

文章编号 1004-924X(2018)12-2894-08

液晶相控阵指向矢分布求解及其光束偏转

牛启凤¹, 王春阳^{1*}, 张广平², 史红伟¹

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022;
2. 中国兵器科学研究院宁波分院, 浙江 宁波 315103)

摘要: 为了分析液晶相控阵空间光调制特性与驱动电压之间的关系, 根据液晶连续体弹性形变理论, 提出一种基于非线性最小二乘差分迭代求解液晶指向矢空间分布的方法。该方法利用液晶材料的电光特性, 以阈值电压时的液晶指向矢分布作为初始值, 通过非线性最小二乘法推导在驱动电场的作用下液晶指向矢的空间分布情况, 以及稳定状态时液晶相位延迟与驱动电压之间的相位调制特性曲线。最终通过实验完成了理论验证, 控制液晶相控阵的驱动电压, 实现对远场光束指向的偏转控制。利用驱动电压直接求解电位移矢量, 为后续指向矢与电位移耦合迭代提供初始值, 不仅减少了计算量, 而且更加符合液晶分子在实际电场作用下的运动过程, 减少了模型误差。结果表明: 在系统的终止误差为 1.0×10^{-8} 时, 不同电压下的迭代时间均值为 0.33 s; 在驱动电压为 5 V 的情况下, 该算法与差分迭代相比, 液晶分子倾斜角的角度误差精度提高了 0.09 rad。

关键词: 液晶相控阵; 相位延迟; 非线性最小二乘法; 指向矢; 光束偏转

中图分类号: O753.2 文献标识码: A doi: 10.3788/OPE.20182612.2894

Solution of liquid crystal phased array director and its beam deflection

NIU Qi-feng¹, WANG Chun-yang^{1*}, ZHANG Guang-ping², SHI Hong-wei¹

(School of Electronic and Information Engineering,
Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
2. China Academy of Ordnance Sciences Ningbo Branch, Ningbo 315103, China)
* Corresponding author, E-mail: wangchunyang19@cust.edu.cn

Abstract: To analyze the relationship between the spatial light modulation characteristics of a liquid crystal phased array and the driving voltage using the liquid crystal continuous elastic deformation theory, in this paper, a method for solving the spatial distribution of a differential iteration liquid crystal director was proposed based on nonlinear least squares. Based on the electro-optical properties of the liquid crystal material, the distribution of the liquid crystal director at the threshold voltage was used as the initial value. For the direct calculation of the component of the potential shift vector along the Z axis with the driving voltage, the director space distribution of the liquid crystal was deduced under the action of an applied electric field. The phase modulation characteristic curve of the liquid crystal phase delay versus the applied voltage in the steady state was plotted. Finally, the theory was verified experimentally. Far-field beam pointing deflection control was achieved by controlling the driving voltage of the liquid crystal phased array. Using the driving voltage to directly solve the electric displacement vector, the initial value

收稿日期: 2017-12-29; 修订日期: 2018-01-31.

基金项目: 国防基础科研计划资助项目 (No. JCKY-2016411C006)

of the coupling between the director and potential shift was provided. This not only simplified the calculation but also accords with the motion process of the liquid crystal molecule under the action of the actual electric field as well as reduced the model error. The simulation results show that when the system error is 1.0×10^{-8} , the mean time of iteration is 0.33 s under different voltages. When the driving voltage is 5 V, the angular error precision of the tilt angle of the liquid crystal molecules is improved by 0.09 rad compared to that achieved with the direct difference iteration method.

Key words: liquid crystal phased array; phase delay; Nonlinear Least Square(NLS); director; beam steering

1 引 言

液晶相控阵技术是一种灵活、快速、高精度的非机械光束偏转技术^[1],利用液晶材料的电光特性,以电控方式实现光束指向控制,替代现有的机械装置,具有无惯性随机偏转、快速响应、体积小、利于集成的特点。液晶相控阵可同时实现光束任意角度的指向控制和波前的自适应优化,对未来光学系统有着重要影响,在航空航天、新体制激光雷达、空间光通信等领域具有广泛的应用前景^[2-5]。

为了获得高精度指向和快速偏转的激光,其关键在于建立液晶相控阵空间光调制特性与驱动电压之间的特性曲线,通过控制液晶相控阵的驱动电压,使入射光束产生不同的相位延迟,从而实现对远场光束指向的偏转控制。为了获得准确的调制特性曲线,需要快速、准确地计算出液晶分子指向矢在驱动电场作用下的空间分布^[6]。根据液晶连续体弹性形变理论,在外场力的作用下,液晶分子的指向矢通过展曲、扭曲和弯曲三种形变偏离原来的状态而重新达到平衡,其吉布斯自由能趋于最小^[7]。在液晶指向矢的分布计算中,不存在解析解,只能通过数值解计算液晶指向矢的空间分布,常用的求解方法有牛顿法、模拟退火法、松弛法和直接差分迭代法等^[8-10]。其中,牛顿法仅适用于排列对称的扭曲向列型液晶;模拟退火法虽然能获得平衡状态下的指向矢分布,但是计算量非常大;张弛法以指向矢的三个分量来求解液晶指向矢分布,能求解各种不同的液晶指向矢分布问题,但为了保证计算能收敛,需要不停地调整黏滞系数、时间与步长的关系,计算复杂;差分迭代法虽比其他算法简单,但还是无法满足液晶相控阵高精度指向和快速偏转的需求。

本文提出一种基于非线性最小二乘的差分迭代算法,该算法可对液晶相控阵所有液晶层指向矢分布进行一次性求解,避免了局部极小值问题,同时,非线性最小二乘法具有很好的估计特性。理论分析与实验结果证明,目标函数在每次迭代过程中逐渐减小,该方法的求解精度高、迭代收敛速度快、计算量小,适用于求解液晶相控阵指向矢问题。最终通过控制液晶相控阵的驱动电压,可以实现对远场光束指向的偏转控制,且该方法有效地提高了液晶相控阵的指向精度和指向速度。

2 液晶指向矢的数学建模

2.1 差分迭代法液晶指向矢分布求解

液晶相控阵由导电电极和夹在液晶电极间的液晶材料组成,每个阵元的电极电压都是独立可控的,如图 1 所示。指向矢对外场力较为敏感,在外加电场的作用下液晶分子发生偏转,偏离原来的稳定状态而重新达到平衡,其吉布斯自由能趋于最小。液晶吉布斯自由能由 3 部分组成:形变自由能密度 f_s 、电场自由能密度 f_e 和液晶与基板两侧的锚定能 f_a ,由于液晶相控阵的理论模型是强锚定的向列相液晶被夹在两平行透明电极板中,因此在计算中不考虑锚定能。

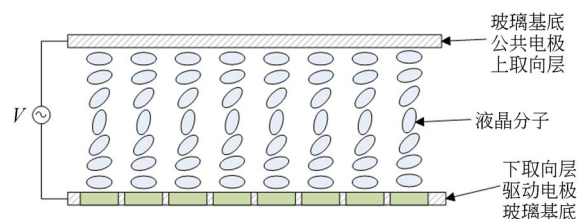


图 1 液晶相控阵结构

Fig. 1 Structure of liquid crystal phased array

液晶指向矢是指在单位时间无限小的范围内大量液晶长棒分子长轴的排列方向,单位指向矢表示为 \mathbf{n} ,由于液晶相控阵对入射光进行纯相位调制,液晶分子的扭曲角 $\varphi=0$,倾斜角 $\theta=\theta(z)$ 。根据液晶连续体弹性形变理论,液晶分子的吉布斯自由能方程^[11]为:

$$W_g = \int_0^d f_g dz = \frac{1}{2} \int_0^d \{ K_{11} (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_{22} (\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_{33} (\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2 - \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \} dz, \quad (1)$$

其中: K_{11}, K_{22}, K_{33} 为展曲、扭曲、弯曲的形变弹性系数, \mathbf{n} 为液晶指向矢, $\mathbf{n} = (\cos \theta, 0, \sin \theta)$, \mathbf{E} 为电场强度, $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ 为电位移矢量, ϵ 为液晶材料的介电张量。

综合以上关系式,可以得到液晶的吉布斯自由能密度的具体表达式为:

$$f_g = \frac{1}{2} (K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 (\Delta \epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp}). \quad (2)$$

当液晶分子处于平衡状态时,其吉布斯自由能最小,即求解液晶分子指向矢分布函数 $\theta(z)$ 和电压分布函数 $U(z)$ 的最优分布,使总自由能密度 f_g 有最小值。

由变分原理可得:

$$\frac{\partial f_g}{\partial \theta} - \frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f_g}{\partial \frac{d\theta}{dz}} \right] = f'(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + 2\Delta \epsilon \sin \theta \cos \theta \left(\frac{dU}{dz} \right)^2 + 2f(\theta) \frac{d^2 \theta}{dz^2} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial f_g}{\partial U} - \frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f_g}{\partial \frac{dU}{dz}} \right] = (\Delta \epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp}) \frac{d^2 U}{dz^2} + 2\Delta \epsilon \sin \theta \cos \theta \frac{dU}{dz} \frac{d\theta}{dz} = 0, \quad (4)$$

其中: $f(\theta) = K_{11} \cos^2 \theta + K_{33} \sin^2 \theta$, $f'(\theta) = (K_{33} - K_{11}) \sin 2\theta$ 。

对上述方程进行直接差分迭代可得:

$$\theta_i^{n+1} = \frac{h^2}{4f(\theta_i^n)} \left[2f(\theta_i^n) \frac{\theta_{i+1}^n + \theta_{i-1}^n}{h^2} + f'(\theta_i^n) \left| \frac{\theta_{i+1}^n - \theta_{i-1}^n}{2h} \right|^2 + 2\Delta \epsilon \sin \theta_i^n \cos \theta_i^n \left| \frac{V_{i+1}^n - V_{i-1}^n}{2h} \right|^2 \right], \quad (5)$$

$$V_i^{n+1} = \frac{h^2}{2(\Delta \epsilon \sin^2 \theta_i^n + \epsilon_{\perp})} \left[(\Delta \epsilon \sin^2 \theta_i^n + \epsilon_{\perp}) \frac{V_{i+1}^n + V_{i-1}^n}{h^2} + 2\Delta \epsilon \sin \theta_i^n \cos \theta_i^n \left[\frac{V_{i+1}^n - V_{i-1}^n}{2h} \right] \left[\frac{\theta_{i+1}^n - \theta_{i-1}^n}{2h} \right] \right]. \quad (6)$$

差分迭代法采用倾斜角和扭曲角描述液晶指向矢空间分布,将待求解方程转化为求解方程在 i 个节点的数值,用离散点的差分代替微分,从而把微分方程化为差分方程进行迭代求解,直到满足预设的迭代终止条件。迭代次数与初值的选取有直接关系,直接差分迭代法通常选取未加电压时的指向矢空间分布作为初始值,达到终止条件一般需要 2 000 次到 20 000 次的迭代求解,因此对液晶相控阵高精度指向和快速偏转有一定的影响。

2.2 基于非线性最小二乘的差分迭代法液晶指向矢分布求解

为了减少模型误差,加快收敛速度,本文提出了一种基于非线性最小二乘的差分迭代法。该算法对液晶相控阵所有液晶层指向矢分布进行一次性求解,避免了局部极小值问题。为了获得液晶分子指向矢分布函数的最优解,采用最小平方误差和作为目标函数,且根据液晶连续体弹性形变理论设置合适的初始值。

当驱动电压小于阈值电压时,液晶指向矢分布基本保持不变,当驱动电压高于阈值电压时,液晶指向矢分布将重新排列,并向电场方向发生倾斜^[12]。以驱动电压为阈值电压时的液晶指向矢分布为初始值,那么有:

$$\theta(i) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin \left[\pi \times \frac{(i-1)}{n-1} \right]. \quad (7)$$

利用驱动电压直接求解电位移矢量,为指向矢与电位移耦合迭代提供初始值,不仅减少了计算量,而且更加符合液晶分子在实际电场作用下的运动过程,减少了模型误差。驱动电压与电位移矢量可以表示为:

$$V = - \int_0^d E_z dz = - D_z \int_0^d \frac{dz}{(\Delta \epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp})}. \quad (8)$$

将外加电场施加给液晶的电场自由能密度为:

$$f_e = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{2} \frac{D_z^2}{\epsilon_0 (\Delta \epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp})}. \quad (9)$$

得到液晶的吉布斯自由能密度表达式为:

$$f_g = \frac{1}{2} f(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{D_z^2}{\epsilon_0 (\Delta \epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp})}. \quad (10)$$

根据变分原理得:

$$\frac{\partial f_g}{\partial \theta} - \frac{d}{dz} \left[\frac{\partial f_g}{\partial \frac{d\theta}{dz}} \right] = f'(\theta) \left(\frac{d\theta}{dz} \right)^2 + 2f(\theta) \frac{d^2\theta}{dz^2} + 2\Delta\epsilon \sin \theta \cos \theta \frac{D_z^2}{[\epsilon_0(\Delta\epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp})]^2} = 0. \quad (11)$$

令:

$$G(\theta_i) = f'(\theta_i) \left(\frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2h} \right)^2 + 2f(\theta_i) \frac{\theta_{i+1} + \theta_{i-1} - 2\theta_i}{h^2} + 2\Delta\epsilon \sin \theta_i \cos \theta_i \frac{D_z^2}{[\epsilon_0(\Delta\epsilon \sin^2 \theta_i + \epsilon_{\perp})]^2}. \quad (12)$$

$$I(\theta_i) = D_z \int_0^d \frac{dz}{\epsilon_0(\Delta\epsilon \sin^2 \theta_i + \epsilon_{\perp})} - V. \quad (13)$$

求解液晶分子指向矢实质是求指向矢分布函数 $\theta(z)$ 的最优解,在一定的初始条件下,通过差分迭代的方式将系统的残差控制在预设范围内,求解出与实际值误差最小的解。故采用最小误差平方和作为目标函数,即有:

$$F(\theta) = \min \sum_{i=1}^N [G(\theta_i), I(\theta_i)]^2. \quad (14)$$

2.3 方法步骤

步骤 1 计算液晶相控阵阈值电压 V_{th} :

$$V_{th} = \pi \sqrt{\frac{k_{11}}{\Delta\epsilon} \left[1 + \frac{\varphi^2}{\pi^2} \left(\frac{k_{33} - 2k_{22}}{k_{11}} \right) \right]}. \quad (15)$$

步骤 2 判断驱动电压是否大于电压阈值,当小于电压阈值时,直接输出 $\theta_i = 0$;

步骤 3 大于电压阈值时,计算液晶指向矢分布的初始值 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, n$;

$$\theta_i = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sin \left[\pi \times \frac{(i-1)}{n-1} \right]. \quad (16)$$

步骤 4 计算电位移矢量在 Z 轴的分量为:

$$D_z = - \frac{V}{\int_0^d \frac{dz}{\epsilon_0(\Delta\epsilon \sin^2 \theta + \epsilon_{\perp})}}. \quad (17)$$

步骤 5 对目标函数进行计算,求 θ_i ;

$$F(\theta) = \min \sum_{i=1}^N [G(\theta_i), I(\theta_i)]^2. \quad (18)$$

步骤 6 与 θ_i^{-1} 进行对比,保留使目标函数值最小的一组参数;

步骤 7 判断是否满足迭代终止条件,若不满足迭代终止条件,则转至步骤 4、5 继续迭代;

步骤 8 退出迭代,输出最优的一组参数。

3 液晶相控阵的空间光调制特性

对液晶施加驱动电压,当电压高于液晶的阈

值电压时,液晶分子在电场作用下发生一定程度的偏转,其双折射率发生变化,双折射率的变化使得经过液晶相控阵各阵元的光程差变化,控制各阵元的光程差分布,即可调整出射激光的波前相位,实现出射激光的空间调制。

根据液晶折射率各向异性的性质,可知液晶的有效折射率^[13]为:

$$n_{eff}(z) = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta(z) + n_e^2 \sin^2 \theta(z)}}, \quad (19)$$

其中: n_o 为寻常光的折射率, n_e 为非寻常光的折射率。

当液晶分子的双折射率发生变化后,光束通过液晶时相位也会随之发生变化,光束相位调制量的表达式为:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\int_0^d n_{eff}(z) - n_e dz \right). \quad (20)$$

液晶光学相控阵是模拟二元光栅中闪耀光栅的空间分布,入射光经过液晶后其波阵面形成周期性多阶相位轮廓,利用阶梯形相位面去等效线性相位斜面,使出射光在特定的角度处闪耀,发生偏转,如图 2 所示。

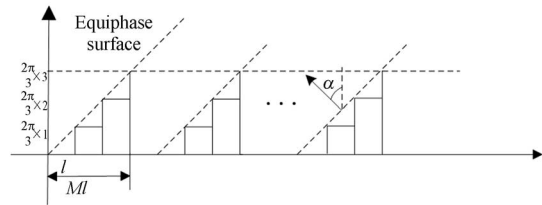


图 2 相位调制示意图
Fig. 2 Phase modulation

根据所需的偏转角度确定相邻阵元之间的相位差,当波长为 λ ,电极尺寸为 l ,台阶数为 M ,相位延迟量为 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{M}$ 时,光束偏转角度^[14]为:

$$\alpha = \arcsin \left[\frac{\Delta\varphi \times \lambda}{2\pi l} \right]. \quad (21)$$

4 理论仿真与实验研究

为了验证该算法的有效性,进行了理论仿真与实验研究。选用高分辨率液晶相控阵,其物理参量 $K_{11} = 11.1 \times 10^{-12} \text{ N}$, $K_{22} = 7.4 \times 10^{-12} \text{ N}$, $K_{33} = 17.1 \times 10^{-12} \text{ N}$,真空介电常数为 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$, $\epsilon_{//} = 19.0$, $\epsilon_{\perp} = 5.2$,折射率为 $n_o = 1.521$, $n_e = 1.746$,液晶相控阵厚度 $d = 5 \times 10^{-6}$

m, 电极尺寸为 $l=6.4 \times 10^{-6}$ m, 激光波长为 $\lambda=0.532 \times 10^{-6}$ m, 故液晶相控阵阈值电压 $V_{th} \approx 0.97$ 。

4.1 仿真分析

为了说明基于非线性最小二乘差分迭代法的有效性, 对差分迭代求解和非线性最小二乘差分迭代求解两种方法的性能进行了仿真对比。仿真中, 两种方法的物理参数及边界条件均相同。边界条件为: $d_0=0, \theta_0=0^\circ, \varphi_0=0^\circ, d_N=5 \mu\text{m}, \theta_N=0^\circ, \varphi_N=90^\circ$; 计算精度为 1.0×10^{-8} 。

当驱动电压为 5 V 时, 两种方法下液晶分子的指向矢如图 3 所示。

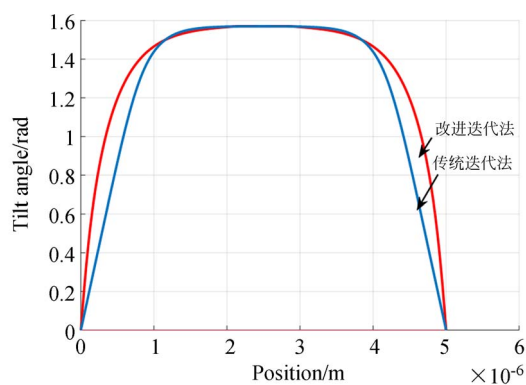


图 3 两种算法下液晶指向矢分布

Fig. 3 Distribution of liquid crystal director calculated by two kinds of algorithms

通过仿真计算得出, 改进差分迭代相比于直接差分迭代, 液晶分子指向矢的角度误差精度提高了 0.09 rad。该算法有效减小了模型误差, 为后续液晶相控阵的角度偏转精度提供了保证。

将系统残差控制在 1.0×10^{-8} 范围内, 不同电压下的迭代时间如表 1 所示。

表 1 不同电压下的迭代时间分布

Tab. 1 Iteration time under different voltages (s)

方法	1 V	2 V	3 V	4 V	5 V
传统差分迭代	1.23	1.08	1.07	1.05	0.99
基于的最小二乘差分迭代法	0.35	0.31	0.31	0.35	0.37

由表 1 可知, 传统迭代法的平均迭代时间为 1.08 s, 本文提出的改进差分迭代法的平均迭代时间为 0.33 s, 迭代时间明显缩短, 为液晶相控阵快速指向偏转提供了保证。

利用基于非线性最小二乘差分迭代法求解液晶指向矢分子在不同驱动电压作用下的空间分布。液晶指向矢分布、折射率分布、电压-相移特性、偏转角与相位延迟特性的仿真结果分别如图 4~图 7 所示。

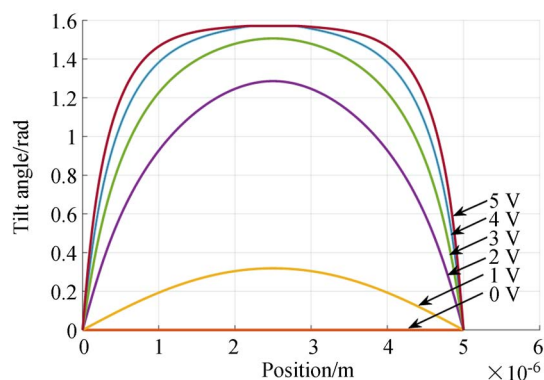


图 4 不同电压下液晶指向矢分布

Fig. 4 Director profile of liquid crystal under different voltages

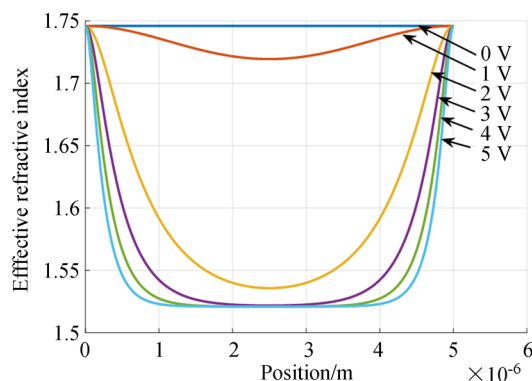


图 5 不同电压下液晶折射率分布

Fig. 5 Refractive index of liquid crystals under different voltages

由图 4 可以看出, 在不同的外加电压及位置下, 液晶分子的偏转角度明显不同。由于取向层对液晶分子的强锚定作用, 靠近基板两端的液晶分子受电场强度的影响较小, 液晶分子指向矢基板不变而中间位置受电场影响最大, 指向矢倾斜角也最大。图 5 显示了液晶有效折射率与驱动电压之间的关系。由图 6 可知, 电压在 0~1 V 时, 液晶相位延迟量几乎保持不变, 当电压大于 1 V 时, 随着电压的增大, 液晶相位延迟量逐渐降低, 电压与相位延迟之间为非线性关系, 但在 1~2.5 V 时具有较好的线性关系。对于相位调制来说,

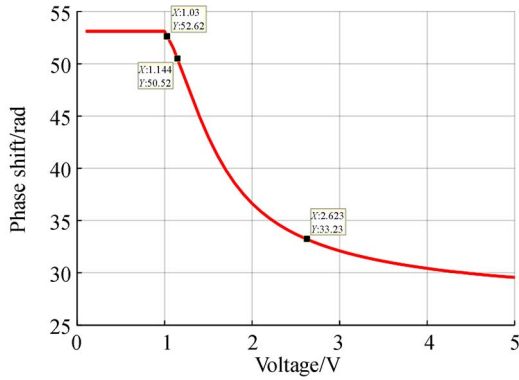


图 6 电压-相移特性曲线

Fig. 6 Voltage vs. phase-shift characteristic curve

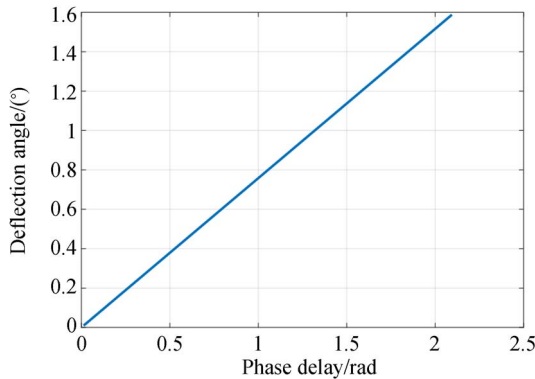


图 7 偏转角与相位延迟之间的关系

Fig. 7 Relationship between deflection angle and phase delay

只需保证最大相位调制量就可以实现任意等效相位面的变换,从图 6 可以看出液晶相控阵足够产生 6.28 rad 范围内的相位延迟。图 7 显示了偏转角与相位延迟之间的关系,可以看出当激光波长为 532 nm 时,最大偏转角度 $\alpha \approx 1.6^\circ$ 。

4.2 实验分析

液晶相控阵光束偏转控制系统结构框图如 8 图所示。测试系统主要有激光器、扩束准直镜、滤光片、1/4 波片、偏振器、液晶相控阵、观察屏和工业相机等部分组成。

激光器产生一束 532 nm 的激光依次经过扩束准直、衰减片、1/4 波片和偏振器,然后以小角度入射到液晶相控阵上,从反射像元衬底反射到观察屏上,然后用工业相机检测屏上光斑位置的变化。通过计算机软件控制界面将驱动电压值传给驱动电路,对液晶相控阵器件进行控制,即可以实现对光束的偏转控制。每个偏转角度分别对应

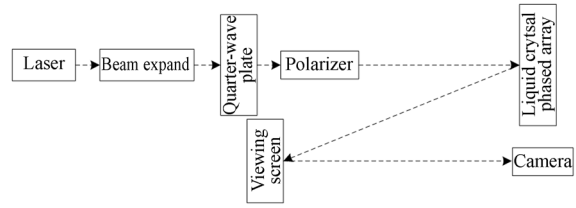


图 8 光束偏转控制系统结构框图

Fig. 8 Structure block diagram of beam deflection control system

着一组驱动电压值,驱动电压由电压与相位延迟之间的关系给出。当偏转角度为 $\alpha = 1.588^\circ$ 时,由上述理论推导可知相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$,如图 2 所示,单周期内相位分布为 $[\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi]$ 。在线性度较好的区间内对图 6 所示的相位特性曲线进行反插值,可以得到液晶相控阵偏转角度所需的一组参考电压,即 $\mathbf{V} = [1.03, 1.144, 1.239]$ 。

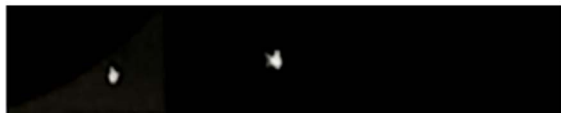
工业相机采集的几组光束偏转图案如图 9 所示。



(a) $\mathbf{V} = [1.03, 1.144, 1.239], \Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}, \alpha = 1.563^\circ$



(b) $\mathbf{V} = [1.1, 1.157, 1.214, 1.27, 1.329], \Delta\varphi = \frac{2\pi}{5}, \alpha = 0.937^\circ$



(c) $\mathbf{V} = [1.1, 1.14, 1.182, 1.223, 1.264, 1.305, 1.346], \Delta\varphi = \frac{2\pi}{7}, \alpha = 0.669^\circ$



(d) $\mathbf{V} = [1.1, 1.132, 1.165, 1.196, 1.227, 1.26, 1.291, 1.324, 1.356], \Delta\varphi = \frac{2\pi}{9}, \alpha = 0.521^\circ$



(e) $V=[1.1, 1.11, 1.12, 1.29, 1.139, 1.148, 1.158, 1.167, 1.177, 1.186, 1.195, 1.205, 1.214, 1.224, 1.234, 1.253, 1.263, 1.272, 1.282, 1.291, 1.301, 1.31, 1.32, 1.33, 1.349, 1.359, 1.368, 1.378]$,
 $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{30}, \alpha=0.156^\circ$



(f) $V=[1.1, 1.108, 1.114, 1.122, 1.128, 1.136, 1.143, 1.151, 1.158, 1.164, 1.172, 1.179, 1.186, 1.193, 1.2, 1.207, 1.215, 1.222, 1.229, 1.236, 1.243, 1.251, 1.258, 1.265, 1.272, 1.279, 1.286, 1.294, 1.301, 1.308, 1.315, 1.323, 1.329, 1.337, 1.344, 1.351, 1.358, 1.366, 1.373, 1.38]$, $\Delta\varphi=\frac{2\pi}{40}, \alpha=0.117^\circ$

图 9 光束偏转效果图

Fig. 9 Experiment results of beam steering

通过相机采集的几组光束偏转图案,计算出光斑位置。其中一组测试结果如表 2 所示。

光束偏转角度误差为:

$$\epsilon=\frac{|\alpha-\alpha'|}{\beta}, \quad (22)$$

其中: β 为光束发散角, α 为理论偏转角, α' 为测试偏转角。根据实验数据计算,可以得到光束偏转角度误差的平均值为 0.011° 。对比实验数据与理论计算可以看出,利用基于非线性最小二乘的差分迭代法求解,有效地提高了液晶相控阵的指向精度和指向速度。

参考文献:

- [1] MCMANAMON P F, DORSCHNER T A, CORKUM D L, *et al.*. Optical phased array technology [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1996, 84(2): 268-298.
- [2] XIAO F, KONG L, CHEN J. Beam-steering efficiency optimization method based on a rapid-search algorithm for liquid crystal optical phased array[J]. *Appl. Opt.*, 2017, 56(16): 4585-4590.
- [3] MCMANAMON P F, BOS P J, ESCUTI M J, *et*

表 2 偏转角度的测试结果

Tab. 2 Results of deflection angle test

相位延迟	测试偏转角/(°)	理论偏转角/(°)
$\frac{2\pi}{3}$	1.563	1.588
$\frac{2\pi}{5}$	0.937	0.953
$\frac{2\pi}{7}$	0.669	0.680
$\frac{2\pi}{9}$	0.521	0.529
$\frac{2\pi}{30}$	0.156	0.158
$\frac{2\pi}{40}$	0.117	0.119

5 结 论

本文研究了液晶相控阵空间光调制特性与驱动电压之间的关系,提出了一种基于非线性最小二乘差分迭代法求解液晶指向矢空间分布的方法。通过数值仿真求解出在驱动电场作用下液晶分子指向矢随位置的变化关系,以及稳态时液晶相位延迟与驱动电压之间的调制特性曲线,最终通过实验完成了理论验证。其中,当系统的终止误差为 1.0×10^{-8} 时,不同电压下的迭代时间均值为 0.33 s,在驱动电压为 5 V 的情况下,与直接差分迭代相比,液晶分子指向矢的角度误差精度提高了 0.09 rad。实验表明,通过控制液晶相控阵的驱动电压,可以实现对远场光束指向的偏转控制,光束偏转角度误差的平均值为 0.011° 。该方法有效提高了液晶相控阵的指向精度和指向速度。

- al.*. A review of phased array steering for narrow-band electrooptical systems[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2009, 97(6): 1078-1096.
- [4] 韩学勤,李丽,谭东杰,等. 液晶光学相控阵技术 [J]. *航空科学技术*, 2012(1): 65-69.
HAN X Q, LI L, TAN D J, *et al.*. Liquid crystal optical phased array technology [J]. *Aeronautical Science Fund*, 2010(1): 65-69. (in Chinese)
- [5] 王玉坤,胡立发,王冲冲,等. 液晶自适应光学系统中倾斜镜的建模与控制[J]. *光学 精密工程*, 2016,

- 24(4): 771-779.
- WANG Y K, HU L F, WANG CH CH, *et al.*. Modeling and control of tip/tilt mirror in liquid crystal adaptive optical system[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(4): 771-779. (in Chinese)
- [6] XU L, ZHANG J, WU L Y. 2D director calculation for liquid crystal optical phased array[J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2005, 13: 450-453.
- [7] 王谦,余飞鸿,郭海成. 外电场作用下液晶指向矢分布差分迭代求解及液晶盒视角光电特性研究[J]. *光子学报*, 2001, 30(3): 311-316.
- WANG Q, YU F H, GUO H CH. Distribution of the liquid crystal director under applied voltage and its viewing characteristics[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, 30(3):311-316. (in Chinese)
- [8] H J D. Deformation pattern of twisted nematic liquid crystal layers in an electric field[J]. *Molecular Crystals & Liquid Crystals*, 1974, 27(1-2): 81-93.
- [9] HEYNDERICKX I I, DE RAEDT H. Calculation of the director configuration of nematic liquid crystals by the simulated-anneal method [J]. *Phys. Rev. A Gen. Phys.*, 1988, 37(5):1725-1730.
- [10] 凌志华,张新爽. 向列相液晶盒中液晶指向矢的分布及其显示特性的计算机模拟[J]. *液晶与显示*, 1993(1): 7-22.
- LING ZH H, ZHANG X Y. Computer simulation of LC director pattern profile in nematic LC cells and its electro-optic characters[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 1993(1):7-22. (in Chinese)
- [11] 姜宝光,穆全全,曹召良,等. 液晶空间光调制器对真实人眼畸变波前的校正[J]. *光学精密工程*, 2009,17(11): 2651-2656.
- JIANG B G, MU Q Q, CAO ZH L. Correction of aberration in eyes by liquid crystal spatial light modulator[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(11): 2651-2656. (in Chinese)
- [12] SUN J, WU S T, HASEBA Y. A low voltage submillisecond-response polymer network liquid crystal spatial light modulator[J]. *Applied Physics Letters*, 2014, 104(2):023305.
- [13] 马靖,裴丽燕,许灿华,等. 用偏光干涉法动态测量扭曲向列型液晶指向矢[J]. *光子学报*, 2016, 45(12):105-110.
- MA J, PEI L Y, XU C H, *et al.*. Polarization interference method for dynamic measurement of twisted nematic liquid crystal director[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(12): 105-110. (in Chinese)
- [14] 张天一,汪相如,黄子强,等. 液晶光学相控技术在卫星通信多接入中的应用[J]. *红外与激光工程*, 2017,44(11): 259-267.
- ZHANG T Y, WANG X R, HUANG Z Q, *et al.*. Application of liquid crystal optical phasing technique in multi-access of satellite communication [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 44(11):259-267. (in Chinese)

作者简介:



牛启凤(1989—),女,河南周口人,博士研究生,2011年于长春光华学院获得学士学位,主要从事液晶相控阵技术的研究。E-mail: niuqifeng2011@163.com

导师简介:



王春阳(1964—),女,吉林长春人,教授,博士生导师,2013年于吉林大学获得博士学位,现为长春理工大学电子信息学院副院长,主要从事光电检测与信息处理技术、激光相控阵雷达技术等方面的研究。E-mail: wangchunyang19@cust.edu.cn