

文章编号 1004-924X(2019)03-0610-09

## 压电微定位台的率相关动态迟滞建模及参数辨识

杨晓京\*, 胡俊文, 李庭树

(昆明理工大学 机电工程学院, 云南 昆明 650500)

**摘要:**针对压电微定位台固有的率相关迟滞非线性严重限制其微定位精度的问题,研究了基于 Backlash-Like 的 Hammerstein 率相关迟滞非线性模型及其建模方法。以改进的 Backlash-Like 分段辨识模型描述压电微定位台的静态非线性特性,结合 ARX(Auto Regressive eXogenous)模型,建立描述压电微定位台的率相关动态迟滞模型。同时,针对传统的粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)进行模型参数辨识时易陷入局部最优的问题,提出一种具有交叉变异策略的改进型粒子群算法进行模型的参数辨识。实验结果表明:与传统的 Backlash-Like 模型相比,改进的 Backlash-Like 分段辨识模型在输入电压为 60 V,频率为 2 Hz 的信号时,模型辨识的最大误差由 0.68  $\mu\text{m}$  下降到了 0.104  $\mu\text{m}$ ,最大相对误差由 2.69%下降为 0.35%。当压电微定位台输入电压为 60 V,频率分别为 30 Hz,60 Hz 和 90 Hz 的单频信号时,Hammerstein 率相关迟滞模型较 Backlash-Like 分段辨识模型,均方根误差由 0.393 1~0.700 6  $\mu\text{m}$  下降至 0.054 1~0.190 4  $\mu\text{m}$ ,相对误差由 1.721%~3.087%下降至 0.236%~0.831%。验证了基于改进 Backlash-Like 的 Hammerstein 率相关迟滞模型较传统的 Backlash-Like 静态迟滞模型能精确地描述压电微定位台的率相关动态迟滞特性,具有较好的频率泛化能力,提高了压电微定位平台的定位精度。

**关键词:**压电微定位台;率相关迟滞;Backlash-Like 模型;Hammerstein 模型;参数辨识;改进粒子群算法

**中图分类号:**TP271.4;TH701 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192703.0610

## Rate-dependent dynamic hysteresis modeling of piezoelectric micro platform and its parameter identification

YANG Xiao-jing\*, HU Jun-wen, LI Ting-shu

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China)

\* Corresponding author, E-mail: xjyang@vip.sina.com

**Abstract:** The inherent rate-dependent hysteresis non-linearity of a piezoelectric micro-positioning station seriously limits its micro-positioning accuracy. To solve this problem, the Hammerstein rate-dependent hysteresis nonlinear model based on Backlash-Like hysteresis and its modeling method were investigated in this study. An improved Backlash-Like piece-wise identification model was first utilized to describe the static nonlinear characteristics of the piezoelectric micro-positioning station. Combined with the Auto Regressive eXogenous (ARX) model, a rate-dependent dynamic hysteresis model was then established to describe the piezoelectric micro-positioning station. In addition, to solve the problem in which the traditional Particle Swarm Optimization (PSO) method easily falls into a local opti-

收稿日期:2018-08-24;修订日期:2018-10-21.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51765027, No. 51365021)

num, an improved PSO method using a cross-mutation strategy was proposed to identify the parameters of the model. The experimental results show that, compared to the traditional Backlash-Like model, the maximum error of model identification is reduced from  $0.68 \mu\text{m}$  to  $0.104 \mu\text{m}$  and the maximum relative error is reduced from  $2.69\%$  to  $0.35\%$  when the input voltage is  $60 \text{ V}$  and the voltage frequency is a single-frequency signal of  $2 \text{ Hz}$ . In addition, when the input voltage of the piezoelectric micro-positioning station is  $60 \text{ V}$  and the voltage frequency is a single-frequency signal of  $30, 60,$  and  $90 \text{ Hz}$ , as compared with the Backlash-Like piece-wise identification model, the root mean square error of the Hammerstein rate-dependent hysteresis model decrease from  $0.3387-0.7006$  to  $0.0351-0.1904$ , and the relative error decrease from  $1.478\%-3.087\%$  to  $0.153\%-0.831\%$ . It was verified that the rate-dependent hysteresis model based on the improved Backlash-Like model could more accurately describe the rate-dependent dynamic hysteresis characteristics of a piezoelectric micro-positioning station as compared with the traditional Backlash-Like static hysteresis model. In addition, the model showed better frequency generalization, and the positioning accuracy of the piezoelectric micro-positioning platform was improved.

**Key words:** piezoelectric micro platform; rate-dependent hysteresis; Backlash-Like model; Hammerstein model; parameter identification; improved Particle Swarm Optimization(PSO)

## 1 引言

随着纳米级定位技术的发展,微纳米驱动材料在超精密加工定位、微机电系统、精密光学系统等精密工程领域得到了广泛地应用<sup>[1]</sup>。压电陶瓷由于具有定位精度高、大驱动力和响应速率快等优点,被作为理想的微位移驱动器,被广泛应用于超精密加工和定位系统中。但由于压电材料固有的迟滞非线性和率相关等特性,使得压电微定位台的定位精度受到极大地限制。因此,解决压电陶瓷迟滞非线性对定位精度的影响是超精密加工和定位领域亟待解决的关键难题<sup>[2]</sup>。

针对压电陶瓷的迟滞非线性影响压电微定位台定位精度的问题,目前主要有两大研究方向:一是采用电荷驱动控制方法,实验研究表明,电荷驱动压电陶瓷能有效降低压电陶瓷的迟滞特性,但由于电荷驱动电源的电路设计较为复杂,且电荷不稳定等问题,限制了其发展<sup>[3]</sup>。二是,采用电压驱动控制,主要通过建立各种迟滞非线性的数学模型模拟描述压电陶瓷输入电压和位移之间的迟滞关系。目前国内外学者研究较多的模型主要有 Preisach 模型<sup>[4]</sup>、PI 模型<sup>[5-6]</sup>、Duhem 模型<sup>[7-8]</sup>、Bouc-Wen 模型<sup>[9-10]</sup>及 Backlash-Like 模型<sup>[11-13]</sup>等。其中,Backlash-Like 模型由于简洁且具有明

确的表达式,受到了多数学者的青睐,但传统的 Backlash-Like 模型是对称模型,无法描述压电微定位台的非对称迟滞特性,并且也不能表征压电台的率相关动态特性。

为了更好地描述压电微定位台的率相关非对称迟滞特性,本文提出了一种基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关动态迟滞模型以更好的描述压电台的率相关动态特性。同时,为了描述模型的非对称的迟滞特性,模型的静态非线性部分,采用 Backlash-Like 分段辨识模型进行建模。参数辨识部分,应用改进的粒子群算法对静态非线性迟滞部分进行参数辨识,并与传统的粒子群算法进行比较。通过对比实验,验证了模型能较好地描述压电微定位台的率相关非对称迟滞特性。

## 2 基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关动态迟滞模型

当压电作动器在输入电压频率变化较大时,其输入和输出关系变化较大,表现出率相关的迟滞特性,如图 1 所示。

Hammerstein 率相关迟滞模型是由静态迟滞非线性模块和率相关的动态自回归模块串联而

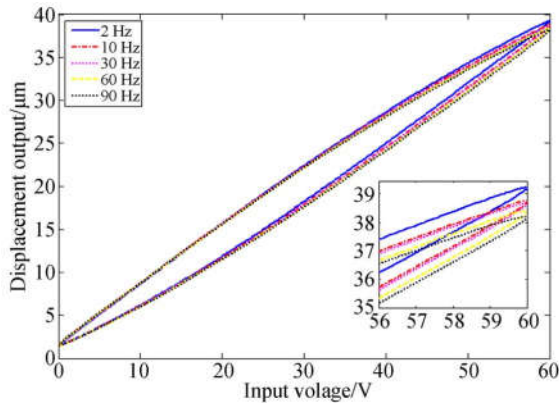


图 1 压电微定位台的率相关特性

Fig. 1 Dynamic characteristics of a piezoelectric ultra precision positioning table

$$\begin{cases} u(t) = cv(t) + d(v) \\ d(v) = (u_0 - cv_0) e^{-\alpha(v(t) - v_0) \operatorname{sgn}(v)} + e^{-\alpha(v \operatorname{sgn}(v) - v_0)} \int_{v_0}^{v(t)} (\beta - c) e^{\alpha \operatorname{sgn}(v) \tau} d\tau \end{cases} \quad (2)$$

但由于 Backlash-Like 模型是对称模型,对于压电微定位台的非对称迟滞特性建模误差较大。通过实验验证发现 Backlash-Like 模型能精确描述压电微定位台单个迟滞段的迟滞非线性,因此

$$\begin{cases} u_1(t) = c_1 v(t) + d_1(v) \\ d_1(v) = (u_0 - c_1 v_0) e^{-\alpha_1(v(t) - v_0)} + e^{-\alpha_1 v(t)} \int_{v_0}^{v(t)} (\beta_1 - c_1) e^{\alpha_1 \tau} d\tau, v(t) - v(t-1) \geq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} u_2(t) = c_2 v(t) + d_2(v) \\ d_2(v) = (u_s - c_2 v_s) e^{-\alpha_2(v - v_s)} + e^{-\alpha_2 v} \int_{v_0}^{v(t)} (\beta_2 - c_2) e^{\alpha_2 \tau} d\tau, v(t) - v(t-1) < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

其中:  $u_1$  和  $u_2$  分别为上升阶段和下降阶段的位移,  $v_0$  和  $u_0$  分别为初始时的驱动电压和位移,  $\alpha_1$ ,  $c_1$  和  $\beta_1$  为上升阶段的模型参数;  $v_s$  为驱动电压上升的最大值,  $u_s$  为驱动电压达到最大值时压电定位台的输出位移,  $\alpha_2$ ,  $c_2$  和  $\beta_2$  为下降阶段的模型参数。

## 2.2 Hammerstein 率相关动态迟滞模型

本文提出的一种基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关动态迟滞模型,其框图如图 2 所示。 $v(t)$  作为压电微定位台的输入电压信号,经 Backlash-Like 分段辨识模型的静态迟滞非线性模块得到中间变量  $u(t)$ ,  $u(t)$  则由式(2)给出。 $u(t)$  为动态线性模块  $G(z)$  的输入,

可以准确地描述压电微定位台的率相关特性<sup>[14-16]</sup>。本文采用 Backlash-Like 分段辨识模型作为模型的静态迟滞非线性模块,结合 ARX 动态自回归模块构成基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关动态迟滞模型。

### 2.1 Backlash-Like 分段辨识静态迟滞模型

传统的 Backlash-Like 模型简洁且具有明确的表达式,其数学表达式由 Su, Stepanenko, Svoboda 和 Leung 给出<sup>[11]</sup>:

$$\frac{du}{dt} = \alpha \left| \frac{dv}{dt} \right| (cv - u) + \beta \frac{dv}{dt}, \quad (1)$$

其中:  $v(t)$  为输入电压,  $u(t)$  指的是迟滞位移输出,  $\alpha$ ,  $c$  和  $\beta$  为待辨识参数,且满足,  $c > \beta$ 。由输入  $v(t)$  的分段单调性,公式(1)的解为<sup>[14]</sup>:

本文提出分段 Backlash-Like 模型辨识的策略,即将压电迟滞环的上升和下降两个阶段应用 Backlash-Like 模型来分别进行辨识。

Backlash-Like 分段辨识迟滞模型如下:

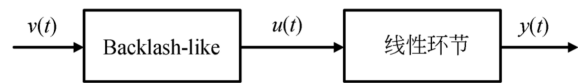


图 2 基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关迟滞模型

Fig. 2 Hammerstein rate dependent hysteresis model based on Backlash-Like model

$G(z) = B(z)/A(z)$ ,  $G(z)$  为用来描述动态线性模块的离散传递函数:

$$A(z) y(t) = B(z) u(t) + r(t). \quad (5)$$

其中:  $y(t)$  为率相关动态迟滞模型的输出,  $r(t)$  表示系统扰动,  $A(z)$  和  $B(z)$  是单位后移算子  $z^{-1}$  的多项式,定义如式(6)和式(7):

$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n1} z^{-n1}, \quad (6)$$

$$B(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_{n2} z^{-n2}, \quad (7)$$

其中:  $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ ,  $n1$  和  $n2$  分别为  $A(z)$  和  $B(z)$  的阶数。

将式(2)代入到式(5)中可得出基于 Backlash-Like 模型的 Hammerstein 模型。

式(5)可变换得出如下形式:

$$y(t) = - \sum_{i=1}^{n1} a_i y(t-i) + \sum_{i=0}^{n2} b_i u(t-i) + r(t). \quad (8)$$

引入参数向量  $\theta = (a_1, \dots, a_{n1}, b_0, \dots, b_{n2})$  与  $\mathbf{X}(t) = (y(t-1), \dots, y(t-n1), u(t), \dots, u(t-n2))$ , 式(8)则可以表示为:

$$y(t) = \theta \mathbf{X}^T(t) + r(t). \quad (9)$$

### 3 参数辨识

模型的参数辨识分为两部分进行,静态非线性迟滞部分的参数辨识和率相关动态线性部分的参数辨识。

#### 3.1 Backlash-Like 分段静态迟滞模型参数辨识

粒子群算法是一种基于生物种群模拟的群体智能优化算法,具有结构简单易实现等优点。但是,由于传统的粒子群算法具有易陷入局部收敛、收敛速度慢等局限,本文提出一种具有新型惯性权重更新和交叉变异操作的改进型粒子群算法进行静态迟滞部分的参数辨识,即式(3)中参数的辨识。

在粒子群算法中每个粒子都看成是问题的一个空间解。粒子的速度和位置更新如下:

$$\begin{cases} v_{ki}(t+1) = \omega(t) v_{ki}(t) + \eta_1 \text{rand}() \\ \quad (p_{ki} - x_{ki}(t)) + \eta_2 \text{rand}() (p_{gki} - x_{ki}(t)), \\ x_{ki}(t+1) = x_{ki}(t) + v_{ki}(t+1) \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\omega(t)$  为惯性权重,  $\eta_1$  和  $\eta_2$  为加速常数,  $p_{ki}$  为每个单个粒子搜索到的历史最优解,  $p_{gki}$  为所有粒子搜索到的全局历史最优解。

对于粒子群算法,较大的惯性权重有利于跳出局部最优解,进行全局寻优,较小的惯性权重有利于局部搜索,加快算法的收敛,在标准的粒子群算法中,惯性权重的更新过程如式(11)

所示:

$$\omega(t) = \omega_{\min} + (\omega_{\max} - \omega_{\min})(1 - \text{iter}/\text{iter}_{\max}), \quad (11)$$

其中:  $\omega_{\max}$  为惯性权值的上限,  $\omega_{\min}$  为惯性权值的下限,  $\text{iter}$  为当前的迭代次数,  $\text{iter}_{\max}$  为最大迭代次数。

但由于粒子群算法的搜索过程是非线性的过程,上述线性的惯性权重变化并不完全适于粒子群的搜索过程。因此本文给出了一种新型的非线性惯性权重更新过程如式(12)所示:

$$\omega(t) = \omega_{\min} + (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \sqrt{\frac{e^{\text{iter}_{\max} - \text{iter}} - 1}{e^{\text{iter}_{\max} - \text{iter}}}}, \quad (12)$$

其中:  $\omega_{\max} = 0.9$ ,  $\omega_{\min} = 0.4$ 。

对于传统粒子群算法易陷入局部最优的问题,本文将算法改进后加入了交叉变异操作,能有效地避免陷入局部最优和加快算法收敛速度。

改进算法中具体的交叉变异操作步骤如下:将每次迭代后所得粒子的适应度值进行比较,适应度值较优的一半粒子划分为优质粒子类直接进入下一代,将剩下的一半粒子划分为劣质类。

同时,将进入下一代的优质粒子进行随机的交叉变异操作产生新的粒子,具体的交叉变异如式(13)所示:

$$x_{ki}^a(t+1) = x_{ki}^a + \text{rand}() (x_{ki}^b - x_{ki}^c), \quad (13)$$

其中:  $x_{ki}^a$ ,  $x_{ki}^b$  和  $x_{ki}^c$  均为优质类中的随机粒子,  $\text{rand}()$  为一随机产生的放大因子,  $x_{ki}^a(t+1)$  为新产生的粒子。

将新产生的一半粒子与劣质粒子类进行适应度比较,适应度较优的一半粒子选入下一代。增加的交叉变异操作可以有效地加快算法的收敛速度,避免算法陷入局部最优。

粒子群算法参数辨识的适应度函数设置为模型的均方根误差,如式(14)所示:

$$F(\alpha, c, \beta) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y(i) - u(i))^2}, \quad (14)$$

其中:  $n$  为总采样点数,  $y(i)$  为压电微动台的实际输出位移,  $u(i)$  为 Backlash-Like 分段迟滞模型的输出,由式(3)给出。辨识的参数有  $\alpha_1, c_1, \beta_1$  和  $\alpha_2, c_2, \beta_2$ , 每个待辨识的参数都设为一个粒子,粒子的约束范围由表1给出。

表 1 辨识参数约束范围  
Tab. 1 Range of parameters

参数	约束范围
$\alpha_1, \alpha_2$	$[-1, 1]$
$c_1, c_2$	$[-1, 1]$
$\beta_1, \beta_2$	$[-1, 1]$

### 3.2 Hammerstein 率相关迟滞模型动态线性部分参数辨识

将压电微定位台的输入信号代入到 3.1 中已辨识得到的 Backlash-Like 分段静态迟滞模型中, 得到中间变量数据  $u(t)$ 。将中间变量  $u(t)$  和压电微定位台的实际位移输出  $y(t)$  作为训练数据, 通过 MATLAB 系统辨识工具箱进行参数辨识得到 Hammerstein-Like 率相关动态线性部分的参数  $a_1, \dots, a_{n1}, b_0, \dots, b_{n2}$ 。

其中, 对于动态线性部分阶次的确定采用交叉验证法, 即通过动态线性部分的辨识精度来确定阶次。优化目标为方均根误差和相对误差, 其中  $E_{\text{RMSE}}$ ,  $E_{\text{RE}}$  分别是压电微动台的实际输出和模型输出的均方根误差和相对误差:

$$E_{\text{RMSE}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (y(i) - y^{\text{lm}}(i))^2 / N}, \quad (15)$$

$$E_{\text{RE}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (y(i) - y^{\text{lm}}(i))^2 / \sum_{i=1}^N (y(i))^2}, \quad (16)$$

其中:  $N$  为采样数据个数;  $y(i)$  为实验数据采集得到的压电微动台实际输出,  $y^{\text{lm}}(i)$  为 Hammerstein-Like 模型的输出, 由式(9)给出。

## 4 实验验证及结果分析

### 4.1 实验设备

为了进行模型的参数辨识和检验模型的有效性, 搭建了如图 3 所示的实验平台, 进行压电陶瓷微定位台的数据采集。其中压电微定位台采用哈尔滨芯明天科技有限公司生产的三维压电定位台 XP-611. XYZ, 其内部封装有位移传感器以测量定位台的位移。压电陶瓷控制器采用 XE-500/501D 系列压电陶瓷控制器, 其由放大器模块、传感器控制模块和显示与接口模块组成。实验平台

的工作过程为: 计算机与压电陶瓷控制器相连, 输入相应的控制电压信号给压电陶瓷控制器, 压电陶瓷控制器驱动压电微定位台输出位移, 平台的位移被封装在定位台内部的传感器检测到后, 传回压电陶瓷控制器的传感器模块, 再由控制器将平台的位移传回计算机。

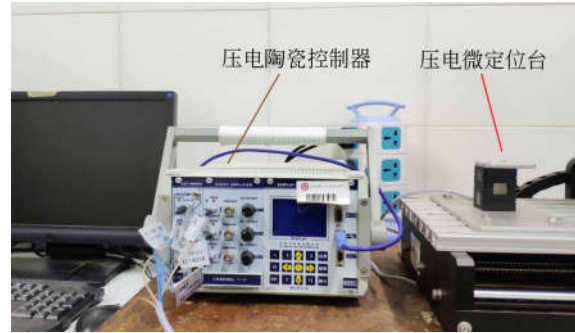


图 3 实验装置

Fig. 3 Experimental setup

### 4.2 Backlash-Like 静态分段辨识迟滞模型及辨识算法实验验证

当输入电压频率小于 5 Hz 时, 压电微定位台的迟滞环几乎不变, 可以近似认为是静态的。本文采用电压为 60 V, 频率为 2 Hz 的正弦信号作为输入信号, 采集压电微定位台的输出位移数据作为 Backlash-Like 静态迟滞模型的参数辨识数据。应用改进型粒子群算法进行 Backlash-Like 静态分段迟滞模型的参数辨识, 并与传统的粒子群算法进行比较, 算法比较如图 4 所示。

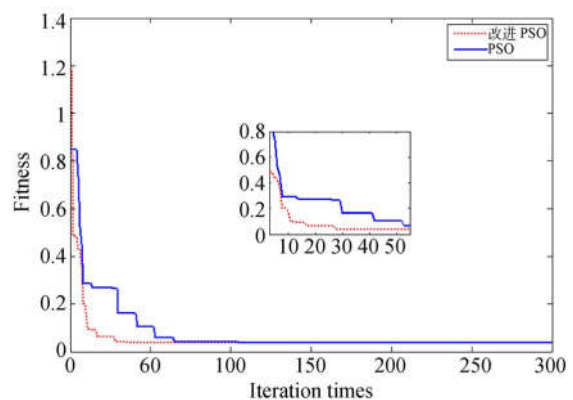


图 4 算法收敛比较

Fig. 4 Comparison of convergence performance

从图 4 的迭代变化曲线可以看出, 本文提出的改进型 PSO 算法, 在迭代到 20 步左右时, 已经

进入后期缓慢收敛阶段,迭代至 30 步左右,已经完全收敛,适应度函数已寻得最优值;而普通的粒子群在迭代至 30 步后开始进入后期缓慢收敛阶段,至第 50 步后才完全收敛。可以看到本文改进的新型惯性权值更新和交叉变异操作的粒子群算法相比于普通的 PSO 算法,收敛速度更快,后期迭代收敛过程也保持优势,具有明显优越性,更适合 Backlash-Like 静态迟滞模型的参数辨识。

改进型粒子群算法辨识得到的 Backlash-

Like 静态分段迟滞模型的参数如下:

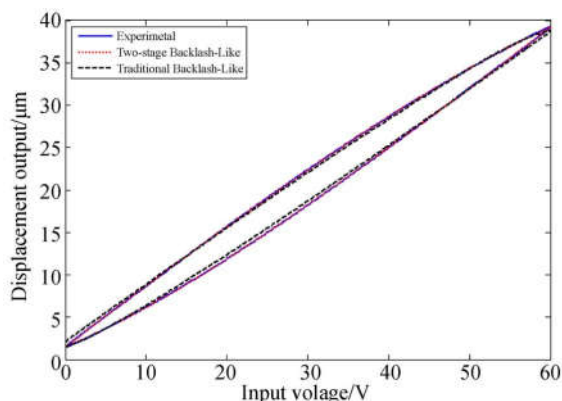
$$\alpha_1 = 0.0508, c_1 = 0.7339, \beta_1 = 0.3932$$

$$\alpha_2 = 0.0342, c_2 = 0.7720, \beta_2 = 0.7279$$

改进型粒子群算法对传统的 Backlash-Like 静态迟滞模型进行辨识得到的参数如下:

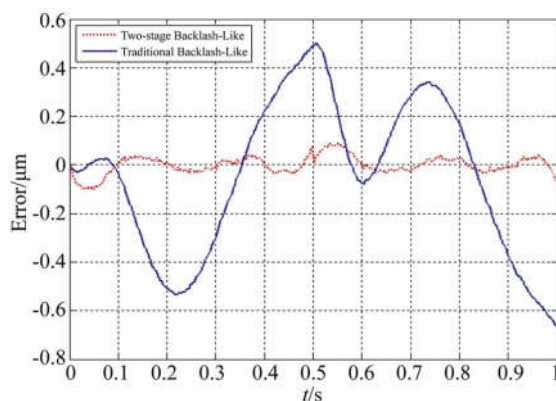
$$\alpha = 0.2860, c = 0.6379, \beta = 0.2638.$$

将辨识得到的参数代入到各种模型中,并与实验得到的实际迟滞曲线进行对比,实际对比情况如图 5 所示。



(a) 频率为 2 Hz 时, 实验迟滞曲线与 Backlash-Like 模型迟滞曲线图

(a) Hysteresis curve and hysteresis curve of Backlash-Like model at 2 Hz



(b) 频率 2 Hz 时, Backlash-Like 分段辨识模型误差曲线与 Backlash-Like 模型误差曲线图

(b) Error curve of two-stage Backlash-Like model and traditional Backlash-Like model at 2 Hz

图 5 Backlash-Like 分段辨识模型、传统 Backlash-Like 模型和压电微动台实际电压-位移关系图

Fig. 5 Voltage displacement relationship of two-stage Backlash-Like model, Backlash-Like model and piezoelectric micro platform

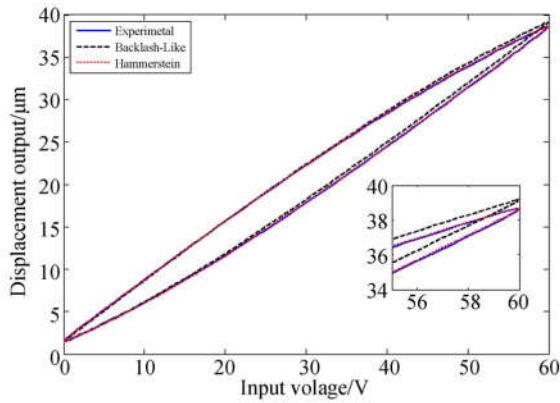
从图 5 中,可以明显看出与传统的 Backlash-Like 模型相比,Backlash-Like 分段辨识迟滞模型最大的位移误差由  $0.6843 \mu\text{m}$  下降到了  $0.1039 \mu\text{m}$ 。其中,相对误差由  $2.691\%$  下降到  $0.35\%$ 。实验结果表明,Backlash-Like 分段辨识迟滞模型较传统的 Backlash-Like 模型,极大地提高了模型的精度,能较好地模拟压电微定位台的非对称迟滞特性。

#### 4.3 率相关动态迟滞模型实验验证

为了让率相关动态迟滞模型具有更好的频率泛化能力,本文将具有丰富频率信息的  $1 \sim 100 \text{ Hz}$  扫频信号作为压电微定位台的输入信号  $v(t)$ ,采集压电微定位台的实际输出数据  $y(t)$ 。将压电微定位台经扫频信号激励下的输入/输出数据作为动态线性模块参数的辨识数据。使用 MATLAB 系统辨识工具箱对动态线性模块的参

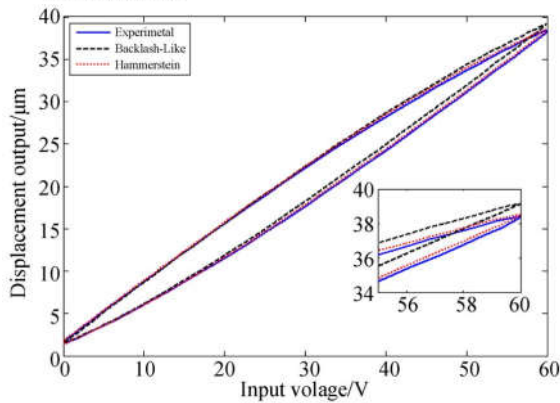
数进行交叉验证辨识确定了动态线性模块的阶次为  $n_1 = 2, n_2 = 2$ ;辨识的参数结果如下:  $a_1 = -0.3781, a_2 = -0.4862, b_0 = 1.013, b_1 = -0.4596, b_2 = -0.4192$ 。将辨识参数代入到  $G(z)$  中完成 ARX 模型的建立,并与上述已辨识的 Backlash-Like 静态分段模型进行串联,得到基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein-Like 率相关迟滞模型。

为了验证模型的率相关特性,将电压为  $60 \text{ V}$ ,频率分别为  $30 \text{ Hz}, 60 \text{ Hz}, 90 \text{ Hz}$  的正弦信号作为输入信号代入到 Backlash-Like 静态分段辨识模型和基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein-Like 率相关迟滞模型中与实验测得的压电台实际迟滞曲线进行对比,模型和实际的输入输出对比见图 6 所示,两模型的拟合误差对比见图 7 所示。



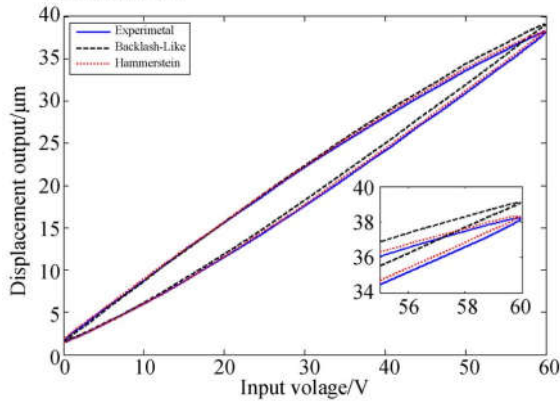
(a) 频率为 30 Hz 时, 实验迟滞曲线与 Backlash-Like 模型迟滞曲线图

(a) Hysteresis curve and the hysteresis curve of Backlash-Like model at 30 Hz



(b) 频率为 60 Hz 时, 实验迟滞曲线与 Backlash-Like 模型迟滞曲线图

(b) Hysteresis curve and the hysteresis curve of Backlash-Like model at 60 Hz

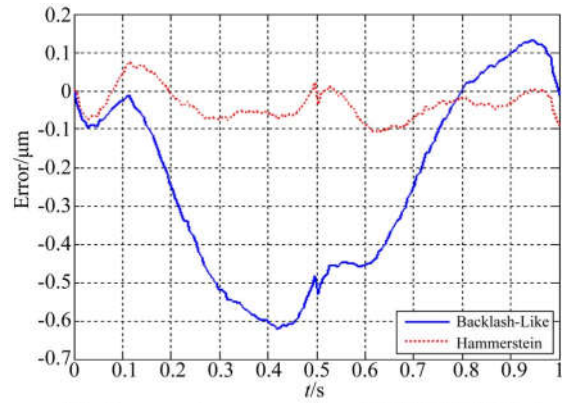


(c) 频率为 90 Hz 时, 实验迟滞曲线与 Backlash-Like 模型迟滞曲线图

(c) Hysteresis curve and the hysteresis curve of Backlash-Like model at 90 Hz

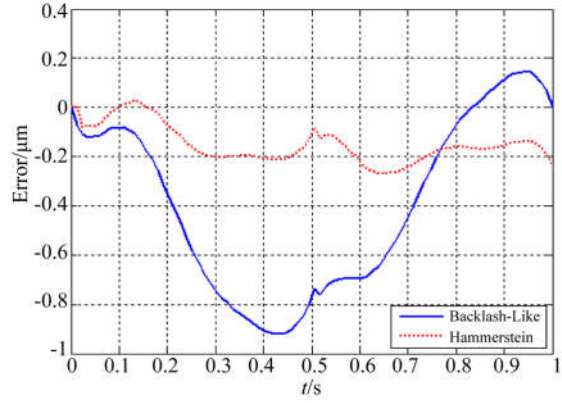
图 6 Backlash-Like 分段辨识模型、Hammerstein-Like 模型和压电微动台的电压-位移关系图

Fig. 6 Voltage displacement relationship of Two-stage Backlash-Like model, Hammerstein-Like model and piezoelectric micro platform



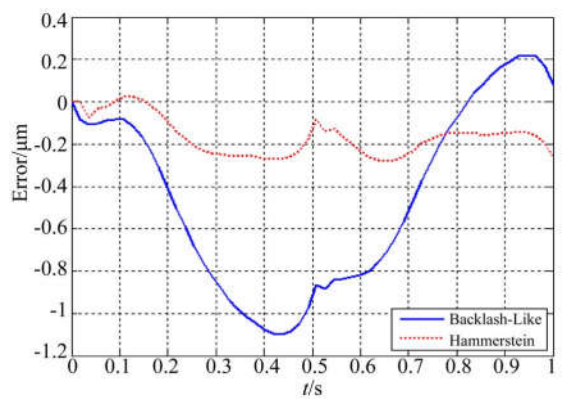
(a) 频率为 30 Hz 时, Backlash-Like 分段辨识模型误差曲线与 Hammerstein 模型误差曲线

(a) Error curve of Two-stage Backlash-Like model and error curve of Hammerstein model at 30 Hz



(b) 频率为 60 Hz 时, Backlash-Like 分段辨识模型误差曲线与 Hammerstein 模型误差曲线

(b) Error curve of Two-stage Backlash-Like model and error curve of Hammerstein model at 60 Hz



(c) 频率为 90 Hz 时, Backlash-Like 分段辨识模型误差曲线与 Hammerstein 模型误差曲线

(c) Error curve of Two-stage Backlash-Like model and error curve of Hammerstein model at 90 Hz

图 7 Backlash-Like 分段辨识模型误差与 Hammerstein-Like 模型误差对比图

Fig. 7 Contrast diagram of Two-stage Backlash-Like model error and Hammerstein-Like model error

从图6中可以明显看出 Backlash-Like 静态模型,随着频率的增大,Backlash-Like 静态模型的输出与压电微动台输出之间的误差越来越大,而 Hammerstein-Like 率相关迟滞模型在不同频率输入下都能够较好地描述压电微定位台的迟滞特性。

同时,为了更直观地对比 Backlash-Like 静态模型和 Hammerstein-Like 率相关迟滞模型描述压电微定位台的率相关特性,图7将两模型的拟合误差进行对比,并列出了表2和表3记录了两模型具体的误差数据。结合图7、表2和表3可以看出,较 Backlash-Like 静态模型,Hammerstein-Like 率相关迟滞模型明显具有较好的频率泛化能力,在30 Hz、60 Hz和90 Hz下模型最大误差由0.621 8~1.099 7  $\mu\text{m}$ 下降到0.107 1~0.280 3  $\mu\text{m}$ ,平均降低了75%;平均误差由0.279 2~0.499 7  $\mu\text{m}$ 降至0.046 2~0.165 8  $\mu\text{m}$ ,平均降低了70%;均方根误差由0.393 1~0.700 6  $\mu\text{m}$ 下降至0.054 1~0.190 4;相对误差由1.721 4%~3.086 7%下降至0.236 2%~0.831 3%。以上分析,可以得出,基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关迟滞模型能较好的描述压电微定位台的率相关动态特性,具有较好的频率泛化能力。

表2 Backlash-Like 分段辨识模型精度比较

Tab.2 Accuracy comparison of Backlash-Like model

Backlash-Like 分段辨识模型	最大位移 误差/ $\mu\text{m}$	平均位移 误差/ $\mu\text{m}$	$E_{\text{RMSE}}/\%$	$E_{\text{RE}}/\%$
30 Hz	0.621 78	0.279 18	0.393 1	1.721 4
60 Hz	0.921 17	0.422 5	0.587 9	2.586 9
90 Hz	1.099 7	0.499 74	0.700 6	3.086 7

## 参考文献:

- [1] XU Q S, LI Y M. Analytical modeling, optimization and testing of a compound bridge-type compliant displacement amplifier [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, 46(2): 183-200.
- [2] LIU Y, LI J, HU X, *et al.*. Modeling and control of piezoelectric inertia-friction actuators: review and future research directions [J]. *Mechanical Science*, 2015, 6(2): 95-104.
- [3] CHEN L S, YEN J Y, CHEN J, *et al.*. Precision tracking of a piezo-driven stage by charge feedback control [J]. *Precision Engineering*, 2013, 37(4):

表3 Hammerstein 率相关迟滞模型精度比较

Tab.3 Accuracy comparison of dynamic hysteresis models

率相关动态 模型	最大位移 误差/ $\mu\text{m}$	平均位移 误差/ $\mu\text{m}$	$E_{\text{RMSE}}/\%$	$E_{\text{RE}}/\%$
30 Hz	0.107 1	0.046 18	0.054 1	0.236 2
60 Hz	0.27	0.150 7	0.169 6	0.741 6
90 Hz	0.280 3	0.165 8	0.190 4	0.831 3

## 5 结 论

针对压电微定位台的率相关动态迟滞特性,本文提出了一种基于 Backlash-Like 分段辨识的 Hammerstein 率相关迟滞模型。其中以 Backlash-Like 分段辨识模型描述压电微定位台的静态迟滞部分。在模型参数辨识方面,以改进的粒子群算法进行模型静态迟滞部分的辨识。实验结果表明:静态迟滞部分,Backlash-Like 分段辨识模型较传统的 Backlash-Like 模型,模型的最大误差下降了85%,均方根误差下降了74%。率相关模型检验,基于 Backlash-Like 分段辨识模型的 Hammerstein 率相关迟滞模型较 Backlash-Like 静态模型,在90 Hz时,均方根误差由0.70  $\mu\text{m}$ 下降到了0.19  $\mu\text{m}$ ,下降了73%;模型相对误差仅为0.83%,表现出较好的频率泛化能力。模型辨识方面,改进的粒子群算法在第30代完全收敛,而传统的粒子群算法在第50代左右才完全收敛,效率更高,对非线性模型参数辨识具有一定实用价值。

793-804.

- [4] 李黎,刘向东,王伟,等. 压电陶瓷执行器迟滞特性的广义非线性 Preisach 模型及其数值实现 [J]. *光学精密工程*, 2017, 15(5): 706-712.  
LI L, LIU X D, WANG W, *et al.*. Generalized nonlinear Preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuator and its numerical implementation [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 15(5): 706-712. (in Chinese)
- [5] 田雷,陈俊杰,崔玉国,等. 基于 PI 迟滞模型的单压电变形镜开环控制 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(1), 136-142.  
TIAN L, CHEN J J, CUI Y G. Open-loop control of

- unimorph piezoelectric deformable mirror based on PI hysteresis model[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(1), 136-142. (in Chinese)
- [6] 于志亮, 刘杨, 王岩, 等. 基于改进 PI 模型的压电陶瓷迟滞特性补偿控制 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(1): 129-136.  
YU ZH L, LIU Y, WANG Y, *et al.*. Hysteresis compensation and control of piezoelectric actuator based on an improved PI model [J]. *Chinese Journal of scientific Instrument*, 2017, 38(1): 129-136. (in Chinese)
- [7] 陈辉, 谭永红, 周杏鹏, 等. 压电陶瓷执行器的动态模型辨识与控制 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(1): 88-95.  
CHEN H, TAN Y H, ZHOU X P, *et al.*. Identification and control of dynamic modeling for piezoelectric actuator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(1): 88-95. (in Chinese)
- [8] LIN C J, LIN P T. Tracking control of a biaxial piezo-actuated positioning stage using generalized Dehum model [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2012, 64: 766-787.
- [9] 朱炜, 芮筱亭. 压电执行器的 Bouc-Wen 模型在线参数辨识 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(1): 1110-1116.  
ZHU W, RUI X T. Online parameter identification of Bouc-Wen model for piezoelectric actuators [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(1): 1110-1116. (in Chinese)
- [10] 刘长利, 胡守柱, 郭海林, 等. 叠堆式压电陶瓷驱动器的复合控制 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(9): 2248-2254.  
LIU CH L, HU SH ZH, GUO H L, *et al.*. Feed-forward control of stack piezoelectric actuator [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(9): 2255-2261. (in Chinese)
- [11] SU C Y, STEPANENKO Y, SVOBODA J, *et al.*. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown Backlash-Like Hysteresis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2427-2432.
- [12] LAI G, ZHI L, YUN Z, *et al.*. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear systems with asymmetric actuator Backlash based on a new smooth inverse [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(6): 1250-1262.
- [13] 杨晓京, 李庭树, 刘浩. 压电超精密定位台的动态迟滞建模研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(10): 2492-2499.  
YANG X J, LI T SH, LIU H. Dynamic hysteresis modeling of piezoelectric ultra precision positioning stage [J]. *Chinese Journal of scientific Instrument*, 2017, 38(10): 2492-2499. (in Chinese)
- [14] 赖志林, 刘向东, 耿浩. 压电陶瓷执行器的类 Hammerstein 模型及其参数辨识 [J]. *光学精密工程*, 2012, 20(9): 2087-2094.  
LAI ZH L, LIU X D, GENG J. Hammerstein-based model of piezoceramic actuator and its identification [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(9): 2087-2094. (in Chinese)
- [15] 王贞艳, 张臻, 周克敏, 等. 压电作动器的动态迟滞建模与  $H_\infty$  鲁棒控制 [J]. *控制理论与应用*, 2014, 31(1): 35-41.  
WANG ZH Y, ZHANG ZH, ZHOU K M, *et al.*. Dynamic hysteresis modeling and H-infinity robust control of piezoelectric actuators [J]. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(1): 35-41. (in Chinese)
- [16] 胡凯明, 文立华. PBP 驱动器率相关迟滞特性研究及其线性化控制 [J]. *机械工程学报*, 2016, 52(12): 205-212.  
HU K M, WEN L H. Research on rate-dependent hysteresis characteristics of PBP actuators and its linearization control [J]. *Journal of mechanical engineering*, 2016, 52(12): 205-212. (in Chinese)

#### 作者简介:



杨晓京(1971—),男,云南大理人,教授,博士生导师,1993年,1996年于中国农业大学分别获得学士、硕士学位,2008年于浙江大学获得博士学位,2013年于昆明理工大学博士后出站。主要从事超精密驱动与传动理论及新技术等方向的研究。E-mail: xjyang@vip.sina.com



胡俊文(1994—),男,安徽芜湖人,硕士研究生,2016年于湖南工业大学获得学士学位,主要从事压电陶瓷迟滞建模控制与微位移主动隔振方面的研究。E-mail: hjw12345@foxmail.com