

文章编号 1004-924X(2019)04-0784-11

## 预放大数字全息系统记录距离的设计

李建素, 党长营\*

(中北大学 机械工程学院, 山西 太原 030051)

**摘要:**在数字全息显微术中,为了获得非重叠、高质量再现像,需要设置合理的记录距离。本文结合再现条件与记录条件进行较全面地分析设计,即在考虑采样定理、频谱分离条件之外,还研究了光学传递函数离散条件和再现像与放大像之间的尺寸关系,进而更精确地得到了预放大数字全息系统记录距离的设置方法。以 USAF1951 分辨率板为样本,分别以记录距离为 50.50, 134.20 和 140.30 mm 进行实验,结果表明,当记录距离不考虑放大像与再现像之间尺寸关系时,利用菲涅尔衍射法获得的再现像模糊;当记录距离考虑光学传递函数离散条件时,利用卷积法再现能获得清晰再现像;当记录距离同时满足再现条件和记录条件时,数值再现能获得高质量的再现像,且能分辨分辨率板的 7.6 组条纹,即横向分辨力达到  $2.19 \mu\text{m}$ ,进一步论证了所提需要考虑再现像与放大像之间的尺寸关系和光学传递函数离散条件来设计记录距离的方法更精确。通过理论推导和实验验证了所提的设计记录距离的方法较全面、给出的记录距离范围较合理,为数字全息显微术获得高质量的再现像提供了保障。

**关键词:**数字全息;记录距离;再现像;放大像;光学传递函数

**中图分类号:**O438.1 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192704.0784

### Design of recording distance in pre-magnification digital holography

LI Jian-su, DANG Chang-ying\*

(College of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

\* Corresponding author, E-mail: dangchangying@163.com

**Abstract:** A reasonable recording distance sets the premise to obtain a reconstructed image with no overlap and high-quality pre-magnification digital holography. Herein, a comprehensive analysis and design of the recording distance were proposed, which combines the conditions of recording and numerical reconstruction. In addition, not only were the sampling theorem and the spectrum separation theorem considered, but the relationship between the sizes of reconstructed and amplified images, and the sampling requirement of the optical transfer function was also studied. Furthermore, a reasonable design method of the recording distance was obtained by theoretical derivation under four conditions. Finally, the resolution test target, 1951 USAF, was used as an example. There were three holograms with recording distances of 50.50, 134.20, and 140.30 mm. The experimental results demonstrate that the reconstructed images, obtained by the Fresnel transform, are indistinct when the relationship between the sizes of the reconstructed and amplified images is not considered; the reconstructed images obtained using the convolution approach are distinct when the sampling

**收稿日期:**2018-09-19; **修订日期:**2018-11-18.

**基金项目:**山西省青年科技研究基金资助项目(No. 201701D221167, No. 201701D221128);中北大学科学研究基金资助项目(No. 2017006, No. XJJ2016007)

requirement of the optical transfer function is considered; the reconstructed images are distinct when two conditions of the numerical reconstruction are considered. The resolution of the reconstructed images reaches  $2.19 \mu\text{m}$ . Moreover, the design combining the relationship between the sizes of the reconstructed and amplified images is quite precise, and it represents the sampling requirement of the optical transfer function. The theoretical derivation and experiments indicate that the design of the recording distance is comprehensive and reasonable. This design can provide a guarantee for obtaining the reconstructed image with no overlap and high quality.

**Key words:** digital holography; recording distance; reconstructed image; amplified image; optical transfer function

## 1 引言

数字全息显微术以非接触、全场、无入侵、实时的方式实现对物体的测量,从而在生物细胞观测<sup>[1,2]</sup>、光学表面元器件检测<sup>[3,5]</sup>、电路板检测<sup>[6]</sup>、微观粒子成像和跟踪<sup>[7,9]</sup>等领域得到了广泛的应用。全息图记录是数字全息显微测量的第一步,有效记录物光波的全部信息是保证再现像质量及测量精度的前提,只有获得合格的全息图才能够准确再现物体的三维形貌和位相分布。然而在数字全息系统中,记录和再现是紧密联系的,不仅要完全记录物光波的信息,而且需保证记录的信息也能完全被再现;否则,只记录不再现,是徒劳无功的,因此合理设置记录距离是实现数字全息显微术的关键步骤。

2000年,南洋理工大学的L. Xu等人<sup>[10]</sup>基于傅里叶光学的数学模型,对同轴全息的记录条件和系统性能进行了分析,并与离轴全息光路的记录条件和系统性能进行了比较。2004年,德国明斯特大学的D. Carl等人<sup>[11]</sup>对离轴数字全息显微的记录参数进行了优化分析。2006年,德国斯图加特大学的W. Osten等人<sup>[12]</sup>对用于高数值孔径全息图的再现算法的适用条件进行了分析。2004年,昆明理工大学袁操今等人<sup>[13]</sup>对离轴数字全息的记录条件进行了研究,指出了记录物体和CCD尺寸固定时记录距离对再现像的影响,并给出了离轴全息记录系统的最小记录距离的表达式。同年,天津大学钟丽云等人<sup>[14,15]</sup>以频谱分离条件和采样定理为原则,对数字全息的记录光路结构参量进行了分析,得到了最小记录距离的表达式。2006年,北京航空航天大学Y. Zhang等人<sup>[16]</sup>对数字全息粒子速度测量仪的记录参数进行了分析和讨论,得到了记录距离、粒子尺寸、波长、CCD

靶面尺寸和像素尺寸对重构结果的影响,并给出了记录距离与这些参数的关系。同年,韩山师范学院的刘秋武<sup>[17]</sup>针对平面参考光波记录全息图时的记录条件进行了研究,得到了平面参考光波所对应的最小记录距离的关系式。2006至2008年,西北工业大学的范琦等人<sup>[18]</sup>和北京工业大学的王大勇和王华英等人<sup>[19,21]</sup>同样以保证零级衍射像、原始像和共轭像的频谱分离为目的,以满足采样定理为条件,对数字全息的记录条件进行了研究,得到了最小记录距离的表达式。2008年,王华英等人又对数字全息显微术中的预放大数字全息光路记录条件进行了分析,以保证零级衍射像、原始像和共轭像的频谱分离和采样定理为目的,得到了预放大光路中记录距离应满足的条件<sup>[22]</sup>。同年,华南师范大学的余清婷、吕晓旭等人<sup>[23]</sup>对无透镜傅里叶变换光路的记录条件进行了研究,指出最小记录距离与物体的尺寸和CCD的像素尺寸有关。2012年,北京师范大学的魏玮雯等人<sup>[24]</sup>针对数字全息参考光和物光波的干涉条纹的宽度应满足采样定理和频谱分离条件,提出了离轴全息记录的条件。2016年,山东师范大学沙贝<sup>[25]</sup>结合采样定理和频谱分离定理,分别对同轴全息和离轴全息的记录距离进行了分析,得到了相应的记录距离的最小值。

上述文献主要分析了预放大数字全息系统的记录条件,即从全息图需要满足采样定理和频谱分离条件得到记录距离的约束值。然而在数字全息中,再现距离需要与记录距离相等,才能有效地数值再现全息图,故在分析记录条件时,也应考虑再现条件,共同获得记录距离的约束值。由于预放大数字全息系统记录的是放大的物光波与参考光波干涉形成的全息图,故再现的物体是原物体的放大像,比原物体的尺寸大,在考虑记录条件时也应考虑再现面尺寸与放大像尺寸的关系以及光

学传递函数的离散条件。因此,本文提出设计记录距离时,除了考虑记录条件中采样定理和频谱分离条件外,也应考虑再现时光学传递函数的离散条件和再现面尺寸与物体放大像尺寸之间的关系,才能得到合理的记录距离。

## 2 记录条件

为了获得记录条件,先分析预放大数字全息记录光路的频率分布。预放大数字全息记录光路如图 1 所示。物体  $AB$  经显微物镜成倒立放大像  $A'B'$ ,  $D$  为显微物镜通光孔径的直径,物体到显微物镜的距离为  $d_0$ ,显微物镜到 CCD 靶面的距离为  $d_3$ ,显微物镜到像面的距离为  $d_1$ 。记录距离  $z_1$  等于 CCD 靶面到像面的距离,即为  $z_1 = d_1 - d_3$ 。物体的横向尺寸为  $X \times Y$ ,设显微物镜的实际放大倍数为  $M_3$ ,CCD 的像素数和像素尺寸分别为  $M \times N$  和  $\Delta x \times \Delta y$ 。为讨论方便,本文以  $x$  方向为例进行分析。

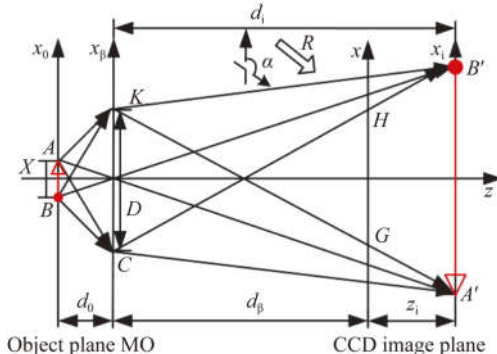


图 1 预放大数字全息记录光路坐标示意图

Fig. 1 Schematic of recording digital hologram with pre-magnification

在预放大数字全息系统中,零级衍射光的频谱是由物光波  $|O^2|$  所对应的频谱与参考光波  $|R^2|$  所对应的频谱的叠加,即  $f_{z=0} = f(O^2) + f(R^2)$ 。全息图强度中,  $|R^2| = \text{常数}$ ,其频谱是位于空间频率平面的  $\delta$  函数,而  $|O^2| = OO^*$ ,表示物体自干涉形成条纹所对应的频谱分布。因此,物光波自干涉形成条纹的最大频率即为零级衍射光的最大频率。由于从物平面边缘上两个相距最远的点发出的光波经显微物镜的边缘并传播到 CCD 平面上干涉时产生的空间频率最大,因此得到零级衍射光的最大空间频率为:

$$f_{\max(O^2)} = \frac{D}{\lambda d_3}, \quad (1)$$

其中  $D$  为显微物镜的通光孔径。

物光与参考光在 CCD 靶面上相遇形成干涉条纹。其中,沿  $CH$  方向的物光波与参考光波干涉形成的条纹空间频率最大,沿  $KG$  方向的光波与参考光波干涉形成的条纹空间频率最小,分别表示为:

$$f_{\max} = \frac{\frac{d_3}{2d_0} X - \frac{z_1}{2d_1} D + \frac{1}{2} D + d_3 \sin \alpha}{\lambda d_3}, \quad (2)$$

$$f_{\min} = \frac{-\frac{d_3}{2d_0} X + \frac{z_1}{2d_1} D - \frac{1}{2} D + d_3 \sin \alpha}{\lambda d_3}, \quad (3)$$

其中  $\alpha$  为参考光波  $R$  与  $x$  轴的夹角。

为了获得合格的全息图和高质量的再现像,记录条件需要满足以下两个条件:(1)采样条件,预放大数字全息系统记录的是放大像与参考光波的干涉条纹,故其频率需满足采样定理才能够有效地被 CCD 采集;(2)频谱分离条件,即再现全息图时会同时再现零级衍射像、原始像和共轭像,通常它们会相互干扰。控制参考光波与物光波的夹角以达到分离零级衍射像、原始像和共轭像的目的,即满足频谱分离条件。图 2 是全息频谱图中各级频谱分布的示意图。图中,  $G_1 + G_2$ ,  $G_3$  和  $G_4$  分别对应零级、正一级和负一级频谱。

### 2.1 采样条件

设 CCD 的像素尺寸为  $\Delta x$ ,全息图的最大空间频率为  $f_{\max}$ ,则根据奈奎斯特采样定理有:

$$f_{\max} \leq \frac{1}{2\Delta x}. \quad (4)$$

将式(2)代入式(4),整理得到测量系统中参考光波的倾斜角需满足的采样条件为:

$$\sin \alpha \leq \frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{X}{2d_0} - \frac{D}{2d_1}. \quad (5)$$

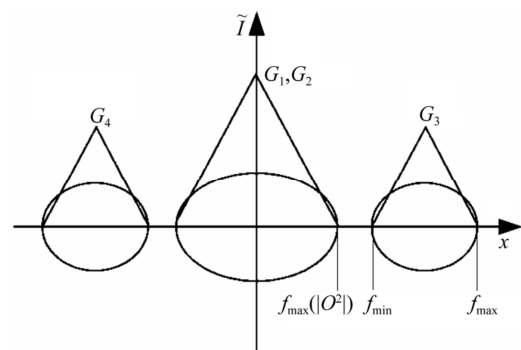


图 2 频谱分布示意图

Fig. 2 Schematic diagram of a spectrum

## 2.2 频谱分离条件

由图2可知,为了使频谱图中的零级和正负一级分开,必须使正一级的最小频率大于零级频谱的最大频率,表示为:

$$f_{\min} \geq f_{\max}(\sigma^2). \quad (6)$$

将式(1)和式(3)代入式(6),整理得到:

$$\sin \alpha \geq \frac{D}{d_3} + \frac{X}{2d_0} + \frac{D}{2d_1}. \quad (7)$$

结合式(5)和式(7),化简后可得到显微物镜平面离 CCD 平面的距离  $d_3$  的取值范围为:

$$d_3 \geq \frac{D}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{X}{d_0} - \frac{D}{d_1}} = \frac{2NA d_0}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{M_3 X}{d_1} - \frac{2NA}{M_3}}, \quad (8)$$

其中:  $NA$  为系统的数值孔径,  $NA = D/(2d_0)$ ;  $M_3$  为系统的放大倍数,  $M_3 = d_1/d_0$ 。

根据  $z_1 = d_1 - d_3$ , 代入式(8)可得全息图的记录距离需满足的条件为:

$$z_1 \leq d_1 - \frac{2NA d_0}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{M_3 X}{d_1} - \frac{2NA}{M_3}}. \quad (9)$$

由于  $d_3$  为显微物镜到 CCD 靶面的距离, 故  $d_3 > 0$ 。将物像关系  $d_1 = (M_3 + 1)f$  代入式(9)可得:

$$\frac{2NA d_0}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{M_3 X}{(M_3 + 1)f} - \frac{2NA}{M_3}} > 0. \quad (10)$$

在预放大数字全息系统中,为了减小光程以及系统误差,进一步提高系统的测量精度,以获得更高质量的再现像,常常将 CCD 放于像前,且能够使系统的布局更紧凑,因此记录距离  $z_1 > 0$ 。根据式(9),  $2NA d_0 > 0$ ,  $d_1 = (M_3 + 1)f$ ,  $M_3 = d_1/d_0$  和记录距离  $z_1$  大于 0, 化简式(10)得到待测物的尺寸  $X$  为:

$$X < \frac{\lambda f}{2\Delta x}. \quad (11)$$

由式(11)可知,对于一已搭建的全息系统,已知波长和 CCD 的像素尺寸,测量不同的待测物  $X$ ,需要选择合适的显微物镜使式(11)成立,使得系统满足采样条件和频谱分离条件,并选择合适的放大倍数,使得待测物能够被分辨清晰。

综上,针对记录条件既要满足采样定理又要满足频谱分离条件进行了分析,得到了记录距离

的最大值约束。这也是目前很多学者已经得出的结论。

## 3 再现条件

在再现条件中,主要是再现距离的合理取值。下面主要依据光学传递函数的离散条件和再现面与放大像之间的尺寸关系对再现条件进行分析计算。其中,以全息典型的数值再现算法(菲涅尔衍射法、卷积法和角谱法)为例,得到相应再现距离的范围。因为在数字全息中,记录距离与再现距离相等才能获得高质量的再现像,所以获得再现距离的约束值也同样约束记录距离。因此在分析再现条件时,设再现距离等于记录距离,都用  $z_1$  表示。

### 3.1 光学传递函数的离散条件

在数值再现算法中,常常需要通过快速傅里叶变换离散计算得到光学传递函数,故需要将连续光学传递函数转换为离散光学传递函数时,必须保证离散后的光学传递函数性质与原函数相同,即离散时需满足采样定理。

根据衍射受限系统的相干传递函数知识,CCD 面视为孔径光阑,设 CCD 面为方形,尺寸为  $L_x \times L_y$  ( $L_x = M\Delta x$ ,  $L_y = N\Delta y$ ), 则 CCD 孔径的光学传递函数能够传递的最大截止频率为<sup>[26]</sup>:

$$H_c(f_x, f_y) = P(\lambda z_1 f_x, \lambda z_1 f_y) = \text{rect}\left\{\frac{f_x}{L_x/(\lambda z_1)}\right\} \text{rect}\left\{\frac{f_y}{L_y/(\lambda z_1)}\right\}. \quad (12)$$

由式(12)可得,系统沿  $x$  和  $y$  轴的截止频率分别为  $f_{m_x \text{ cut}} = L_x/(2\lambda z_1)$ ,  $f_{m_y \text{ cut}} = L_y/(2\lambda z_1)$ 。离散传递函数时,需保证采样频率大于 2 倍截止频率,才能避免频谱混叠,即:

$$\frac{L_x}{2\lambda z_1} \leq \frac{1}{2\Delta x}, \frac{L_y}{2\lambda z_1} \leq \frac{1}{2\Delta y}. \quad (13)$$

因本文主要以沿  $x$  方向为例进行具体分析,故对于一套硬件已经确定的系统,CCD 的像素尺寸和像素数以及光源的波长已经确定,故再现距离  $z_1$  需满足:

$$z_1 \geq \frac{M\Delta x^2}{\lambda}. \quad (14)$$

式(14)表明,当利用快速傅里叶变换函数离散计算光学传递函数时,再现距离需要满足式(14),这样光学传递函数离散后的性质才能与原函数吻合;否则不仅会导致光学传递函数离散后的性质偏离原函数,还会导致光学传递函数的通频域变得混叠,进而导致数值再现失败,得不到正确的再现结果。其中,当  $z = M\Delta x^2/\lambda$  时,传递函数具有最理想的分布,此时传递函数的幅值恒等于 1<sup>[27]</sup>,表示全息图与再现光波乘积后的所有空间频率都能完全通过系统传递到频域,进而很好地再现物光场,此距离被称为最佳再现距离。

在典型的数值再现算法中,卷积法是将全息图与再现光波乘积的频谱与光学传递函数相乘,再做快速傅里叶逆变换得到再现光波。其中,光学传递函数是通过快速傅里叶变换离散计算得到的。因此采用卷积法再现全息图时,需要考虑将连续光学传递函数转换为离散光学传递函数的条件,再现距离  $z$  需满足式(14)。然而,菲涅尔衍射法是对全息图与再现光波的乘积做菲涅尔衍射积分获得再现光波,因此不存在采用快速傅里叶变换离散计算光学传递函数的问题,故利用菲涅尔衍射法数值再现时,再现距离不受式(14)约束。

### 3.2 再现面尺寸与放大像尺寸之间的关系

在数字全息显微术中,数值再现的是物体放大的像,因此,为了在再现面上获得不重叠的再现像,再现面尺寸必须大于等于放大像尺寸。又因为再现面的像素尺寸与数值再现算法有关,因此再现面尺寸也与数值再现算法有关。

在数值再现算法中,当再现面的像素尺寸与 CCD 面的像素尺寸相等时,再现面尺寸不受再现距离的影响。而且当再现面尺寸小于放大像的尺寸时,可通过补零法来增加再现面尺寸,使再现像不出现重叠现象,进而获得较好的再现像。例如卷积法再现显微全息图时,再现面的像素尺寸与 CCD 面的像素尺寸相等,所以再现距离不受再现面与放大像之间的尺寸的限制。当再现面的像素尺寸与记录距离有关,而与全息图进行数值再现的像素数无关时,再现面的尺寸将受到再现距离的影响,且不能通过补零法来增加再现面的尺寸。

因此在设定记录距离时,必须保证再现面尺寸大于或等于放大像,才能获得不重叠的再现像。例如在菲涅尔衍射法中,再现面的像素尺寸与 CCD 的像素尺寸的关系为  $\Delta x_1 = \lambda z_1/(M\Delta x)$ ,则再现面的尺寸  $S_x = M\Delta x_1 = \lambda z_1/\Delta x$ ,得到再现面的尺寸仅与光源波长和记录距离以及 CCD 的像素尺寸有关,与全息图进行数值再现的像素数没有关系。因此,当光源波长和 CCD 像素尺寸恒定时,需要选择合适的记录距离,保证获得无重叠的再现像。

显微全息图经频谱滤波,滤除零级和负一级频谱后数值再现,获得物体的放大像,其尺寸为  $M_\beta X$ 。由再现面的尺寸需要大于或等于放大像的尺寸,才能使再现物体在再现面不发生重叠,得到:

$$\frac{\lambda z_1}{\Delta x} \geq M_\beta X. \quad (15)$$

整理式(15)得到再现距离  $z_1$  需要满足:

$$z_1 \geq \frac{M_\beta X \Delta x}{\lambda}. \quad (16)$$

根据记录条件与再现条件的分析结果,结合式(9)和式(14)得到,在数值再现算法中,当利用快速傅里叶变换来离散光学传递函数,并且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数有关时,预放大数字全息系统的记录距离为:

$$\frac{M\Delta x^2}{\lambda} \leq z_1 \leq d_1 - \frac{2NA d_0}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{M_\beta X}{d_1} - \frac{2NA}{M_\beta}}. \quad (17)$$

结合式(9)和式(16)得到,在数值再现算法中,当未利用快速傅里叶变换离散计算光学传递函数,并且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数无关时,预放大数字全息系统的记录距离为:

$$\frac{M_\beta X \Delta x}{\lambda} \leq z_1 \leq d_1 - \frac{2NA d_0}{\frac{\lambda}{2\Delta x} - \frac{M_\beta X}{d_1} - \frac{2NA}{M_\beta}}. \quad (18)$$

综上所述,在获得物光波的再现算法中,若将再现像转换到了空域或频域,并且转换到空域时利用快速傅里叶变换离散计算光学传递函数,记录距离至少要满足式(17)和式(18)中的一个。由此得到预放大数字全息系统的记录距离为:

$$\min \left[ \frac{M\Delta x^2}{\lambda}, \frac{M_3 X \Delta x}{\lambda} \right] \leq z_i \leq d_i - \frac{2NA d_0}{\lambda \frac{M_3 X}{d_i} \frac{2NA}{M_3}} \quad (19)$$

在典型的数值再现算法中,采用菲涅尔衍射法数值再现显微全息图时,记录距离需满足式(18);采用卷积法数值再现显微全息图时,记录距离需满足式(17)。

#### 4 实验结果与分析

根据预放大全息光路系统的结构,设计了基于马赫-曾德干涉仪的预放大数字全息记录光路和实物图,分别如图3和图4所示,对记录距离的合理取值范围进行实验验证。图3中稳频线偏He-Ne激光器( $\lambda=632.8\text{ nm}$ )发出的光经过 $1/2$ 波片( $\lambda/2$ )和偏振分光棱镜(PBS)分为两束,一束经准直扩束镜(BE)扩束后作为参考光波(R);另一束经 $1/2$ 波片后直接照明物体,并被显微物镜(MO,  $NA=0.25$ ,  $f=17.13\text{ mm}$ ,  $M_0=10$ )放大后作为物光波(O)。物光与参考光经分光棱镜(BS)合束后在CCD靶面上干涉形成全息图。CCD的像素数为 $4\ 008 \times 2\ 672$ ,像素尺寸为 $9\ \mu\text{m} \times 9\ \mu\text{m}$  ( $\Delta x \times \Delta y$ )。其中,分光棱镜(BS)还被用于调节离轴全息中物参光的夹角,以保证零级、正一级和负一级频谱的分离。将两个 $1/2$ 波片与偏振分光棱镜结合使用,进而在调节物参光的光强比的同时保证两束光(物光和参考光)的偏振态相同,使它们能干涉,最终获得高对比度的全息图。图4中NF是中性滤波片,用于调节整个光路的光强。

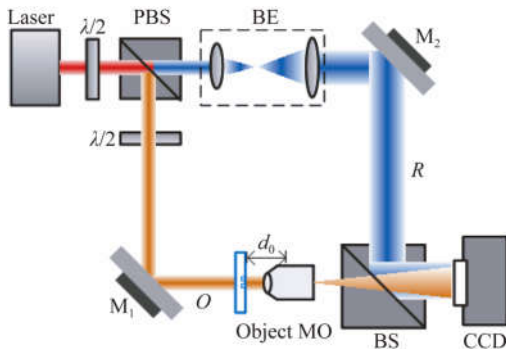


图3 预放大数字全息光路示意图

Fig. 3 Experimental setup for pre-magnification digital holography

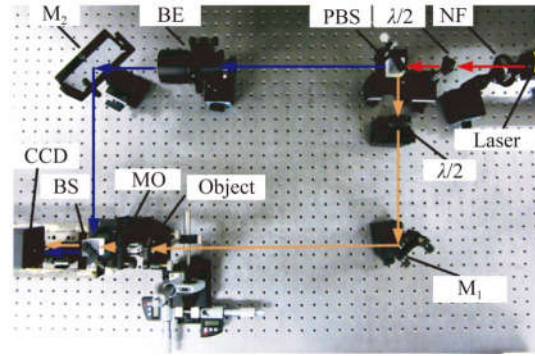


图4 预放大数字全息实验平台实物图

Fig. 4 Optical elements on bench of pre-magnification digital holography

为了论证本文给出的记录距离值的准确性,本文进行了多组实验的对比分析,得到了类似的结论。考虑篇幅和重复性,下面列举一组以USAF1951分辨率板的第6组和7组黑白条纹为样本的实验进行分析。分辨率板的第6组和7组黑白条纹的尺寸为 $0.2\text{ mm} \times 0.2\text{ mm}$  ( $X \times Y$ ),最小线宽为 $2.19\ \mu\text{m}$ 。根据式(11),搭建的实验平台能测量的最大物体(即视场)为 $X_{\text{max}} = \lambda f / (2\Delta x) = 0.6\text{ mm}$ 。分辨率板的第6和7组黑白条纹在系统的测量范围内。在下述的实验中,菲涅尔衍射法代表未利用傅里叶变换离散计算光学传递函数,并且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数无关时,记录距离值对再现像影响的分析讨论;卷积法代表利用傅里叶变换离散计算光学传递函数,且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数有关时,记录距离值对再现像影响的分析。

实验记录的全息图的具体参数如下:全息图像素数为 $1\ 024 \times 1\ 024$  ( $M \times N$ )、像素尺寸为 $9\ \mu\text{m} \times 9\ \mu\text{m}$  ( $\Delta x \times \Delta y$ )。将分辨率板成像在CCD靶面上,标定分辨率板的线宽,进而得到显微物镜的放大倍数 $M_3 = 47.84$ 。再将 $\Delta x = 9\ \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 632.8\text{ nm}$ ,  $X = 0.2\text{ mm}$ ,  $NA = 0.25$ ,  $f = 17.13\text{ mm}$ ,  $M_3 = 47.84$ ,  $d_i = (M_3 + 1)f$ ,  $d_0 = d_i / M_3$ 代入式(9),得到记录距离的最大值为:

$$z_{i\text{max}} = d_i - \frac{2NA d_0}{\lambda \frac{M_3 X}{d_i} \frac{2NA}{M_3}} = 177.6\text{ mm}. \quad (20)$$

将  $\Delta x = 9 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $X = 0.2 \text{ mm}$ ,  $M_p = 47.84$  代入式(16), 可得未利用傅里叶变换离散计算光学传递函数, 并且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数无关时, 记录距离的最小值为:

$$z_i \geq \frac{M_p X \Delta x}{\lambda} = 136.1 \text{ mm}. \quad (21)$$

将  $\Delta x = 9 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $M = 1024$  代入式(14), 可得利用傅里叶变换离散计算光学传递函数, 并且再现面尺寸与全息图进行数值再现的像素数有关时, 记录距离的最小值为:

$$z_i \geq \frac{M \Delta x^2}{\lambda} = 131.1 \text{ mm}. \quad (22)$$

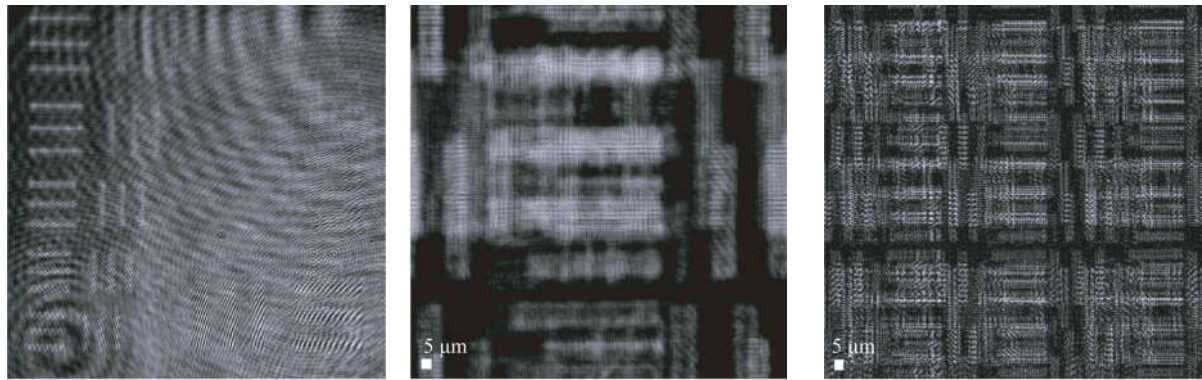
根据式(20)和式(21)可得菲涅尔衍射法的记录距离范围为  $136.1 \text{ mm} \leq z_i \leq 177.6 \text{ mm}$ , 根据式(20)和式(22)可得卷积法的记录距离范围为  $131.1 \text{ mm} \leq z_i \leq 177.6 \text{ mm}$ 。因此, 为了对比不考虑和考虑再现条件对记录距离的约束而获得的记录距离对数值再现像像质的影响, 分别以记录距离  $z_i = 50.50 \text{ mm}$ ,  $z_i = 134.20 \text{ mm}$  和  $z_i = 140.30 \text{ mm}$  各记录了一幅全息图, 如图 5(a)、图 6(a) 和图 7(a) 所示。

采用菲涅尔衍射法和卷积法分别再现图 5(a), 结果如图 5(b) 和图 5(c) 所示。图中菲涅尔衍射法和卷积法都未得到分辨率板的清晰再现像。菲涅尔衍射法未能获得清晰再现像的原因是再现面尺寸  $\lambda z_i / \Delta x = 3.55 \text{ mm}$  小于放大像尺寸  $M_p X = 47.84 \times 0.2 \approx 9.57 \text{ mm}$ , 导致再现像重叠。又因为在菲涅尔衍射法中无法通过在全息图周围补零来增加再现面的尺寸, 因此, 在菲涅尔衍射法中当记录距离小于最小记录距离时, 不能获得正确的再现像; 卷积法虽然能通过补零数来增大再现面的尺寸<sup>[28]</sup>, 图 5(c) 是全息图补零至 1096 (再现面尺寸为  $1096 \times 0.009 = 9.86 \text{ mm}$  大于放大像的尺寸  $9.57 \text{ mm}$ ) 后再再现获得的再现像, 也不清晰, 原因是记录距离太小, 导致离散后光学传递函数的性质偏离了原函数, 如图 8(a) 所示, 进而再现失败。上述实验证明了当记录距离不考虑本文所提的再现面尺寸与放大像尺寸之间的关系时, 菲涅尔衍射法无法获得精确的再现像; 当记录距离不考虑本文所提的光学传递函数离散条件

时, 卷积法再现不能得到清晰的再现像。

采用菲涅尔衍射法和卷积法分别数值再现图 6(a), 结果如图 6(b) 和 6(c) 所示。图 6(b) 中分辨率板的第 6.2 组条纹处明显重叠, 见图 6(b) 中方框所圈再现像, 菲涅尔衍射法未得到清晰再现像。原因是再现面尺寸  $\lambda z_i / \Delta x = 9.44 \text{ mm}$  小于放大像尺寸  $M_p X = 47.84 \times 0.2 \approx 9.57 \text{ mm}$ , 导致再现像重叠。图 6(c) 是补零全息图至 1096 (再现面尺寸为  $1096 \times 0.009 = 9.86 \text{ mm}$  大于放大像的尺寸  $9.57 \text{ mm}$ ) 后利用卷积法再现获得的再现像, 其中光学传递函数的强度如图 8(b) 所示。从图 8(b) 可知, 光学传递函数得到了较好地离散, 离散后的光学传递函数未出现不规则现象, 表明此光学传递函数能让全息图与再现光波乘积的频谱通过, 不会导致再现失败, 故此时再现像是清晰的。本组实验数据表明, 若记录距离考虑了光学传递函数离散条件时, 则利用卷积法能获得清晰再现像; 当记录距离未考虑了再现面尺寸与放大像尺寸之间的关系时 (记录距离不满足再现像尺寸需大于放大像尺寸的条件时), 则利用菲涅尔衍射法不能够获得高质量的再现像。

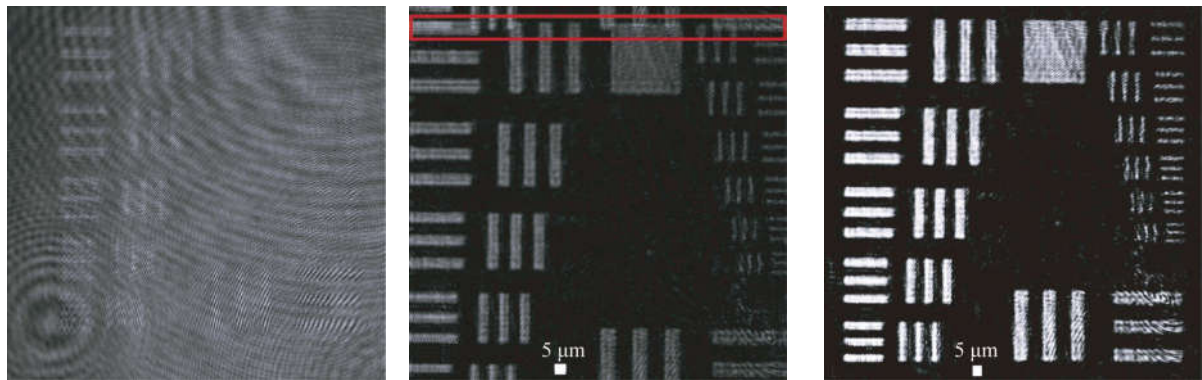
采用菲涅尔衍射法和卷积法分别再现图 7(a), 再现结果图 7(b) 和 (c) 所示。此时, 菲涅尔衍射法再现面尺寸  $\lambda z_i / \Delta x = 9.86 \text{ mm}$  大于放大像尺寸  $M_p X = 47.84 \times 0.2 = 9.57 \text{ mm}$ , 再现像不会重叠, 故菲涅尔衍射法获得了清晰的再现像, 如图 7(b) 所示, 其中分辨率板的 7.6 组条纹清晰可见, 表明再现分辨力达到  $2.19 \mu\text{m}$ 。进一步证明, 当记录距离考虑了再现面尺寸与放大像尺寸之间的关系时, 能够获得高质量的再现像。图 7(c) 是补零全息图至 1096 (再现面尺寸为  $1096 \times 0.009 = 9.86 \text{ mm}$  大于放大像的尺寸  $9.57 \text{ mm}$ ) 后利用卷积法获得的再现像, 此时记录距离满足光学传递函数离散条件, 光学传递函数得到了很好的离散, 光学传递函数的强度如图 8(c) 所示。从图 8(c) 可知, 离散后的光学传递函数未出现不规则现象, 表明此光学传递函数能让全息图与再现光波乘积的频谱通过, 不会导致再现失败, 故此时再现像是清晰的。从图 6(b)、图 7(b) 和 7(c) 中都能看到分辨率板的 7.6 组条纹, 表明此系统的横向分辨力达到了  $2.19 \mu\text{m}$ 。



(a)全息图 (a) Hologram (b)菲涅尔衍射法的再现像 (b) Image reconstructed by Fresnel transform (c)卷积法的再现像 (c) Image reconstructed by convolution approach

图 5 记录距离为 50.50 mm 的全息图及其再现像

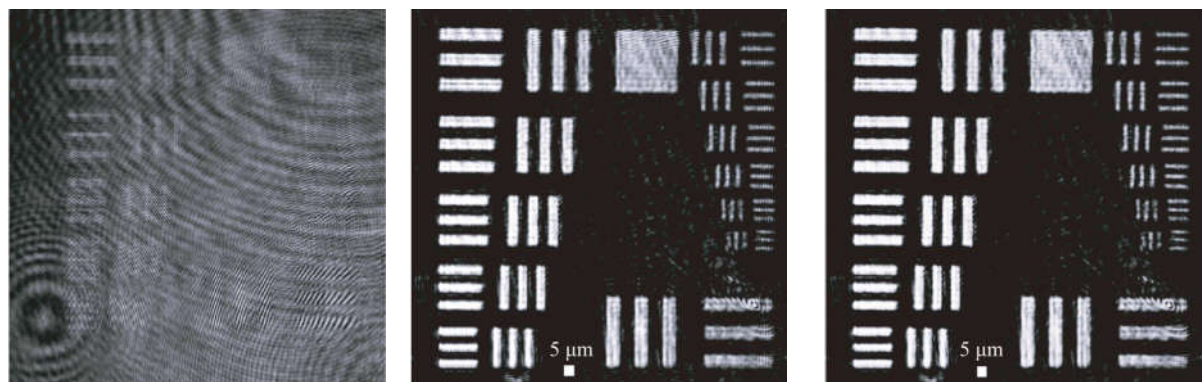
Fig. 5 Hologram and reconstructed images with recording distance of 50.50 mm



(a)全息图 (a) Hologram (b)菲涅尔衍射法的再现像 (b) Image reconstructed by Fresnel transform (c)卷积法的再现像 (c) Image reconstructed by convolution approach

图 6 记录距离为 134.20 mm 的全息图及其再现像

Fig. 6 Hologram and reconstructed images with recording distance of 140.30 mm



(a)全息图 (a) Hologram (b)菲涅尔衍射法的再现像 (b) Image reconstructed by Fresnel transform (c)卷积法的再现像 (c) Image reconstructed by convolution approach

图 7 记录距离为 140.30 mm 的全息图及其再现像

Fig. 7 Hologram and reconstructed images with recording distance of 140.30 mm

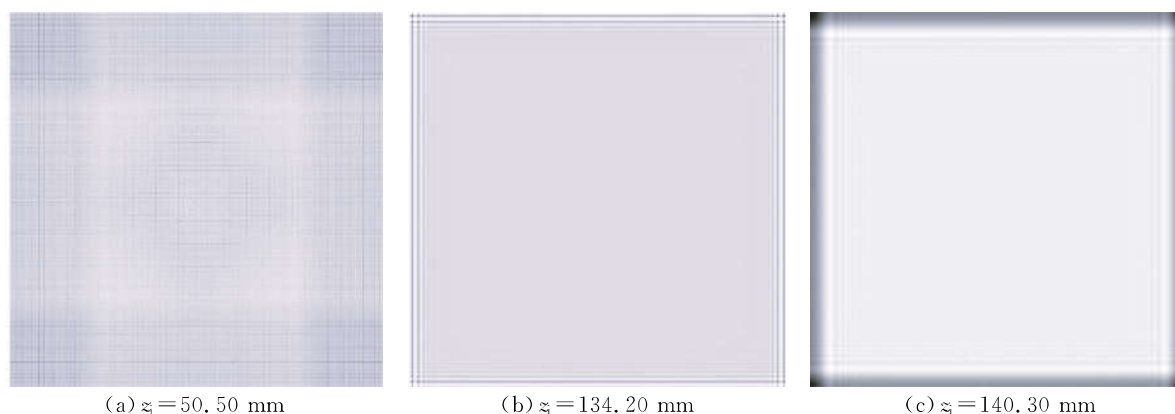


图 8 不同距离的光学传递函数的强度分布

Fig. 8 Intensity distribution of optical transfer functions with different distances

上述实验证明了在预放大数字全息系统中,记录全息图时,记录距离除了需要考虑记录条件下的采样定理和频谱分离条件之外,还需要考虑再现条件,即光学传递函数离散条件和再现像与放大像之间的尺寸关系,这样能够获得高质量的再现像,进而实现精确测量。

## 5 结 论

为了设计合理的记录距离,本文在考虑采样定理和频谱分离条件之外,又考虑了再现像与放大像之间的尺寸关系和光学传递函数离散化条件,理论推导得到了预放大数字全息系统记录距离的合理取值范围。以分辨率板为样本,分别在考虑和不考虑光学传递函数离散化条件和再现像与放大像之间的尺寸关系这两个条件的情况下,各记录了一幅全息图(记录距离为 50.50, 134.20 和 140.30 mm),采用菲涅尔衍射法、卷积法分别再现后,证明了当不考虑光学传递函数离散化条

件和再现像与放大像之间的尺寸关系的记录距离(50.50 mm)记录的全息图,无法获得高质量、非重叠的再现像;当仅考虑光学传递函数离散化条件,不考虑再现像与放大像之间的尺寸关系的记录距离(134.20 mm)时,菲涅尔衍射法不能获得清晰再现像,而卷积法能够获得清晰再现像;而对于既考虑了光学传递函数离散化条件又考虑了再现像与放大像之间的尺寸关系的记录距离(140.30 mm)记录的全息图,两种方法都能够获得高质量的再现像,且再现像中能分辨出分辨率板的 7.6 组条纹,表明所搭建系统的横向分辨力高于  $2.19 \mu\text{m}$ 。

本文通过理论分析和实验验证,在预放大数字全息系统中,需要将再现像与放大像的尺寸关系和光学传递函数离散条件纳入记录距离的研究中,否则无法获得高质量的再现像,进而无法获得正确的测量结果。本文设计的预放大数字全息系统记录距离方法较其他方法考虑得更全面、更精确,为数字全息显微系统获得高质量、非重叠再现像提供了保障。

## 参考文献:

- [1] 郭力菡,王新柯,张岩. 生物组织的太赫兹数字全息成像[J]. 光学精密工程, 2017, 25(3): 611-615.  
GUO L H, WANG X K, ZHANG Y. Terahertz digital holographic imaging of biological tissues [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(3): 611-615. (in Chinese)
- [2] 潘哲朗,李仕萍,钟金钢. 用数字全息层析成像技术测量毛细管的内径及壁厚[J]. 光学精密工程, 2013, 21(7): 1643-1650.
- [3] 陈竹,姜宏振,刘旭,等. 数字全息术用于光学元件表面缺陷形貌测量[J]. 光学精密工程, 2017, 25(3): 576-583.  
CHEN ZH, JIANG H ZH, LIU X, *et al.*. Measurement of surface defects of optical elements using digital holography [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(3): 576-583. (in Chinese)
- PAN ZH L, LI SH P, ZHONG J G. Measurement of inner diameter and wall thickness for micro-capillary by digital holographic tomography [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1643-1650. (in Chinese)

- [4] 王璠璟,肖文,潘锋,等. 光学元件表面的数字全息在线检测 [J]. 光学精密工程, 2012, 20(6): 1182-1187.  
WANG F J, XIAO W, PAN F, *et al.*. Digital holographic on-line detection of optic component surface [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(6): 1182-1187. (in Chinese)
- [5] 曾雅楠,雷海,刘源,等. 基于参考透镜法的数字全息显微相位畸变校正技术 [J]. 光子学报, 2018, 47(1): 0109002.  
ZENG Y N, LEI H, LIU Y, *et al.*. Compensation of the phase aberrations in digital holographic microscopy based on reference lens method [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(1): 0109002. (in Chinese)
- [6] 杨德兴,许增奇,姜宏振,等. 利用数字全息干涉术测量电路板的连续弯曲形变 [J]. 光学精密工程, 2012, 20(8): 1789-1795.  
YANG D X, XU Z Q, JIANG H ZH, *et al.*. Measurement of continuous bending deformation for circuit boards by digital holographic interferometry [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(8): 1789-1795. (in Chinese)
- [7] 朱岗,杨岩. 应用 CUDA 的数字全息三维粒子位移场并行重建及实现 [J]. 重庆理工大学学报: 自然科学, 2018, 32(4): 111-118.  
ZHU G, YANG Y. Parallel reconstruction and realization of 3D displacement field in digital holography using CUDA [J]. *Journal of Chongqing University of Technology: Natural Science*, 2018(4): 111-118. (in Chinese)
- [8] 曾雅楠,卢钧胜,刘源,等. 基于数字全息显微的微粒三维位移跟踪测量技术 [J]. 中国激光, 2017, 44(12): 145-152.  
ZENG Y N, LU J SH, LIU Y, *et al.*. Three-dimensional displacement tracking technique of particle based on digital holographic microscopy [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(12): 145-152. (in Chinese)
- [9] DING M, FAN Q, SU Y, *et al.*. Reconstruction method based on phase retrieval for synthetic aperture in-line digital holograms with seams [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(3): 0309001.
- [10] XU L, MIAO JM, ASUNDI A. Properties of digital holography based on in-line configuration [J]. *Opt Eng*, 2000, 39(12): 3214-3219.
- [11] CARL D, KEMPER B, WERNICKE G, *et al.*. Parameter-optimized digital holographic microscope for high-resolution living-cell analysis [J]. *Appl. Opt.*, 2004, 43(36): 6536-6544.
- [12] ZHANG F, PEDRINI G, OSTEN W. Reconstruction algorithm for high-numerical aperture holograms with diffraction-limited resolution [J]. *Opt. Lett.*, 2006, 31(11): 1633-1635.
- [13] 袁操今,钟丽云,王艳萍,等. 离轴数字全息记录条件的研究 [J]. 激光技术, 2004, 28(5): 482-538.  
YUAN C J, ZHONG L Y, WANG Y P, *et al.*. The analysis off-axis digital holographic recording conditions [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(5): 482-538. (in Chinese)
- [14] 钟丽云,张以谟,吕晓旭,等. 数字全息中的一些基本问题分析 [J]. 光学学报, 2004, 24(4): 465-471.  
ZHONG L Y, ZHANG Y M, LÜ X X, *et al.*. Analysis of some fundamental issue about digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(4): 465-471. (in Chinese)
- [15] 吕晓旭,张以谟,钟丽云,等. 相移同轴无透镜傅里叶数字全息的分析与实验 [J]. 光学学报, 2004, 24(11): 1511-1515.  
LÜ X X, ZHANG Y M, ZHONG L Y, *et al.*. Analysis and experiment of phase-shifting coaxial lensless Fourier digital holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, 24(11): 1511-1515. (in Chinese)
- [16] ZHANG Y, SHEN G, SCHRÖDER A, *et al.*. Influence of some recording parameters on digital holographic particle image velocimetry [J]. *Opt. Eng.*, 2006, 45(7): 075801.
- [17] 刘秋武. 平面参考光数字全息的频谱和记录能力分析 [J]. 光电技术应用, 2006, 12(1): 11-13.  
LIU Q W. Analysis of the spatial spectrum and recording capability of the digital holography with plane reference wave [J]. *Electro-optic Technology Application*, 2006, 12(1): 11-13. (in Chinese)
- [18] FAN Q, ZHAO J. Resolution analysis of digital holography [J]. *SPIE*, 2006, 6027: 60273J.
- [19] 王华英,王大勇,谢建军. 用极值频率法分析数字全息的记录条件 [J]. 光子学报, 2007, 36(4): 645-649.  
WANG H Y, WANG D Y, XIE J J. Analysis of recording conditions of digital hologram by maximum spatial frequency [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(4): 645-649. (in Chinese)
- [20] WANG H, WANG D, XIE J, *et al.*. Recording conditions of digital holography [J]. *SPIE*, 2007, 6279: 62791J.
- [21] 王华英,王大勇,谢建军,等. 球面参考光波数字全

- 息的记录条件研究 [J]. 激光杂志, 2008, 28(1): 44-46.
- WANG H Y, WANG D Y, XIE J J, *et al.*. Study of the recording condition about the digital hologram recorded with spherical reference wave [J]. *Laser Journal*, 2008, 28(1): 44-46. (in Chinese)
- [22] 王华英. 数字全息显微成像的理论和实验研究 [D]. 北京: 北京工业大学, 2008.
- WANG H Y. *Imaging Theory and Experimental Demonstration of Digital Holographic Microscopy* [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2008. (in Chinese)
- [23] 余清婷, 吕晓旭, 张庆生, 等. 无透镜傅里叶变换数字全息的频谱和记录能力分析 [J]. 云南民族大学学报: 自然科学版, 2008, 17(4): 351-354.
- YU Q T, LÜ X X, ZHANG Q SH, *et al.*. An analysis of the spatial spectrum and recording capability in the lensless Fourier transform digital holography [J]. *Journal of Yunnan Nationalities University: Natural Sciences Edition*, 2008, 17(4): 351-354. (in Chinese)
- [24] 魏祎雯, 罗玉晗, 王众, 等. 记录条件优化与再现像去噪提高数字全息像质 [J]. 应用物理, 2012, 2(1): 1-6.
- WEI Y W, LUO Y H, WANG ZH, *et al.*. Improvement of reconstructed image of digital hologram by using optimizing recording conditions and reducing reconstruction noises [J]. *Applied Physics*, 2012, 2(1): 1-6. (in Chinese)
- [25] 沙贝. 基于数字全息的快速和高分辨波前测量和衍射成像方法研究 [D]. 济南: 山东师范大学, 2016.
- SHA B. *Study on the Methods for Fast and High Resolution Measurement of Wavefront and Diffractive Imaging Based on Digital Holography* [D]. Jinan: Shandong Normal University, 2016. (in Chinese)
- [26] GOODMAN J W. *Introduction to Fourier Optics* [M]. America: Roberts and Company, 2005.
- [27] 李俊昌. 激光的衍射和热作用计算 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- LI J CH. *Calculation of Laser Diffraction and Thermal Effect* [M]. Beijing: Science press, 2003. (in Chinese)
- [28] 李建素, 王昭, 高建民, 等. 卷积法和角谱法再现显微全息图时补零数的研究 [J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(5): 113-117.
- LI J S, WANG ZH, GAO J M, *et al.*. Zero-padding number of convolution approach and angular spectrum reconstruction of the microscopic hologram [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2014, 48(5): 113-117. (in Chinese)

#### 作者简介:



李建素(1986—), 女, 重庆荣昌人, 博士, 讲师, 2009年于西南交通大学获得学士学位, 2016年于西安交通大学获得博士学位, 主要从事数字全息、光电检测和无损检测的研究。E-mail: jslihongcha@126.com



党长营(1983—), 男, 河南南阳人, 博士, 讲师, 2007年于黄河科技学院获得学士学位, 2010年于新疆大学获得硕士学位, 2016年于西安交通大学获得博士学位, 主要从事无损检测、数字全息和光电检测等的研究。E-mail: dangchangying@163.com