

文章编号 1004-924X(2018)07-1813-14

## 磁梯度张量系统传感器阵列的快速旋转校准

李青竹<sup>1</sup>,李志宁<sup>1\*</sup>,张英堂<sup>1</sup>,尹刚<sup>2</sup>,范红波<sup>1</sup>

- (1. 陆军工程大学 车辆与电气工程系,河北 石家庄 050003;
2. 中国空气动力研究与发展中心 高速所,四川 绵阳 621000)

**摘要:**为有效消除磁梯度张量系统传感器阵列间非对准误差和传感器系统误差对测量精度造成的影响,提出了一种只需绕系统任意轴旋转一周便可理论上实现所有磁传感器与参考平台正交系间精确校准方法。利用两组无数学简化的非线性转换构建传感器系统误差线性校正模型,仅需同一旋转周期的 10 组测量数据便能得到参考平台与各传感器的理想正交输出。通过构建磁传感器三轴横倾、俯仰、方位转换的旋转矩阵,得到传感器空间任意姿态的非对准误差校正模型并对旋转角进行最小二乘估计,仅需同一旋转周期的 3 组测量数据便能对准张量系统。仿真和实测结果表明:在理想情况下仿真参数估计准确率接近 100%,实验校正后各传感器输出具有较高重合与同轴性,张量分量 RMSE(均方根误差)小于 30 nT/m。能以较简单步骤和较少采样数据高效提高差分法磁梯度张量系统测量精度。

**关键词:**磁梯度张量系统;误差校正;线性校正;最小二乘法;快速旋转校准

**中图分类号:**TP212.9;TH762 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20182607.1813

### Fast rotation calibration of sensor array in magnetic gradient tensor system

LI Qing-zhu<sup>1</sup>, LI Zhi-ning<sup>1\*</sup>, ZHANG Ying-tang<sup>1</sup>, YIN Gang<sup>2</sup>, FAN Hong-bo<sup>1</sup>

- (1. Department of Vehicle and Electrical Engineering,  
The Army Engineering University of PLA, Shijiazhuang 050003, China;
  2. High Speed Institute, China Aerodynamics Research  
and Development Center, Mianyang 621000, China)
- \* Corresponding author, E-mail: lizn03@hotmail.com

**Abstract:** In order to eliminate the effect of the misalignment error between the sensor array and the sensor system of the magnetic gradient tensor system on the measurement accuracy, a method of theoretically precise calibration between all magnetic sensors and reference platforms, which involves rotating a circle around an arbitrary axis of the system, was proposed. The linear correction model of the sensor system error was constructed using two nonlinear transformations without any mathematical simplification, and the ideal orthogonal output of the reference platform and each sensor was obtained with only 10 sets of measurement data in the same rotation period. By constructing the rotation matrix of the tri-axis heel, pitch, and azimuth transformations of the magnetic sensor, the misalignment error correction model of the arbitrary spatial orientation of the sensors was obtained,

收稿日期:2017-11-08;修订日期:2017-12-11.

基金项目:军内国防科研资助项目(装司[2012]\* \* 5号)

and the rotation angle was estimated by the least-squares method. In addition, only three sets of measurement data in the same rotation period was necessary for the alignment of the tensor system. The simulation and experiment show that the accuracy of the simulation parameters estimation was close to 100% in the ideal condition. After the calibration experiment, the output of the sensor showed a high overlapping and coaxiality performance, and the RMSE (root mean square error) of the tensor components was less than 30 nT/m. It is possible to improve the measurement accuracy of the differential magnetic gradient tensor system efficiently with simpler steps and less sampling data.

**Key words:** magnetic gradient tensor system; error correction; least-squares method; linear calibration; fast rotation calibration

## 1 引言

环境地磁场梯度很低,磁梯度场中磁异常产生的梯度占了极大部分,故磁梯度张量测量相比常规磁矢量与总场强度测量,能提供更多姿态信息,具有更高空间分辨率,且对测量旋转噪声不敏感<sup>[1]</sup>,能够适应更复杂的测量环境。此外,磁梯度张量系统适用作航空机载捷联装置<sup>[2]</sup>。基于这些优势,磁梯度张量测量已被广泛应用于民用与军事领域,例如航空磁测与导航、搜索土壤黑色金属与矿产勘探、探寻地下未爆弹、排雷、潜艇侦查及水下定位等<sup>[3-4]</sup>。目前国内外研究机构已经开发了基于磁通门传感器或超导量子干涉仪搭建的磁梯度张量系统并进行了一系列实验<sup>[5-6]</sup>。

直接测量磁场梯度本质上难以实现,目前多采用多矢量磁传感器阵列组合构建张量系统,利用传感器短距离基线的矢量读数差近似代替磁标势二次偏微分,实现磁张量分量差分法测量<sup>[7]</sup>。磁传感器自身存在如轴位偏差、灵敏度标度因子和三轴非正交性等的系统误差<sup>[8]</sup>,现有的校正方法<sup>[9-12]</sup>虽已经满足对总场或分量场测量需要,但针对数据精度要求更高的张量场测量仍然不足。张量系统一般依靠研究团队自身条件搭建,由于制造工艺水平限制,传感器在成对排列安装时存在包含位移与旋转误差两种非对准误差。位移非对准误差一般对差分法而言影响较小,且容易在高精度安装过程中被消除,而传感器理想正交输出轴旋转朝向与外壳间并不是完全一致对准的,

每个传感器都存在差异性,故旋转非对准误差不可避免<sup>[13]</sup>。张量测量属于微弱信号检测,这种旋转非对准误差对测量精度影响甚至可达上千 nT/m,故必须对其进行校正。

现有对准方法多以测量大量姿态数据并对其进行非线性拟合估计出误差参数<sup>[14-15]</sup>,该方法对姿态数据量需求大,且常利用 3D 霍姆赫兹线圈获取矢量参考,成本高,不利于工程实际。而标量校正方法是构建磁传感器系统误差和传感器间错位误差的校正数学模型,于等人<sup>[9]</sup>将误差补偿参数估计转化为通过遗传算法求解函数优化问题,张等人<sup>[10]</sup>利用 4 种误差参数关系建立了线性误差模型对参数进行求解,但这两种方法参数建模过程都忽略了变量转换过程中的高阶小量,给测量带来了误差。本文尝试通过误差参数线性建模,设计一种快速旋转校准方法,利用绕系统任意轴旋转一周的少量矢量点输出构建无数学简化的误差校正线性方程组,使用最小二乘法对传感器系统误差和非对准角进行估计,实现少数数据精确校准,为张量磁测仪的快速校准提供思路和方法。

## 2 磁梯度张量理论与系统搭建

磁矢量场在三正交方向上的空间变化率被定义为磁梯度张量<sup>[3]</sup>,其 9 个分量可由磁标势二次偏微分表示。在静磁场情况下,若无区域电流存在,麦克斯韦方程会施加限制,使得张量矩阵是对称和无迹的,9 个分量元素仅有 5 个相互独立,则张量矩阵  $\mathbf{G}$  可表示如式(1):

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} [B_x \quad B_y \quad B_z] = \begin{bmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial x} & \frac{\partial B_y}{\partial x} & \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_x}{\partial y} & \frac{\partial B_y}{\partial y} & \frac{\partial B_z}{\partial y} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} & \frac{\partial B_y}{\partial z} & \frac{\partial B_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial z^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{xy} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{xz} & B_{yz} & -(B_{xx} + B_{yy}) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中:  $\varphi_m$  表示磁标势,  $B_{x,y,z}$  表示磁场正交分量,  $B_{ij} (i, j = x, y, z)$  表示 9 个磁梯度张量的分量。故只需求得  $B_{xx}, B_{xy}, B_{xz}, B_{yy}, B_{yz}$  便能得到矩阵  $\mathbf{G}$ 。

因结构简单、安装方便且结构误差最小<sup>[13]</sup>, 故而用十字形结构搭建磁梯度张量系统, 包含 4 个成对排列的三轴磁传感器, 如图 1 所示。

图 1 中  $x, y$  轴分别位于两正交方向基线上,  $z$  轴方向由右手笛卡尔坐标系确定, 基线距离为  $d$ 。则由差分法知系统中心  $O$  点磁梯度张量矩阵测量值可表示为:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} B_{x1} - B_{x3} & B_{x2} - B_{x4} & B_{x1} - B_{x3} \\ B_{y1} - B_{y3} & B_{y2} - B_{y4} & B_{y1} - B_{y3} \\ B_{z1} - B_{z3} & B_{z2} - B_{z4} & -(B_{x1} - B_{x3}) - (B_{y2} - B_{y4}) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中  $B_{pq} (p = x, y, z; q = 1, 2, 3, 4)$  表示传感器  $q$  在  $p$  轴方向上的磁梯度张量分量读数。理想情况下, 矩阵  $\mathbf{G}$  对称, 但由于实际测量及结构误差存在, 导致  $B_{xy}$  与  $B_{yx}$  测量值存在差异, 故本文视其为两独立分量, 测量矩阵  $\mathbf{G}$  中共 6 个分量相互独立。以 4 个传感器三轴输出均值作为系统中心  $O$  处磁场矢量  $\mathbf{B}_0$  的实际测量值:

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} B_{x0} \\ B_{y0} \\ B_{z0} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} B_{x1} + B_{x2} + B_{x3} + B_{x4} \\ B_{y1} + B_{y2} + B_{y3} + B_{y4} \\ B_{z1} + B_{z2} + B_{z3} + B_{z4} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

考虑传感器各自系统误差的存在,  $\mathbf{B}_0$  并非理想正交输出, 将  $\mathbf{B}_0$  看做构造的中心  $O$  处假想传感器输出作为平台输出, 则  $\mathbf{B}_0$  具有单传感器同样的偏差、标度因子和非正交性等系统误差, 以使用标量质子磁强计测得的该点总磁场强度 (Total Magnetic Intensity, TMI) 为参考利用线性校正方法对 4 个传感器及  $\mathbf{B}_0$  进行校正后得到各自理想正交输出, 再对系统进行非对准误差校正。校正后平台理想正交输出设为  $\mathbf{B}$ 。

### 3 非对准误差参数建模与求解

#### 3.1 正交系间非对准误差建模

若环境为静磁场, 张量系统各传感器经系统

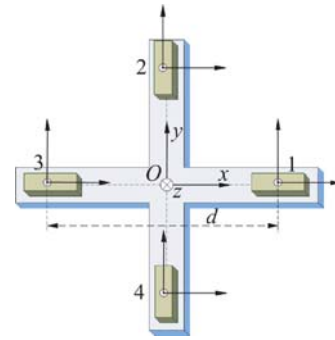


图 1 平面十字形结构张量系统结构设计图  
Fig. 1 Structural design of planar cross tensor system

误差校正后, 在不同姿态点处 TMI 输出应收敛于质子磁强计测得的标量输出。然而校正后传感器各自理想正交轴朝向错乱, 4 个传感器与平台输出轴间存在旋转非对准误差。由于以标量 TMI 为参考校正传感器和平台输出, 则校正后传感器与平台输出均为理想正交, 且其 TMI 应与测得标量相等, 故经校正后的 4 个传感器与平台共 5 个输出间可通过旋转正交轴进行相互转化。文献<sup>[16]</sup>使用 4 个传感器之一为参考校准非对准误差, 此法不用考虑平台输出方向就能对准各自传感器正交轴, 但是校正后系统不能沿着平台正交坐标系输出, 本文尝试将 4 个传感器分别校正到平台中心  $O$  点正交输出方向上, 如图 2 所示。

图 2 中,  $O-X_i Y_i Z_i (i = 1, 2, 3, 4)$  分别为传感器理想正交坐标系,  $O-XYZ$  为平台框架正交坐标系。文献<sup>[17]</sup>通过绕固定轴旋转三轴磁通门传感器以获取旋转测量数据并在磁场矢量三分量空间分布图中显示为圆轨迹, 本文借鉴此法, 在输出轴上旋转张量系统以验证经非对准误差校正后的张量系统各传感器对准情况。

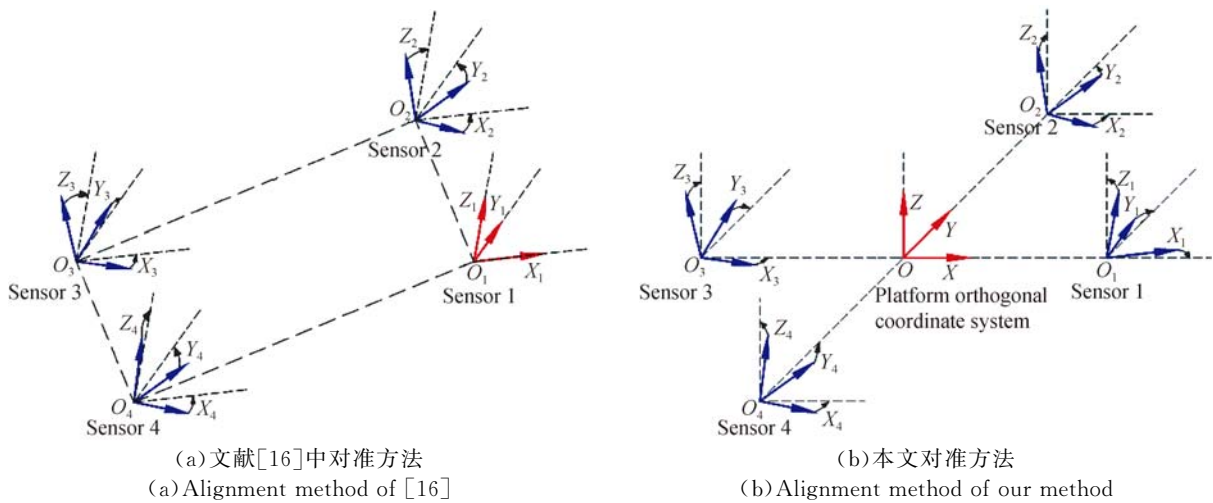


图 2 非对准误差校正方法对比  
Fig. 2 Comparison of misalignment error calibration methods

空间任意姿态两正交系间可通过包含 3 个非对准角度的旋转矩阵进行转换<sup>[18]</sup>。然而一正交轴转换到参考轴的过程中,虽结果一样,绕三轴旋转顺序可以不同,每种固定顺序有唯一解,由排列组合知共有 6 种顺序,只需求解一组即可。细化旋转过程,以传感器 1 对准过程为例,将坐标系

O-X<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub> 绕三轴分别旋转可将输出转换到平台框架正交系 O-XYZ 上,定义绕 x 轴旋转为横倾转换,绕 y 轴旋转为俯仰转换,绕 z 轴旋转为方位转换,则正交转换关系可由图 3 表示。图 3 中 α, β, γ 分别定义为横倾角、俯仰角和方位角,若仅考虑分别存在 3 种转换情况下,两正交系间坐标变换为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ y_\alpha \\ z_\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \cos \alpha + z_1 \sin \alpha \\ z_1 \cos \alpha - y_1 \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_\beta \\ y_\beta \\ z_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \cos \beta - z_1 \sin \beta \\ y_1 \\ x_1 \sin \beta + z_1 \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\beta \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x_\gamma \\ y_\gamma \\ z_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \cos \gamma + y_1 \sin \gamma \\ y_1 \cos \gamma - x_1 \sin \gamma \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_\gamma \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \end{cases}, \quad (4)$$

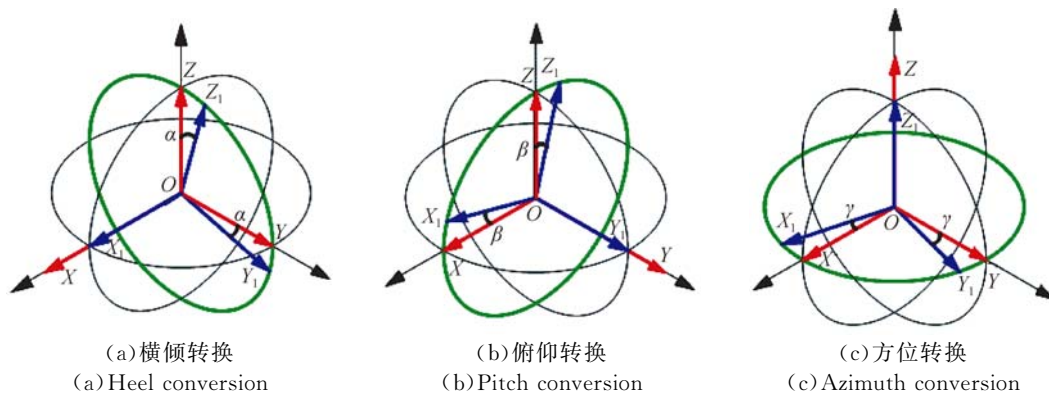


图 3 传感器与平台正交坐标系转换示意图  
Fig. 3 Sensor and platform orthogonal coordinate system conversion diagram

式中  $\mathbf{T}_\alpha$ ,  $\mathbf{T}_\beta$ ,  $\mathbf{T}_\gamma$  分别为横倾、俯仰和方位旋转矩阵。空间任意姿态的两正交系均能通过 3 个旋转矩阵相乘而进行转换。矩阵乘积顺序与绕轴旋转顺序相匹配,系统绕最后左乘矩阵对应转轴旋转过程中输出与此旋转角无关。选定 1 种旋转顺序,传感器 1 任意空间姿态正交系  $O-X_1Y_1Z_1$  与平台正交系  $O-XYZ$  间转换可以表示如式(5):

$$\begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ B_{1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma & -\sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{1x} \\ B_{1y} \\ B_{1z} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

提出  $x, y$  轴输出等式并改写为向量乘积形式:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} B_{1x} & B_{1y} & B_{1z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma \\ \cos \beta \sin \gamma \\ -\sin \beta \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{1 \times 3} \mathbf{V}_{3 \times 1} = \mathbf{B}_x \\ \begin{bmatrix} B_{1x} & B_{1y} & B_{1z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma \\ \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{1 \times 3} \mathbf{V}_{3 \times 1} = \mathbf{B}_y \end{cases}. \quad (7)$$

定义  $\mathbf{M}$  为姿态输出向量,  $\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_y$  分别为  $\mathbf{B}_x, \mathbf{B}_y$  输出的旋转参数向量,由于上式中非对准角属于同一旋转次序,因此  $\alpha, \beta, \gamma$  互相匹配,则绕任意轴旋转均能以同组非对准角通过式(6)对输出进行转换。设计实验使张量系统  $z$  轴旋转一周,若每  $r^\circ$  ( $r$  可整除 360) 采样一次,则共获得  $N$  ( $N=360/r$ ) 组空间姿态数据,包含 4 个传感器与平台三轴输出,可将上式增广为两个线性方程组:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{N \times 3} \mathbf{V}_{3 \times 1} = \mathbf{B}_{xN \times 1} \\ \mathbf{M}_{N \times 3} \mathbf{V}_{3 \times 1} = \mathbf{B}_{yN \times 1} \end{cases}, \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{B}_x, \mathbf{B}_y$  为参考输出向量,各包含系统旋转过程中  $N$  个姿态点的平台理想正交输出  $x, y$  轴分量值。任意两空间姿态正交系在三轴旋转顺序固定情况下仅有一组非对准角能实现校正,而式(8)能确定唯一解向量。由于该式为含 3 个未知参数的超越方程组,则理论上必须要求  $N \geq 3$ , 此时  $\mathbf{M}$  矩阵的秩大于等于 3, 该方程组无精确解,通过最小二乘估计器<sup>[19]</sup> 可对  $\mathbf{V}_x, \mathbf{V}_y$  向量求取估计解:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_x = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{B}_x = [V_{x1} \quad V_{x2} \quad V_{x3}]^T \\ \mathbf{V}_y = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \mathbf{B}_y = [V_{y1} \quad V_{y2} \quad V_{y3}]^T \end{cases}. \quad (9)$$

联立式(7)、式(9)可解出横倾、俯仰、方位角:

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T = \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_\beta \mathbf{T}_\gamma \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix}^T = \mathbf{T} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \end{bmatrix}^T, \quad (5)$$

定义  $\mathbf{T}$  为任意姿态变换的旋转矩阵,式中校正顺序为先  $z$  轴,再  $y$  轴,最后  $x$  轴。

### 3.2 非对准误差参数求解与输出校正

根据正交系转换关系,传感器三轴理想校正输出与平台参考正交输出间转换关系可由式(6)表示:

$$\begin{cases} \beta = -\arcsin(V_{x3}) \\ \gamma = \arctan(V_{x2}/V_{x1}) \\ \alpha = \arcsin(V_{y3}/\cos \beta) \end{cases}. \quad (10)$$

据式(6),转换顺序一旦固定,则各非对准角求解顺序也被确定,进行非对准校正顺序亦同时固定,且由(5)知校正顺序为先  $\gamma$ ,再  $\beta$ ,最后  $\alpha$ 。对另三个传感器同样进行上述计算过程,至此张量系统四个传感器经对准后绕平台  $z$  轴旋转一周应与平台磁矢量三分量输出空间分布轨迹圆同轴,非对准误差校正完成。

## 4 磁传感器输出理想正交化

### 4.1 磁传感器系统误差参数模型

上述对准前单矢量磁传感器自身输出是否理想正交决定了对准的可信度,故在对准前必须对磁传感器输出进行校正。磁通门传感器存在如轴间零位偏差、标度因子、非正交性等系统误差<sup>[8]</sup>, 根据文献[11]中构建的三轴非正交角度模型,设传感器三轴非正交角为  $\varphi, \theta, \psi$ , 定义输出零位偏差  $\mathbf{I}_0 = (i_x, i_y, i_z)^T$  与灵敏度标度因子  $\mathbf{c}_i (i = x, y, z)$ , 设传感器实际输出  $\mathbf{B}_f = (B_{fx}, B_{fy}, B_{fz})^T$ , 理想输出  $\mathbf{B}_e = (B_{ex}, B_{ey}, B_{ez})^T$ , 其转换关系如下:

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} c_x & & & \\ & c_y & & \\ & & c_z & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \varphi & \sin \theta \cos \varphi & \sin \varphi \\ & \cos \psi & \sin \psi \\ & & 1 \end{bmatrix} \times \mathbf{B}_c + \mathbf{I} = \mathbf{CAB}_c + \mathbf{I} \quad (11)$$

设  $k_x = 1/c_x \cos \varphi \cos \theta$ ,  $k_y = 1/c_y \cos \psi$ ,  $k_z = 1/c_z$ ,  $g = (\sin \theta \sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi \cos \psi) / \cos \theta \cos \varphi$ ,  $m = -\sin \theta / \cos \theta$ ,  $n = -\sin \psi / \cos \psi$ , 得到单磁传感器误差参数校正模型:

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} B_{cx} \\ B_{cy} \\ B_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x & mk_y & gk_z \\ & k_y & nk_z \\ & & k_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{rx} - i_x \\ B_{ry} - i_y \\ B_{rz} - i_z \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathbf{B}_c = \mathbf{M}(\mathbf{B}_r - \mathbf{I}) \quad (12)$$

由参数矩阵  $\mathbf{M}$  与  $\mathbf{I}$  可将实际输出  $\mathbf{B}_r$  转换为理想理想正交输出  $\mathbf{B}_c$ 。

#### 4.2 改进的系统误差线性校正算法

为了在无数学简化的情况下一致性估计出构建的磁传感器 9 个误差参数, 将式(12)两端左乘

$$\begin{bmatrix} B_{rx} & B_{ry} & B_{rz} & B_{rx}^2 & B_{ry}^2 & B_{rz}^2 & B_{rx}B_{ry} & B_{rx}B_{rz} & B_{ry}B_{rz} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} R_2 \\ R_2 k_m + R_4 \\ R_2 k_g + R_4 k_n + R_6 \\ R_1 \\ R_1 k_m^2 + R_3 \\ R_1 k_g^2 + R_3 k_n^2 + R_5 \\ 2R_1 k_m \\ 2R_1 k_g \\ 2(R_1 k_m k_g + R_3 k_n) \\ R_7 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{10 \times 10}^T \mathbf{V}_{10 \times 1} = \|\mathbf{B}_c\|_2^2 = \mathbf{H} \quad (15)$$

通过旋转传感器  $N(N \geq 10)$  个姿态重复测量, 可将  $\mathbf{M}^T$  增广为  $N \times 10$  的信号矩阵:

$$\mathbf{M}_{N \times 10}^T \mathbf{V}_{10 \times 1} = \mathbf{H}_{N \times 1} \Rightarrow \mathbf{V} = (\mathbf{M}\mathbf{M}^T)^{-1} \mathbf{M}\mathbf{H} \quad (16)$$

式中  $\mathbf{H}$  即为 TMI 标量值, 以此求得向量  $\mathbf{V}$  的最小二乘估计解, 通过转换 I 和 II 得到参数矩阵  $\mathbf{M}$  与  $\mathbf{I}$ , 据(12)可得理想正交输出  $\mathbf{B}_c$ 。由于计算过程没有任何的数学简化, 避免了现有方法中忽略偏差与非正交角的高阶小量而引起的误差不确定估计。

## 5 仿真与实验

### 5.1 校正方法仿真分析

使用 Matlab 仿真验证所提校正方法性能。设环境 TMI 标量为 60 000 nT, 磁倾角设为 57°,

各自转置, 引入新误差变量  $k_{m,g,n}$  和  $i_{1,2,3}$ , 则有:

$$\mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2 = \|\mathbf{B}_2\|_2^2 = k_x^2 (B_{1x} + k_m B_{1y} + k_g B_{1z} - i_1)^2 + k_y^2 (B_{1y} + k_n B_{1z} - i_2)^2 + k_z^2 (B_{1z} - i_3)^2, \quad (13)$$

式中:  $i_1 = i_x + k_m i_y + k_g i_z$ ,  $i_2 = i_y + k_n i_z$ ,  $i_3 = i_z$ ,  $k_m = mk_y/k_x$ ,  $k_g = gk_z/k_x$ ,  $k_n = nk_z/k_y$ , 定义为非线性转换 I。将上式合并同类项并化简, 引入误差替换变量  $R_{1 \sim 7}$  可得:

$$\|\mathbf{B}_2\|_2^2 = \mathbf{H} = R_1 B_{1x}^2 + R_2 B_{1x} + (R_1 k_m^2 + R_3) B_{1y}^2 + (R_2 k_m + R_4) B_{1y} + (R_1 k_g^2 + R_3 k_n^2 + R_5) B_{1z}^2 + (R_2 k_g + R_4 k_n + R_6) B_{1z} + 2R_1 k_m B_{1x} B_{1y} + 2R_1 k_g B_{1x} B_{1z} + 2(R_1 k_m k_{zx} + R_3 k_n) B_{1y} B_{1z} + R_7, \quad (14)$$

式中:  $R_1 = k_x^2$ ,  $R_2 = -2i_1 k_x^2$ ,  $R_3 = k_y^2$ ,  $R_4 = -2i_2 k_y^2$ ,  $R_5 = k_z^2$ ,  $R_6 = -2i_3 k_z^2$ ,  $R_7 = B_{2x}^2 + B_{2y}^2 + B_{2z}^2 - i_1^2 k_x^2 - i_2^2 k_y^2 - i_3^2 k_z^2$ , 定义为非线性转换 II。式(14)可改写为向量乘积, 如式(15)所示:

磁偏角设为  $-5^\circ$  (西偏), 张量系统基线距离设为 0.4 m。为模拟全空间任意方向姿态的传感器矢量输出情况, 使环境磁场矢量从初始姿态依次绕三正交轴旋转, 采样间隔  $30^\circ$ , 每旋一周采样 12 次。为方便验证校正效果, 从  $z$  轴开始旋转,  $z$  轴旋满一周  $y$  轴旋一次,  $y$  轴旋满一周  $x$  轴旋一次, 则总共采样  $12^3$  个姿态数据, 并作为参考平台理想正交输出  $\mathbf{B}_{oc}$ 。

预设 4 个传感器各自偏差、标度因子、非正交角等 36 个系统误差和以  $\mathbf{B}_{oc}$  为参考的 12 个非对准角共 48 个误差参数, (1) 通过式(6)利用  $\mathbf{B}_{oc}$  反解出加入非对准误差后的输出; (2) 利用式(11)反解出各传感器实际输出  $\mathbf{B}_{1 \sim 4}$ 。为模拟机载测量底噪, 在仿真各传感器非对准输出时加入方差为

1 nT,均值为 0 的高斯随机噪声。由于环境为匀强磁场,经校正后各传感器理想 TMI 输出标量应恒为 60 000 nT,且系统张量分量在匀强磁场中

应为恒为 0 nT,以此为标准验证校准性能,并通过均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE<sup>[20]</sup>)进行量化。

表 1 仿真各传感器系统误差参数预设值与估计值

Tab.1 Preset and estimated parameters of system error

序号	预设误差参数				仿真估计误差参数				PMED/%
	1	2	3	4	1	2	3	4	
$\varphi/(^\circ)$	3.56	-2.74	1.86	-3.28	3.560 1	-2.739 8	1.859 9	-3.280 0	4.30e-3
$\theta/(^\circ)$	-1.85	3.11	-2.95	2.44	-1.850 1	3.110 0	-2.949 9	2.439 9	1.60e-3
$\psi/(^\circ)$	2.27	1.66	3.02	-1.88	2.269 9	1.659 9	3.019 9	-1.880 1	2.19e-4
$c_x$	1.253	0.951	1.110	0.853	1.253 0	0.951 0	1.110 0	0.853 0	4.63e-5
$c_y$	1.175	1.202	0.799	1.235	1.175 0	1.202 0	0.799 0	1.235 0	2.83e-5
$c_z$	0.859	1.105	1.308	1.186	0.859 0	1.105 0	1.308 0	1.186 0	1.79e-5
$i_x/\text{nT}$	357	-253	169	256	357.07	-252.96	168.97	256.03	1.96e-2
$i_y/\text{nT}$	160	183	-364	169	160.00	183.07	-363.97	168.99	9.50e-3
$i_z/\text{nT}$	-213	97	245	-166	-212.95	97.037	245.07	-165.98	2.40e-2

表 2 仿真 3 种方法校正前后总场强度 RMSE 对比

Tab.2 RMSE of total field intensity after calibration

(Unit:nT)

	传感器 1	传感器 2	传感器 3	传感器 4
校正前	8 994.31	6 714.99	9 041.56	8 723.06
文献[9]的方法	1 119.60	593.20	1 521.64	1 087.99
文献[10]的方法	374.50	312.74	361.48	322.18
本文线性校正	0.980 3	0.994 1	1.019 2	0.983 5

仅使用第一次绕 z 轴旋转 360°的前 10 组数据通过第 4 章校正方法对传感器系统误差进行估计,36 个参数的预设和估计值列于表 1,并给出各参数最大估计失真率(Parameters Maximum Estimation Distortion, PMED)。为了对比较校正效果,同时利用文献[9]、[10]中的校正方法对  $\mathbf{B}_{1\sim 4}$ 进行了标量校正,校正前后各传感器 TMI 输出如图 4 所示,对应 RMSE 列于表 2。

仅使用第一次绕 z 轴旋转 360°的 3 组数据(隔 120°采样)对上述经本文方法校正的传感器输出通过第 3 章方法进行非对准角求解,12 个参数的预设和估计值列于表 3,系统张量分量如图 5 所示,对应 RMSE 列于表 4。各传感器与参考平

台绕 z 轴一周 12 组磁场三分量分布对比如图 6。相较于 3 组数据,另使用绕 z 轴旋转 360°的 12 组数据(隔 30°采样)进行参数求解并同列于表 3 中。

上述结果显示:(1)相较于现有标量校正方法,本文的无简化线性方法能够极大提高传感器系统误差估计精度,且仅使用 10 组测量数据校正后的各传感器 TMI 和使用 3 组数据对准后的系统张量分量均收敛于设定方差 1 nT、均值 0 nT 的测量噪声,校准精度已达理想情况;(2)在理想情况下,增加参与计算的测量组数对校准结果无明显影响。该方法参数估计准确度接近 100%,系统对准后绕 z 轴旋转输出表现了良好的同轴性与重合度。

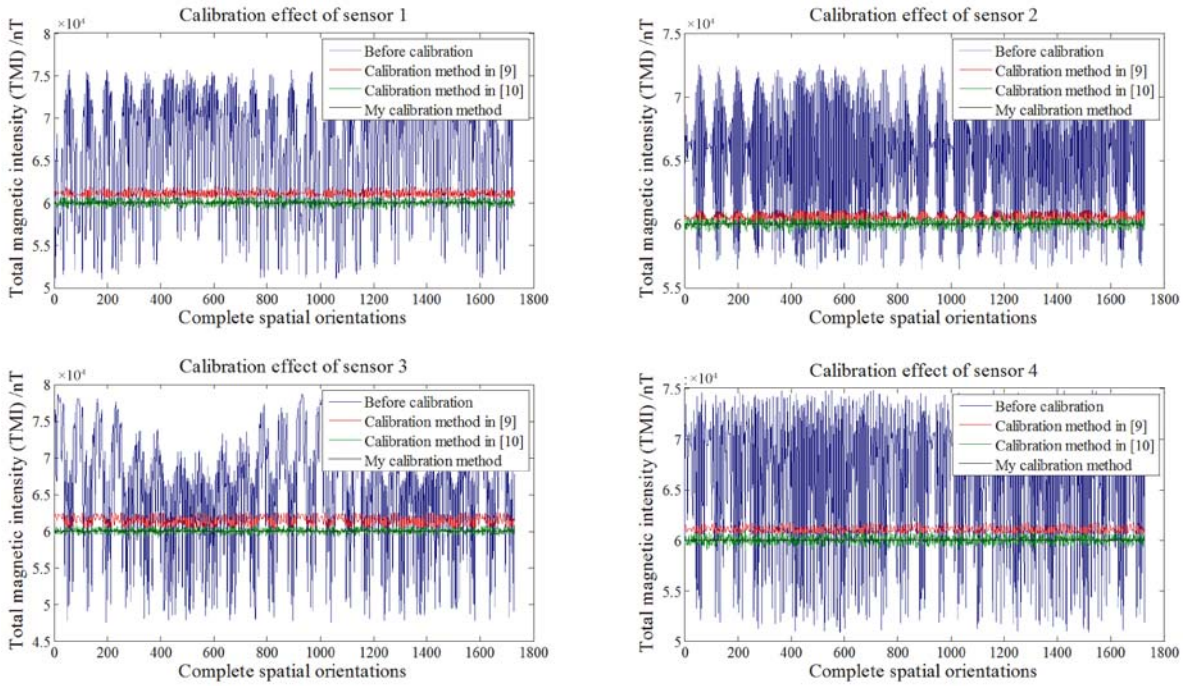


图 4 仿真各传感器系统误差不同方法校正前后 TMI 对比

Fig. 4 Comparison of TMI after calibration with different method in the simulation

表 3 仿真非对准误差参数预设值与估计值

Tab. 3 Preset and estimated parameters of the misalignment error in simulation

传感器	预设值/(°)(rad)			采样/组	估计值/rad			PMED/%
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	
1	-21.97	12.88	13.64	3	-0.383 450	0.224 800	0.238 060	1.26e-3
	(-0.383 449)	(0.224 798)	(0.238 063)	12	-0.383 449	0.224 798	0.238 066	1.26e-3
2	12.51	-3.96	21.42	3	0.218 349	-0.069 113	0.373 839	2.94e-3
	(0.218 341)	(-0.069 115)	(0.373 850)	12	0.218 345	-0.069 114	0.373 851	1.83e-3
3	-11.77	7.46	-13.03	3	-0.205 428	0.130 201	-0.227 415	1.46e-3
	(-0.205 425)	(0.130 202)	(-0.227 416)	12	-0.205 425	0.130 201	-0.227 412	1.76e-3
4	12.17	13.39	9.64	3	0.212 410	0.233 697	0.168 247	1.78e-3
	(0.212 407)	(0.233 700)	(0.168 250)	12	0.212 407	0.233 701	0.168 247	1.78e-3

表 4 仿真校准前后张量分量 RMSE 对比

Tab. 4 Comparison of RMSE of tensor components before and after calibration in simulation

(Unit: nT/m)

	$B_{xx}$	$B_{xy}$	$B_{xz}$	$B_{yx}$	$B_{yy}$	$B_{yz}$
校正前	52 171	28 115	42 346	53 898	21 816	30 940
校正后(10 组)	34 764	24 375	13 835	36 119	15 338	21 053
对准后(3 组)	3.753 7	3.465 5	3.851 8	3.960 4	3.557 0	3.528 1

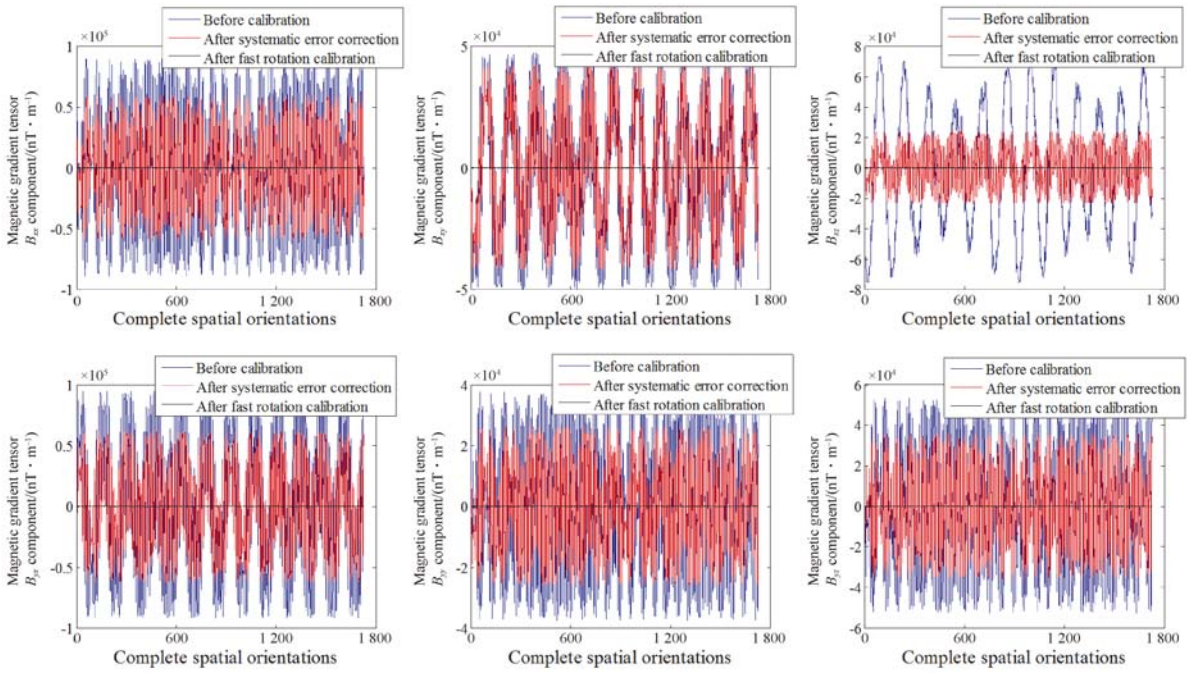


图 5 仿真校正前后系统全空间姿态张量分量对比

Fig. 5 Comparison of tensor components in the whole spatial postures

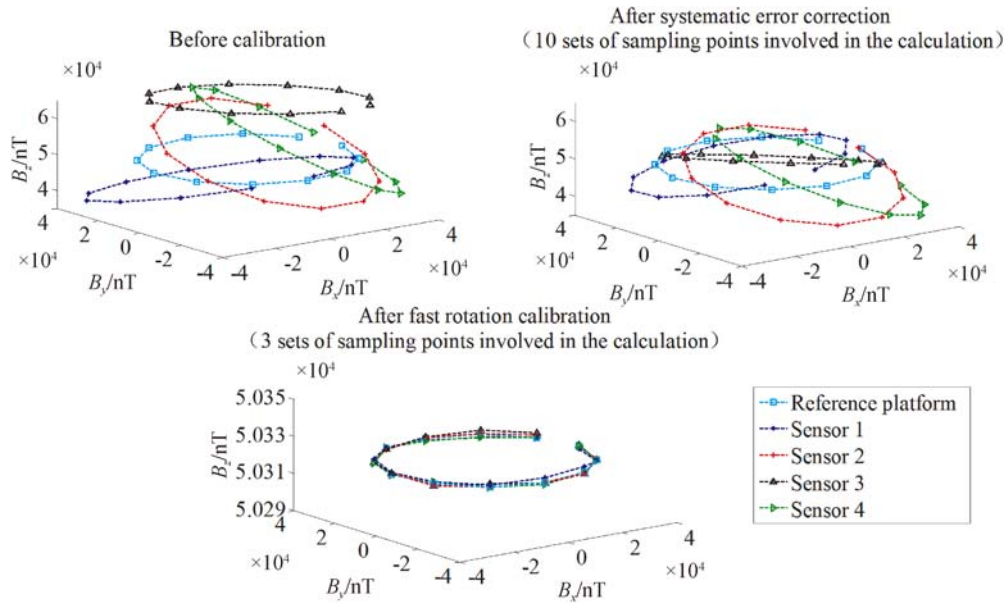


图 6 仿真绕 Z 轴旋转一周姿态点校正前后输出空间分布

Fig. 6 Spatial distribution of postures output rotating around Z-axis before and after calibration in simulation

5.2 野外实验

搭建图 7 所示平面十字磁梯度张量系统,包含 4 个 Bartington 公司生产的三轴磁通门传感器、铝合金十字架和三轴无磁转台等。系统基线距离为 0.4 m,传感器工作温度范围为 -40 ~ 70 °C。实验在某地环境磁场稳定且磁干扰较小野外进行,为尽量避免日变影响,实验时间选择

18:00,环境温度为 27 °C,此时传感器效能较稳定。使用精度为 0.01 nT 的标量质子磁强计进行环境 TMI 标量测量,测得系统旋转空间范围内总场强度标量  $B_c$  为 53 907.16 nT。实验分为两部分:

(1)标准组。平台围绕 Z 轴旋转一周进行等间隔采样,角度间隔为 10°,得到 36 组姿态数据,

以此估计传感器系统误差和非对准误差参数；

(2)随机组。平台围绕任意轴进行随机旋转测量,得到 36 组随机姿态数据,以增加数据量并验证系统校准后的实际测量性能。

实验共获得 4 个传感器 72 组实际空间姿态数据,通过式(3)得到平台实际各姿态三轴输出  $B_0$ 。使用标准组的前 10 组姿态数据以  $B_0$  为参考求解各传感器与参考平台系统误差参数对输出进行校正,各传感器与平台 TMI 输出如图 8,其以  $B_0$  为标准的 RMSE 列于表 5。结果显示,各输出经校正后与参考总场标量偏差均在 10 nT 内,此时传感器与平台输出可近似看作理想正交化;利用仅 10 组数据估计的误差参数对全部 72 组姿态

数据均有较理想的校正效果。

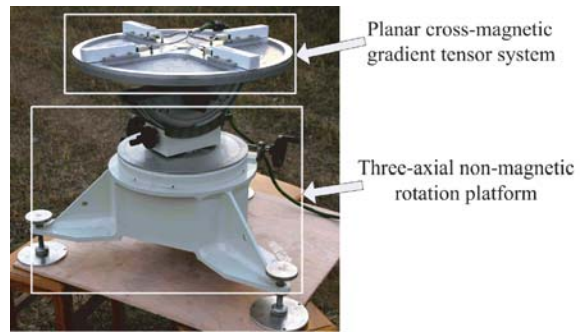


图 7 平面十字磁梯度张量系统校正实验

Fig. 7 Calibration experiment of plane cross-magnetic gradient tensor system

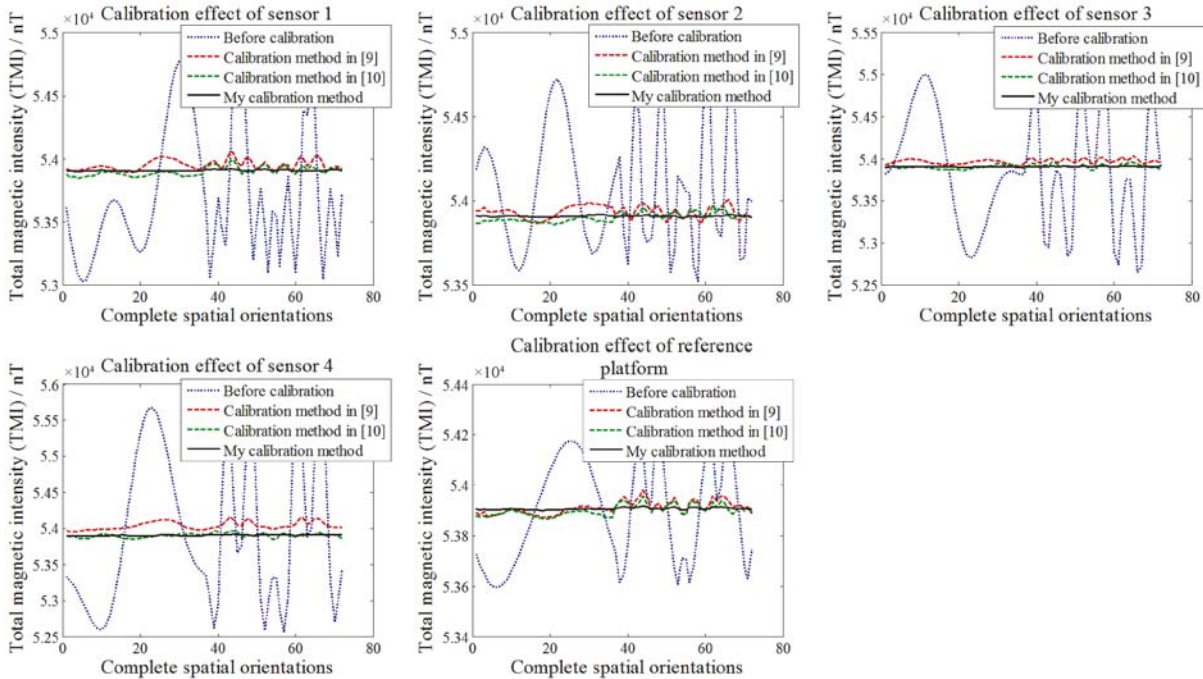


图 8 各传感器与参考平台输出理想正交化

Fig. 8 Output ideal orthogonal calibration of the sensors and the reference platform

表 5 仿真 3 种方法校正前后总场强度 RMSE 对比

Tab. 5 RMSE of total field intensity after calibration

(Unit: nT)

	传感器 1	传感器 2	传感器 3	传感器 4	参考平台
校正前	546.271 3	475.894 8	632.349 2	1 040.543 1	188.248 2
文献[9]的方法	56.944 3	42.858 7	64.411 0	139.404 5	33.027 3
文献[10]的方法	38.203 6	32.424 4	41.307 5	40.691 6	25.398 6
本文方法	5.051 5	6.387 7	6.4121	4.776 5	5.257 7

表 6 实验校正前后张量分量 RMSE 对比

Tab. 6 RMSE of tensor components before and after calibration in the experiment (Unit: nT/m)

	$B_{xx}$	$B_{yy}$	$B_{zz}$	$B_{xy}$	$B_{yz}$	$B_{zx}$
校正前	4 447.31	920.60	1 908.47	3 423.58	1 864.08	1 567.99
校正后	3 333.78	809.71	1 870.30	2 456.15	3 119.22	1 515.20
对准后	36 组	20.883 5	19.684 6	18.051 2	29.967 5	16.675 2
	3 组	22.475 5	22.523 8	18.111 7	29.653 8	19.518 3

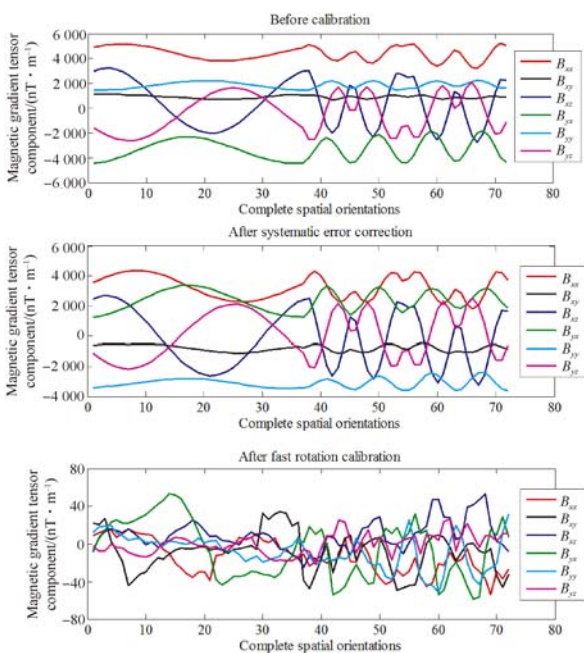


图 9 实测系统对准前后各张量分量

Fig. 9 Tensor components of system before and after calibration in experiment

使用标准组理想正交化后的前 36 组(绕  $z$  轴旋转  $360^\circ$ )姿态数据进行系统非对准误差校正,进行隔断采样,利用 36 组(隔  $10^\circ$  采样)、3 组(隔  $120^\circ$  采样)姿态数据分别求解非对准角,以此对准系统全部 72 组姿态数据。校准前后系统张量分量如图 9,其以  $0 \text{ nT/m}$  为标准的 RMSE 列于表 6。结果显示:若不进行对准,经系统误差校正后的张量系统对准误差可能不减反增;只需采样 3 组姿态数据就能实现系统非对准误差的较精确估计,校正后各姿态张量分量均限制在  $0 \pm 50 \text{ nT/m}$ ,RMSE 降低至  $30 \text{ nT/m}$  以内;增加采样点数会提高参数估计精度,但增幅与传感器自身系统误差校正精度相比可忽略不计;标准组与随机组姿态数据对准后张量分量 RMSE 波动幅值并

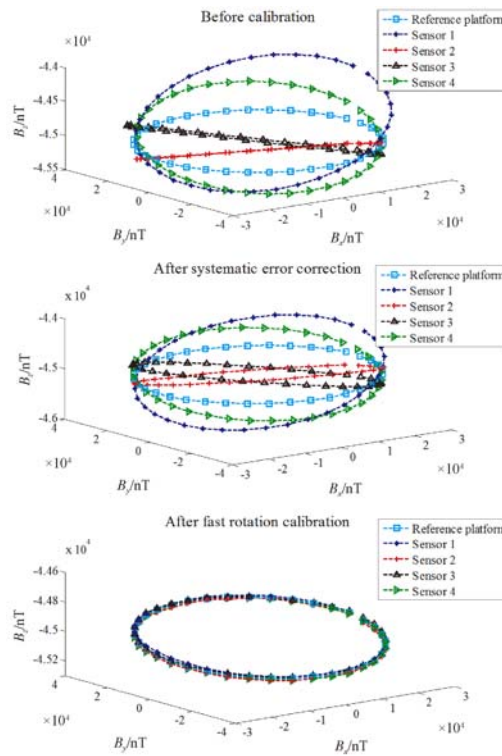


图 10 测系统校准前后绕 Z 轴一周磁场三分量空间分布

Fig. 10 Tri-component spatial distribution of tensor system rotating around Z-axis before and after calibration in the experiment

无较大区别,说明实测校准结果有效。经旋转校准后系统张量分量零漂均小于  $50 \text{ nT/m}$ ,这种微量波动由环境和载体磁干扰与传感器磁滞、非线性度和磁芯温度系数等因素造成<sup>[8]</sup>。

使用 3 组数据进行非对准参数估计,其校准前后绕  $z$  轴旋转  $360^\circ$  的 36 组姿态磁场矢量分布如图 10,直观显示了经对准后传感器与参考平台输出具有良好的同轴性与重合度。

为检验估计参数的鲁棒性能,重新选择测量地点并再次进行全部校准过程,对准参数估计均使用 3 组数据,两次估计的系统共 48 个误差参数值列于表 7,各参数最低估计复现率(Paramater Minimum Estimation Recurrence, PMER)均高于 90%,表明估计结果稳定可靠。

表 7 两次实验系统误差与非对准误差参数估计值

Tab. 7 Estimation error parameters of tensor system after two calibration experiments

序号	传感器 1		传感器 2		传感器 3		传感器 4		PMER/%
	1	2	1	2	1	2	1	2	
$\varphi/(\circ)$	-3.476 4	-3.516 8	3.076 0	3.151 2	-3.144 5	-3.251 2	3.175 4	3.345 3	94.65
$\theta/(\circ)$	-0.249 5	-0.265 1	0.705 1	0.742 4	-0.127 3	-0.134 2	0.815 9	0.831 2	93.75
$\psi/(\circ)$	0.867 5	0.887 8	0.901 8	0.868 7	-1.719 2	-1.834 5	2.517 2	2.616 7	93.29
$c_x$	0.999 0	0.974 2	1.007 9	1.010 1	0.995 2	0.991 5	1.006 1	1.003 9	97.52
$c_y$	1.003 4	1.005 1	1.001 6	1.002 3	1.003 1	1.004 8	1.004 2	1.010 5	99.37
$c_z$	0.992 1	0.993 9	0.999 5	0.999 1	0.997 5	0.987 9	0.997 6	0.998 3	99.04
$i_x/\text{nT}$	351.92	372.42	363.35	364.31	-87.38	-91.75	-301.03	-321.48	93.21
$i_y/\text{nT}$	-170.89	-181.62	412.62	434.89	79.09	84.48	-298.87	-317.15	93.18
$i_z/\text{nT}$	-123.67	-131.46	-139.44	-150.10	-102.89	-96.12	-29.67	-31.49	92.36
$\alpha/(\circ)$	0.716 6	0.699 0	-0.896 0	-0.900 3	-0.499 2	-0.489 9	0.684 3	0.695 3	97.49
$\beta/(\circ)$	-0.868 7	-0.880 1	0.265 0	0.257 7	0.771 7	0.785 1	-0.172 7	-0.166 7	95.95
$\gamma/(\circ)$	-2.171 2	-2.175 6	1.623 3	1.637 4	-1.359 2	-1.377 3	1.873 0	1.901 0	98.51

## 6 结 论

本文构建了磁通门传感器轴系偏差、标度因子和非正交性的线性校正模型,只需绕磁梯度张量系统任意轴旋转一周并采样 10 组数据便能得到较为精确的系统误差参数。只需绕系统任意轴旋转测量 3 组数据便能对已理想正交化的各传感器输出进行精确对准,实验标准组和随机组姿态数据对准效果一致,且变更测量点重复实验结果收敛,参数估计值具有较高鲁棒性。实验结果证明:仿真校正后系统张量分量 RMSE 收敛于旋转噪声,实测校正后系统输出对准性能良好,张量分

量幅值限制在 50 nT/m 内。

该方法并无特定张量系统结构要求,由于建模对象为单传感器,仅需建立假想平台矢量输出为参考进行校正,故同样适用于任何三轴磁传感器或加速度计阵列组合的磁、重力场张量测量系统,且参数估计高效准确,为张量磁测仪器的批量快速校准提供思路和方法。在实际环境磁场非匀强场且存在温度、硬软磁材料干扰等情况下,校正结果依然保持较高的准确性,张量系统输出均方根误差小而稳定,可用于高效提高磁梯度张量系统测量精度以及系统的批量校正,具有一定的科研与商业价值。若传感器正交输出足够理想化,本文所提对准方法可更大化地发挥精确校准性能。

## 参考文献:

- [1] 张昌达. 关于磁异常探测的若干问题[J]. 工程地球物理学报, 2007(6): 549-553.  
ZHANG CH D. Some problems concerning the magnetic anomaly detection (MAD) [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2007(6): 549-553. (in Chinese)
- [2] SCHMIDT P, CLARK D, LESLIE K, *et al.*. GETMAG SQUID magnetic tensor gradiometer for mineral and oil exploration [J]. *Exploration Geophysics*, 2004, 35(4): 297-305.
- [3] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量—航空磁测技术的最新进展[J]. 工程地球物理学报, 2006(5): 354-361.  
ZHANGC D. Airborne tensor magnetic gradiometer

- try—the latest progress of airborne magnetometric technology [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2006(5):354-361. (in Chinese)
- [4] SCHMIDT P, CLARK D. The magnetic gradient tensor: Its properties and uses in source characterization [J]. *The Leading Edge*, 2006, 25(1): 75-78.
- [5] BERGGREN S A E, FAGALY R L. Tiered superconducting quantum interference device (SQUID) array: U. S. Patent Application 15/230,656 [P]. 2016.
- [6] YIN G, ZHANG Y T, FAN H B, *et al.*. Detection, localization and classification of multiple dipole-like magnetic sources using magnetic gradient tensor data [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, 128: 131-139.
- [7] 张光, 张英堂, 李志宁, 等. 载体平动条件下的磁梯度张量定位方法[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2013, 41(1): 21-24.  
ZHANG G, ZHANG Y T, LI ZH N, *et al.*. Localizing method of magnetic field gradient tensor under carriers moving parallelly [J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology Nature Science*, 2013, 41(1): 21-24. (in Chinese)
- [8] 庞鸿锋. 捷联式地磁矢量测量系统误差分析及校正补偿技术[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2015:18-33.  
PANG H F. *Error analysis and calibration/compensation method of strap-down geomagnetic vector measurement system* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015: 18-33. (in Chinese)
- [9] 于振涛, 吕俊伟, 郭宁, 等. 四面体磁梯度张量系统的误差补偿[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(10):2683-2690.  
YU ZH T, LV J W, GUO N, *et al.*. Error compensation of tetrahedron magnetic gradiometer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(10): 2683-2690. (in Chinese)
- [10] 张光, 张英堂, 尹刚, 等. 基于线性误差模型的磁张量系统校正[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2015, 45(3): 1012-1016.  
ZHANG G, ZHANG Y T, YIN G, *et al.*. Calibration method of magnetic tensor system based on linear error model [J]. *Journal of Jilin University*, 2015, 45(3): 1012-1016. (in Chinese)
- [11] YIN G, ZHANG Y T, FAN H B, *et al.*. Integrated calibration of magnetic gradient tensor system [J]. *Journal of Magnetism & Magnetic Materials*, 2015, 374:289-297.
- [12] PANG H, PAN M, CHEN J, *et al.*. Integrated calibration and magnetic disturbance compensation of three-axis magnetometers [J]. *Measurement*, 2016, 93: 409-413.
- [13] 刘丽敏. 磁通门张量的结构设计、误差分析及水下目标探测[D]. 吉林: 吉林大学, 2012: 26-33.  
LIU L M. *Configuration design, error analysis and underwater target detection of fluxgate tensor magnetometer* [D]. Jilin: Jilin University, 2012: 26-33. (in Chinese)
- [14] PANG H, CHEN D, PAN M, *et al.*. Improvement of magnetometer calibration using Levenberg-Marquardt algorithm [J]. *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, 2014, 9(3): 324-328.
- [15] YIN G, ZHANG Y T, FAN H B, *et al.*. One-step calibration of magnetic gradient tensor system with nonlinear least square method [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2015, 229: 77-85.
- [16] PANG H, LUO S, ZHANG Q, *et al.*. Calibration of a fluxgate magnetometer array and its application in magnetic object localization [J]. *Measurement Science and Technology*, 2013, 24(7): 075102.
- [17] WU Z, WU Y, HU X, *et al.*. Calibration of three-axis magnetometer using stretching particle swarm optimization algorithm [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2013, 62(2): 281-292.
- [18] 李翔, 王勇军, 李智. 航姿系统矢量传感器非对准误差及其校正[J]. *传感技术学报*, 2017, 30(2):266-271.  
LI X, WANG Y J, LI ZH. Inter-triad misalignment of vector field sensors in attitude and heading reference systems and its calibration [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2017, 30(2): 266-271. (in Chinese)
- [19] BJORCK A. *Numerical methods for least squares problems* [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1996: 269-361.
- [20] CHAI T, DRAXLER R R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? -Arguments against avoiding RMSE in the literature [J]. *Geoscientific Model Development*, 2014, 7(3): 1247-1250.

## 作者简介:



李青竹(1993—),男,四川绵阳人,2016年于西南交通大学获得学士学位,主要从事磁异常探测,磁梯度张量系统设计与误差校正等方面的研究。E-mail: laznlqz666@163.com

## 通讯作者:



李志宁(1972—),男,河北石家庄人,副教授,1999年于军械工程学院获硕士学位,2007年于清华大学获博士学位,主要从事弱磁测试技术研究。E-mail: lizn03@hotmail.com