

文章编号 1004-924X(2019)04-0953-10

有界泊松曲面约束的曲面样点法向稳健估计

孙殿柱*, 梁增凯, 沈江华, 林 伟

(山东理工大学 机械工程学院, 山东 淄博 255049)

摘要:对存在噪声、非均匀采样等缺陷的曲面样本,基于样点及其邻近样点构成的局部样本通常无法稳健逼近曲面局部区域,导致样点法向难以准确估计。为抑制样本缺陷对样点法向估计的影响,提出一种以有界泊松曲面逼近局部样本作为约束的样点法向加权估计算法。对待估计法向的样点,该算法对其所属曲面局部样本作增益优化处理,使得曲面局部样本具备边界保护区域;在样点的 Frenet 标架中以泊松曲面逼近该样本,基于样本的边界保护区域将泊松曲面的离散网格转化为有界形式,从而建立样点邻域的曲面约束,以有界泊松曲面离散网格中距样点最近的网格面片作为样点的参考面片,基于顶点邻域面的正则度及邻域面到该顶点的测地距离估计参考面片顶点法向,将参考面片各顶点法向的加权求和结果作为样点法向的估计结果。实验结果表明:曲面样本噪声水平不高于 20% 时,可将法向计算误差控制在 $\pi/18$ 以内,且所得法向过渡较为光滑。证明了该算法适用于复杂曲面样本,可稳健处理存在噪声以及采样不均匀等缺陷的曲面样本的样点法向估计问题,实现曲面样点法向的光滑过渡。

关键词:样点法向稳健估计;有界泊松曲面;曲面局部样本;网格顶点法向估算;增益优化

中图分类号:TP391.72;TH301.6 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192704.0953

Robust normal estimation for point cloud based on constraint of bounded Poisson surface

SUN Dian-zhu*, LIANG Zeng-kai, SHEN Jiang-hua, LIN Wei

(College of Mechanical Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China)

* Corresponding author, E-mail: dianzhus@sdut.edu.cn

Abstract: For each point of the surface obtained from organized point cloud, the normal can be estimated by fitting a local surface approximation to the surface local sample. However, for a surface sample with defects, it is difficult to robustly approximate the local area. Therefore, it is difficult to accurately estimate the normal of the sample points. To suppress the influence of sample defects on the normal estimation of sample points, a weighted normal estimation algorithm was presented for sample points, which uses the bounded Poisson surface as a constraint of the surface local sample. For the sample point whose normal needs to be estimated, this algorithm optimized the surface local sample by obtaining more auxiliary points, which form the surface local sample with the boundary protection area. The Poisson surface was used to approximate this local sample in the Frenet frame of the sample point, and the discrete meshes of the Poisson surface were transformed into the bounded form based on the boundary protection area of this local sample. Then, the surface constraint of the

收稿日期:2018-08-24;修订日期:2018-10-29.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51575326);山东省自然科学基金资助项目(No. ZR2015EM031)

neighborhood of the sample point was built. In the discrete meshes of the bounded Poisson surface, the nearest triangular facet of the sample point was used as the reference facet of the sample point. The vertex normal of the reference facet was estimated based on the vertex neighbor facet regularity and the geodesic distance from the neighbor facet to the vertex, and the weighted summation of the vertex normals of the reference facet was used as the estimation result of the sample point's normal. The experimental results show that the deviation of normal calculation can be controlled within when the noise level of the surface sample is not higher than 20% and the normal transition is smooth. The proposed algorithm is suitable for complex surface samples and can robustly deal with the problem of normal estimation of surface samples with noise and non-uniform sampling. In addition, the transition of the obtained normals is smooth.

Key words: robust normal estimation; bounded Poisson surface; surface local sample; vertex normal estimation; gain optimization

1 引 言

曲面样点法向估计是逆向工程中曲面样本数据处理的基础,不仅高质量的点云绘制依赖准确的样点法向,点云精简^[1]、去噪^[2]、配准^[3]、曲面重建^[4-5]等也需要准确的法向量作为输入数据。对于曲面样本中任一样点的法向,可基于该样点及其邻近样点所反映的曲面局部形状的逼近进行估计。由于曲面样本往往存在诸如噪声、空洞以及采样不均匀等缺陷,基于样点及其邻近样点构成的局部样本通常难以稳健逼近曲面局部形状,导致样点法向估计结果不准确,因而,曲面样点法向的稳健估计成为了逆向工程研究中的重要问题。

Hoppe 等^[4]假定曲面样本的采样表面为光滑流形,以样点所属局部样本拟合平面的法向作为样点法向,该方法虽简单易行,但稳健性较差;Mitra 等^[6]在分析样本局部属性对样点法向估计影响的基础上构建了计算最优局部样本样点数量的解析模型,可实现在给定样本噪声水平的前提下构建样点最优局部样本,提高了样点法向的计算精度和稳健性;Yoon 等^[7]对样本进行多次随机采样得到若干个相互覆盖的子集,以基于各子集估算的样点法向均值作为样点最终法向,一定程度上改善了因选取固定局部样本样点数量而无法稳健处理样本存在缺陷的情况;王兆丰等^[8]通过邻域点集在样点梯度上的投影分析邻域样点分布状况,自适应选择局部样本样点数量,提高了样点法向估计的稳健性;Cao 等^[9]通过最大化邻域结构一致性对局部样本进行漂移获取样点的各向同性邻域,一定程度上提高了样点法向估计的准确性。为更加稳健逼近局部样本反映的曲面形

状,Guenebaud 等^[10]采用回归球面代替平面对局部样本进行拟合;Pauly 等^[11]提出以构建移动最小二乘曲面时定义的局部参考平面逼近局部样本采样表面;Gross 等^[12]根据邻域样点与目标样点间的欧氏距离对局部样本各样点赋予高斯权重,提出加权的局部平面拟合方法;Nurunnabi 等^[13]结合异常值诊断与主成分分析方法,对剔除离群点的局部样本进行主成分分析,以第一、第二主成分特征向量张成的平面作为局部样本的最佳拟合平面;王醒策等^[14]通过改进移动最小二乘曲面重建算法,实现了对局部样本的移动最小二乘曲面逼近。

上述基于曲面局部形状逼近进行样点法向估计的研究总体可分为两类,一类致力于获取可准确反映曲面局部形状的局部样本,另一类通过改进曲面逼近形式更为稳健地逼近曲面局部形状。致力于获取最优局部样本的样点法向估计算法虽然一定程度上提高了样点法向估计的精度和稳健性,但是其局部样本获取速度降低,导致样点法向估计效率低下,另外,获取最优局部样本所需的样本属性通常是未知的,因此该类算法的应用受到限制;基于改进局部曲面逼近形式提高样点法向计算稳健性的方法通常在处理复杂曲面时缺乏足够的自由度,且稳健性有待提高。文献[14]的算法虽然可以处理复杂曲面样本,但在局部曲面逼近过程中改变了原始样本数据,且时间复杂度较高。

为抑制样本缺陷对样点法向估计的影响,对样点所属局部样本进行增益优化,在样点的 Frenet 标架中以有界泊松曲面逼近该样本,建立样点邻域的曲面约束,以有界泊松曲面离散网格中距样点最近的网格面片作为样点的参考面片,基于顶点邻域面的正则度及邻域面到该顶点的测

地距离估计参考面片顶点法向,将参考面片各顶点法向的加权求和结果作为样点法向的估计结果。实验表明,该算法可稳健处理有噪声以及采样不均匀的曲面样本法向计算问题,实现曲面样点法向的光滑过渡,适用于复杂曲面样本。

2 有界泊松曲面逼近

对曲面样本 S 中的任一样点,以 p 和 p 的 k_ξ 近邻样点作为局部样本 $\lambda(p)$,基于 $\lambda(p)$ 的逼近曲面可实现样点的法向估计。对于存在噪声、非均匀采样等缺陷的曲面样本,基于 $\lambda(p)$ 通常无法稳健逼近曲面局部形状,进而难以准确估计 p 点法向。因此,在样点法向估计过程中,必须考虑局部样本曲面逼近结果的稳健性。鉴于泊松曲面^[5]适用于复杂曲面样本的光滑逼近,因此可以泊松曲面对 $\lambda(p)$ 进行逼近作为约束,基于约束曲面估计样点法向,从而抑制样本缺陷对样点法向估计的影响。

在对 $\lambda(p)$ 进行泊松曲面逼近时,在逼近曲面的边缘区域会产生如图 1 所示的翘曲面片,导致 p 处的局部曲面逼近精度下降。另外,对于非均匀采样的曲面样本, $\lambda(p)$ 可能无法准确反映 p 处周围曲面形状,导致局部曲面逼近不准确。因此,需要对 $\lambda(p)$ 进行增益优化,使其具备边界保护区域且可准确反映曲面局部形状。为提高 $\lambda(p)$ 增益优化效率,可查询 p 的 k_ξ 近邻样点, $k_\xi > k_\xi$,在 p 的 k_ξ 近邻点集的基础上进行增益优化^[15]。如图 2 所示,增益优化后的局部样本 $\lambda(\tilde{p})$ 可保护 $\lambda(p)$ 的边界区域,可准确反映非均匀采样曲面样本的局部形状。为提高以样点 k 近邻形式表示的局部样本获取效率,以 KD 树作为曲面样本的空间索引。

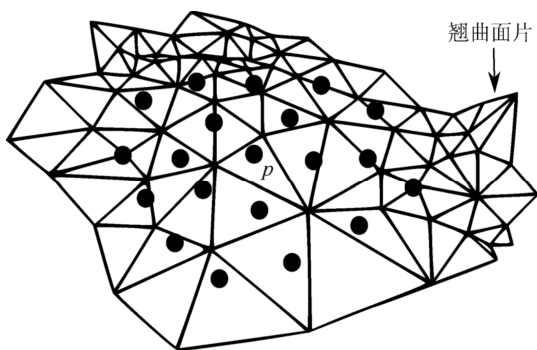


图 1 翘曲面片

Fig. 1 Warped triangles

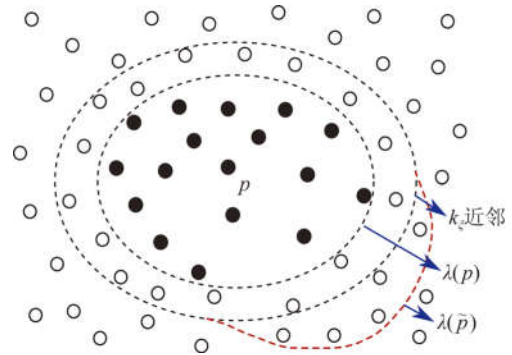
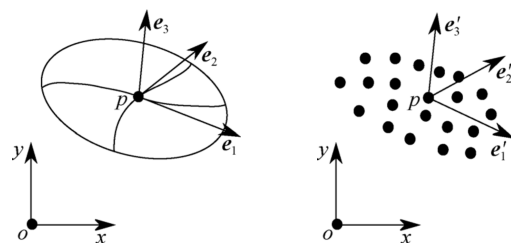


图 2 增益优化后的局部样本

Fig. 2 Local sample after gain optimization

为简化 $\lambda(\tilde{p})$ 泊松曲面逼近过程,直接在该样本空间中进行泊松方程的构建和求解。由于在曲面一点的 Frenet 标架中便于表示该点处的局部几何性质,因此可为样点构建 Frenet 标架,在该局部参考系中实现 $\lambda(\tilde{p})$ 泊松曲面逼近和样点法向计算。由于曲面样本为无序离散点集,无法直接计算样点处的 Frenet 标架,可对 $\lambda(p)$ 进行主成分分析^[14],以 3 个主成分向量作为样点处 Frenet 标架的 3 个坐标向量。如图 3 所示,图 3(a)为在曲面中 p 点的 Frenet 标架,图 3(b)为以样点 p 为坐标原点、以 $\lambda(p)$ 3 个相互正交的主成分向量作为坐标向量构建的 Frenet 标架。在样点的 Frenet 标架中便于其微分几何量的计算和泊松曲面的后续处理。



(a) 曲面中 p 点的 Frenet 标架 (b) 局部样本中 p 点的 Frenet 标架
(a) Frenet frame of p in surface (b) Frenet frame of p in local sample

图 3 曲面和局部样本中 p 处的 Frenet 标架

Fig. 3 Frenet frame of p in surface and local sample

为曲面样本采样表面定义三维指示函数 χ_M ,在采样表面内部,其值为 1,在采样表面外部,其值为 0。在采样表面附近处,指示函数的梯度等于采样表面在该处的内法向。基于这一关系,可将局部样本拟合平面的法向作为样点的预估计法向构建法向场,求解模型表面的指示函数,进而得到泊松曲面。由于指示函数的梯度函数为分段常函数,无法直接对其进行梯度反算,可利用平滑滤

波器对其进行平滑处理。平滑后指示函数的梯度和通过曲面样本法向场获得的向量场 \mathbf{V} 之间存在如式(1)所示的关系:

$$\nabla(\chi_M * \tilde{F})(q) = \int_{p \in \lambda(\tilde{p})} \tilde{F}_p(q) \mathbf{n}_{\partial M}(p) dp \approx \sum_{p \in \lambda(\tilde{p})} |\varphi_p| \tilde{F}_p(q) \mathbf{n}_p \equiv \mathbf{V}(q), \quad (1)$$

其中: $\tilde{F}(q)$ 平滑滤波器, $\tilde{F}_p(q) = \tilde{F}(q-p)$ 表示它到样点 p 的平移, $\mathbf{n}_{\partial M}(p)$ 表示在采样表面 ∂M 上 p 点的内法向量, \mathbf{n}_p 表示曲面样本中样点 p 的法向量, $|\varphi_p|$ 表示以曲面样本将 ∂M 离散为多个小面片后面片的面积, $*$ 代表卷积。

在估计小面片面积时,对于均匀采样的曲面样本可将离散小面片面积固定为常数,对于非均匀采样的曲面样本可根据局部采样密度估计小面片的面积。曲面样本中任一样点 p 处的局部采样密度 ρ_p 可表示为:

$$\rho_p = \frac{m}{\pi r_p^2}, \quad (2)$$

其中: r_p 为 p 的 m 个最邻近样点的最小包围球半径, m 可取 6。基于小面片的面积与采样密度成反比的事实将 p 处小面片的面积定义为 p 处局部采样密度的倒数:

$$|\varphi_p| = \frac{1}{\rho_p} = \frac{\pi r_p^2}{m}. \quad (3)$$

为便于向量场的表示和指示函数的求解,在 $\lambda(\tilde{p})$ 中每个样点 p 处附加一个样点函数 F_p :

$$F_p(q) = F\left(\frac{q-p}{\zeta}\right) \frac{1}{\zeta^3}, \quad (4)$$

其中: $F(\cdot)$ 为基函数, ζ 为 p 处的局部跨度,可定义为 p 与其 m 个最邻近样点欧氏距离的均值。通过设定 $F(q) = \tilde{F}(q)$ 可使向量场表示为 F_p 的线性和。 $\tilde{F}(q)$ 取为高斯滤波器,为简化计算,以盒式滤波器的 3 次卷积逼近高斯滤波器,则 $F(\cdot)$ 可表示为:

$$F(x, y, z) = (B(x)B(y)B(z))^{*3}, \quad (5)$$

其中:

$$B(t) = \begin{cases} 1, & |t| < 0.5 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (6)$$

至此,向量场 $\mathbf{V}(q)$ 可表示为:

$$\mathbf{V}(q) = \sum_{p \in \lambda(\tilde{p})} \frac{\pi r_p^2}{m} F_p(q) \mathbf{n}_p. \quad (7)$$

在形成向量场 \mathbf{V} 之后,希望解得平滑后的指示函数函数 $\tilde{\chi}_M$ 使得 $\nabla \tilde{\chi}_M = \mathbf{V}$, 然而通常 \mathbf{V} 是不可积的,即它是与路径相关的,因此,精确解一般不存在。为求得最佳最小二乘估计解,应用梯度算

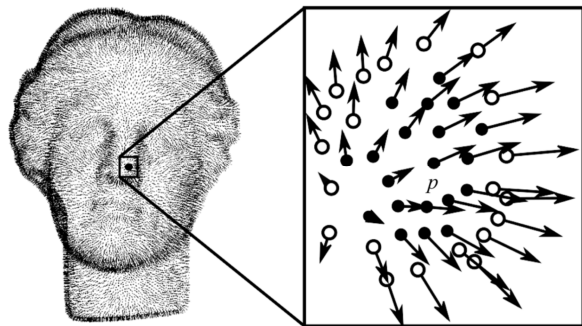
子组成泊松方程:

$$\Delta \tilde{\chi}_M = \nabla \cdot \nabla \tilde{\chi}_M = \nabla \cdot \mathbf{V}. \quad (8)$$

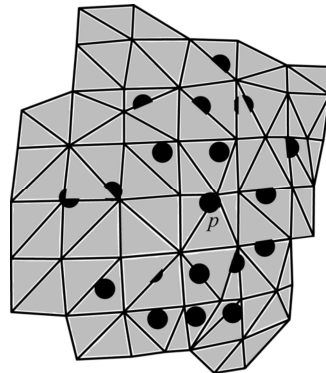
从而将局部样本曲面逼近问题转化为泊松方程求解问题。通过求解泊松方程得到曲面样本指示函数,利用步进立方体算法^[16]进行等值面提取,获得局部泊松曲面的离散网格。

局部样本增益优化后所得泊松曲面中 $\lambda(p)$ 所在区域的翘曲面片得以消除,但是 $\lambda(p)$ 边界保护区域仍有翘曲面片。为不影响基于泊松曲面进行样点法向估计的准确性,需要将 $\lambda(p)$ 边界保护区域处的网格面片删除。由于无需得到 $\lambda(p)$ 所在区域的准确边界,可利用文献[17]所述算法为 $\lambda(p)$ 构建最小包围盒,将泊松曲面的离散网格中完全位于包围盒之外的网格面片删除,从而将泊松曲面的离散网格转化为有界形式。

如图 4 所示,对维纳斯模型曲面样本中的样点 p ,为其构建局部样本并对其进行增益优化,基于增益优化后的局部样本及其预估计法向获得的有界泊松曲面能够有效逼近曲面局部形状。



(a) 增益优化后的局部样本
(a) Local samples after gain optimization



(b) 有界泊松曲面离散网格
(b) Discrete meshes of bounded Poisson surfaces

图 4 局部样本有界泊松曲面逼近

Fig. 4 Bounded Poisson surface approximation of local sample points

3 顶点邻域形心权重

由局部样本获得的有界泊松曲面离散网格是对局部采样曲面的线性逼近,其光滑程度影响着样点法向计算的稳健性。该网格曲面的光滑程度不仅取决于网格提取时的分辨率还取决于构建泊松曲面时平滑滤波器的选择。滤波器的带宽越大,网格曲面越光滑,样点法向计算越稳定。但带宽过大时样点被过度平滑,导致法向计算不准确,同时,滤波器必须有足够的宽度,使其在小面片上的积分非常近似于样本点的值和小面片面积的乘积,否则不能保证法向计算的可靠性。因此,在构建泊松曲面时平滑滤波器选择高斯滤波器,其带宽根据样点局部跨度自适应确定,使得样点法向可以得到一定程度的平滑但又不损失其准确性。

网格曲面顶点的邻域信息可反映该点处的局部几何性质^[18],对网格曲面上任一顶点,可基于其邻域面法向推断该顶点法向^[19]。因此,可基于泊松曲面离散网格顶点邻域面法向推断网格顶点法向,进而根据顶点法向估计样点法向。在分析泊松曲面离散网格顶点邻域面几何特性的基础上,基于顶点邻域面的形状以及邻域面质心到该顶点的测地距离确定邻域面法向的权重值,使网格顶点法向计算更为稳定与精确。

网格曲面上顶点法向计算公式如式(9)所示:

$$\mathbf{n}_{v_p} = \sum_{k=1}^m c_k \mathbf{n}_{f_k} / \left\| \sum_{k=1}^m c_k \mathbf{n}_{f_k} \right\|, \quad (9)$$

其中: m 为顶点邻域面片的数量, c_k 为邻域面片 f_k 的权重值, \mathbf{n}_{f_k} 表示邻域面片 f_k 的法向。

泊松曲面离散网格单元为三角面片,三角网格曲面以三角面片形状均为等边三角形为质量最优。三角面片形状接近于等边三角形的程度以三角面片正则度表示,三角面片正则度越高,表示其形状越接近等边三角形。在同等条件下,顶点邻域三角面片正则度越高,该顶点处局部性质计算越稳定,顶点法向估计精度越高。为量化三角面片的正则度,计算三角面片外接圆圆心与其内切圆圆心的距离并分析该距离与三角面片正则度之间的关系。根据欧拉定理,三角形外接圆圆心与其内切圆圆心的距离 d_c 可表示为:

$$d_c = \sqrt{R^2 - 2Rr}, \quad (10)$$

其中: R 为三角形外接圆半径, r 为三角形内切圆半径。 d_c 值越小,三角形越接近等边三角形,正则度越高。考虑到三角形 d_c 值的大小会受到三角形尺寸的影响,直接将其作为三角面片正则度的度量标准不够准确,可将其与三角形外接圆半径的比值作为三角面片正则度的度量依据。因此,三角面片 f 的正则度 $R(f)$ 可表示为:

$$R(f) = 1 - \frac{d_{c_f}}{R_f} = \frac{R_f - \sqrt{R_f^2 - 2R_f r_f}}{R_f}, \quad (11)$$

其中: d_{c_f} 表示 f 的外接圆圆心到其内切圆圆心的距离, R_f, r_f 分别为 f 的外接圆半径和内切圆半径。随着 f 的 d_{c_f} 值递减, $R(f)$ 在 $[0, 1]$ 区间递增。在 $[0, 1]$ 区间内,随着 $R(f)$ 的增大,三角面片的正则度越高,其法向对顶点法向的贡献越大。当 f 形状为退化三角形,即三点共线时,其值为0,可认为该面片法向对顶点法向没有影响;当 f 形状为等边三角形时, $R(f)$ 值为1,则该面片法向对顶点的法向的影响最大。

在顶点邻域面片正则度相同的情况下,邻域面片与顶点的邻近程度也影响着顶点法向估计结果的准确性。邻近程度越高的邻域面片,其几何性质与顶点处相似度越高,对顶点法向估计的影响越大。由于测地线表示曲面中两点的局域最短路径,根据测地线的长度(即测地距离)可度量曲面中两点的远近程度。因此,可基于网格曲面中顶点到其邻域面片质心的测地距离度量邻域面片与顶点的邻近程度。

在网格曲面中,测地线的精确计算比较复杂,通常基于图结构进行近似计算。网格曲面可视为同一网格面片上的任意两顶点之间连通的无向连通图,在此基础上加入邻域面片质心与面片顶点之间、相邻邻域面片质心之间的连接信息可构造顶点邻域质心图。如图5所示,边相邻网格面片的质心之间相互连通,每个顶点处不仅连接着共享该顶点的三角面片的其他顶点,而且还与其一阶邻域面片质心相连。基于网格顶点邻域质心图,通过Dijkstra算法^[20]查找邻域面片质心到该网格顶点的最短路径可实现测地线的近似计算。如图5所示,基于网格顶点的邻域质心图可求得顶点 V_p 到其邻域面片 f_i, f_j 质心 c_i, c_j 的近似测地线分别为 γ_i, γ_j 。

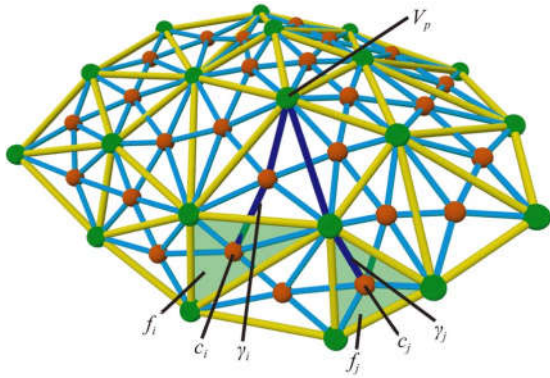


图 5 顶点至其邻域面质心的近似测地线

Fig. 5 Approximate calculation of geodesic curve between vertex and centroid of neighbor triangle

获得顶点至其邻域面 f 质心的近似测地线 γ_f 后,计算该测地线的长度,即顶点至其邻域面的测地距离 d_{γ_f} ,并利用高斯核函数^[21]计算该测地距离下邻域面法向对顶点法向的权重 $g(f)$:

$$g(f) = G \left[\left\| \frac{d_{\gamma_f}}{d_m} \right\|^2 \right], \quad (12)$$

其中 d_m 为顶点到其邻域面的最大测地距离。

基于顶点邻域面的正则度以及顶点到其邻域面质心的测地距离可确定邻域面法向对顶点法向的权重值,称其为形心权重,表示为:

$$c(f) = R(f) \cdot g(f) = \frac{R_f - \sqrt{R_f^2 - 2R_f r_f}}{R_f} \cdot G \left[\left\| \frac{d_{\gamma_f}}{d_m} \right\|^2 \right]. \quad (13)$$

顶点邻域的形心权重综合考虑了邻域面片形状、尺寸以及与顶点的邻近程度对顶点法向的影响,表达的权重值更加合理、准确。

4 样点法向稳健估计

对曲面样本中的任一样点,其法向可基于样点所属局部样本的泊松曲面离散网格顶点法向予以估计。由于泊松曲面为局部样本的逼近曲面,样点与泊松曲面离散网格顶点不一定重合,不能直接将网格顶点法向作为样点法向,可将离散网格中距样点最近的网格面片作为参考面片,基于顶点 n 阶邻域形心权重计算参考面片各顶点法向,将参考面片各顶点法向的加权作为曲面样点法向的估计结果。从而,将曲面样点法向估计问题转化为有界泊松曲面离散网格中样点最邻近网格面片顶点法向的加权计算问题。

为衡量泊松曲面离散网格中各网格面片与目标样点 p 的邻近程度,定义邻近程度函数如下:

$$d_p(f) = (p - p_c) \cdot \mathbf{n}_f, \quad (14)$$

其中: p_c , \mathbf{n}_f 分别为泊松曲面离散网格中网格面片 f 的质心和法向。 $d_p(f)$ 的绝对值越小,表示该面片与样点 p 的邻近程度越高。为提高样点参考面片的获取效率,以半边结构^[22]表示泊松曲面的离散网格,可先查询 p 的最邻近网格顶点 v_p ,然后计算 v_p 一阶邻域面中各面片与 p 的邻近程度,其中最邻近面片即为参考面片。

获取样点 p 的参考面片 f_p 后,基于形心权重计算 f_p 各顶点法向 \mathbf{n}_{v_i} ($i=1,2,3$),根据 f_p 顶点法向计算样点 p 的法向 \mathbf{n}_p :

$$\mathbf{n}_p = \frac{\sum_{i=1}^3 \mathbf{n}_{v_i} / d_i}{\left\| \sum_{i=1}^3 \mathbf{n}_{v_i} / d_i \right\|}, \quad (15)$$

其中 d_i 表示 p 到 f_p 三顶点的欧氏距离。

综上所述,对曲面样本 S 中的任一样点 p ,其法向估计步骤如下:

(1) 搜索 p 的 k_ξ 近邻样点构建局部样本 $\lambda(p)$,搜索 p 的 k_ξ 近邻样点, $k_\xi > k_\xi$,基于 p 的 k_ξ 近邻点集进行增益优化,获得增益优化后的局部样本 $\lambda(\tilde{p})$ 。

(2) 对 $\lambda(p)$ 进行主成分分析,建立 p 的 Frenet 标架,并将 $\lambda(\tilde{p})$ 转换到该局部坐标系中。

(3) 在 p 的 Frenet 标架中构建 $\lambda(\tilde{p})$ 的向量场,构建泊松曲面,通过步进立方体算法获得泊松曲面的离散网格,利用 $\lambda(p)$ 的轴向最小包围盒对泊松曲面离散网格中 $\lambda(p)$ 边界保护区域进行网格清理,获得泊松曲面离散网格的有界形式。

(4) 将有界泊松曲面离散网格中 p 的最邻近网格面片作为参考面片 f_p ,计算 f_p 各顶点的 n 阶邻域网格面片形心权重,估计 f_p 各顶点法向。

(5) 按样点法向计算公式计算 p 的法向,并将其转换到世界坐标系下。

遍历 S 中所有样点,通过上述步骤计算各样点的法向,利用文献[14]中的法向重定向算法进行法向一致化处理,输出 S 中的样点及其法向。

5 实验与分析

为验证本文算法的样点法向计算效果,在硬件配置为 HP xw8600 Workstation (2.5 GHz,

4.0 GB 内存),操作系统为 GNU/Linux 的测试环境中,分别利用文献[13]算法、文献[14]算法和本文算法对如图 6 所示的不同样本进行测试。

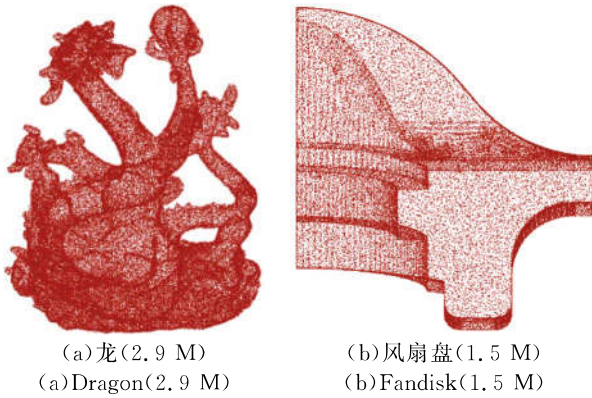


图 6 不同模型的样本数据
Fig. 6 Sample datas of different models

为验证算法对复杂曲面样本的有效性,利用文献[13]算法、文献[14]算法和本文算法对如图 6(a)所示造型复杂、细节丰富且采样不均匀的龙模型进行测试。如图 7 所示,文献[13]算法在该细节处所得法向不准确且不够光滑;文献[14]算法和本文算法所得法向均较为光滑,在视觉上虽然没有明显的差别,但实际上文献[14]算法的计算精度略低于本文算法,且一定程度上改变了样点的位置。

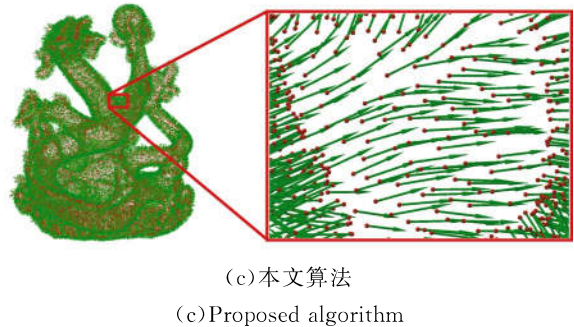
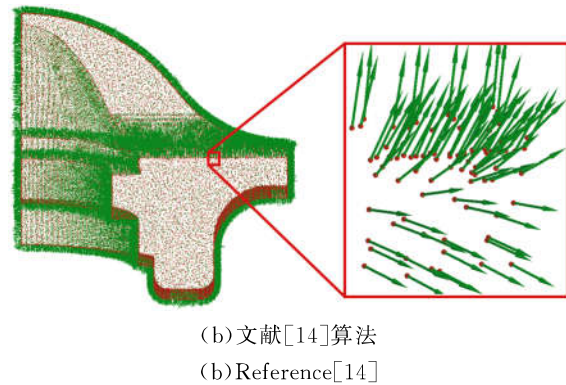
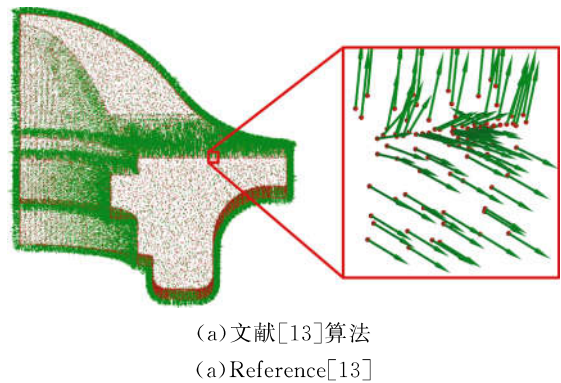
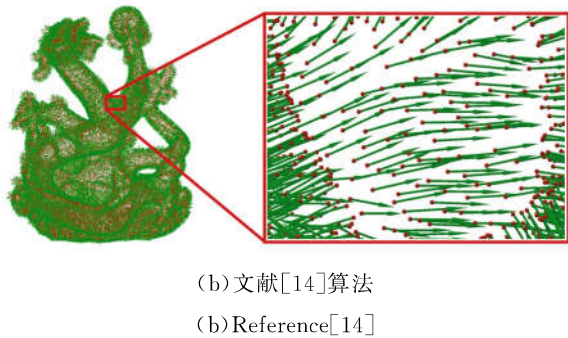
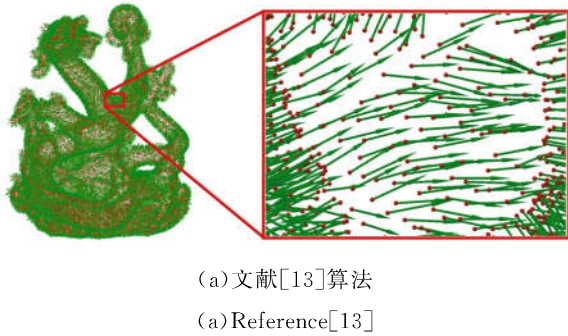
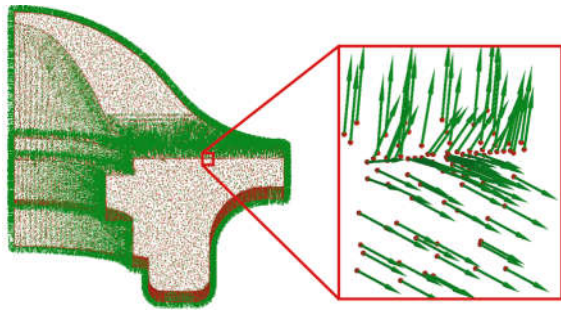


图 7 不同算法龙模型曲面样本法向计算结果对比
Fig. 7 Comparison of normal of dragon model's surface samples calculated by different algorithms

图 8 展示了不同算法对如图 6(b)所示带有几何特征的风扇盘模型曲面样本的法向估计结果。文献[13]算法虽然可以避免一些离群点的影响,但依然容易受到噪声干扰,稳健性较差,且在棱边处样点法向估计不准确,在法向一致化过程中部分样点法向无法正确传播,导致朝向错误,如图 8(a)所示;文献[14]算法通过移动最小二乘曲面拟合实现棱边处样点法向的平滑过渡,但在此过程中样点位置被改变,且棱边处样点法向被过渡平滑,如图 8(b)所示;本文算法实现了棱边处样点法向的平滑过渡,使得样点法向在一致化过程中可以正确传播,在法向平滑过渡的同时大部分样点法向保持了较高的准确度,如图 8(c)所示。





(c)本文算法

(c)Proposed algorithm

图 8 不同算法风扇盘模型曲面样本法向计算结果对比
Fig. 8 Comparison of normal of fan disk model's surface samples calculated by different algorithms

为对样点法向计算结果进行定量分析,以带阈值的误差均方根 (Root Mean Square with Threshold, RMST)对不同算法的计算结果进行比较, RMST 表示如下:

$$RMST = \sqrt{\frac{1}{|S|} \sum_{p \in S} f_p^2}, \quad (16)$$

其中:

$$f_p = \begin{cases} \langle \mathbf{n}_{p,ref}, \mathbf{n}_{p,est} \rangle, & \text{if } \langle \mathbf{n}_{p,ref}, \mathbf{n}_{p,est} \rangle < \tau \\ \pi/2, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (17)$$

其中: $\mathbf{n}_{p,ref}, \mathbf{n}_{p,est}$ 分别为样点的标准法向和计算法向, $\langle \cdot \rangle$ 表示两向量的夹角, $|S|$ 表示样本中样点的个数, τ 为角度阈值, τ 取为 $\pi/18$ 。

因复杂曲面样本难以得到标准法向,所以构造单位球面的曲面样本进行测试,其样点数量为 10 000,分别加入 10%, 20%, 30%, 40% 的噪声,利用文献[13]算法、文献[14]算法与本文算法对该样本在不同噪声程度下进行样点法向计算,分析法向计算结果的误差并计算 RMST 值。

图 9 展示了在不同噪声程度下 3 种算法所得法向各误差范围样点所占百分比,在无噪声时,3 种算法法向计算误差都在 $0 \sim \pi/36$ 范围内,随着噪声的增多,法向计算误差逐渐增大。文献[13]算法误差增长较快,噪声水平为 20% 时已有约 10% 的样点法向计算误差超过 $\pi/18$,甚至少量样点法向误差超出 $\pi/9$,文献[14]算法与本文算法在一定样本噪声程度下均表现出较好的稳定性,在噪声水平为 20% 以内时,本文算法优势明显,样点法向计算误差均可控制在 $\pi/18$ 以内,随着噪声水平的增大,优势逐渐减小,这是因为文献[14]的算法以牺牲样点位置的准确性为前提,使曲面样本趋于光滑,从而提高了算法的稳健性。

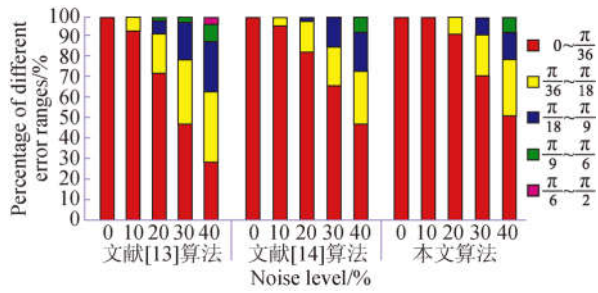


图 9 不同噪声程度下各算法法向计算误差堆积图

Fig. 9 Stacked chart of errors of normal calculated by different algorithms under different noise levels

图 10 展示了在不同噪声程度下 3 种算法所得法向的 RMST 值,随着噪声程度的增大,文献[13]的算法 RMST 值增长迅速,而文献[14]算法和本文算法 RMST 值增长较为缓慢,在噪声水平不高于 20% 时,本文算法的 RMST 值控制在 0.05 rad 内,噪声水平超过 30% 时,两种算法的 RMST 值增长速率变大,这是由于噪声程度太大,两种算法的处理效果均有下降。

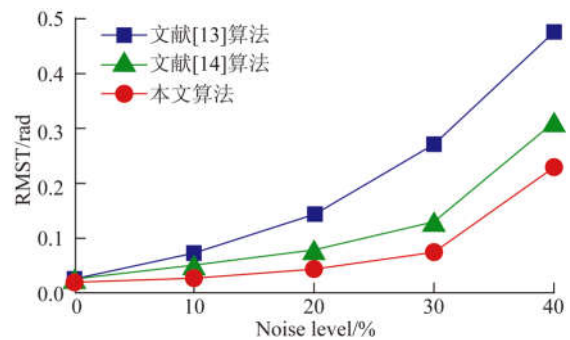


图 10 不同噪声程度下各算法法向计算的 RMST 值

Fig. 10 RMST of normal calculated by different algorithms under different noise levels

本文算法所需的主要参数为 k_ζ, k_ξ, r_g 和 n , 其中 r_g 为利用步进立方体算法提取网格曲面时的立方体网格分辨率,它的大小直接影响着法向计算的精度。网格分辨率越高,顶点的邻域面片逼近精度越高,法向计算越精确。但分辨率达到一定精度时,增加网格分辨率对提高法向计算精度影响较小且影响计算速度,建议取值为采样密度的 0.1~0.3 倍。参数 k_ζ, k_ξ 根据样本采样情况而定,当采样均匀且不含噪声时,建议 k_ζ, k_ξ 取值分别为 15, 30, 当采样不均匀且含有噪声时,建议 k_ζ, k_ξ 取值为 25, 50, 噪声水平较高时可适当增

大取值。参数 n 为计算顶点邻域形心权重时的阶数,对于相邻的顶点,其邻域形心权重在过渡上的光滑性与 n 值成正比,但样点邻域形心权重的计算过程的时间复杂度与 n 值成反比。实验结果表明,对于存在噪声以及采样不均匀的曲面样本,将顶点邻域阶数统一取为 2,便可充分兼顾顶点邻域形心权重过渡的光滑性与计算过程的时间复杂度。

6 结 论

通过对局部样本进行增益优化构建局部样本的有界泊松曲面,基于有界泊松曲面的离散网格,将样点的法向计算问题转化为网格曲面中样点最邻近网格面片顶点法向加权计算问题。通过在 Frenet 标架中以有界泊松曲面逼近局部样本作

为约束,实现局部样本光滑重采样,可有效抑制样本缺陷的影响,通过对局部样本中的样点附加样点函数,使得局部泊松曲面能够有效逼近复杂曲面局部细节区域,从而有效抑制样本缺陷对样点周围区域逼近结果的影响,可显著提高局部曲面逼近的准确性;基于三角网格曲面顶点邻域面的形状以及邻域面与顶点的测地距离对顶点法向估计的影响,以泊松曲面离散网格中样点最邻近网格面片顶点法向的加权求和结果作为样点法向的估计结果,可有效提高样点法向计算结果的稳定性与准确性。实验表明,曲面样本噪声水平在不高于 20% 时可将法向计算误差控制在 $\pi/18$ 以内,且所得法向过渡较为光滑。所提算法适用于复杂曲面样本,可稳健处理存在噪声以及采样不均匀等缺陷的曲面样本的样点法向估计问题,实现曲面样点法向的光滑过渡。

参考文献:

- [1] 刘迎,王朝阳,高楠,等. 特征提取的点云自适应精简 [J]. 光学精密工程,2017,25(1):245-254.
LIUY, WANG CH Y, GAO N, *et al.*. Point cloud adaptive simplification of feature extraction [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(1): 245-254. (in Chinese)
- [2] 吴禄慎,史皓良,陈华伟. 基于特征信息分类的三维点数据去噪 [J]. 光学精密工程, 2016, 24(6): 1465-1473.
WU L SH, SHI H L, CHEN H W. Denoising of three-dimensional point data based on classification of feature information [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(6): 1465-1473. (in Chinese)
- [3] 孙殿柱,郭洪帅,李延瑞,等. 基于局部泊松曲面重建的点云刚性配准方法 [J]. 机械工程学报,2018, 54(15):141-149.
SUN D ZH, GUO H SH, LI Y R, *et al.*. Method of rigid registration based on Poisson reconstruction of local sample points [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(15): 141-149. (in Chinese)
- [4] HOOPE H, DEROSE T, DUCHAMP T, *et al.*. Surface reconstruction from unorganized points [C]. *Proceedings of the 19th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. New York, ACM Press, 1992:71-78.
- [5] KAZHDAN M, HOPPE H. Screened Poisson surface reconstruction [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(3): 1-13.
- [6] MITRA N J, NGUYEN A, GUIBAS L. Estimating surface normals in noisy point cloud data [J]. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 2004, 14(45): 261-276.
- [7] YOON M, LEE Y, LEE S, *et al.*. Surface and normal ensembles for surface reconstruction [J]. *Computer-Aided Design*, 2007, 39(5): 408-420.
- [8] 王兆丰,闫镔,童莉,等. 自适应邻域尺寸选择的点云法向量估计算法 [J]. 红外与激光工, 2014, 43(4): 1322-1326.
WANG ZH F, YAN B, TONG L, *et al.*. Normal estimate method of point clouds based on adaptive neighbor size [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2014, 43(4): 1322-1326. (in Chinese)
- [9] CAO J, CHEN H, ZHANG J, *et al.*. Normal estimation via shifted neighborhood for point cloud [J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2018, 329: 57-67.
- [10] GUENNEBAUD G, GROSS M. Algebraic point set surfaces [J]. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 2007, 26(3): 23-32.
- [11] PAULY M, KEISER R, KOBBELT L P, *et al.*. Shape modeling with point-sampled geometry [J]. *ACM Trans Graph*, 2003, 22(3): 641-650.
- [12] GROSS M, PFISTER H. *Point-based Graphics* [M]. The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics. San Francisco: Morgan Kaufmann

- Publishers Inc, 2007.
- [13] NURUNNABI A, BELTON D, WEST G. Robust statistical approaches for local planar surface fitting in 3D laser scanning data [J]. *Isprs Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 2014, 96(4): 106-122.
- [14] 王醒策, 蔡建平, 武仲科, 等. 局部表面拟合的点云模型法向估计及重定向算法 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2015, 27(4): 614-620.
WANG X C, CAI J P, WU ZH K, *et al.*. Normal estimation and normal orientation for point cloud model based on improved local surface fitting [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2015, 27(4): 614-620. (in Chinese)
- [15] 孙殿柱, 魏亮, 李延瑞, 等. 基于局部样本增益优化的 α -shape 曲面拓扑重建 [J]. *机械工程学报*, 2016, 52(3): 136-142.
SUN D ZH, WEI L, LI Y R, *et al.*. Surface reconstruction with α -shape based on optimization of surface local sample [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(3): 136-142. (in Chinese)
- [16] CIME M V M, Pedrini H. Marching cubes technique for volumetric visualization accelerated with graphics processing units [J]. *Journal of the Brazilian Computer Society*, 2013, 19 (3): 223-233.
- [17] 刘健, 孙殿柱, 李延瑞, 等. 散乱点云局部点集最小包围盒快速求解算法 [J]. *农业装备与车辆工程*, 2010(6): 27-29.
LIU J, SUN D ZH, LI Y R, *et al.*. Accelerating algorithm of minimum bounding box for local scattered points [J]. *Agricultural Equipment & Vehicle Engineering*, 2010(6): 27-29. (in Chinese)
- [18] 高健, 陈岳坪, 邓海祥, 等. 复杂曲面零件加工精度的原位检测误差补偿方法 [J]. *机械工程学报*, 2013, 49(19): 133-143.
GAO J, CHEN Y P, DENG H X, *et al.*. Insitu inspection error compensation for machining accuracy improvement of complex components [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2013, 49 (19): 133-143. (in Chinese)
- [19] 段黎明, 邵辉, 李中明, 等. 高效率的三角网格模型保特征简化方法 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2): 460-468.
DUAN L M, SHAO H, LI ZH M, *et al.*. Simplification method for feature preserving of efficient triangular mesh mode [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(2): 460-468. (in Chinese)
- [20] BROUMI S, BAKAL A, TALEA M, *et al.*. Applying Dijkstra algorithm for solving neutrosophic shortest path problem [C]. *International Conference on Advanced Mechatronic Systems. IEEE*, 2017: 412-416.
- [21] 孙殿柱, 刘华东, 史阳, 等. 基于核密度估计的散乱点云边界特征提取 [J]. *农业机械学报*, 2013, 44(12): 275-279.
SUN D ZH, LIU H D, SHI Y, *et al.*. Boundary feature abstraction of unorganized points based on kernel density estimation [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(12): 275-279. (in Chinese)
- [22] 张应中, 谢馥香, 罗晓芳, 等. 采用半边编码的三角网格拓扑数据结构 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2016, 28(2): 328-334.
ZHANG Y ZH, XIE F X, LUO X F, *et al.*. A topological data structure using coding of half-edges for triangle meshes [J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2016, 28(2): 328-334. (in Chinese)

作者简介:



孙殿柱(1956—),男,山东烟台人,博士,教授,博士生导师,1988年于江苏大学获得硕士学位,1998年于中国农业大学获得博士学位,主要从事数字化设计与制造、逆向工程等方面的研究。
E-mail: dianzhus@sdut.edu.cn



梁增凯(1992—),男,山东聊城人,硕士研究生,2016年于山东理工大学获得学士学位,主要从事数字化设计与制造、逆向工程等方面的研究。E-mail: zengkai_l@163.com