

文章编号 1004-924X(2019)04-0849-11

柔顺桥式位移放大机构的非线性建模与优化

陈为林, 卢清华*, 乔健, 孔垂旺, 罗陆锋

(佛山科学技术学院 机电工程学院, 广东 佛山 528225)

摘要:柔顺桥式位移放大机构因结构紧凑、位移放大倍数大等优点已成为精密工程领域的研究热点。针对以往研究仅在线性范围内讨论桥式位移放大机构的设计与分析的问题, 本文对典型集中柔度桥式位移放大机构进行了非线性建模与优化。考虑剪切作用与几何非线性, 通过能量法、有限单元法与数值拟合, 对机构的输入输出关系进行半解析建模, 以实现非线性结果的快速预测。为实现输出位移最大化与抑制几何非线性作用, 提出机构平面内尺寸与厚度的综合优化策略。ANSYS Workbench 有限元仿真显示, 机构非线性建模误差均在 5% 以内且优化结果具备有效性。本文提出的两步法半解析非线性建模方法以及平面内尺寸和厚度的综合非线性优化策略对其它复杂柔顺机构的非线性结果快速预测与优化设计具有参考意义。

关键词:柔顺机构; 位移放大机构; 剪切作用; 几何非线性; 优化

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20192704.0849

Nonlinearity modeling and optimization of compliant bridge-type displacement amplification mechanism

CHEN Wei-lin, LU Qing-hua*, QIAO Jian, KONG Chui-wang, LUO Lu-feng

(School of Mechatronics Engineering, Foshan University, Foshan 528225, China)

* Corresponding author, E-mail: qhlu@fosu.edu.cn

Abstract: Due to the advantages of compact structure and large displacement amplification ratio, compliant bridge-type displacement amplification mechanism (DAM) has increasingly gained attention in the field of precision engineering. In previous reports, the design and analysis of bridge-type DAM have been limited to the linear range. In this work, nonlinear modeling and optimization of a typical lumped bridge-type DAM were investigated. Considering the shearing effect and geometrical nonlinearity, the output-input relation of the mechanism was modeled half-analytically using the energy method, finite element method, and numerical fitting, and rapid prediction of nonlinear results was realized. For maximizing the output displacement and restricting the geometrical nonlinearity, comprehensive optimization strategies of planar dimensions and thickness were proposed. ANSYS Workbench finite element simulation reveals that the error of nonlinear modeling for the mechanism is limited to 5%, and the optimal results are effective. The two-step half-analytical nonlinear modeling

收稿日期: 2018-11-20; **修订日期:** 2019-01-04.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51805083, No. 51705365); 广东省自然科学基金资助项目 (No. 2018A030310352); 广东省科技计划项目 (No. 2015B010101015); 佛山市科技创新专项资金项目 (No. 2015AG10018); 佛山科学技术学院高水平人才科研启动项目 (No. Gg07092)

method and comprehensive nonlinear optimization strategies of planar dimensions and thickness proposed in this paper can be applied for the rapid prediction of nonlinear results and optimal design of other complicated compliant mechanisms.

Key words: compliant mechanism; displacement amplification mechanism; shearing effect; geometrical nonlinearity; optimization

1 引 言

在精密定位、细胞操作等领域,无摩擦、无间隙、免装配的柔顺机构以及具有纳米级运动分辨率的压电驱动器得到了广泛的应用^[1-2]。柔顺位移放大机构(例如三角放大机构^[3-4]、杠杆放大机构^[5-6]等)可以扩大压电驱动器的有限行程进而获得大输出位移,有利于增大工作空间并提高操作灵活性。其中,基于三角放大原理的柔顺桥式位移放大机构因结构紧凑、位移放大倍数大等优点而受到广泛关注,其结构/尺寸设计与建模问题已成为精密工程领域的研究热点。

Lobontiu 和 Garcia^[7]从几何关系和卡氏第二定理的角度分别对集中柔度桥式位移放大机构进行位移放大倍数建模,进而实现尺寸优化。Ma 等^[8]用瞬心法和伪刚体模型法分别对集中柔度桥式位移放大机构进行位移放大倍数建模,并通过线弹性梁理论推导出弹簧的刚度系数。Qi 等^[9]通过考虑变形的动态过程,改进了瞬心法模型,进而结合变形几何关系和线弹性梁理论推导出考虑柔顺铰链变形的位移放大倍数模型,并定性分析了几何非线性对模型精度的影响。凌明祥等^[10]考虑集中柔度桥式位移放大机构连接梁的变形,修正了 Qi 等^[9]提出的模型,提高了模型在柔顺铰链间距较小时的预测精度。Liu 和 Yan^[11]分析了输出端载荷对位移放大倍数线弹性模型的影响。Wei 等^[12]建立了描述集中柔度和分布柔度桥式位移放大机构静力学特性的通用线弹性模型。Kim 等^[13]提出了具有单一类型柔顺铰链的三维桥式位移放大机构。Xu 和 Li^[14]对复合桥式位移放大机构进行了线弹性建模与优化,有效提高了输出刚度。针对集中柔度与分布柔度桥式位移放大机构,Ling^[15]基于动力学刚度矩阵提出了一种通用的动力学模型,并准确预测了机构的前三阶

固有频率。Dong 等^[3]基于负刚度设计了一种高效桥式位移放大机构。赖磊捷等^[16]建立了小变形条件下分布柔度桥式位移放大机构的动力学模型。陈方鑫等^[17]提出了多种柔顺铰链混合配置的三维桥式位移放大机构并建立了线弹性静力学模型,通过铰链优化配置实现了位移放大倍数的最大化。

上述研究的建模过程普遍忽略了机构柔顺铰链的剪切作用,且在验证算例中,将柔顺铰链长径比设置为大于等于 5 或略小于 5,以满足欧拉-伯努利梁假设^[18]。但增大柔顺铰链长径比提高了制造难度,降低了一阶固有频率与输出刚度。一方面,由于桥式位移放大机构的弹性单元是在轴向力主导下发生弯曲,故应力刚化几何非线性不可忽略^[19]。另一方面,随着输入力的增大,大变形几何非线性逐渐增强^[20]。但以往研究一般仅在线弹性范围内讨论桥式位移放大机构的建模,缺少对机构大变形几何非线性作用的定量分析,也没有考虑应力刚化对弯矩的影响。常用的柔顺机构几何非线性分析方法包括有限差分法^[21]、有限单元法^[22]、椭圆积分法^[23]和梁约束模型法^[24]等。其中,有限差分法主要用于简单柔性单元的几何非线性数值分析;椭圆积分法适用于简单柔性单元的几何非线性解析建模;有限单元法可用于复杂柔顺机构的精确几何非线性分析,但无法获得解析模型,而且求解时间长,不利于进一步的优化设计;梁约束模型法可对柔性单元进行几何非线性解析建模,但模型精度随变形程度的增加而减小。此外,在传统研究中,桥式位移放大机构的优化设计主要针对平面内尺寸,并未涉及厚度。

本文考虑剪切作用与几何非线性,对典型集中柔度桥式位移放大机构的输入输出关系进行半解析建模,以实现非线性结果的快速预测。然后,考虑两种非线性作用的影响,提出了机构平面内尺寸与厚度的综合优化策略。最后,利用有限元

仿真对机构输入输出关系的非线性建模及优化设计结果的有效性进行了验证。

2 输入输出关系的非线性建模

2.1 考虑剪切作用的小变形建模

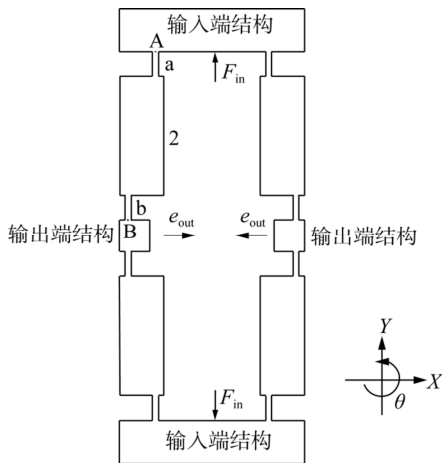
典型的集中柔度桥式位移放大机构(如图 1(a)所示,厚度 h 均匀)由输入端结构、输出端结构与变截面梁构成。输入力 F_{in} 作用在输入端结构上。由于机构的结构、输入力、位移边界条件具有全对称特征,仅取变截面梁 AB(由直梁型柔顺铰链 a,b 和等截面梁 2 组成)进行分析。变截面梁 AB 的受力分析如图 1(b)所示,其位移边界条件为: $y_A=0, \theta_A=0, x_B=0, \theta_B=0$ (其中, θ_A 与 θ_B 表示截面 A,B 的转角)。在小变形假定下,依据卡氏第二定理得:

$$\frac{\partial U_{AB}}{\partial F_{y_B}} = y_B, \quad \frac{\partial U_{AB}}{\partial M_B} = \theta_B. \quad (1)$$

首先忽略梁 AB 的剪切作用,此时应变能 U_{AB} 可表达为轴向变形分量与弯曲变形分量的组合形式:

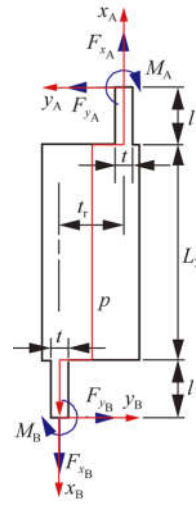
$$U_{AB} = \int_0^{L_{AB}} \frac{F_a^2}{2EA} dp + \int_0^{L_{AB}} \frac{M^2}{2EI} dp, \quad (2)$$

其中: L_{AB} , E , A , I 分别是梁 AB 的长度、材料弹性模量、横截面积和横截面惯性矩;轴力 F_a 与载荷 F_{y_B} 无关,而弯矩 M 是载荷 F_{y_B} , F_{y_B} , M_B 的函数。



(a) 典型的集中柔度桥式位移放大机构

(a) Typical lumped bridge-type DAM



(b) 弹性结构 AB 受力分析

(b) Force analysis of elastic structure AB

图 1 典型集中柔度桥式位移放大机构及其弹性结构受力图

Fig. 1 Typical lumped bridge-type Displacement Amplification Mechanism (DAM) and force analysis of its elastic structure

若不计变形量对弯矩的影响,由式(1)与式(2)得:

$$y_B = S_{F_{y_B}} F_{y_B} + S_{F_{y_B}} F_{y_B} + S_{M_B} M_B, \quad (3)$$

式中 $F_{y_B} = 0$ 且柔度系数 $S_{F_{y_B}}$, S_{M_B} 为:

$$\begin{aligned} S_{F_{y_B}} &= \frac{12t_r}{Eht^3} \int_0^l (L_{AB} - p) dp + \\ &\quad \frac{6t_r}{Ehb_2^3} \int_l^{l+L_2} (L_{AB} - p) dp, \\ S_{M_B} &= \frac{-12}{Eht^3} \int_0^l (L_{AB} - p) dp + \\ &\quad \frac{-12}{Ehb_2^3} \int_l^{l+L_2} (L_{AB} - p) dp + \\ &\quad \frac{-12}{Eht^3} \int_{l+L_2}^{L_{AB}} (L_{AB} - p) dp, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 b_2 是等截面梁 2 的径向宽度。依据 $\theta_B = 0$, $F_{y_B} = 0$ 以及式(1)和式(2)得:

$$M_B = \frac{\eta}{\Omega} F_{y_B}, \quad (5)$$

其中 η, Ω 分别为:

$$\eta = \frac{12}{Eht^3} t_r l + \frac{6}{Ehb_2^3} t_r L_2, \quad (6)$$

$$\Omega = \frac{12}{Eht^3} l + \frac{12}{Ehb_2^3} L_2 + \frac{12}{Eht^3} l. \quad (7)$$

将式(5), $F_{y_B} = 0$ 及 $F_{y_B} = F_{in}/2$ 代入式(3)得:

$$y_B = \frac{1}{2} \left[S_{F_{y_B}} + S_{M_B} \frac{\eta}{\Omega} \right] F_{in}. \quad (8)$$

因为式(8)是在小变形假定下不考虑剪切作用、应力刚化作用时推导出的,故将 y_B 相应记为 y_{BkE} 。而 y_B 的绝对值等于机构的输出位移 e_{out} ,因此,式(8)反映了忽略剪切作用与几何非线性作用时,典型集中柔度桥式位移放大机构的输入输出关系。用 k_{co} 表示式(8)中 F_{in} 的系数。

进而考虑剪切作用,构造 y_{BkE} 的修正系数:

$$y_{Bs} = T_0 y_{BkE}, \quad (9)$$

其中 y_{Bs} 表示 y_B 的小变形分析值。剪切作用引起的非线性项仅与弹性结构尺寸有关。假设等截面梁 2 的刚度足够大,则机构剪切作用引起的非线性项仅与柔顺铰链尺寸(l, t, h)有关。随着 l/t 的增大,由剪切作用引起的非线性项逐步减小^[18],导致剪切非线性系数 T_0 降低。 y_{Bs} 可用 ANSYS Workbench 小变形静力学有限元分析获得。为保证分析精度,这里在自由网格划分基础上对各柔顺铰链进行网格细化。任意设置材料种类与 F_{in} ,均可获得图 2 所示结果。由图 2 可知,随着 h 的增大, T_0 逐渐减小。此外,如果通过固定 t 改变 l 获取不同的长径比,所对应的 T_0 值与图 2 所示值略有区别,可见除长径比外, t 或 l 也会对 T_0 产生独立影响。

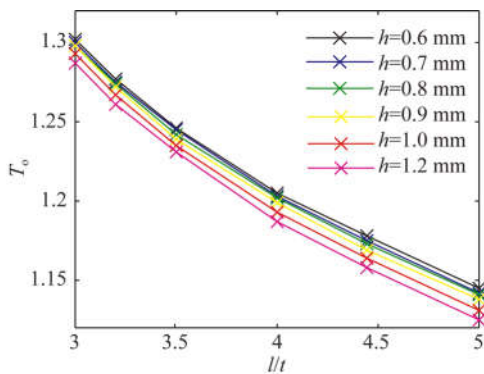


图 2 T_0 随 l/t 的变化曲线(通过固定 l 并改变 t 获取不同的长径比)

Fig. 2 Relation between T_0 and l/t obtained by fixing l and changing t

基于上述分析,可以构造出无量纲因子 J 。在单因素分析中,与 T_0 呈反比关系的 $l/t, h$ 设置为 J 的分母:

$$J = \frac{1}{h^\alpha \left(\frac{l}{t}\right)^\beta \left(\frac{1}{t}\right)^\alpha}, \quad (10)$$

其中:权重 $\alpha > 0, \beta > 0$ 。若取 $\alpha = 0.5, \beta = 3$,对于图 2 所示的 36 组算例, T_0 随 J 呈单调递增趋势,如图 3 所示。此时,可用 J 以简单的函数形式表征 T_0 ,

即有:

$$T_0 = -133.300J^2 + 10.670J + 1.086. \quad (11)$$

式(11)中的常数仅与集中柔度桥式位移放大机构的拓扑结构以及形状有关,与机构的尺寸、材料无关。

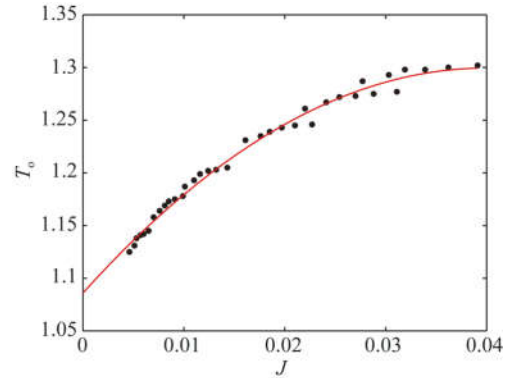


图 3 T_0 随 J 的变化曲线及最小二乘拟合结果

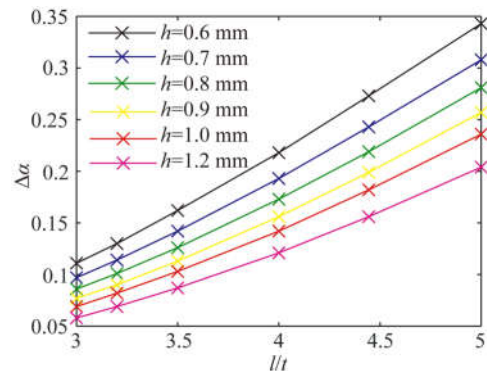
Fig. 3 Relation and least squares fitting result between T_0 and J

2.2 几何非线性修正系数的确定

几何非线性作用导致 y_B 偏离小变形分析值 y_{Bs} 。为衡量偏离程度,可引入无量纲修正系数 α ,即:

$$y_B = \alpha y_{Bs}, \quad (12)$$

其中 $\alpha = 1 - \Delta\alpha$ 。若存在几何非线性作用,则 α 的变化量 $\Delta\alpha \neq 0$ 。变化量 $\Delta\alpha$ 是 F_{in} 、机构中柔顺铰链的尺寸(l, t, h)以及材料参数的函数。随着 F_{in} 的增大,机构大变形程度提高,进而使表征几何非线性作用的 $\Delta\alpha$ 增大。取 $F_{in} = 10$ N,对于镁合金($E = 45$ GPa)、铝合金($E = 71$ GPa)、钛合金($E = 96$ GPa)、铜合金($E = 110$ GPa)和不锈钢($E = 193$ GPa)5种常见的各向同性材料, $\Delta\alpha$ 随 l/t 的变化曲线如图 4 所示。



(a) 镁合金

(a) Magnesium alloy

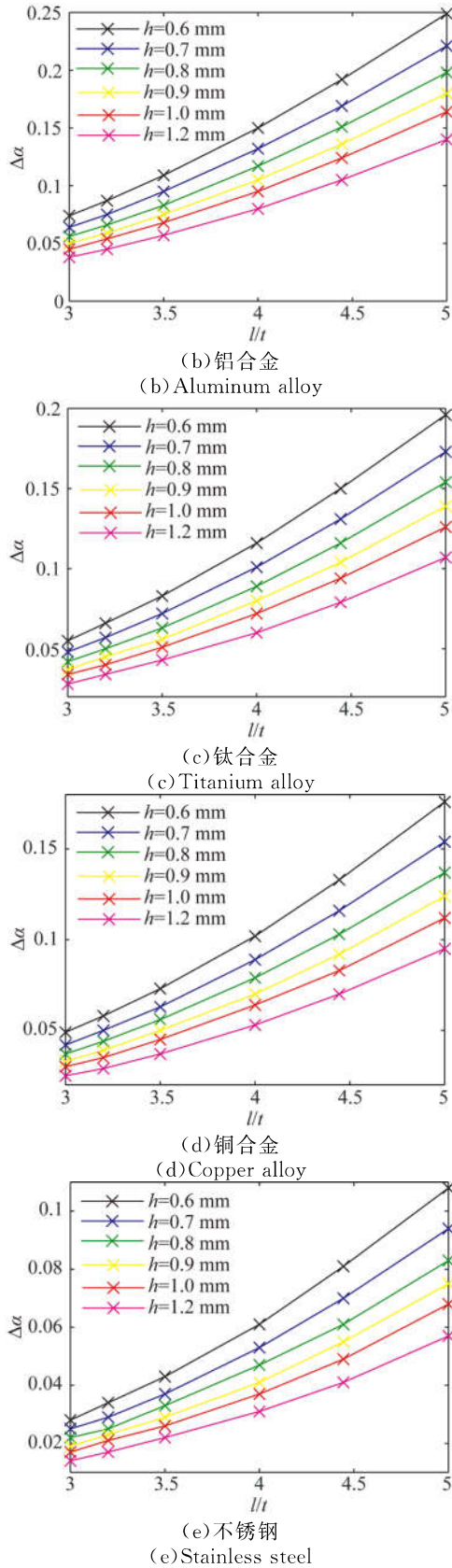


图 4 不同合金的 $\Delta\alpha$ 随 l/t 的变化曲线 ($F_{in}=10\text{ N}$, 通过固定 l 并改变 t 获取不同长径比)
 Fig. 4 Relation between $\Delta\alpha$ and l/t obtained by fixing l and changing t with $F_{in}=10\text{ N}$ for different alloys

无论选用何种材料,随着 h 的增大, $\Delta\alpha$ 逐渐减小;随着 l/t 的增大, $\Delta\alpha$ 逐渐增大。对比图 4 中各分图可发现, $\Delta\alpha$ 与 E 成反比。此外,如果通过固定 t 并改变 l 获取不同的长径比,所对应的 $\Delta\alpha$ 值与图 4 所示值略有区别,可见除长径比外, t 或 l 还会单独对 $\Delta\alpha$ 产生影响。

基于上述定性规律可构造无量纲因子 κ 。在单因素分析中,与 $\Delta\alpha$ 成反比的 h 和 E 被设置于 κ 的分母,而与 $\Delta\alpha$ 成正比的 l/t 和 F_{in} 被设置于 κ 的分子,即有:

$$\kappa = \frac{F_{in} \left(\frac{l}{t}\right)^2 \cdot \frac{1}{t}}{Eh} \quad (13)$$

对于图 4 所示的 180 组算例,分别施加 $F_{in} = 1, 2, \dots, 10\text{ N}$, 形成 1 800 组离散结果,如图 5 所示。可见 $\Delta\alpha$ 随 κ 呈单调递增趋势,相应的拟合函数为:

$$\Delta\alpha = \kappa(9\ 232.00\kappa^2 - 569.20\kappa + 23.19) \quad (14)$$

式(14)中的常数仅与集中柔度桥式位移放大机构的拓扑结构和形状有关,与机构的尺寸、材料无关。

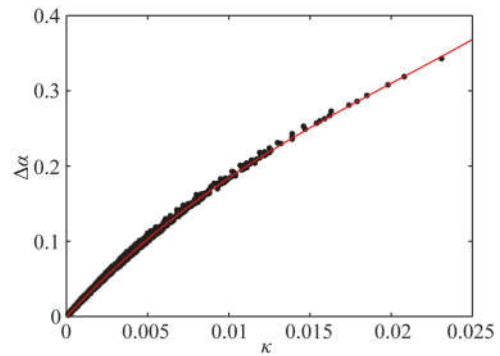


图 5 $\Delta\alpha$ 随 κ 的变化曲线及最小二乘拟合结果
 Fig. 5 Relation and least squares fitting result between $\Delta\alpha$ and κ

3 机构参数的非线性优化设计

为了增大工作空间,选择 $e_{out} = |y_B|$ 最大化作为典型集中柔度桥式位移放大机构优化的目标函数。综合式(8)、式(9)、式(12)与 $\alpha=1-\Delta\alpha$ 可得:

$$y_B = (1-\Delta\alpha) T_o k_{co} F_{in} \quad (15)$$

几何非线性修正系数变化量 $\Delta\alpha$ 是 F_{in} 的函数。当 F_{in} 取最大值 $F_{in,max}$ 时,如果 $\Delta\alpha$ 很小(例如 $\Delta\alpha \leq 0.02$),则几何非线性作用接近被完全抑制。此时有两点优势:其一,将最大化 $e_{out} = |y_B|$ 简化

为 $T_0 k_{co}$ 的最大化;其二,对于采用特定尺寸的典型集中柔度桥式位移放大机构,式(15)所示的输入输出关系呈现线性化特征,有利于后续研究中的控制器设计。

柔顺铰链的抗弯刚度应远大于等截面梁 2 的抗弯刚度,以保证机构柔度集中于柔顺铰链处。在 2.1 节的建模过程中,柔顺铰链和等截面梁 2 均被视为梁,故需限制 $l/t, L_2/b_2$ 的下限;为防止机构发生平面外变形,应限制其铰链宽度;考虑加工能力,应对 l, t, h 的下限以及 l/t 的上限做出限制;从紧凑性角度考虑,还应限制 l, L_2, t_r 的上限。

综上所述,可以建立典型集中柔度桥式位移放大机构的两种非线性参数优化模型,如式(16)和式(17)所示:

$$\begin{aligned} & \min: -|y_B|, \\ & \text{s. t. : } EI_2 \geq 10EI_a, \\ & t \leq \frac{h}{2}, h \geq h_{\min}, t \geq t_{\min}, \\ & 2 \leq \frac{l}{t} \leq r_{\max}, \frac{L_2}{b_2} \geq 2, \\ & l_{\min} < l \leq l_{\max}, L_2 \leq L_{2\max}, t_r \leq t_{r\max}. \quad (16) \\ & \min: -T_0 k_{co}, \\ & \text{s. t. : } \Delta\alpha \leq 0.02 (\text{当 } F_{in} = F_{in\max}), \\ & EI_2 \geq 10EI_a, \\ & t \leq \frac{h}{2}, h \geq h_{\min}, t \geq t_{\min}, \\ & 2 \leq \frac{l}{t} \leq r_{\max}, \frac{L_2}{b_2} \geq 2, \\ & l_{\min} < l \leq l_{\max}, L_2 \leq L_{2\max}, t_r \leq t_{r\max}. \quad (17) \end{aligned}$$

若极限尺寸 $l_{\min} = 1 \text{ mm}$, $l_{\max} = 3 \text{ mm}$, $t_{\min} = 0.3 \text{ mm}$, $L_{2\max} = 12 \text{ mm}$, $t_{r\max} = 2.5 \text{ mm}$, $h_{\min} = 1.8 \text{ mm}$, 且铰链最大长径比 $r_{\max} = 8$, 利用 MATLAB fmincon 梯度优化函数可以计算出模型式(16)的优化结果,如表 1 所示。当采用多组初始值进行测试时,算例均稳定收敛至表中优化结果,且优化结果与材料和 F_{in} 无关。

表 1 模型式(16)的优化结果

设计变量	l	t	L_2	t_r	h
优化结果	2.40	0.30	12.00	2.50	1.80

若不改变设计变量的极限尺寸,并取 $F_{in\max} = 10 \text{ N}$, 利用 MATLAB fmincon 函数可以计算出模型式(17)的优化结果,如表 2 所示。当采用

多组初始值进行测试时,算例均稳定收敛至表中优化结果。表 2 显示,随着材料弹性模量 E 的增大,优化结果中的 h 与 t 均逐渐减小至阈值。

表 2 模型式(17)的优化结果

材料	设计变量				
	l	t	L_2	t_r	h
镁合金	1.00	0.46	12.00	2.50	2.63
铝合金	1.00	0.44	12.00	2.50	1.91
钛合金	1.00	0.40	12.00	2.50	1.80
铜合金	1.00	0.39	12.00	2.50	1.80
不锈钢	1.00	0.32	12.00	2.50	1.80

4 有限元仿真

本节通过小变形静力学有限元仿真来验证剪切非线性系数 T_0 的拟合结果(式(10)与式(11)), 然后结合几何非线性有限元仿真来验证几何非线性修正系数 α 的拟合结果(式(13)与式(14))。进一步,通过有限元仿真验证机构优化结果的有效性。

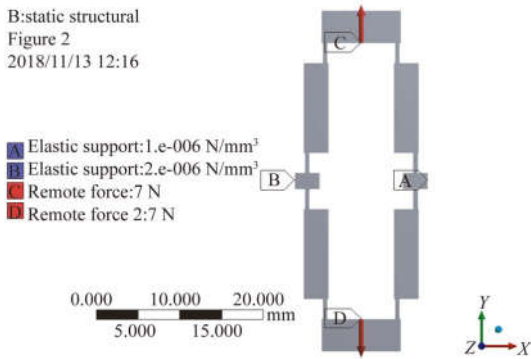
4.1 考虑剪切作用的小变形建模验证

对于表 3 给出的 4 组算例, l/t 分别为 4.00, 2.80, 5.60 和 6.57。其中,前两组不满足欧拉-伯努利梁假设,而后两组可以满足。ANSYS Workbench 用于获取 y_B 的小变形静力学有限元仿真值。为防止有限元计算出现病态问题,机构的两个输出端均添加了刚度非常小的弹性约束 ($10^{-6} \text{ N}/(\text{mm} \cdot \text{mm}^2)$),如图 6(a)所示。

表 3 典型集中柔度桥式位移放大机构仿真算例

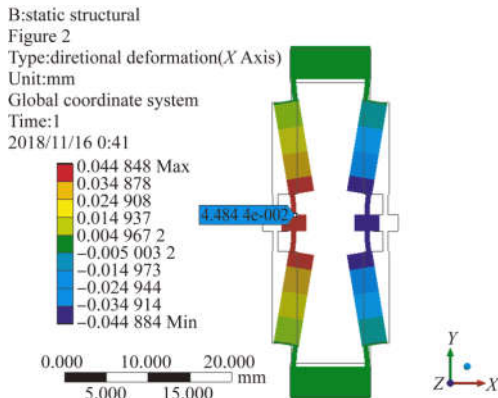
Tab. 3 Simulation examples of typical lumped bridge-type DAM

组号	材料	AB 梁尺寸参数/mm				
		l	t	L_2	t_r	h
I	铝合金	2.40	0.60	11.00	2.20	3.50
II	铜合金	1.40	0.50	9.00	3.00	2.00
III	镁合金	1.40	0.25	10.00	1.40	0.95
IV	不锈钢	2.30	0.35	8.00	1.60	1.50



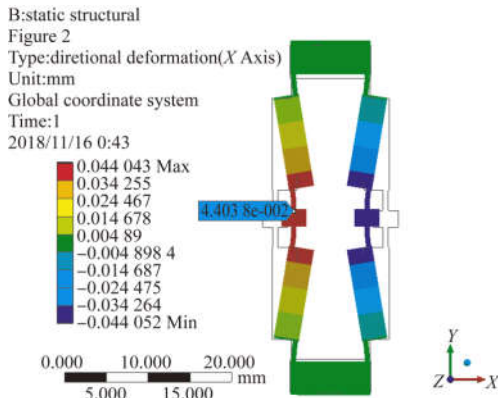
(a)边界条件

(a) Boundary conditions



(b) X 轴方向位移小变形静力学有限元仿真结果

(b) Small deflection-based static FEA result of X-axis displacement



(c) X 轴方向位移几何非线性静力学有限元仿真结果

(c) Static FEA result of X-axis displacement considering geometrical nonlinearity

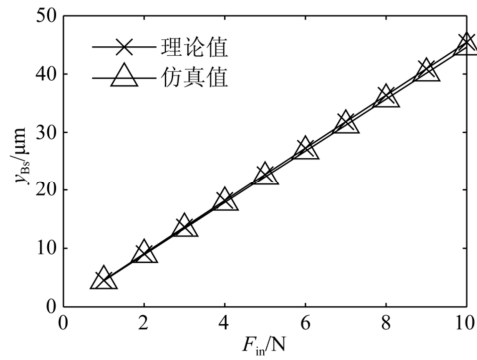
图 6 算例 I 的边界条件与静力学有限元仿真结果

($F_{in} = 10 \text{ N}$)

Fig. 6 Boundary conditions and static Finite Element Analysis

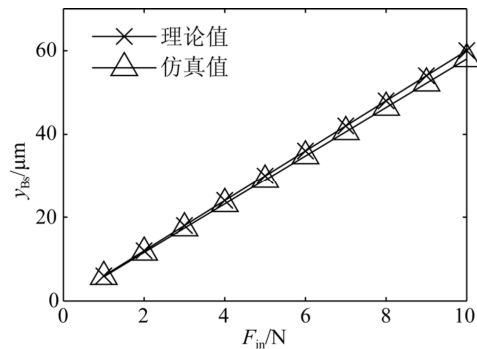
(FEA) results of example I with $F_{in} = 10 \text{ N}$

各组算例的小变形静力学有限元仿真结果如图 6(b)与图 7 所示。图 6 中 X 轴的方向与图 1 中 y_B 轴的正方向相同。与基于式(8)~式(12)的 y_{Bs} 理论值对比,可得铝合金、铜合金、镁合金及不锈钢理论值的相对误差分别为 1.27%, 3.46%, 4.10%, 2.32%。因此,无论典型集中柔度桥式位移放大机构中的铰链是否满足欧拉-伯努利假设,考虑剪切作用的理论值相对误差均小于 5%。



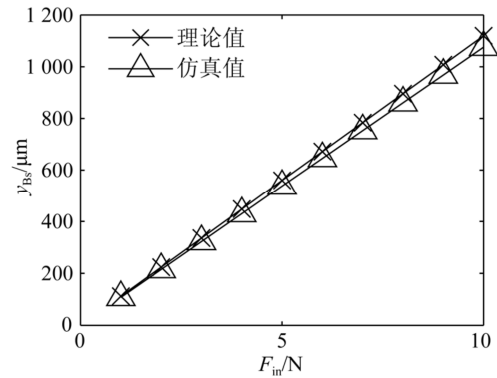
(a)组 I

(a) Group I



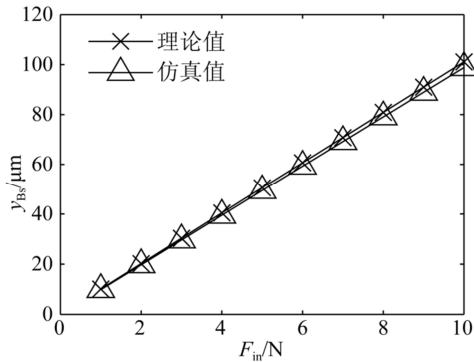
(b)组 II

(b) Group II

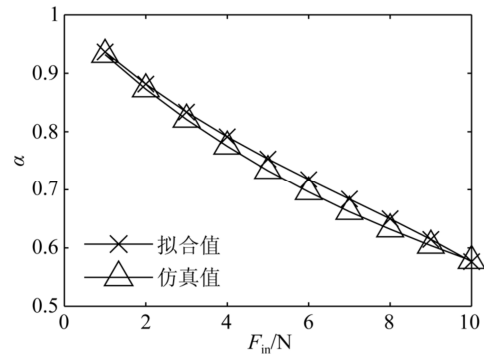


(c)组 III

(c) Group III



(d)组IV
(d)Group IV

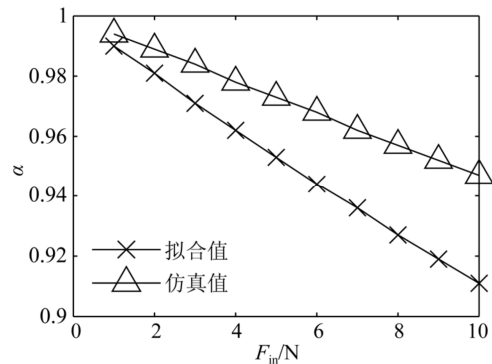


(c)组III
(c)Group III

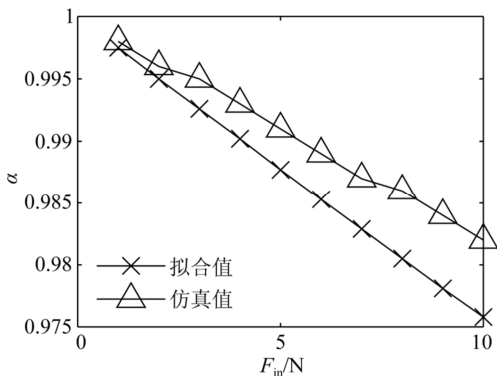
图 7 y_{Bs} 的理论值与小变形静力学有限元仿真值对比
Fig. 7 Comparison of theoretical values for y_{Bs} and its small-deflection based static FEA values

4.2 几何非线性修正系数模型验证

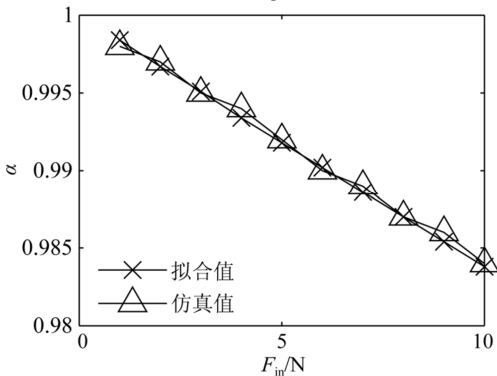
在表 3 的各组算例中,分别施加 $F_m = 1, 2, \dots, 10$ N,利用几何非线性有限元仿真和小变形静力学有限元仿真分别求出 y_B 和 y_{Bs} ,如图 6(a)和图 6(b)所示,进而可计算出 α 的仿真值。依据式(13)和式(14)所得拟合值与仿真值的对比如图 8 所示。对于组 I~组 IV,拟合模型的相对误差分别为 0.35%,0.02%,1.84%,2.19%,均小于 3%,故拟合模型具有准确性。



(d)组IV
(d)Group IV



(a)组I
(a)Group I



(b)组II
(b)Group II

图 8 α 的拟合值与有限元仿真值对比

Fig. 8 Comparison of fitting values and its FEA values for α

4.3 非线性优化设计结果验证

在表 3 中,组 I 参数满足优化模型式(16)的约束条件,可将它设置为初始组。表 4 列出了初始组与模型式(16)优化机构的有限元仿真结果。相对初始组,尽管优化机构的几何非线性程度提高,但输出位移显著增大。一般而言,集中柔度柔顺机构位移放大倍数越大,所用铰链的转动刚度越小,输出位移会越大,而典型集中柔度桥式位移放大机构的位移放大倍数如式(18)所示^[10]。据此以及模型式(16)的约束条件可构造出对照组尺寸: $l=2.40$ mm, $t=0.30$ mm, $L_2=12$ mm, $t_r=0.2$ mm, $h=1.8$ mm。由表 4 可知,优化机构的输出位移明显大于对照组,这是因为对照组为获取较大的位移放大倍数而增加了输入刚度。

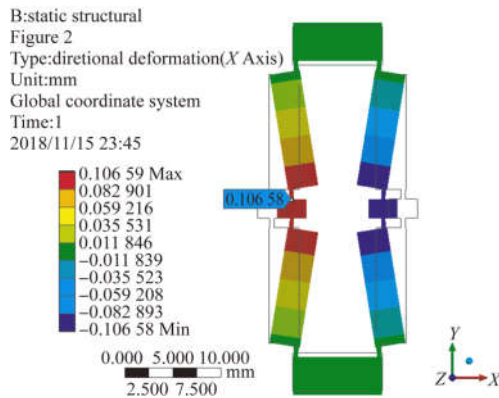
$$Q = \frac{\frac{6t_r l(L_2 + l)}{Eht^3} + \frac{3t_r L_2^2}{Ehb_2^3}}{\frac{2l}{Eht} + \frac{L_2}{Ehb_2} + \frac{6t_r^2 l}{Eht^3} + \frac{3t_r^2 L_2}{Ehb_2^3}} \quad (18)$$

表 4 初始组、模型式(16)优化设计结果与对照组的 y_B 几何非线性有限元仿真结果以及 α 有限元仿真值 ($F_{in}=10\text{ N}$)

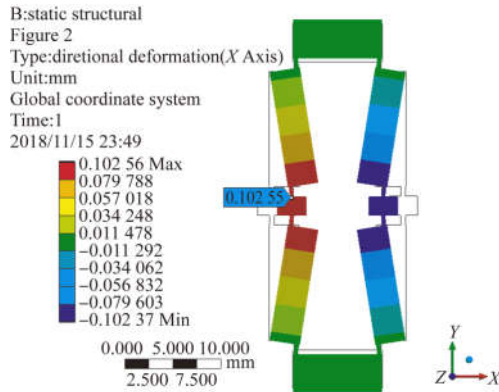
Tab. 4 FEA results considering geometrical nonlinearity (y_B) and FEA value (α) of initial group, optimal result for Eq. (16) and comparison group

组	$y_B/\mu\text{m}$	α
I	44.038	0.982
优化结果(铝合金)	603.92	0.778
对照	48.853	0.770

模型式(17)优化结果的有限元仿真值如图 9 和表 5 所示。一方面,在各组优化结果中, α 有限元仿真值相对于约束条件中 α 的阈值的相对误差分别为 1.84%,1.84%,1.84%,1.63%,1.53%,均小于 2%;另一方面,当材料为铝合金时,输出位移相对于初始组提升了 132.87%。



(a) X 轴方向位移小变形静力学有限元仿真结果
(a) Small deflection-based static FEA result of X-axis displacement



(b) X 轴方向位移几何非线性静力学有限元仿真结果
(b) Static FEA result of X-axis displacement considering geometrical nonlinearity

图 9 模型式(17)优化机构的静力学有限元仿真结果 ($F_{in}=10\text{ N}$,材料:铝合金)

Fig. 9 Static FEA results of optimal mechanism for Eq. (17) ($F_{in}=10\text{ N}$, material: aluminum alloy)

表 5 模型式(17)优化设计结果的 y_B 几何非线性有限元仿真结果以及 α 有限元仿真值 ($F_{in}=10\text{ N}$)

Tab. 5 FEA results considering geometrical nonlinearity (y_B) and FEA value (α) of optimal results for Eq. (17)

组	$y_B/\mu\text{m}$	α
镁合金	102.020	0.962
铝合金	102.550	0.962
钛合金	102.140	0.962
铜合金	96.278	0.964
不锈钢	94.941	0.965

5 结 论

本文对典型集中柔度桥式位移放大机构进行了非线性建模与参数优化。结合卡氏第二定理与有限单元法,建立了剪切非线性系数与无量纲尺寸参数因子间的二阶多项式拟合模型。基于有限单元法与最小二乘拟合,建立了几何非线性修正系数与无量纲结构-载荷参数间的三阶多项式模型。通过对机构输入输出关系进行两步法半解析建模,实现了非线性结果的快速预测。综合考虑输出位移最大化与抑制几何非线性的影响,提出两种平面内尺寸和厚度的综合优化策略。优化结果显示:若需抑制几何非线性程度,则优化后的平面内尺寸、厚度与材料相关。ANSYS Workbench 有限元仿真结果显示,考虑剪切作用的机构小变形建模以及几何非线性修正系数模型的误差均小于 5%,两步法半解析非线性建模具有准确性。ANSYS Workbench 有限元仿真结果进一步验证了优化模型的有效性。

本文提出的两步法半解析非线性建模方法以及平面内尺寸和厚度的综合非线性优化策略,对其它复杂柔顺机构的非线性结果的快速预测与优化设计具有参考意义。

参考文献:

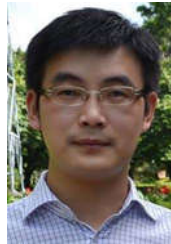
- [1] GAN J Q, ZHANG X M, LI H, *et al.*. Full closed-loop controls of micro/nano positioning system with nonlinear hysteresis using micro-vision system [J]. *Sensors & Actuators A Physical*, 2017, 257: 125-133.
- [2] LIU Y L, ZHANG Y L, XU Q S. Design and control of a novel compliant constant-force gripper based on buckled fixed-guided beams [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(1): 476-486.
- [3] DONG W, CHEN F X, YANG M, *et al.*. Development of a high-efficient bridge-type mechanism based on negative stiffness [J]. *Smart Materials & Structures*, 2017, 26: 95053.
- [4] CHEN W L, ZHANG X M, FATIKOW S. Design, modeling and test of a novel compliant orthogonal displacement amplification mechanism for the compact micro-grasping system [J]. *Microsystem Technologies*, 2017, 23(7): 2485-2498.
- [5] 卢倩, 黄卫清, 孙梦馨. 基于柔度比优化设计杠杆式柔性铰链放大机构 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(1): 102-111.
LU Q, HUANG W Q, SUN M X. Optimization design of amplification mechanism for level flexure hinge based on compliance ratio [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(1): 102-111. (in Chinese)
- [6] 刘敏, 张宪民. 基于类 V 型柔性铰链的微位移放大机构 [J]. *光学精密工程*, 2017, 25(4): 999-1008.
LIU M, ZHANG X M. Micro-displacement amplifier based on quasi-V-shaped flexure hinge [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(4): 999-1008. (in Chinese)
- [7] LOBONTIU N, GARCIA E. Analytical model of displacement amplification and stiffness optimization for a class of flexure-based compliant mechanisms [J]. *Computers & Structures*, 2003, 81(32): 2797-2810.
- [8] MA H W, YAO S M, WANG L Q, *et al.*. Analysis of the displacement amplification ratio of bridge-type flexure hinge [J]. *Sensors & Actuators A Physical*, 2006, 132(2): 730-736.
- [9] QI K Q, XIANG Y, FANG C, *et al.*. Analysis of the displacement amplification ratio of bridge-type mechanism [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2015, 87: 45-56.
- [10] 凌明祥, 刘谦, 曹军义, 等. 压电位移放大机构的力学解析模型及有限元分析 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(4): 812-818.
- LING M X, LIU Q, CAO J Y, *et al.*. Analytical model and finite element analysis of piezoelectric displacement amplification mechanism [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(4): 812-818. (in Chinese)
- [11] LIU P, YAN P. A new model analysis approach for bridge-type amplifiers supporting nano-stage design [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2016, 99: 176-188.
- [12] WEI H X, SHIRINZADEH B, LI W, *et al.*. Development of piezo-driven compliant bridge mechanisms: general analytical equations and optimization of displacement amplification [J]. *Micromachines*, 2017, 8(8): 238.
- [13] KIM J H, KIM S H, KWAK Y K. Development of a piezoelectric actuator using a three-dimensional bridge-type hinge mechanism [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2003, 74(5): 2918-2924.
- [14] XU Q, LI Y. Analytical modeling, optimization and testing of a compound bridge-type compliant displacement amplifier [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, 46(2): 183-200.
- [15] LING M X. A general two-port dynamic stiffness model and static-dynamic comparison for three bridge-type flexure displacement amplifiers [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 119: 486-500.
- [16] 赖磊捷, 梅峻华, 朱姿娜. 分布柔度桥式位移放大机构静动力学性能研究 [J]. *压电与声光*, 2018(2): 251-256.
LAI L J, MEI J H, ZHU Z N. Study on static and dynamic performances of distributed-compliance bridge-type displacement amplification mechanism [J]. *Piezoelectrics and Acoustooptics*, 2018(2): 251-256. (in Chinese)
- [17] 陈方鑫, 高福天, 杜志江, 等. 基于混合铰链的三维桥式放大机构的建模、分析与试验 [J]. *机械工程学报*, 2018, 54(13): 110-116.
CHEN F X, GAO F T, DU ZH J, *et al.*. Modeling, analysis and experiment of the hybrid flexure hinge-based three-dimensional bridge-type amplification mechanism [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2018, 54(13): 110-116. (in Chinese)
- [18] LOBONTIU N. *Compliant Mechanism—Design of Flexure Hinges* [M]. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2003.

- [19] HAO G. Extended nonlinear analytical models of compliant parallelogram mechanisms: Third-order models [J]. *Transactions-Canadian Society for Mechanical Engineering*, 2015, 39(1): 71-83.
- [20] 胡俊峰,陈星星. 具有零刚度特性的微动平台优化设计 [J]. *光学精密工程*, 2018, 26(6): 1430-1440.
HU J F, CHEN X X. Optimized design of a micro-motion stage with zero stiffness [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(6): 1430-1440. (in Chinese)
- [21] CHEN W L, ZHANG X M, LI H, *et al.*. Non-linear analysis and optimal design of a novel piezoelectric-driven compliant microgripper [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 118: 32-52.
- [22] ZHU B, CHEN Q, WANG R, *et al.*. Structural topology optimization using a moving morphable component-based method considering geometrical nonlinearity [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, 140(8): 081403.
- [23] 张爱梅,陈贵敏,贾建援. 基于完备椭圆积分分解的交叉簧片式柔性铰链大挠度建模 [J]. *机械工程学报*, 2014, 50(11): 80-85.
ZHANG A M, CHEN G M, JIA J Y. Large deflection modeling of cross-spring pivots based on comprehensive elliptic integral solution [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(11): 80-85. (in Chinese)
- [24] CHEN G M, MA F L. Kinetostatic modeling of fully compliant bistable mechanisms using timoshenko beam constraint model [J]. *Journal of Mechanical Design*, 2015, 137(2): 22301.

作者简介:



陈为林(1990—),男,广东汕头人,博士,讲师,2017年于华南理工大学获得博士学位,主要研究方向为柔顺机构、微纳操作、机器人末端执行器的研究。
E-mail: wlchen1@outlook.com



卢清华(1978—),男,江西修水人,博士,教授,2007年于华南理工大学获得博士学位,主要从事先进机器人技术与应用的研究。E-mail: qhlu@fosu.edu.cn