

文章编号 1004-924X(2018)07-1766-08

# Tetrolet 域 uHMT 结构先验与 Turbo 均衡的压缩成像

杨 星

(国防科技大学 电子对抗学院 脉冲功率激光技术国家重点实验室, 安徽 合肥 200037)

**摘要:**基于 Tetrolet 变换系数的尺度间传递特性与按指数衰减特性, 本文构建了一种 Tetrolet 域通用隐马尔科夫树结构稀疏先验模型, 把 Tetrolet 变换系数的统计分布表示成二值高斯混合形式作为先验信息, 并采用因子图方法估计后验状态概率。为了解决在有环路的因子图中消息不能稳定收敛的问题, 利用 Turbo 均衡方法把压缩采样和结构先验部分分割成两个子图, 分别进行状态估计并相互交换消息。最后依据最小均方误差准则估计得到重构图像, 对  $128 \times 128$  的测试图像重构的归一化均方误差可达  $-20.97$  dB, 运行时间为 45.24 s。实验结果表明该算法在重构质量和运行速度上优于小波域隐马尔科夫树模型的各种算法。

**关键词:**Tetrolet 变换; 通用隐马尔科夫树; Turbo 均衡; 消息传递; 压缩成像

**中图分类号:**TN911.74 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182607.1766

## Compressive imaging based on Tetrolet-domain uHMT structured sparse prior and Turbo equalization

YANG Xing

(State Key Laboratory of Pulsed Power Laser Technology, Electronic Countermeasure Institute,  
National University of Defense Technology, Hefei 230037, China)

\* Corresponding author, E-mail: yangxing.1983@163.com

**Abstract:** Based on the persistence and exponential decay across scales of Tetrolet coefficients, the Tetrolet-domain universal hidden Markov tree structured sparse prior model was established for compressive imaging. In this model, the statistic distribution of Tetrolet coefficients was presented as the prior with the Gaussian-mixture form, and then, the posterior probability density function (PDF) was estimated by using the factor graph method. In order to solve the problem that the messages passing through the loop factor graph cannot reach stable convergence, the Turbo equalization method was exploited to decouple the factor graph into two parts for estimating the states of compressive sampling and the structured sparse model. Then, the exchange of messages was performed mutually in the two sub-graphs until reaching convergence. Finally, the image was estimated based on the minimum mean-squared error criterion. The normalized mean-squared error of reconstructing the testing image with size  $128 \times 128$  was  $-20.97$  dB, and the run-time was 45.24 s. Experimental results demonstrate that the proposed algorithm outperforms the algorithms based on the wavelet-domain hidden Markov tree model in terms of reconstruction quality and speed.

收稿日期:2017-12-29;修订日期:2018-01-24.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61503394);安徽省科学自然科学基金资助项目(No. 1508085QF121)

**Key words:** Tetrolet transform; universal hidden markov trees; Turbo equalization; belief propagation; compressive imaging

## 1 引 言

压缩成像是压缩感知理论上发展而来的一种新的图像获取方式,它旨在从低维数据采样量中重构得到高维图像<sup>[1]</sup>。由于压缩采样获得的数据远小于图像维度,因此需要挖掘先验信息以辅助图像重构。除压缩重构中常用的图像稀疏先验外,充分利用图像稀疏表示系数的结构特征,能够进一步改善图像的重构效果<sup>[2-3]</sup>。

图像小波变换系数的四叉树结构表明了小波系数的尺度间传递特性<sup>[4]</sup>。基于这种结构,已发展了多种重构算法,如 Baraniuk 等提出把小波系数四叉树结构和追迹算法相结合的基于模型的压缩采样追迹 (Model-based CoSaMP) 算法<sup>[5]</sup>; Duarte 等利用隐马尔科夫树 (Hidden Markov Tree, HMT) 模型表示小波系数的结构特征,并依据迭代重加权  $L_1$  范数最小化 (IRWL1) 进行求解<sup>[6]</sup>。这两种方法虽对重构结果有一定改善,但是效果仍不理想,且计算速度较慢。另一类方法是在贝叶斯框架下根据小波域 HMT 模型推断后验概率,然后根据最小均方误差 (Minimum Mean-squared Error, MMSE) 准则对图像进行估计。如文献<sup>[7]</sup>提出利用能够进行精确推断的马尔科夫链-蒙特卡洛 (MCMC) 方法估计后验概率,然而 MCMC 方法的推断过程需消耗大量时间才能达到收敛状态;为了平衡运算速度和重构效果,文献<sup>[8-9]</sup>提出利用变分贝叶斯 (Variational Bayes, VB) 方法估计后验概率。同时,文献<sup>[10-11]</sup>把图概率模型理论运用到图像重构,提出利用置信传播 (Belief Propagation, BP) 算法估计后验概率,获得了较快的运算速度。

为进一步提高压缩成像重构性能,本文在贝叶斯框架下,构建了 Tetrolet 域<sup>[12]</sup>通用 HMT (universal HMT, uHMT)<sup>[13]</sup>结构稀疏先验模型。该模型充分利用了 Tetrolet 变换和 uHMT

的优点,提高模型对图像表征能力的同时,无需对模型参数进行估计。在后验概率估计时,利用 Turbo 均衡方法把有环的图像重构因子图分割成两部分分别进行状态估计,其中压缩采样部分利用近似消息传递 (Approximate Message Passing, AMP) 算法<sup>[14-16]</sup>以加快迭代计算过程。实验结果表明本文方法在综合重构质量和运算速度方面具有更好的性能。

## 2 图像 Tetrolet 域 uHMT 结构稀疏先验

### 2.1 Tetrolet 变换

Tetrolet 变换原理:利用四格拼板 (Tetrominoes) 对具有不同几何特征的图像块进行组合表示;四格拼板的 5 种类型如图 1 所示,利用它们对  $4 \times 4$  的图像块进行填充,共有 117 种组合方式;然后,对每种组合方式分别进行 Haar 小波变换,并通过最小化高频系数数目的方式获得最优组合。这种对局部特征的自适应分割使得 Tetrolet 变换比小波变换具有更丰富的方向选择性。文献<sup>[12]</sup>对 Tetrolet 变换的实现过程进行了详细阐述,并与其他多尺度分析工具 (如 Curvelet、Contourlet 变换等) 进行了比较,结果表明 Tetrolet 变换具有更好的图像稀疏表征能力。

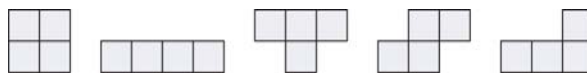


图 1 5 种自由四格拼板 (O-I-T-S-L)

Fig. 1 Five kinds of free Tetrominoes (O-I-T-S-L)

图 2 是对 ‘cameraman’ 图像的三层 Tetrolet 变换。类似于小波变换, Tetrolet 变换同样具有尺度间传递特性,即变换系数的状态会沿着变换尺度进行传递。因此,可根据尺度间传递特性构建图像 Tetrolet 变换系数的结构先验模型。

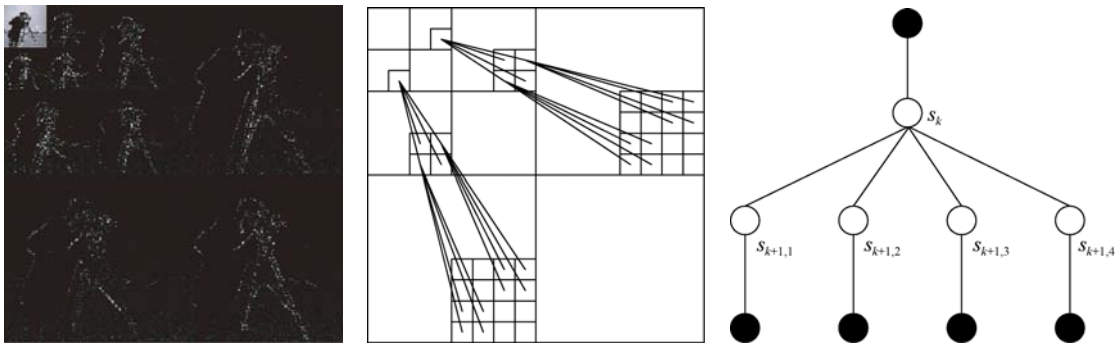


图 2 Tetrolet 变换及其系数四叉树结构示意图

Fig. 2 Tetrolet transform and the quad-trees of the Tetrolet coefficients

### 2.2 Tetrolet 域 uHMT 结构先验

根据 HMT 模型将每一个 Tetrolet 变换系数先验模型表示成二值高斯混合分布的形式:

$$p(\theta_n | s_n) = s_n N(\theta_n; 0, \sigma_{1,n}^2) + (1 - s_n) N(\theta_n; 0, \sigma_{0,n}^2), \quad (1)$$

式中:  $s_n \in \{0, 1\}$  是反应变换系数状态的隐二值态,  $N(x; \mu, v)$  是均值为  $\mu$  方差为  $v$  的高斯分布。根据尺度间传递特性, 第  $j$  层变换系数的状态仅与其上一层相应变换系数的状态相关, 因此,  $s_n$  满足马尔科夫链分布形式。状态转移矩阵为:

$$P_j = \begin{bmatrix} p_j^{00} & p_j^{01} \\ p_j^{10} & p_j^{11} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

同时, 变换系数在尺度间传递过程中呈指数衰减<sup>[17]</sup>趋势, 具体表现为:

$$\sigma_{k,j}^2 = C_{\alpha_k} 2^{-j\alpha_k} (k=0, 1), \quad (3)$$

$$P_j = \begin{bmatrix} 1 - C_{00} 2^{-\gamma_0 j} & C_{00} 2^{\gamma_0 j} \\ 0.5 - C_{11} 2^{\gamma_1 j} & 0.5 + C_{11} 2^{\gamma_1 j} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

考虑到根节点状态, HMT 模型可由以下参数向量确定:

$$\Theta = \{p_0^0, \alpha_0, C_{\alpha_0}, \alpha_1, C_{\alpha_1}, \gamma_0, C_{00}, \gamma_1, C_{11}\}. \quad (5)$$

通常, 不同图像的 HMT 模型参数的确定需借助 EM(Expectation Maximization) 算法进行估计, 然而估计模型参数在很大程度上增加了图像重构的计算复杂度。而 Romberg 等人通过对大量图像的测试研究发现, 自然图像的小波系数传递规律具有很强的相似性。因此他们对 HMT 模型参数统一建立了 uHMT 模型。Tetrolet 变换是在小波变换基础上发展而来, 因此我们可以假设 uHMT 同样适用于 Tetrolet 变换。在 uHMT 模型中, 参数向量  $\Theta$  定义为:

$$\Theta = \{p_0^0, \alpha_0, C_{\alpha_0}, \alpha_1, C_{\alpha_1}, \gamma_0, C_{00}, \gamma_1, C_{11}\} = \{0.5, 3, 1, 2^{11}, 2.25, 2^{11}, 1, 2^{2.3}, 0.4, 2^{0.5}\}. \quad (6)$$

### 3 基于 Turbo 均衡的图像重构

在贝叶斯框架下重构图像的重点是对后验概率  $p(\theta | y = y_0)$  的推断估计。由贝叶斯理论可知:

$$p(\theta | y) \propto \sum_s p(y | \theta, s) p(\theta, s) = \sum_s \underbrace{p(s)}_{\triangleq h(s)} \prod_{m=1}^M \underbrace{p(y_m | \theta)}_{\triangleq g_m(\theta)} \prod_{n=1}^N \underbrace{p(\theta_n | s_n)}_{\triangleq f_n(\theta_n, s_n)}, \quad (7)$$

其中:  $f_n(\theta_n, s_n)$  表示 Tetrolet 变换系数的先验分布;  $g_m(\theta)$  表示压缩采样数据的先验分布, 假设满足  $g_m(\theta) = N(y_m; \mathbf{a}_m^T \theta, \sigma^2)$ ,  $\mathbf{a}_m^T$  是观测矩阵  $\mathbf{A}$  的第  $m$  行。

为方便快捷求解  $p(\theta | y)$ , 利用消息传递(Message Passing, MP) 算法估计边缘后验概率  $\{p(\theta_n | y)\}$ 。结合第二节构建的 uHMT 结构模型, 压缩成像重构的因子图表示如图 3 所示。

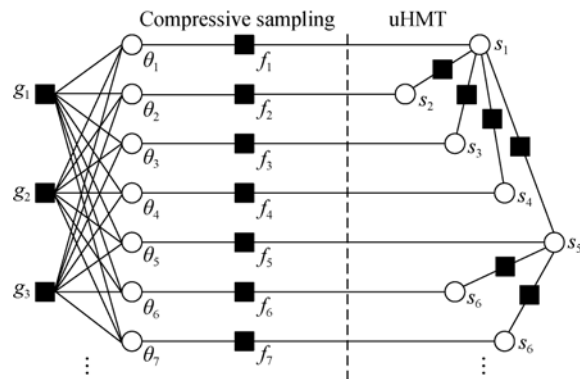


图 3 压缩成像重构的因子图表示

Fig. 3 Factor graph representation of compressive imaging reconstruction

该因子图是一个有环路的马尔科夫网络, 环路结构体现在压缩采样和结构先验、测量值与变换系数之间。因此, 在图 3 所示的因子图中, MP 算法并不能保证推断出正确的后验估计。为此, 借鉴文献[18]的方法, 根据 Turbo 均衡原理将该因子图分割成压缩采样和结构先验两部分, 如图 4 所示。在利用 MP 算法推断时, 将压缩采样部分估计中  $\{s_n\}$  的概率分布作为结构先验部分的输入; 反过来, 结构先验部分的估计结果再作为压缩采样部分的输入, 交替进行直至收敛, 即:

$$h_n^{(i)}(s_n) \triangleq \nu_{h \rightarrow s_n}^{(i)}(s_n), \quad (8)$$

$$d_n^{(i+1)}(s_n) \triangleq \nu_{f_n \rightarrow s_n}^{(i+1)}(s_n), \quad (9)$$

其中  $\nu_{h \rightarrow s_n}^{(i)}(s_n)$  和  $\nu_{f_n \rightarrow s_n}^{(i)}(s_n)$  分别表示相应节点传递的消息。

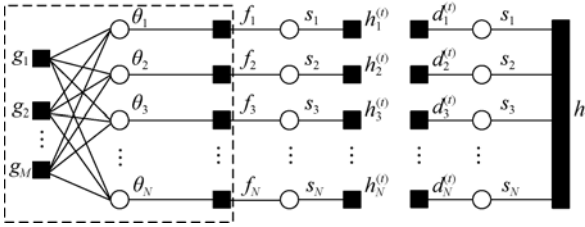


图 4 分离的因子图表示

Fig. 4 Decoupled factor graph representation

对于 uHMT 结构因子图等价于如图 2(c) 所示四叉树状的马尔科夫网络, 其消息传递过程为<sup>[19]</sup>:

$$\nu_{h \rightarrow s_k}^{(i)}(s_k) = m_{s_{k-1} \rightarrow s_k}(s_k) \prod_{i=1}^4 m_{s_{k+1, i} \rightarrow s_k}(s_k), \quad (10)$$

其中:  $s_{k+1, i}$  是  $s_k$  子系数的状态,  $m_{a \rightarrow b}(\cdot)$  表示父子之间传递的消息。

为便于推导压缩采样部分的消息传递过程, 把从 uHMT 结构先验部分得到的  $\{s_n\}$  的概率分布定义为  $\lambda_n \triangleq h_n(s_n=1)$ , 则  $f_n$  到  $\theta_n$  传递的消息为:

$$\nu_{f_n \rightarrow \theta_n}(\theta_n) = \lambda_n N(\theta_n; 0, \sigma_{\theta, n}^2) + (1 - \lambda_n) N(\theta_n; 0, \sigma_{1, n}^2). \quad (11)$$

根据和-积运算法则 (Sum-product Algorithm)<sup>[20]</sup>, 迭代终止后  $\theta_n$  的后验概率分布为:

$$p(\theta_n | \mathbf{y}) \propto \nu_{f_n \rightarrow \theta_n}(\theta_n) \prod_{l=1}^M \nu_{g_l \rightarrow \theta_n}(\theta_n), \quad (12)$$

同样,  $f_n$  传递到  $s_n$  的消息为:

$$\nu_{f_n \rightarrow s_n}(s_n) = \int_{\theta_n} f_n(\theta_n, s_n) \prod_{l=1}^M \nu_{g_l \rightarrow \theta_n}(\theta_n). \quad (13)$$

根据式(9)可知,  $\nu_{f_n \rightarrow s_n}(s_n)$  用以 uHMT 结构先验部分推断的输入。然而, 计算  $p(\theta_n | \mathbf{y})$  和  $\nu_{f_n \rightarrow s_n}(s_n)$  需要求得  $\nu_{g_m \rightarrow \theta_n}^i(\theta_n)$ 。根据中央极限定理可知:

$$\nu_{g_m \rightarrow \theta_n}^i(\theta_n) \approx N\left[\theta_n; \frac{z_{mm}^i}{A_{mm}}, \frac{c_{mm}^i}{A_{mm}^2}\right], \quad (14)$$

其中:

$$\begin{cases} z_{mm}^i = y_m - \sum_{q \neq n} A_{mq} \mu_{qm}^i \\ c_{mm}^i = \sigma^2 + \sum_{q \neq n} A_{mq}^2 v_{qm}^i \end{cases}, \quad (15)$$

其中  $\mu_{qm}^i$  和  $v_{qm}^i$  是消息  $\nu_{\theta_n \rightarrow g_m}^i(\theta_n)$  的均值和方差。则有:

$$\nu_{\theta_n \rightarrow g_m}^i(\theta_n) \propto \nu_{f_n \rightarrow \theta_n}(\theta_n) \prod_{l \neq m} \nu_{g_l \rightarrow \theta_n}^{i-1}(\theta_n). \quad (16)$$

因此, 可通过迭代更新  $\{\{\mu_{mm}^i\}\}, \{\{v_{mm}^i\}\}, \{\{z_{mm}^i\}\}, \{\{c_{mm}^i\}\}$  以获得  $\nu_{g_m \rightarrow \theta_n}^i(\theta_n)$ , 计算复杂度为  $\mathcal{O}(MN)$ 。为降低计算复杂度, 对于  $M$  和  $N$  较大时,  $\{\{\mu_{mm}^i\}\}, \{\{v_{mm}^i\}\}, \{\{z_{mm}^i\}\}, \{\{c_{mm}^i\}\}$  的计算可通过采用 AMP 算法求解  $\{\{\mu_n^i\}\}, \{\{v_n^i\}\}, \{\{z_n^i\}\}, \{c^i\}$  来实现<sup>[21-22]</sup>。

综上所述, 基于 Turbo 均衡的压缩成像重构过程如 Algorithm1 所示:

---

#### Algorithm1: 基于 Turbo 均衡的压缩成像重构

---

1. 初始化  $\{\lambda_n^{t-1} = h_n^{t-1}(s_n=1)\}$ ;
  2. for  $t=1$  to  $T$  do;
  3. 初始化  $z_m^{i-1} = y_m, \mu_n^{i-1} = 0$  和  $c_n^{i-1} \gg \max\{\sigma_{\theta, n}^2, \sigma_{1, n}^2\}$ ;
  4. for  $i=1$  to  $K$  do;
  5. 采用 AMP 算法计算  $\{\{\mu_n^i\}\}, \{\{v_n^i\}\}, \{\{z_n^i\}\}, \{c^i\}$ ;
  6. end for;
  7. 根据式(12)(13)和(14)计算  $\{p^i(\theta_n | \mathbf{y})\}$  和  $\{\nu_{f_n \rightarrow s_n}^i(s_n)\}$ ;
  8. 根据式(11)计算  $\{\nu_{h \rightarrow s_n}^{(t+1)}(s_n)\}$ , 同时令  $\{\lambda_n^{t+1} = \nu_{h \rightarrow s_n}^{(t+1)}(s_n=1)\}$ ;
  9. end for;
  10. 得到后验概率  $\{p(\theta_n | \mathbf{y})\}$ , 并依据 MMSE 准则重构图像。
- 

## 4 实验结果对比与分析

本节主要从图像重构质量和运行时间两方面对本文算法的性能进行测试。为验证本文算法的性能, 本节将与引言中提到的 HMT-IRWL1、

Model-CoSaMP、BP、VB、MCMC 和 HMT-AMP 6 种算法进行对比,而本文算法定义为 Tetrolet-uHMT-Turbo,所有测试图像的大小为  $128 \times 128$ 。其他算法中小波变换为 4 层的‘haar’小波基变换。测量矩阵为高斯随机矩阵,并采用归一化均方差 (Normalized Mean Squared Error, NMSE)  $\|x - \hat{x}\|_2^2 / \|x\|_2^2$  作为重构质量的客观评价指标。为降低测量矩阵随机性的影响,每个实验进行 10 次求取 NMSE 的平均值。

图 5 和表 1 是采样值数目为 5 000 时这 7 种算法对‘cameraman’图像的重构结果。从图 5 的直观对比效果来看,本文算法的重构质量明显优于 HMT-IRWL1、Model-CoSaMP、BP 和 VB 算

法。同时,相比于 MCMC 和 HMT-AMP 算法也有一定程度地提高,特别是对图像的边缘和纹理区域,改善效果比较明显。这是由于 Tetrolet 变换对局部几何特征良好表征的结果。从表 1 中的数据来看,本文算法的 NMSE 值相较于其他算法分别降低了 6.45 dB、3.58 dB、2.84 dB、1.96 dB、0.71 dB 和 0.43 dB,和直观效果相吻合。在运算速度方面,BP 算法相对最快,MCMC 算法相对最慢,而本文算法的运算速度仅次于 BP 算法。本文算法在利用图像结构先验的同时,无需参数估计,所以在保持重构质量的同时,提升了运算速度。因此,综合重构质量和运算速度两方面,本文算法具有很大优势。

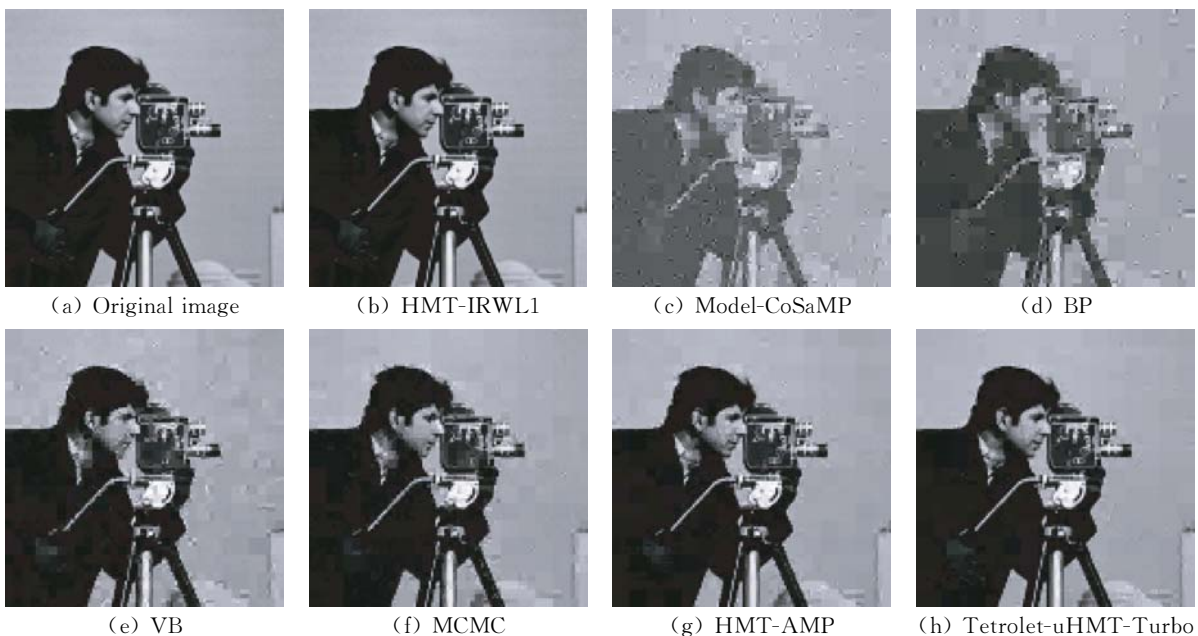


图 5 不同方法对‘cameraman’图像的重构结果

Fig. 5 Reconstruction results of the ‘cameraman’ image with different methods

表 1 不同方法对‘cameraman’图像重构的 NMSE 和运算时间

Tab. 1 NMSEs and run-times for reconstructing the ‘cameraman’ image with different methods

Reconstruction algorithm	HMT-IRWL1	Model-CoSaMP	BP	VB	MCMC	HMT-AMP	Tetrolet-uHMT-Turbo
NMSE /dB	-14.52	-17.39	-18.13	-19.21	-20.26	-20.54	-20.97
Run-time /s	354.81	115.47	39.79	102.36	728.58	50.65	45.24

为分析不同采样值数目情况下的算法性能对比,实验中采样值数目分别取 2 000、4 000、6 000、8 000、10 000 时的重构结果如图 6 所示。从图 6(a)的 NMSE 值对比可知,随着采样值数目的增加,这 7 种算法的 NMSE 值不断下降,说明重构质量越来越好。而相较于其他算法,本文方

法在以上采样值数目情况下都具有较好的重构质量。从图 6(b)的运行时间对比可知,采样值数目越多,耗时越长。而这 7 种算法中,BP 算法仍是耗时最短的,本文算法仅次于 BP 算法。同样从重构质量和运行时间两方面考虑,在不同采样率下本文算法仍具有较好重构性能。

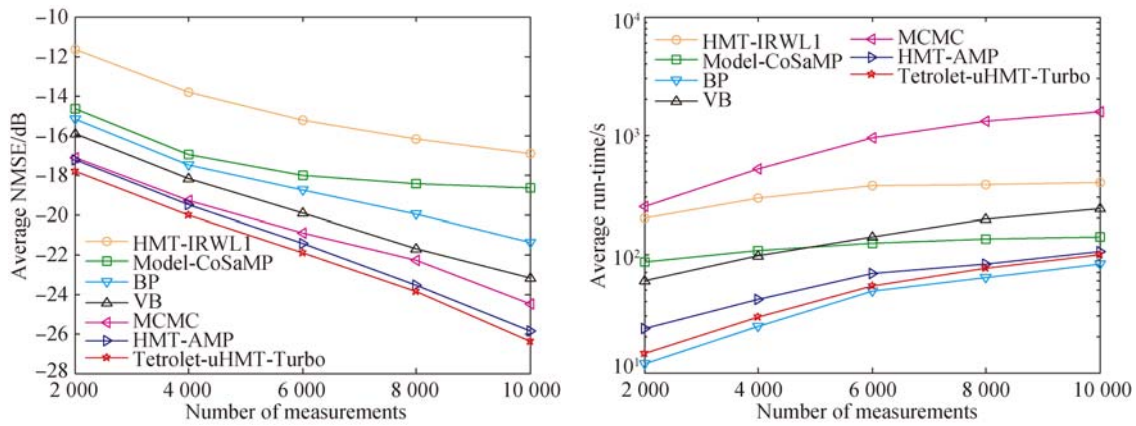


图 6 重构性能随测量值数目的变化

Fig. 6 Changes curves of reconstruction performance versus the number of measurements

为验证本文算法的普适性,对 Microsoft Research Object Class Recognition 数据库中的 20 种不同类型的灰度图像进行重构实验。如图 7 所示为测试图像,所有图像大小为  $128 \times 128$ ,其他设置与上文保持不变。

图 8 是不同算法对不同测试图像的重构结果对比,其中横坐标表示不同类型图像的序号,序号排列与图 7 相一致,即第一行为 1~10,第二行为 11~20。从图 8 中 NMSE 值的对比可知,7 种算

法的重构质量与图像内容密切相关,图像内容越丰富,NMSE 值越大。而对于 7 种算法相比较而言,本文算法对不同类型图像重构的 NMSE 值相对较低,说明重构效果相对较好。从图 8 的运行时间对比可知,不同类型图像的运行时间差别不大。另外,对比图 8 中不同算法运行时间可知,BP 算法运行最快,本文算法仅次于 BP 算法。综上,相较于其他算法,本文算法对不同类型图像都具有较好的重构性能。



图 7 Microsoft database 中 20 种类型测试图像

Fig. 7 A sample image from each of the 20 types in the Microsoft database

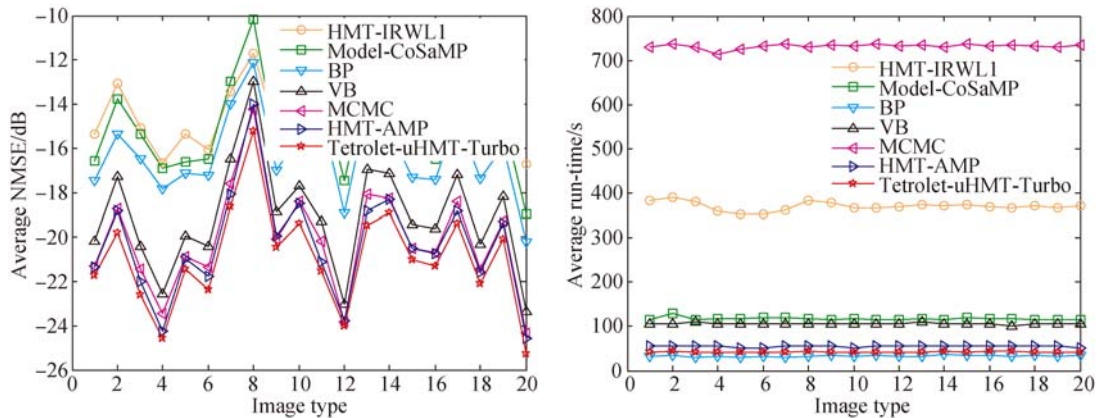


图 8 不同类型测试图像的重构性能对比

Fig. 8 Comparison of reconstruction performance of different types of images

## 5 结 论

为了提高图像重构性能,构建了一种 Tetrolet 域通用隐马尔科夫树结构稀疏先验模型。该模型利用 Tetrolet 变换较好的稀疏表征能力,提高了模型有效性;利用通用隐马尔科夫树模型无需参数估计,降低了计算复杂度。其次,在估

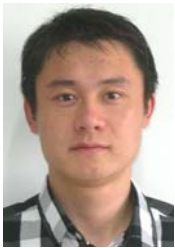
计后验概率时,利用 Turbo 均衡理论把具有环的因子图分离成两部分分别进行状态估计,解决了因子图中消息不能稳定收敛的问题。相较于 HMT-IRWL1、Model-CoSaMP、BP、VB、MCMC 和 HMT-AMP 算法,本文算法具有更好的重构质量,而算法运行速度方面仅次于 BP 算法且优于其他五种算法。对  $128 \times 128$  的测试图像重构的归一化均方误差可达  $-20.97$  dB,运行时间为 45.24 s。

### 参考文献:

- [1] ROMBERG J. Imaging via compressive sampling [J]. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2008, 25(2): 14-20.
- [2] 孙洪,张智林,余磊. 从稀疏到结构化稀疏: 贝叶斯方法[J]. *信号处理*, 2012, 28(6): 759-773.  
SUN H, ZHANG ZH L, YU L. From sparsity to structured sparsity: Bayesian perspective [J]. *Signal processing*, 2012, 28(6): 759-773. (in Chinese)
- [3] 吴建宁,徐海东,王珏. 基于过完备字典稀疏表示的多通道脑电信号压缩感知联合重构[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(7): 1666-1673.  
WU J N, XU H D, WANG J. A new joint reconstruction algorithm of compressed sensing for multi-channel EEG signals based on over-complete dictionary approach [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38 (7): 1666-1673. (in Chinese)
- [4] CROUSE M S, NOWAK R D, BARANIUK R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden Markov models [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(4): 886-902.
- [5] BARANIUK R G, CEVHER V, DUARTE M F, *et al.*. Model-based compressive sensing [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2010, 56(4): 1982-2001.
- [6] DUARTE M F, WAKIN M B, BARANIUK R G. Wavelet-domain compressive signal reconstruction using a hidden Markov tree model [C]. *IEEE Int. Conf. Acoust. Speech & Signal Process*, 2008: 5137-5140.
- [7] HE L, CARIN L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2009, 57(9): 3488-3497.
- [8] TORKAMANI R, SADEGHZADEH R A. Bayesian compressive sensing using wavelet based Markov random fields[J]. *Signal Processing-Image and Communication*, 2017, 58:65-72.
- [9] HE L, CHEN H, CARIN L. Tree-structured compressive sensing with variational Bayesian analysis [J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2010, 17(3): 233-236.
- [10] BARON D, SARVOTHAM S, BARANIUK R G. Bayesian compressive sensing via belief propagation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(1): 269-280.
- [11] SOM S, SCHNITER P. Compressive imaging using approximate message passing and a Markov-tree prior [J] *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(7): 3439-3448.
- [12] KROMMWEH J. Tetrolet transform: a new adaptive Haar wavelet algorithm for sparse image representation [J]. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 2010, 21(4): 364-374.
- [13] HEGDE C, INDYK P, SCHMIDT L. A fast approximation algorithm for tree-sparse recovery [C]. *IEEE Int. Symp. Inf. Theory*, 2014, 1842-1846.
- [14] WANG Y G, YANG L, TANG Z Y, *et al.*. Multitask classification and reconstruction using extended Turbo approximate message passing [J]. *Signal Image and Video Processing*, 2017, 11 (2):219-226
- [15] TAN J, MA Y T, BARON D. Compressive imaging via approximate message passing with image denoising [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(8): 2085-2092.
- [16] METZLER C A, MALEKI A, BARANIUK R G. From denoising to compressed sensing [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, 62 (9): 5117-5144.
- [17] ROMBERG J K, CHOI H, BARANIUK R G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models [J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2001, 10(7): 1056-1068.

- [18] MCELIECE R J, MACKAY D J, CHENG J F. Turbo decoding as an instance of Pearl's 'belief propagation' algorithm [J]. *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, 1998, 16(2):140-152.
- [19] MACKAY D J. *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms* [M]. New York: Cambridge University Press, 2003, 570-574.
- [20] KSCHISCHANG F R, FREY B J, LOELIGER H A. Factor graphs and the sum-product algorithm [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2001, 47: 498-519.
- [21] BAYATI M, MONTANARI A. The dynamics of message passing on dense graphs with applications to compressed sensing [J]. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2011, 57(2): 764-785.
- [22] DONOHO D L, MALEKI A, MONTANARI A. Message passing algorithms for compressed sensing: I. Motivation and construction [C]. *Inf. Theory Workshop*, 2010, 1-5.

#### 作者简介:



杨 星(1983—),男,四川都江堰人,博士,助理研究员,2006年、2009年、2012年于解放军电子工程学院分别获得学士、硕士、博士学位,主要从事光电成像、机器视觉及模式识别方面的研究。  
E-mail: yangxing.1983@163.com