可知,当载荷随变形增加而增加时,刚度为正;载荷随变形增加反而减少时,刚度为负;载荷不因变形增加而变化时,刚度为零,所以,零刚度结构满足常力机构所需的力学特性。

利用正负刚度相抵消可产生零刚度结构,图1表示由正刚度弹簧和负刚度弹簧并联而形成的组合弹簧,设组合弹簧在外力 F 作用产生的变形为 d ,正负刚度弹簧的刚度分别为 k_1 和 k_2 ,则组合弹簧的刚度为:

$$k = \frac{F}{d} = \frac{k_1 d + k_2 d}{d} = k_1 + k_2, \quad (2)$$

由式(2)可知,如要获得零刚度,需要将具有正刚度结构与负刚度结构并联联接。如图1所示,正刚度结构采用对称直梁结构,负刚度结构采用双稳态梁结构。直梁结构和双稳态梁结构会产生如

图 2 所示力-位移曲线,直梁结构所受力随位移增大而增大,呈正刚度特性。双稳态梁结构由于会出现屈曲现象,即随着位移增大,所施加的力先增大,当到达屈曲点后,力开始减小,则该结构具有部分负刚度区域。将正刚度结构与具有负刚度特性的结构通过连接块并联联接,使正刚度部分和负刚度的部分进行抵消从而可以得到在一定位移范围内呈现接近零刚度特性的近常力行为的机构,其力-位移曲线如图 2 所示。

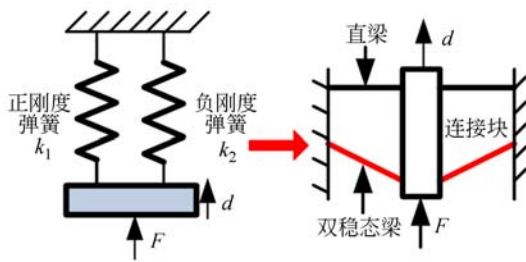


图 1 常力微动平台设计原理

Fig. 1 Design principle of constant-force micro stage

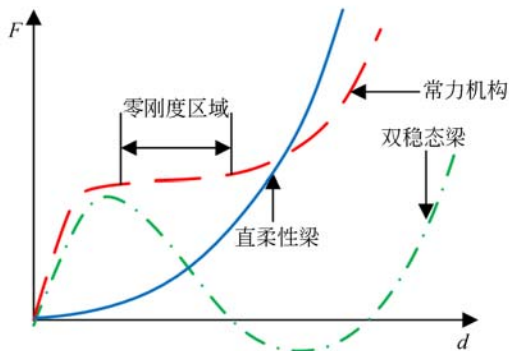


图 2 常力机构的力-位移特性

Fig. 2 Force-displacement characteristics of a constant-force mechanism

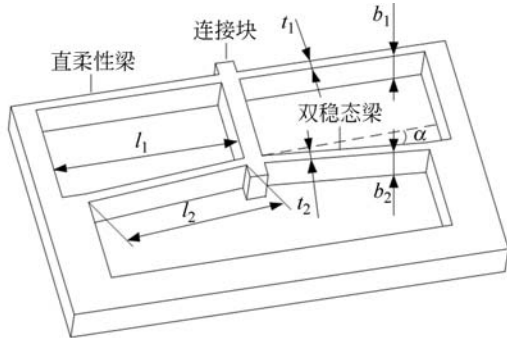


图 3 常力微动平台

Fig. 3 Constant-force micro stage

常力微动平台如图 3 所示,平台由对称的直梁、双稳态梁和刚性连接块组成,直梁和双稳态梁通过连接块并联连接。图 3 中, l_1 、 b_1 和 t_1 分别表示直梁的长度、宽度和厚度, l_2 、 b_2 和 t_2 分别表示双稳态梁的长度、宽度和厚度, α 表示双稳态梁与水平方向之间的夹角。

3 常力微动平台理论建模

由图 1 和式(2)可知,建立反映常力微动平台的力和位移之间关系的模型,首先需要分别求出柔性直梁和双稳态梁的刚度,然后将其刚度相加即可得到平台的刚度模型。

3.1 柔性直梁的刚度模型

由图 2 可知,直梁会产生大变形,变形如图 4 所示,由图 4 可知,直梁会发生扭转和拉伸变形,采用伪刚体法建立该结构的刚度模型时需要同时考虑其弯曲和轴向拉伸变形。采用扭簧和拉伸弹簧分别模拟梁的弯曲变形和轴向拉伸变形行为。由于直梁结构是对称的,为了简化建模,取其一半建立伪刚度模型,该结构为固定-导向梁结构,可等效为图 4 所示的伪刚体模型。图 4 中, θ 为伪刚体角, $R = \gamma l_1$ 为伪刚体杆的长度, γ 为特征半径系数, k_t 为扭簧刚度, k_s 为拉伸弹簧刚度,它们分别可表示为^[1]:

$$k_t = 2\gamma k_0 \frac{EI_b}{l_1}, \quad (3)$$

$$k_s = \frac{EA}{l_1}$$

式中: k_0 为扭簧刚度系数, E 为材料的弹性模量, I_b 、 A 分别为梁的截面惯性矩和面积。

下面根据图 4 所示的伪刚体模型采用虚功原理建立直梁结构的刚度模型。

由图 4 可知,位移 d 与伪刚体角 θ 之间的关系为:

$$d = R \sin \theta. \quad (4)$$

选取 θ 为广义坐标,设其虚角位移为 $\delta\theta$,将位移 d 对广义坐标微分,即对式进行微分可得到虚位移 δd 为:

$$\delta d = R \cos \theta \delta\theta. \quad (5)$$

由式(5)可求出作用于固定-导向梁的外力 $F_b/2$ 所做的虚功为:

$$\delta W = \frac{F_b}{2} \delta d = \frac{F_b}{2} R \cos \theta \delta\theta. \quad (6)$$

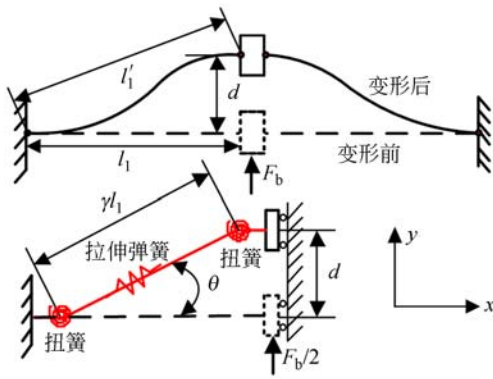


图 4 直梁结构的伪刚体模型

Fig. 4 Pseudo-rigid-body model of straight beam

两个扭簧所产生的势能可表示为:

$$V_t = 2 \cdot \frac{1}{2} k_t \theta^2 = k_t \theta^2. \quad (7)$$

由图 4 可知,轴向拉伸变形量可表示为:

$$\Delta l = l_1' - l_1 = \frac{l_1}{\cos \theta} - l_1 = \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) l_1. \quad (8)$$

拉伸弹簧产生的势能可表示为:

$$V_s = \frac{1}{2} k_s \Delta l^2 = \frac{1}{2} k_s \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)^2 l_1^2. \quad (9)$$

则固定-导向梁的势能为:

$$V = V_t + V_s = k_t \theta^2 + \frac{1}{2} k_s \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right)^2 l_1^2. \quad (10)$$

由虚功原理可知,固定-导向梁外力所做虚功与势能之间的关系可表示为:

$$\delta W = - \frac{dV}{d\theta} \delta \theta. \quad (11)$$

将式(6)和式(10)代入式(11)整理可得力 F_b 与伪刚体角 θ 之间的关系为:

$$F_b = \frac{4k_t \theta}{R \cos \theta} + \frac{2k_s l_1^2}{R \cos \theta} \left[\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right] \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}. \quad (12)$$

当给定位移 d 可由式(4)得到伪刚体角 θ , 将其代入式(12)可得该位移所对应的力 F_b , 即可得到直梁结构的力-位移特性曲线。

3.2 双稳态梁的刚度模型

双稳态梁结构如图 5 所示,双稳态梁出现屈曲行为会发生非线性变形。在计算平面大挠度梁非线性变形的众多方法中,椭圆积分法^[18]的求解精度较高,并且可得到其解析表达式,可利用该表达式进行优化设计。建立如图 5 所示的坐标系, x 轴沿梁的方向, y 轴垂直于梁。分别对滑块和梁进行受力分析如图 5 所示,图 5 中, F_1 和 F_2 分别为双稳态梁对滑块的作用力, P 为滑块对梁作

用反力, α, φ 分别表示力 F_d 与 y 轴、 P 与 x 轴之间的夹角,由力平衡原理可得:

$$F_d = 2(P \cos \varphi \sin \alpha - P \sin \varphi \cos \alpha). \quad (13)$$

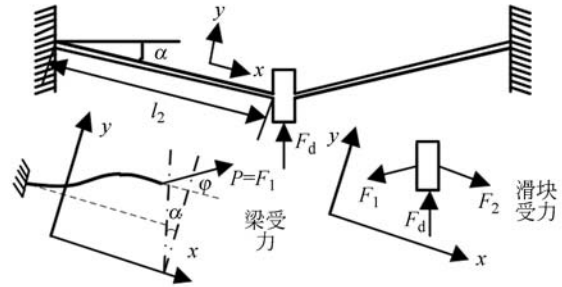


图 5 双稳态梁结构和受力分析

Fig. 5 Structure and force analysis of bistable beam

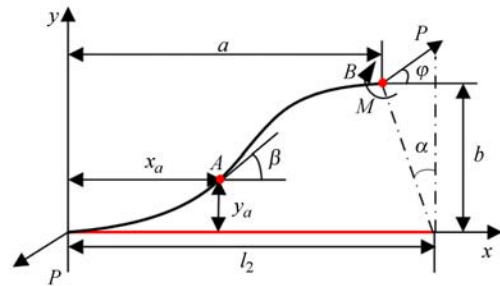


图 6 双稳态梁变形

Fig. 6 Deformation of bistable beam

由于双稳态梁为对称结构,可取其左半部分进行分析如图 6 所示,不考虑梁的拉伸变形,且其截面惯性矩不变,根据伯努利-欧拉梁理论^[8],梁的弯矩与曲率成正比,梁上任一点 A 的弯矩平衡方程可表示为:

$$EI_d \frac{d\beta}{ds} = M - P \sin \varphi (a - x_a) + P \cos \varphi (b - y_a), \quad (14)$$

式中: x_a, y_a 分别为 A 点沿 x 和 y 轴的坐标, β 是 A 点处的转角, M 是梁末端所受弯矩, α 是梁末端位移与竖直方向的夹角, s 为弧长, I_d 为双稳态梁的截面惯性矩。

由式(14)对 s 求微分可得:

$$EI_d = \frac{d^2 \beta}{ds^2} = P(\cos \beta \sin \varphi - \sin \beta \cos \varphi). \quad (15)$$

在微小位移范围内,对 A 点由坐标对弧长积分可得到:

$$\begin{aligned} \frac{dy_a}{ds} &= \sin \beta \\ \frac{dx_a}{ds} &= \cos \beta \end{aligned} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15),并对式(15)求积分可得:

$$\frac{EI_d}{2} \left(\frac{d\beta}{ds} \right)^2 = P \sin \beta \sin \varphi + P \cos \beta \cos \varphi + C, \quad (17)$$

式中 C 为积分常数。

由式(17)可得:

$$ds = \sqrt{\frac{EI_d}{2P(\sin \beta \sin \varphi + \cos \beta \cos \varphi) + 2C}} d\beta \quad (18)$$

梁末端变形后的竖直位移 b 和水平位移 a 为:

$$L = \int_0^{l_2} ds, \quad (19)$$

$$b = \int_0^{l_2} \sin \beta ds, \quad (20)$$

$$a = \int_0^{l_2} \cos \beta ds. \quad (21)$$

将式(18)代入式(19)~(21)可得:

$$L = \int_0^{l_2} \frac{\sqrt{EI_d}}{\sqrt{2P \cos(\beta - \varphi) + 2C}} d\beta, \quad (22)$$

$$b = \int_0^{l_2} \frac{\sqrt{EI_d} \sin \beta}{\sqrt{2P \cos(\beta - \varphi) + 2C}} d\beta, \quad (23)$$

$$a = \int_0^{l_2} \frac{\sqrt{EI_d} \cos \beta}{\sqrt{2P \cos(\beta - \varphi) + 2C}} d\beta. \quad (24)$$

为了计算方便,定义变量 κ 和 ϕ ,并令:

$$C = P(2\kappa^2 - 1), \quad (25)$$

$$\cos\left(\frac{\varphi - \beta}{2}\right) = \kappa \sin \phi. \quad (26)$$

对式(26)进行三角恒等变换可得:

$$\cos(\beta - \varphi) = 2\kappa^2 \sin^2 \phi - 1. \quad (27)$$

由式(27)对 ϕ 求导可得:

$$-\sin(\varphi - \beta) \frac{d\beta}{d\phi} = 4\kappa^2 \cos \phi \sin \phi. \quad (28)$$

将式(26)代入式(28),通过三角变换可得:

$$\frac{d\beta}{d\phi} = \frac{2\kappa \cos \phi}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \phi}}. \quad (29)$$

将式(25)、(27)和式(29)代入到式(19)可得:

$$L = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \sqrt{\frac{EI_d}{P}} \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \phi}} d\phi, \quad (30)$$

式中 ϕ_1 、 ϕ_2 可参考文献[8]。

定义变量 λ ,并令:

$$\lambda = \frac{L^2 P}{EI_d}. \quad (31)$$

第一类不完全椭圆积分可定义为:

$$F(\kappa, \phi) = \int_0^{\phi} \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \delta}} d\delta. \quad (32)$$

式(31)可化简为:

$$\sqrt{\lambda} = F(\kappa, \phi_2) - F(\kappa, \phi_1). \quad (33)$$

由式(31)~(33)可知,当确定 κ 、 ϕ_1 和 ϕ_2 ,可确定力 P ,则由式(13)可确定力 F_d 。

利用三角变换:

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin(\beta - \varphi) \cos \varphi + \cos(\beta - \varphi) \sin \varphi \\ \sin \beta &= \sin(\beta - \varphi) \cos \varphi + \cos(\beta - \varphi) \sin \varphi \end{aligned} \quad (34)$$

将式(27)~(29)代入式(34)整理可得:

$$\begin{aligned} \sin \beta &= -2\kappa \cos \varphi \sin \phi \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \phi}} + \\ &\quad \sin \varphi (2\kappa^2 \sin^2 \phi - 1), \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= 2\kappa \sin \varphi \sin \phi \frac{1}{\sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \phi}} + \\ &\quad \cos \varphi (2\kappa^2 \sin^2 \phi - 1). \end{aligned}$$

将式(35)代入式(20)和式(21),联合式(33)

可得:

$$\frac{b}{L} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left[\begin{aligned} &\sin \varphi (2E(\kappa, \phi_2) - 2E(\kappa, \phi_1) + F(\kappa, \phi_1)) \\ &- F(\kappa, \phi_2) + 2\kappa \cos \varphi (\cos \phi_1 - \cos \phi_2) \end{aligned} \right], \quad (36)$$

$$\frac{a}{L} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}} \left[\begin{aligned} &\cos \varphi (2E(\kappa, \phi_2) - 2E(\kappa, \phi_1) + F(\kappa, \phi_1)) - \\ &F(\kappa, \phi_2) + 2\kappa \sin \varphi (\cos \phi_1 - \cos \phi_2) \end{aligned} \right], \quad (37)$$

式中 $E(\kappa, \phi)$ 为第二类不完全椭圆积分,可表示为:

$$E(\kappa, \phi) = \int_0^{\phi} \sqrt{1 - \kappa^2 \sin^2 \delta} d\delta. \quad (38)$$

由式(36)~(38)可知,当确定 κ 、 ϕ_1 和 ϕ_2 ,则可确定梁末端变形后的竖直位移 b 和水平位移 a 。

对于固定导向梁,变量 ϕ_1 和 ϕ_2 满足以下关系:

$$\begin{aligned} \sin \phi_1 &= \frac{1}{\kappa} \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ \sin \phi_2 &= \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (39)$$

为了获得双稳态梁的力-位移的关系,即求得当给定滑块的位移为 d 时,所施加给它的作用力 F 。但根据上述的推导过程可知,不能直接获得它们之间的关系,需要采用迭代方法求得,其流程如图 7 所示。

(1) 当连接块的位移为 d 时,可计算出梁末端的水平位移和竖直位移应分别为:

$$\begin{aligned} a_0 &= l_2 - d \sin \alpha, \\ b_0 &= d \cos \alpha. \end{aligned} \quad (40)$$

(2) 设定 κ, φ 的初值,由式(39)可计算得到 ϕ_1, ϕ_2 ,由 κ, ϕ_1, ϕ_2 可计算得到所对应的力 F_d ,同时求得坐标值 a, b ,将其与目标值 a_0, b_0 进行比较,如不相等则继续迭代,如相等输出所对应的力,即得到对应位移 d 所对应的力 F_d 。

由于直梁和双稳态梁并联联接,常力微动平台的力与位移的关系可通过求出当输入位移 d 时直梁和双稳态梁对应所需的力 F_b 和 F_d ,则平台力-位移关系为:

$$F(d) = F_b + F_d. \quad (41)$$

4 理论模型的验证

为了验证所建立的理论模型准确性,采用有限元与理论结果进行比较分析。柔性直梁和双稳态梁的初始结构参数如表 1 所示, α 为 4.5° 。材料为 AL-7075,其弹性模量,泊松比分别为 71 GPa,0.28。

表 1 结构参数

Tab. 1 Structural parameters (mm)

l_1	t_1	b_1	l_2	t_2	b_2
45	0.8	8	40	0.8	8

4.1 柔性直梁理论模型验证

考虑到柔性直梁非线性变形,采用 solid186 单元,对柔性梁的两端施加固定约束,对刚性连接

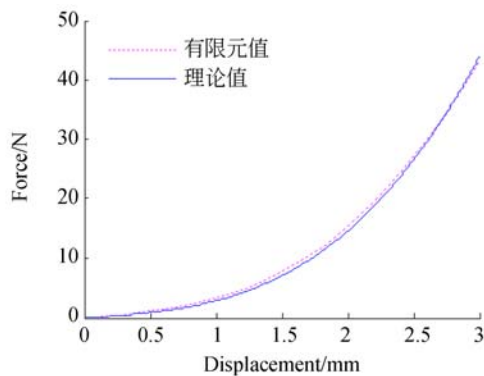


图 8 柔性直梁的力-位移关系

Fig. 8 Force-displacement relationship of flexible straight beam

块施加竖直方向的力约束。设位移 d 在范围 $[0 \sim 3]$ mm 变化,分别采用有限元和理论模型求出柔性直梁所对应的力如图 8 所示。由图 8 可知,由伪刚体模型计算结果和有限元分析结果非常接近,误差不超过 7%,说明了所建立伪刚体模型的准确性,该模型反映了柔性直梁的力-位移的非线性特性。

4.2 双稳态梁理论模型验证

设位移 d 在 $[0 \sim 5]$ mm 范围变化,分别采用有限元和理论模型求出双稳态梁所对应的力如图 9 所示。由图 9 可知,由理论模型计算和有限元分析结果吻合较好,双稳态梁会出现负刚度,说明了所建立理论模型的准确性,该模型反映了双稳态梁的力-位移的非线性特性。

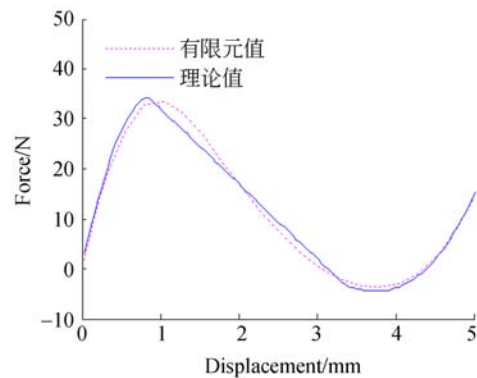


图 9 双稳态梁的力-位移关系

Fig. 9 Force-displacement relationship of bistable beam

4.3 常力机构理论模型验证

为了验证常力机构的刚度可分别由直梁和双稳态梁的刚度叠加而得。设位移 d 在 $[0 \sim 3]$ mm 范围变化,分别采用有限元和理论模型求出常力

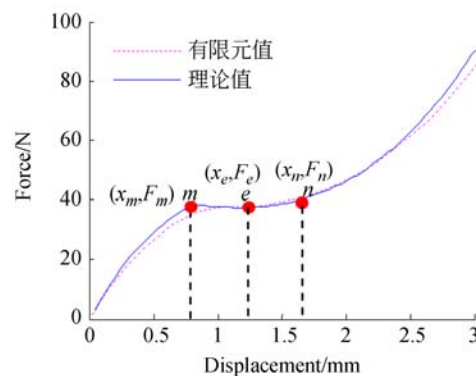


图 10 常力平台的力-位移关系

Fig. 10 Force-displacement relationship of constant-force stage

机构所对应的力如图 10 所示。由图 10 可知,由理论模型计算和有限元分析结果非常吻合,常力机构会出现近零刚度,说明了所建立理论模型的准确性。

5 灵敏度分析

为了分析平台结构参数对其力学性能的影响,下面进行灵敏度分析。当分析某一结构参数对平台力学性能的影响时,其他参数保持不变。各结构参数变化范围和增量如表 2 所示。当双稳态梁结构参数 α, t_2, b_2, l_2 分别变化时得到双稳态梁和平台的力-位移关系曲线如图 11(a), (b), (c) 和(d)所示。当直柔性梁结构参数 t_1, b_1, l_1 变化时得到直柔性梁和平台的力-位移关系曲线如图 12(a), (b)和(c)所示。

表 2 结构参数变化范围和增量

Tab.2 Structural parameters variation range and increment

参数	$\alpha/(\circ)$	t_2	b_2	l_2	t_1	b_1	l_1
下边界	3.5	0.55	5	36	0.5	5	41
上边界	5.5	0.95	9	44	0.9	9	49
增量	0.5	0.1	1	2	0.1	1	2

通过分析图 11 和图 12 可得出如下结论:

(1) 由图 11(a)可看出,当角度 α 增大,双稳态梁的屈曲点会发生在位移更小的位置,反映负刚度的力-位移曲线的斜率相同,即负刚度值相同,双稳态梁负刚度区域增大,平台的常力范围会增大。在相同的输入位移时力也会增大,即平台的承载能力增大;

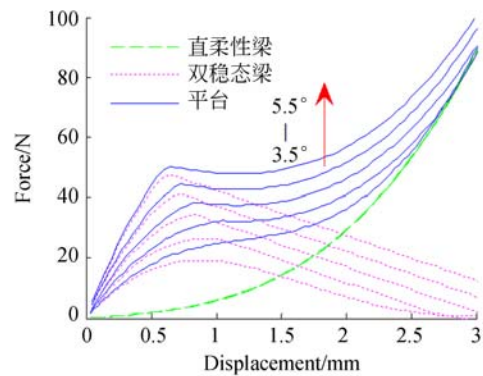
(2) 由图 11(b)可知,当厚度增大,双稳态梁的屈曲点会发生在位移更大的位置,但直柔性梁正刚度随位移增大而增大,当两者相近时产生近零刚度,平台表现为常力的位置会向后推移。反映负刚度的力-位移曲线越陡,负刚度值越小。平台的承载能力增大;

(3) 由图 11(c)可知,当宽度 b_2 增大,双稳态梁的屈曲点位置几乎不变,负刚度值越小,常力范围会增大;

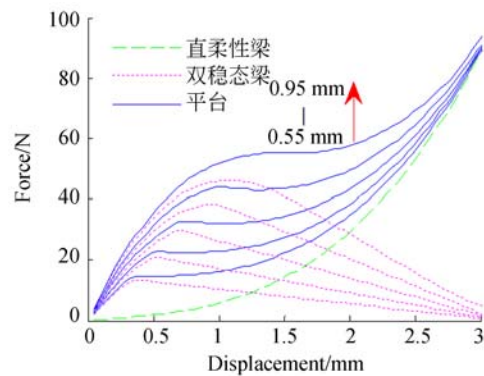
(4) 由图 11(d)可知,当长度 l_2 增大,屈曲点位置向前推移,负刚度值变小,导致平台静刚度变小,常力值相应减小,但影响较小;

(5) 由图 12 可知,当直梁厚度 t_1 、宽度 b_1 增大时,直梁的正刚度值增大,平台承载能力增大,常力范围增大,但增大范围较小;当长度 l_1 增大时,直梁的正刚度值会减小,平台的承载能力减小,常力范围变化较小。

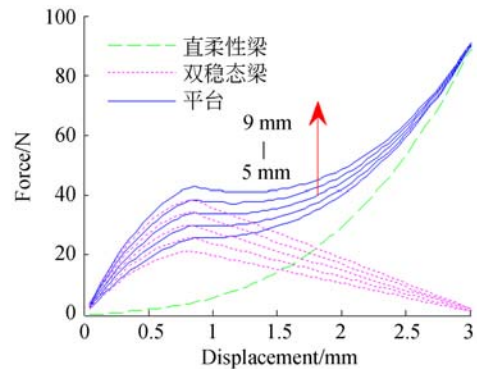
所以,平台结构参数对其力学性能均有一定影响,如何确定合适的结构参数使得正负刚度平衡产生更大常力范围和承载能力,则需要对其结构参数进行优化。



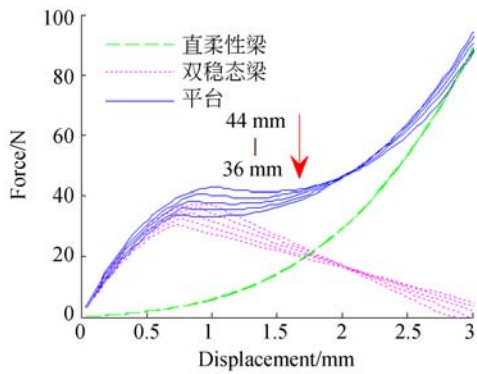
(a) 角度 α
(a) Angle α



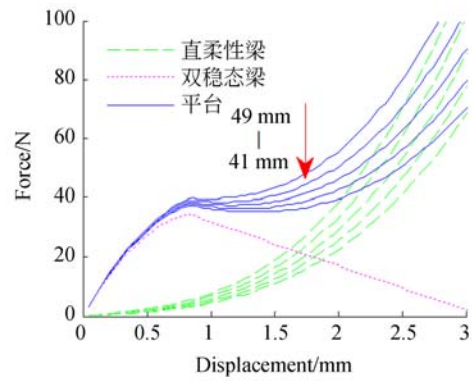
(b) 厚度 t_2
(b) Thickness t_2



(c) 宽度 b_2
(c) Width b_2



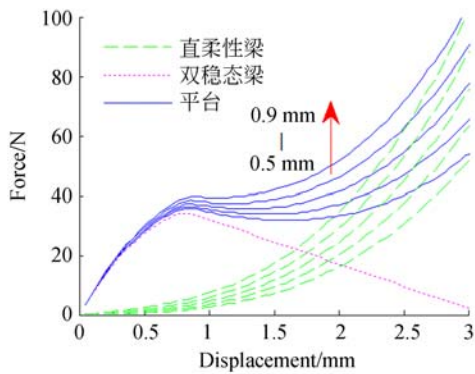
(d) 长度 l_2
(d) Length l_2



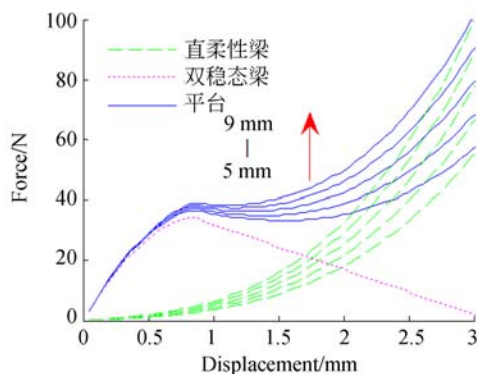
(c) 直梁长度 l_1
(c) Length of straight beam l_1

图 11 双稳态梁结构参数对平台力学性能的影响
Fig. 11 Effects on mechanical performance of stage of structural parameters of bistable beam

图 12 直梁结构参数对平台力学性能的影响
Fig. 12 Effects on mechanical performance of stage of structural parameters of straight beam



(a) 直梁厚度 t_1
(a) Thickness of straight beam t_1



(b) 直梁宽度 b_1
(b) Width of straight beam b_1

6 常力微动平台优化设计

由图 10 所示常力微动平台力-位移之间关系可知,如果希望在保证平台承载能力前提下常力范围尽量大,且力的波动尽量小,则要求图 10 中点 m 和 n 之间的距离越大越好, F_m 和 F_n 与 F_e 之间的差值越小越好,且 F_m 和 F_n 要更大,但由灵敏度分析可知它们之间是矛盾的,一般 m, n 之间距离越大, F_m 和 F_n 与 F_e 之间的差值也相应的越大。所以,为了保证平台承载能力不变小的条件下常力运动范围增大要求,需要对其结构参数进行优化设计。

对于该优化问题,由于 m, e 点之间的距离越大,则 m, n 点之间的距离也越大; F_m 与 F_e 之间的差值越小,则 F_m, F_n 与 F_e 的差值也越小。故可将该问题等效为选择 m, e 点之间的距离作为优化目标, m, e 两点的位置是通过对该特征曲线求导确定得到的,分别代表曲线上两个导数等于零的点, n 是 $F_m = F_n$ 时对应的点。约束条件为 F_e 和 F_m 的比值接近于 1,同时平台的承载力不小于初始值。所以,常力微动平台优化问题可表示为:

$$\begin{aligned}
 & f_{\text{obj}} = \max[x_e - x_m], \\
 & \text{s. t. } \alpha_L < \alpha < \alpha_U \\
 & \quad l_{1L} < l_1 < l_{1U} \\
 & \quad t_{1L} < t_1 < t_{1U} \quad \text{直梁结构参数} \\
 & \quad b_{1L} < b_1 < b_{1U} \\
 & \quad l_{2L} < l_2 < l_{2U} \\
 & \quad t_{2L} < t_2 < t_{2U} \quad \text{双稳态梁结构参数} \\
 & \quad b_{2L} < b_2 < b_{2U} \\
 & \quad 0.9 \leq F_e/F_m \leq 1 \quad \text{力约束} \\
 & \quad k \geq k_0 \quad \text{承载力约束}
 \end{aligned} \tag{42}$$

其中： x_m 和 x_e 分别表示 m 、 e 两点的位置， l_{1L} ， t_{1L} ， b_{1L} ， l_{2L} ， t_{2L} ， b_{2L} 为各结构参数的下边界， l_{2U} ， t_{1U} ， b_{1U} ， l_{2U} ， t_{2U} ， b_{2U} 为各结构参数的上边界，下边界和上边界如表 2 所示。 k_0 为平台刚度初始值。

表 3 平台优化前后结构参数

Tab. 3 Structural parameters of the stage after and before optimization

参数	l_2	l_2	$\alpha(^{\circ})$	b_2	l_1	b_1	t_1
	/mm	/mm		/mm	/mm	/mm	/mm
优化前	0.8	40	4.5	8	45	8	0.8
优化后	0.963	49.9	5.47	8.6	43.38	5.19	0.626
圆整后	0.96	50	5.5	8.6	43.4	5.2	0.63

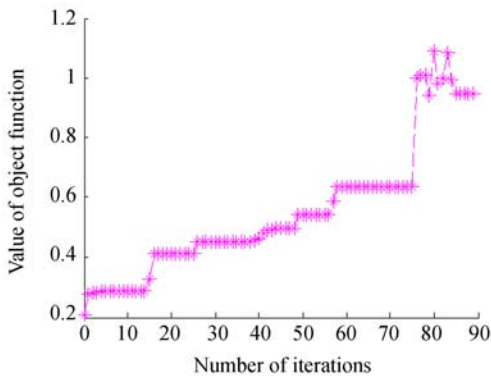


图 13 优化迭代过程

Fig. 13 Optimization iterative process

该优化模型为非线性约束优化问题，采用非线性二次规划方法进行优化求解。优化迭代过程如图 13 所示，平台结构参数的优化结果如表 3 所示。根据优化前后的结构参数，可得平台优化前后的力-位移关系如图 14 所示。由图 14 可知，优化前常力运动范围约为 0.6 mm，力约为 37 N；优化后常力范围大约为 1.5 mm，由于优化目标是

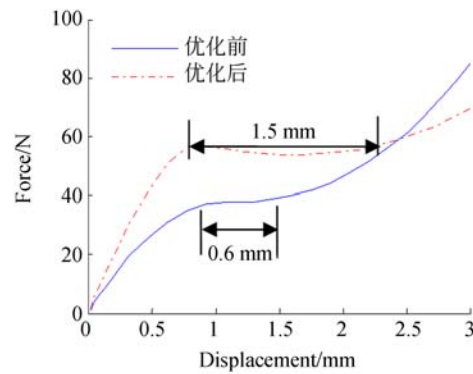


图 14 优化前后常力微动平台的力-位移关系

Fig. 14 Force-displacement relationship of constant-force micro stage after and before optimization

图 10 所示的 m 、 e 点之间的距离，实际常力范围较图 13 的优化结果更大。同时，常力增加至约为 52 N，说明优化后平台的承载能力增大，满足设计要求。所以，所提出的优化方法是有效的。

7 实验验证

为了说明所设计的平台和理论模型的有效性，制作样机并搭建如图 15 所示的实验测试系统进行验证。实验测试系统由常力微动平台、音圈电机、音圈电机驱动电源，光栅尺、力传感器、力传感器驱动电源、力传感器信号调理器、D/A 卡、工控机组成。音圈电机为昆山同茂公司生产，型号为 TMEC0400-025-000，音圈电机驱动器型号为 ACJ-055-18，力传感器为 SEASON 生产的 HS01B-20KG 微小 S 型力传感器，量程为 0~200 N，力传感器驱动电源为 S-200-24 开关电源，力传感器信号放大器型号为 HFD-1A，光栅尺为 MicroE Veratus 系列，分辨率 0.1 μm ，D/A 卡为美国 NI 公司生产的 PCI-6713。

为了得到微动平台力-位移之间的关系，采用音圈电机驱动平台，对电机施加速度为 10 mm/s，时间间隔为 10 ms 的步进驱动信号，电机推动平台的连接块运动，连接块产生相应位移，该位移采用光栅尺测得，对应该位移所需的推力可通过安装在常力机构和音圈电机之间的力传感器测得。所测得平台的力-位移实验值以及实验值和理论值比较如图 16 所示。由图 16 可知，该平台的力-位移曲线在 [0.6~1.7] mm 范围内，实验值和理论值均呈现出近似常力的力学性能，实验值常力大

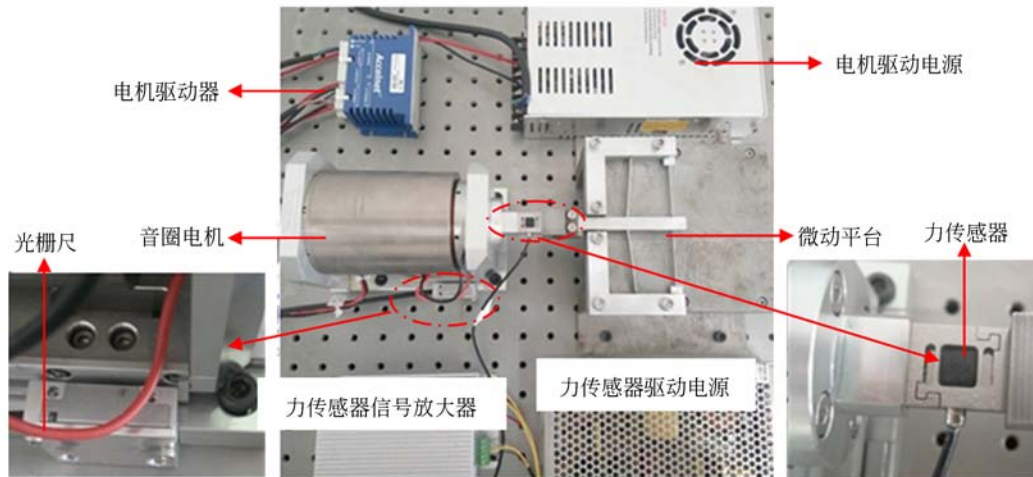


图 15 实验配置

Fig. 15 Experiment setup

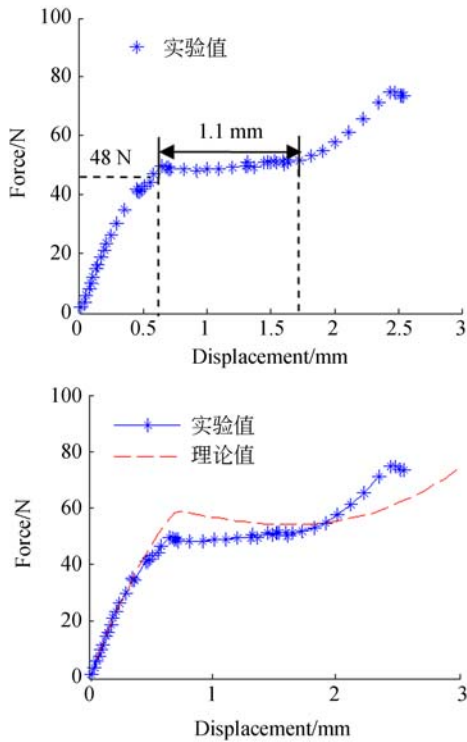


图 16 反映平台力-位移关系的实验结果

Fig. 16 Experimental results reflecting the relationship between force and displacement of the stage

小约为 48 N,与理论值的 52 N 有所差异,这主要是由加工误差导致的,由灵敏度分析也可知尺寸误差对曲线影响是很大的。实验结果证明了所设计平台的有效性及其所建模型的准确性和优化方法的可行性。

8 结 论

采用正负刚度结构相组合的方法设计了一种柔顺常力微动平台。平台由对称的直梁、双稳态梁和刚性连接块组成,利用直梁正刚度力学性能和双稳态梁的屈曲行为产生的负刚度力学性能,直梁和双稳态梁通过连接块并联连接。提出了一种将伪刚体法和椭圆积分法相结合的方法建立反映平台非线性大变形力学行为的理论模型,通过与有限元分析结果进行比较,比较分析结果表示所建立的模型能准确反映常力微动平台的力学性能。基于所建立的力学模型,提出一种提高平台的常力运动范围和承载能力的优化设计方法。制作样机并搭建了实验测试系统对该常力微动平台力学性能进行实验测试,实验结果表明,平台于位移在 1.1 mm 范围之内具有常力力学性能,常力大小约为 48 N,证明了设计常力平台的思路可行性、所建模型的准确性和优化方法的有效性。

参考文献:

[1] WANG D A, CHEN J H, PHAM H T. A constant-force bistable micromechanism [J]. *Sensors and Actua-*

tors A: Physical, 2013, 189(2): 481-487.

[2] WANG J Y, LAN C C. A constant-force compliant gripper for handling objects of various sizes [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2014, 136(7): 1-10.

- [3] ZHOU J X, XIAO Q Y, XU D L, *et al.*. A novel quasi-zero-stiffness strut and its applications in six-degree-of-freedom vibration isolation platform [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 394(2): 59-74.
- [4] 张春辉, 汪玉, 杜俭业, 等. 被动式恒力缓冲装置的设计与性能研究 [J]. *振动与冲击*, 2015, 34(13): 176-181.
ZHANG CH H, WANG Y, DU J Y, *et al.*. Design of a passive constant force shock absorber and its characteristics [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(13): 176-181. (in Chinese)
- [5] WEIGHT B L, MATTSO C A, MAGLEBY S P, *et al.*. Configuration selection, modeling and preliminary testing in support of constant force electrical connectors [J]. *Journal of Electronic Packaging*, 2007, 129(3): 236-246.
- [6] XU Q. Adaptive discrete-time sliding mode impedance control of a piezoelectric microgripper [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2013, 29(3): 663-673.
- [7] BARENTS R, SHENK M, DORSSER W D, *et al.*. Spring-to-spring balancing as energy-free adjustment method in gravity equilibrators [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2011, 133(6): 689-700.
- [8] 陈贵敏, 于靖军, 马洪波, 等. 柔顺机构设计理论与实例 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2015.
CHEN G M, YU J J, MA H B, *et al.*. *Handbook of Compliant Mechanisms* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2015. (in Chinese)
- [9] 胡俊峰, 徐贵阳, 郝亚洲. 基于响应面法的微操作平台多目标优化 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(4): 1096-1104.
HU J F, XU G Y, HAO Y ZH. Multi-objective optimization of micro-manipulation stage based on response surface method [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(4): 1096-1104. (in Chinese)
- [10] 崔玉国, 朱耀祥, 姜军强, 等. 压电微夹钳指位移与夹持力的检测 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(5): 1372-1379.
CUI Y G, ZHU Y X, LOU J Q, *et al.*. Detection of finger displacement and gripping force of piezoelectric micro-gripper [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(5): 1372-1379. (in Chinese)
- [11] 卢倩, 黄卫清, 孙梦馨. 基于柔度比优化设计杠杆式柔性铰链放大机构 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(1): 102-111.
LU Q, HUANG W Q, SUN M X. Optimization design of amplification mechanism for level flexure hinge based on compliance ratio [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(1): 102-111. (in Chinese)
- [12] WILCOX D L, HOWELL L L. Fully compliant tensural bistable micromechanisms [J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2005, 14(6): 1223-1235.
- [13] CHEN G, ZHANG S. Fully-compliant statically-balanced mechanisms without prestressing assembly: concepts and case studies [J]. *Mechanical Sciences*, 2011, 2(2): 169-174.
- [14] DUNNING A G, TOLOU N, HERDER J L. A compact low-stiffness six degrees of freedom compliant precision stage [J]. *Precision Engineering*, 2013, 37(2): 380-388.
- [15] WANG P, XU Q. Design of a flexure-based constant-force XY precision positioning stage [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2017, 108: 1-13.
- [16] KYLER A T, EZEKIEL G M, LARRY L H. Compliant constant-force linear-motion mechanism [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, 106(12): 68-79.
- [17] LAN C C, WANG J H, CHEN Y H. A compliant constant-force mechanism for adaptive robot end-effector operations [C]// *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Anchorage, Alaska, USA, May 3-8, 2010: 2131-2136.
- [18] 张爱梅. 平面梁大挠度非线性问题的完备解与柔性机构精确建模 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
ZHANG A M. *Comprehensive solution to nonlinear large-deflection problems of planar beams and accurate modeling of compliant mechanisms* [D]. Xian: Xidian University, 2013. (in Chinese)

作者简介:



胡俊峰 (1978—), 男, 江西临川人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 2010 年于华南理工大学获得博士学位, 主要从事柔顺机构及振动控制研究。E-mail: hjf-super@126.com



陈星星 (1993—), 男, 河南周口人, 硕士研究生, 主要研究方向为柔顺机构。E-mail: 1359960125@qq.com