

文章编号 1004-924X(2019)05-1188-08

基于光流拓扑稀疏加权的同步运动去混叠

郑思凡^{1,2}, 王卫星^{1,3,4*}, 吴永春²

- (1. 福州大学 物理与信息工程学院, 福建 福州 350116;
2. 泉州黎明职业大学 智能制造学院, 福建 泉州 362000;
3. 长安大学 信息工程学院, 陕西 西安 710064;
4. 瑞典皇家工学院, 瑞典 斯德哥尔摩 10044)

摘要:针对欧式距离加权的稀疏子空间聚类在对多个同步运动刚体进行运动分割时不考虑刚体流形结构的局限性, 提出了一种由光流轨迹流形拓扑结构加权的稀疏子空间聚类算法, 在光流轨迹的时空相似度邻接矩阵里计算各轨迹相似度的流形距离并嵌入稀疏子空间字典表达的权值矩阵进行稀疏系数求解, 使得流形距离较近的轨迹优先成为稀疏自表达字典, 从而减少对欧式空间相距较小但不属于同一物体的同步运动刚体轨迹的聚类混叠, 经过同步移动和同步摆动两种情况算法对比实验表明: 本文提出算法可以将混叠降低到 1% 以下, 最后, 在双针床经编机贾卡针同步摆动的运动分割结果表明算法具有进一步的工业视觉应用前景。

关键词: 变分光流; 稀疏子空间聚类; 流形距离; 有限等距; 子空间混叠; Dijkstra 算法
中图分类号: TP751; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20192705.1188

Synchronous motion de-aliasing based on optical flow topological sparse weighting

ZHENG Si-fan^{1,2}, WANG Wei-xing^{1,3,4*}, WU Yong-chun²

- (1. College of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;
 2. Intelligent Manufacturing Institute, LiMing University, Quanzhou 362000, China;
 3. School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China;
 4. KTH Royal Institute of Technology, Stockholm 10044, Sweden)
- * Corresponding author, E-mail: znn525d@qq.com

Abstract: This work aims to overcome the limitations of Euclidean distance weighted sparse subspace clustering that does not consider the manifold structure of a rigid body. Here, a sparse subspace clustering method weighted using optical flow trajectory manifold topology was proposed. In the proposed algorithm, the manifold distance of each trajectory in the space-time similarity adjacency matrix was embedded into the weight matrix to solve the sparse coefficient. This ensured that the trajectory with a relatively closed manifold distance became the sparse self-expression dictionary, thereby reducing the

收稿日期: 2018-09-19; 修订日期: 2018-11-06.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61170147); 福建省高职院校智能制造协同创新中心项目资助 (No. 16002)

clustering aliasing error of synchronous motion. The comparison of experiments between synchronous motion and synchronous swing reveals that the proposed algorithm can reduce aliasing error down to 1%. Finally, the motion segmentation results of Jacquard needle indicate that the algorithm can be potentially used for industrial applications.

Key words: variational optical flow; sparse subspace clustering; manifold distance; restricted isometry property; subspace aliasing; Dijkstra algorithm

1 引 言

根据三维重建 SFM (Switch Fabric Module)^[1]理论,同一个刚体各部分像素在三维空间运动轨迹在二维图像里共处在一个不超过三维的超平面流形子空间中,于是对视频里刚体运动的分割问题便转化为子空间聚类问题。而此类刚体运动分割的难点在于针对诸如铰接体或同步线性相关等部分自由度重叠的非独立运动机构系统的分割。

针对非独立刚体运动导致 SFM 重建后结构矩阵中对应物体的点云分块矩阵重叠现象,参考文献[1]总结了解决子空间重叠的几种聚类算法(GPCA(Generalized Principal Component Analysis), LSA (Linked Cluster Algorithm), LRR (Low-Rank Representation), LRSC (Low-Rank Subspace Clustering), MSL(Maximum Segment Lifetime))^[2-3],并综合比较了算法在 Hopkins155 通用运动视频数据集的准确率与效率,但并未重点考察算法在强线性相关混叠运动分割方面的表现。

近年来,随着高斯随机测量矩阵被证明满足信息保持特性的有限等距(Restricted Isometry Property, RIP)性质后,则稀疏信号的采集能够以远低于奈奎斯特采样频率的频率进行采集压缩并恢复^[4],从而基于信号稀疏性的压缩感知技术获得了长足发展,Elhamifar 等在此基础上,结合“群稀疏”概念^[5]并假定信号自表达字典满足 RIP 性质前提下提出了稀疏子空间聚类(Sparse Subspace Clustering, SSC)算法^[6],并证明其比同类子空间聚类算法具有更好的鲁棒性及聚类误差而成为当前研究热点。

关于 SSC 当前的研究主要集中在通过修改

稀疏系数 L1 范数数据项与正则项来提高类内一致性,连通性与类间的距离,并以此来降低子空间重叠聚类误差^[7-8],另一方面,也有通过对 L1 范数进行加权来降低子空间混叠误差的研究成果^[9-12],但是上述算法在求解凸松弛后的稀疏系数 L1 范数仍然主要采用贪婪算法为架构的 OMP (Orthogonal Matching Pursuit)^[13], BP (Back Propagation)^[14]算法来选取各子空间自表达的字典基,因为这些算法选取时只考虑数据点最大相似度而不考虑空间拓扑关系,从而造成空间上较远的轨迹因运动相似性较强被误选,针对这个问题,参考文献[15]提出了利用轨迹平均距离的 RBF(Radial Basis Function)函数构成的相似度矩阵对自表达稀疏矩阵加权来引导自表达字典基选取。此算法充分利用了聚类数据的空间拓扑信息,相比无加权的 SSC 算法,大大提高了在 Hopkins155 数据集的准确率,但是此算法是基于轨迹欧式距离作为刚体拓扑关系的表达,在分割同步摆杆等这类密集排列细长形状的机械结构时会形成误导,会将密集排列而欧式距离小的不同机械连杆在同步运动时仍然聚类为同一刚体,因此本文利用参考文献[16]计算参与稀疏子空间聚类的各轨迹时空相似度邻接矩阵,通过各轨迹相似度的流形距离来对自表达稀疏矩阵加权,因为同一刚体内不同轨迹相似度的流形距离总是小于不同刚体轨迹相似度的流形距离,这样便使空间上相隔很近的同步运动的不同物体仍然可以准确选取同一子空间内的自表达字典基从而减少因混叠的误聚类率。

为从理论依据,实现步骤及实验结果 3 个方面介绍所提的运动识别算法,本文分如下几个部分进行介绍,首先通过 SFM 三维重建理论来说明空间位置不同的刚体在做同步线性运动时重叠聚类误差原因。并通过压缩感知的稀疏恢复条

件^[17-18]指出外在拓扑信息加权必要性;其次分析欧式加权在同步摆动分割的局限性及原因;然后提出流形稀疏加权的子空间聚类算法改进原理及实现;并分析比较流形加权在同步移动情况下运动分割改进效果;最后介绍算法在经编机贾卡针同步摆动运动分割测试结果,最后为总结与展望。

2 同步运动混叠原因及加权必要性

由 SFM 理论可知^[1],在正射相机模型的前提下,任一刚体各像素运动轨迹构成的矩阵可以分解为运动矩阵与结构矩阵的乘积,其中运动矩阵由相机的内外校正参数与每一帧刚体相对相机的位姿(旋转与平移)构成,结构矩阵形成刚体外形点云分布以作为三维重建的基础,可以表示如式(1)所示:

$$\begin{cases} x_{11} & \cdots & x_{1P} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{F1} & \cdots & x_{FP} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{A}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_F \end{cases} [\mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_P]_{4 \times P}, \quad (1)$$

其中: $\{x_{fp} \in \mathbb{R}^2\}_{f=1, \dots, F; p=1, \dots, P}$ 为刚体各像素的轨迹坐标,结构矩阵元素 $\{\mathbf{X}_p \in \mathbb{P}^3\}_{p=1, \dots, P}$ 为此轨迹所对应的刚体像素空间四维齐次世界坐标(最后一个分量固定为 1),运动矩阵元素定义如下:

$$\mathbf{A}_f = \mathbf{K}_f \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} R_f \\ \mathbf{0}^T t_{f,1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$$

其中 $\mathbf{K}_f \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ 为相机校正参数 $(R_f, t_f) \in SE(3)$ 为刚体在 f 帧相对相机的位姿,其取值位于一个 3 阶变换李群空间,可利用对数映射转化为李代数的约束条件参与运动方程求解。

在考虑多个刚体运动时,为方便扩展,将上述关系作为矩阵块的形式简化表达如下:

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{M}_1 \mathbf{S}_1^T, \quad (2)$$

其中:运动矩阵 \mathbf{M}_1 阶数为 $2F \times 4$,结构矩阵 \mathbf{S}_1 阶数为 $4 \times P$,则矩阵积 \mathbf{W}_1 的秩满足 $\text{rank}(\mathbf{W}_1) = \text{rank}(\mathbf{M}_1 \mathbf{S}_1) \leq 4$,考虑到结构矩阵 \mathbf{S}_1 是齐次坐标,只有三个自由度,所以单个刚体的运动子空间近似在 2~3 维的低维超平面流形里。当多个刚体在一起运动时,如果其空间位置与运动矩阵(平移,旋转,仿射)线性不相关,则方程(1)以分块的

形式拓展为如下多刚体运动结构分解方程:

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_n] \mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{2F \times N} =$$

$$[\hat{\mathbf{M}}_1, \hat{\mathbf{M}}_2, \dots, \hat{\mathbf{M}}_n] \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{S}}_1^T & & & \\ & \hat{\mathbf{S}}_2^T & & \\ & & \dots & \\ & & & \hat{\mathbf{S}}_n^T \end{bmatrix} \mathbf{\Gamma}, \quad (3)$$

$$= \mathbf{M} \mathbf{S}^T \mathbf{\Gamma}, \quad (4)$$

其中: $\mathbf{\Gamma}$ 为置换矩阵,假设各运动子空间为 $\{\mathbf{W}_i \supset \mathbb{R}^{2F}\}_{i=1}^n$,当任何 i 与 j 两块对应刚体运动线性独立则有 $\dim(\mathbf{W}_i \cap \mathbf{W}_j) = 0$,使得 $\text{rank}(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^i d_i$,其中 $d_i = \dim(\mathbf{W}_i)$,若 i, j 线性相关则 $0 < \dim(\mathbf{W}_i \cap \mathbf{W}_j) < \min\{d_i, d_j\}$,从而使得对应的结构矩阵分块不再呈现规则对角分布,出现稀疏杂点,不同刚体结构分块将出现交叉混叠,从而导致聚类误差。

另一方面,根据压缩感知有限等距理论,稀疏信号的恢复取决于随机采样矩阵与信号的不相干性及信号的稀疏性,文献^[6]在此基础上给出了基跟踪下相交稀疏子空间正确恢复条件-即定理 3。

$$\max \cos \theta_{ij}^* < \max \frac{\sigma_{\min}(\overline{\mathbf{Y}}_i)}{\sqrt{k_i}}$$

$$j \neq i \overline{\mathbf{Y}}_i \in \mathbf{W}_i, \quad (5)$$

其中: \mathbf{W}_i 为秩为 k_i 的矩阵集合空间, $\overline{\mathbf{Y}}_i \in \mathbb{R}^{n \times k_i}$ 为 \mathbf{W}_i 的元素,是所求真实子空间数据集 $\mathbf{Y}_i \in \mathbb{R}^{n \times d_i}$ 的满秩子集。 θ_{ij}^* 为子空间 j, i 之间最小主角,代表子空间重叠度, $\sigma_{\min}(\overline{\mathbf{Y}}_i)$ 为 $\overline{\mathbf{Y}}_i$ 矩阵 SVD 分解后最小奇异值,代表数据在各维度分布的稠密性,当数据样本充满子空间各个方向时则各个维度的奇异值较大,如果数据在某个维度分布过于稠密,使得子空间塌缩,造成此维度对应的奇异值变小致不等式右边小于左边,则子空间无法正确恢复。因此当光流密度过于稀疏则会导致被分割的不同刚体所在运动子空间无法正确恢复,从而必须借助外在的刚体外形与拓扑位置信息进行加权矫正自表达字典基的选取以得到更为准确的聚类结果。

3 欧氏加权在同步摆动分割的局限性分析

为了考察欧氏稀疏加权对同步摆动的混叠现象, 在 solidworks 里构造一个同步的平行双摇杆机构模型, 此类机构可在车门启闭装置与飞机扑翼中见到, 为方便光流 LDOF (Large Displace Optical Flow)^[20] 采集, 摆杆部分以棋盘贴图渲染, 设置空间采样率 8, 可得采集的角点分布如图 1。

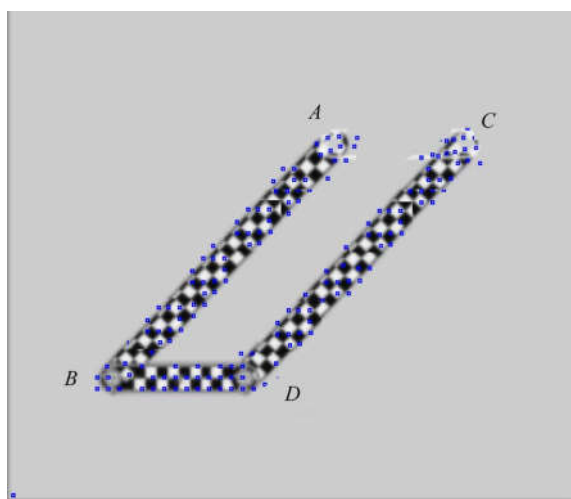


图 1 双摇杆轨迹采集分布

Fig. 1 Double rocker Trajectory distribution

在角速度为 $\pi/90$ 的情况下, 取左右摆杆特征点共 133 个 33 帧图片构成长度为 33 维行向量的轨迹参与子空间聚类, 轨迹整体分布如图 2。

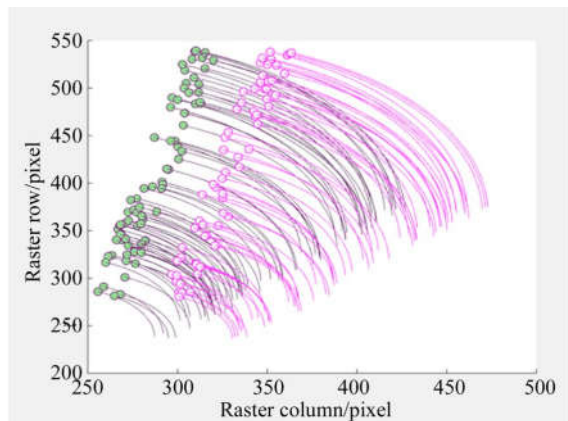


图 2 待聚类轨迹整体分布图

Fig. 2 Whole trajectory to be clustered

根据欧氏稀疏加权步骤^[15], 先计算轨迹平均欧氏距离并利用 RBF 核函数得到相似度如下:

$$K_{ij} = \exp\left\{-\frac{\|x_i - x_j\|_{\frac{1}{2}}}{\lambda_K}\right\}, \quad (6)$$

其中核函数宽度 λ_K 取值范围由运动刚体间隔像素数与刚体内部像素 (特征点) 的间距像素数决定, 具体如式 (7):

$$\lambda_K < d_B^2 - d_W^2. \quad (7)$$

将 K_{ij} 各元素除以 $\exp\{d_B^2/\lambda_K\}$ 归一化后取倒数可得最终权值矩阵 W , 将其嵌入 SSC 目标函数进行稀疏系数求解, 根据稀疏系数的子空间相似度进行谱聚类, 最后可得聚类结果如图 3 所示。

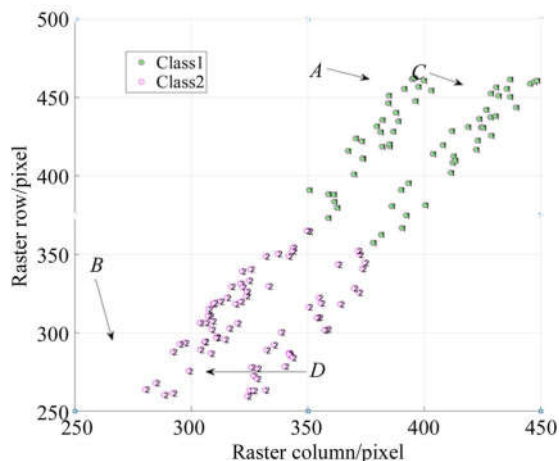


图 3 W-SSC 聚类结果

Fig. 3 Results of W-SSC clustering

由图 3 可见, 聚类后摆杆在头尾端出现了交叉混叠, 这是因为, 图中摆杆前端 A 点距离另一摆杆的前端远小于摆杆自身长度 (如图中的 $AC \ll AB, BD \ll BC$), 这样 AC 相似度大于 AB 相似度, 结果 AC 所代表的两条轨迹优先成为同一子空间自表达字典而被误聚类为同一物体, 但是从轨迹整体分布来看, 摆杆内部各点轨迹密集分布, 密度明显大于摆杆之间空隙 (理想情况下密度为零), 于是可以考虑文献^[19]提出的密度敏感的流形距离来调节各点的相似度, 使之正确反映流形结构从而消除混叠。

4 流形距离稀疏加权的子空间聚类原理及实现

由前文分析, 本文引入密度敏感的流形距离如式 (8):

$$D_{ij}^e = \frac{1}{\rho^2} \ln(1 + d_{sp}(x_i, x_j))^2, \quad (8)$$

其中 $d_{sp}(x_i, x_j)$ 是图上节点 x_i 和 x_j 之间的最短路径距离, 计算公式为^[10]:

$$d_{sp}(x_i, x_j) = \min_{\rho \in P_{ij}^+} \sum_{k=1}^{\rho-1} (e^{td(p_k, p_{k+1})} - 1), \quad (9)$$

其中: $d(p_k, p_{k+1})$ 是图上节点 x_i 到 x_j 最短路径上任意相邻两点的欧氏距离. ρ 为伸缩因子, 保证高密度区内流形的距离远小于穿过低密度区点的的距离, 以充分反映超流素分布的内在的流形结构.

在欧氏稀疏加权 W-SSC 里, 相邻两条轨迹距离 $d(p_k, p_{k+1})$ 采用轨迹的平均欧氏距离, 并没有考虑轨迹运动方向与速度的差异性, 对于同步的相向运动, 交叉运动等区分度不好, 因此采用文献[16]提出的轨迹时空相似度来衡量相邻轨迹的距离, 为此先定义轨迹平均偏移距离与速度如式(10)和式(11):

$$d_{spatial}(T_i, T_j)^2 = \text{mean}\left(\sum_{f \in O(T_i, T_j)} (x_f^i - x_f^j)^2\right), \quad (10)$$

$$d_{velocity}(T_i, T_j)^2 = \sum_{f, f+1 \in O(T_i, T_j)} [(x_f^i - x_{f+1}^i) - (x_f^j - x_{f+1}^j)]^2 / (\Delta t), \quad (11)$$

其中: T_i, T_j 代表轨迹 i , 轨迹 j , x_f 代表轨迹在 f 帧的横纵坐标矢量, $O(T_i, T_j) = [t_i^s, t_i^e] \cap [t_j^s, t_j^e]$ 代表轨迹共同时间段. 可得两条轨迹总的时空相似度距离为:

$$d(T_i, T_j) = \frac{1}{|O(T_i, T_j)|} d_{spatial}(T_i, T_j) [1 + d_{velocity}(T_i, T_j)]. \quad (12)$$

这样最终得到的密度敏感的流形距离 D_{ij}^e 含有轨迹时空相似度和密度两种信息, 可以适应不同类型运动分割, 将此距离规范化后取倒数^[15]得到本文提出的流形稀疏加权矩阵 \mathbf{W} . 加权后原稀疏系数求解问题便可转化为如式(13):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{C}, \mathbf{E}} \quad & \|\mathbf{W} \odot \mathbf{C}\|_1 + \lambda \|\mathbf{E}\|_F^2 \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{X} = \mathbf{X}\mathbf{C} + \mathbf{E}, \text{diag}(\mathbf{C}) = \mathbf{0}, \mathbf{C}^T \mathbf{1} = \mathbf{1}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中: \odot 为阿达马乘积, \mathbf{C} 为 $N \times N$ 自表达稀疏矩阵, N 为轨迹数目, \mathbf{X} 为 $2F \times N$ 轨迹集合矩阵, F 为帧数, \mathbf{E} 为误差矩阵, F 是 Frobenius 范数. λ 为权衡参数, 平衡轨迹误差与解的稀疏性, 同时保持整体目标函数的凸性, 取值范围为 $(0, 1)$, 在

此取 0.01, 因为需要同时优化两种范数, 可以看出该问题与求解二维稀疏的 LRR 问题类似, 在这里可以采用 ALM(交替拉格朗日乘法)求解, 最后对自表达稀疏系数构建相似图并谱聚类得到流形稀疏加权聚类(M-SSC)结果如图 4. 由图可见, 在取适当流形因子 ρ (在此取值 8)后, 算法可以完全消除混叠误差.

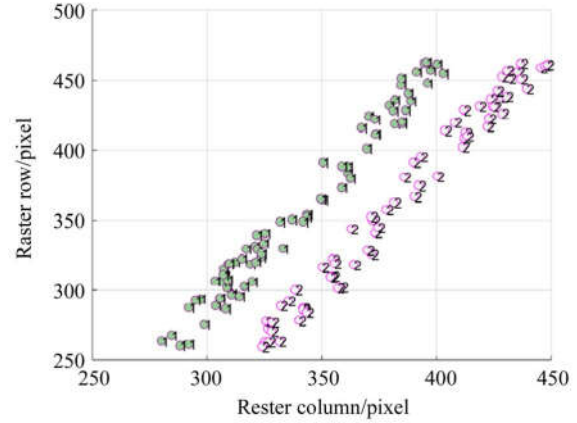


图 4 M-SSC 聚类结果

Fig. 4 The result of M-SSC clustering

综上所述, 本文算法步骤如下:

输入: 以一定帧率读取运动视频序列、邻接半径 ϵ 、流形因子 ρ 、聚类数目 K ;

输出: 轨迹聚类在任何一帧的散点图;

Step 1. 以像素间隔 8 采样第一帧图像, 求取各采样像素结构张量 $\mathbf{J}_\rho = \mathbf{K}_\rho * \sum_{k=1}^3 \mathbf{I}_k * \mathbf{I}_k^T$, 滤除小于 0.2 pixel;

Step 2. 求取上述像素变分光流 LDOF^[20], 并进行前向光流与后向光流方向一致性检查, 小于设定阈值滤除, 将各帧所保留的光流连线形成轨迹三元组(序号, 坐标序列, 帧号序列)元胞结构数组保存;

Step 3. 建立 ϵ -NN 近邻矩阵, 按照公式(10)~(12)计算近邻矩阵各节点边权值 $d(T_i, T_j)$, 按照公式(8)~(9)及流形因子 ρ 通过 Dijkstra 算法计算轨迹间流形距离, 规范化后取其倒数形成 M-SSC 算法的加权矩阵 \mathbf{W} ;

Step 4. 按照公式(13)求解 \mathbf{C}, \mathbf{E} , 由 \mathbf{C} 构造图的相似度矩阵 $\mathbf{U} = \frac{1}{2} (|\mathbf{C}| + |\mathbf{C}^T|)$ 再利用 cut 算法得到超像素的聚类结果, 聚类个数由结果 silhouette 的最大值对应的 k 决定。

5 流形稀疏加权在同步移动运动分割的改进分析

由几何推论可知,同步摆动双杠轨迹形成仿射空间,相比同一摆杆各轨迹多了一个维度,根据公式(5),双杠轨迹的子空间重叠度比较小,所以在实验中可以发现直接利用 SSC 聚类也是可以区分双摆杆轨迹,W-SSC 反而增大了重叠误差,但正如文献[15]所指出的那样,W-SSC 充分利用轨迹的拓扑关系使相近的轨迹优先成为自表达基从而减少误聚类率,在同步移动情况下,流形稀疏加权同样能够利用不同运动刚体簇状流形结构,使得聚类相似度矩阵的块状更加明显,类内一致性更高。

为此,取一段平行移动的车辆视频的轨迹进行聚类比较,其中采集 LDOF 轨迹如图 5 所示。

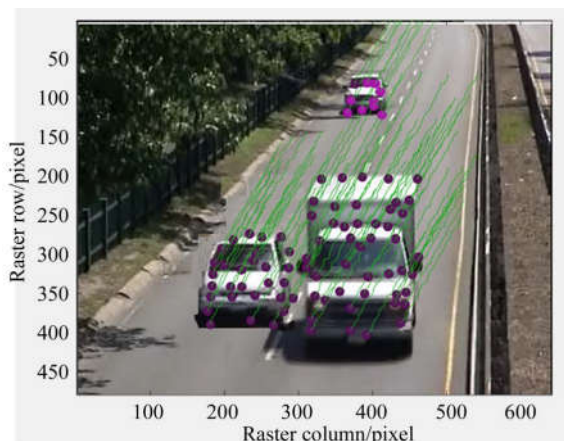


图 5 车辆平行移动的 LDOF 轨迹

Fig. 5 LDOF track of vehicles which move in parallel

为了衡量各算法对轨迹噪声鲁棒性,在公式(13)中,将 λ 权衡参数加大到 0.2,其他参数不变,可得聚类结果分别如下:

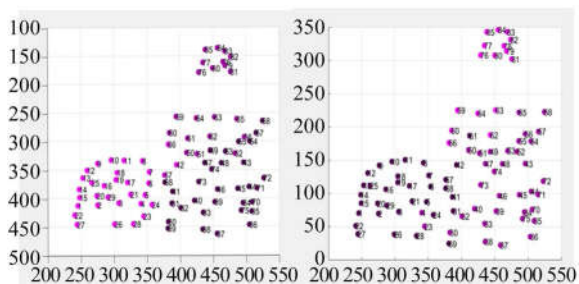


图 6 聚类结果(左:SSC 右:W-SSC)

Fig. 6 Clustering results (left: SSC right: W-SSC)

由图可见,SSC 出现 9.77% 混叠误差,W-SSC 算法出现 8.27% 混叠误差表明其有所改进。而 M-SSC 通过调整 ρ 值,在取 2 时可以达到最优的 0.75% 误差。聚类结果如图 7 所示。

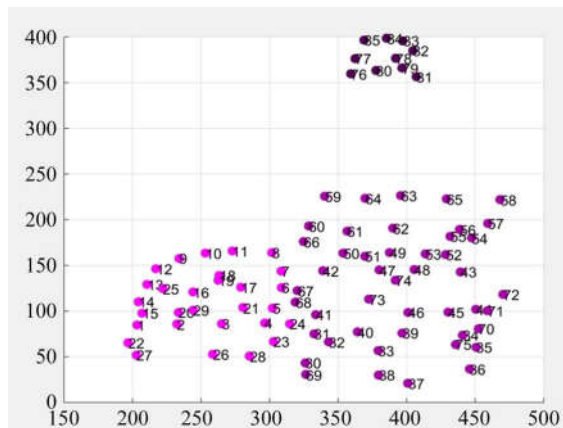


图 7 M-SSC 聚类结果

Fig. 7 Results of M-SSC clustering

另外在类内一致性 silhouette 值方面,观察 W-SSC 与 M-SSC 各自生成的轨迹相似度矩阵块状对比如图 8。

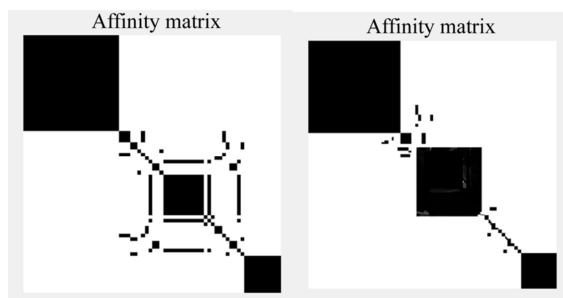


图 8 轨迹相似度矩阵(左:W-SSC 右:M-SSC)

Fig. 8 Trajectory affinity matrix (left: W-SSC right: M-SSC)

可见,M-SSC 使得不同刚体轨迹相似度的重叠杂点更少,提高了聚类性能与鲁棒性。

6 经编机贾卡针同步摆动分割实验

为了测试算法在工业机械同步运动的运动分割效果,采集了双针床 RD6 经编机贾卡针的同步

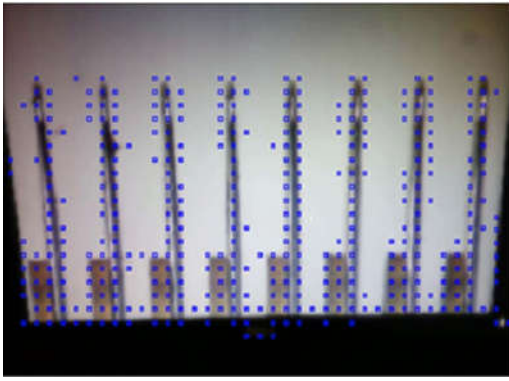


图 9 贾卡针 LDOF 特征点

Fig. 9 LDOF track point of Jacquard needle

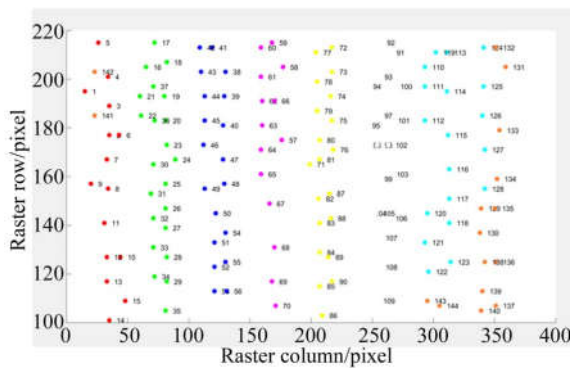


图 10 贾卡针运动分割结果

Fig. 10 Motion segmentation result of Jacquard needle

摆动视频进行检测,首先以空间采样率为 8 获取 LDOF 角点如图 9。

取 $\rho=2$,并利用场景中贾卡针个数 8 为先验信息确定 K-mean 超参数 K,可得最终聚类结果如图 10。

可见,算法准确分割了 8 根贾卡针,因此算法具有工业机械视觉检测方面的应用意义。

7 结 论

综合前述各算法在两种同步运动模型的运动聚类性能比较可以看出,虽然 SSC 与 W-SSC 在两种情形各有优势,但本文提出的流形稀疏加权 M-SSC 算法在加权时综合考虑了轨迹几何位置与速度等时空综合方面的拓扑信息,因此能够在多种情况下取得最优的分割结果。

考虑到运动分割一般侧重对前景物体的提取,因此若能结合其他前景检测算法如参考文献[21]和参考文献[22],则本算法可以进一步简化并提高运算速度,进而具有工业实时应用价值。

参考文献:

- [1] TRON R, VIDAL R. A benchmark for the comparison of 3-d motion segmentation algorithms[C]// Computer Vision and Pattern Recognition, 2007. CVPR'07. IEEE Conference on. IEEE, 2007: 1-8.
- [2] VIDAL R, FAVARO P. Low rank subspace clustering (LRSC) [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2014, 43(1):47-61.
- [3] LIU G, LIN Z, YU Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation[C]. *Proceedings of the 27th international conference on machine learning (ICML-10)*, 2010: 663-670.
- [4] 费彬,孙京阳,张俊举,等.基于稀疏处理的多能 X 射线分离成像[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(4): 1106-1111.
- FEI B, SUN J Y, ZHANG J J, *et al.*. Separation of multi-energy X-ray imaging based on sparse processing[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(4): 1106-1111. (in Chinese)
- [5] HUANG J, ZHANG T. The benefit of group sparsity[J]. *The Annals of Statistics*, 2010, 38(4): 1978-2004.
- [6] ELHAMIFAR E, VIDAL R. Sparse subspace clustering: Algorithm, theory, and applications [J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2013, 35(11): 2765-2781.
- [7] YIN M, WU Z, ZENG D, *et al.*. Sparse subspace clustering with jointly learning representation and affinity matrix[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2018, 355(8): 3795-3811.
- [8] CHEN H, WANG W, FENG X. Structured sparse subspace clustering with within-cluster grouping [J]. *Pattern Recognition*, 2018, 83: 107-118.
- [9] OSWAL U, NOWAK R. Scalable sparse subspace clustering via ordered weighted regression[J]. *arXiv preprint arXiv:1807.03746*, 2018.
- [10] WANG P, HAN B, LI J, *et al.*. Structural re-

- weight sparse subspace clustering [J]. *Neural Processing Letters*, 2019, 49(3): 965-977.
- [11] 邱云飞, 费博雯, 刘大千. 局部加权最小二乘回归的重叠子空间聚类算法[J]. *模式识别与人工智能*, 2018, 31(2): 114-122.
- QIU Y F, FEI B W, LIU D Q. Overlapping subspace clustering based on local weighted least squares regression[J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2018, 31(2): 114-122. (in Chinese)
- [12] ZHAI Y, JI Z. Reweighted sparse subspace clustering based on fractional-order function[C]. *International Conference on Intelligent Science and Big Data Engineering*. Springer, Cham, 2017: 412-422.
- [13] CHEN Y, LI G, GU Y. Active orthogonal matching pursuit for sparse subspace clustering[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(2): 164-168.
- [14] PANABI A, BIAN X, KRIM H, *et al.*. Robust subspace clustering by bi-sparsity pursuit: guarantees and sequential algorithm[C]. *IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision*. IEEE Computer Society, 2018: 1302-1311.
- [15] PHAM D S, BUDHADITYA S, PHUNG D, *et al.*. Improved subspace clustering via exploitation of spatial constraints[C]. *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2012 IEEE Conference on. IEEE, 2012: 550-557.
- [16] RAVICHANDRAN A, WANG C, RAPTIS M, *et al.*. Superfloxels: A mid-level representation for video sequences [C]. *European Conference on Computer Vision*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012: 131-140.
- [17] YOU C, VIDAL R. Geometric conditions for subspace-sparse recovery[J]. 2015: 1585-1593.
- [18] DYER E L, SANKARANARAYANAN A C, BARANIUK R G. *Greedy Feature Selection for Subspace Clustering*[M]. JMLR.org, 2013.
- [19] CHAPELLE O, ZIEN A. Semi-supervised classification by low density separation[C]. *AISTATS*, 2005, 2005: 57-64.
- [20] BROX T, MALIK J. Large displacement optical flow: descriptor matching in variational motion estimation[J]. *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2011, 33(3): 500-513.
- [21] 隋中山, 李俊山, 张姣, 等. 张量低秩表示和时空稀疏分解的视频前景检测[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2): 529-536.
- SUI ZH SH, LI J SH, ZHANG J, *et al.*. Video foreground detection of tensor low-rank representation and spatial-temporal sparsity decomposition [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(2): 529-536. (in Chinese)
- [22] 蔡强, 郝佳云, 曹健, 等. 结合局部特征及全局特征的显著性检测[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(3): 772-778.
- CAI Q, HAO J Y, CAO J, *et al.*. Salient detection via local and global feature[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(3): 772-778. (in Chinese)

作者简介:



郑思凡(1975—),男,福建仙游人,博士研究生,2008年于华侨大学获得硕士学位,现为黎明职业大学智能制造学院实验师,主要从事机器视觉故障诊断,经编机贾卡嵌入式系统与写花工艺图形软件开发。E-mail: zhengsf@lmu.edu.cn