

文章编号 1004-924X(2019)07-1632-08

复杂曲面的网格化自适应测点规划

叶建华^{1,3*}, 高诚辉², 曾寿金^{1,3}

- (1. 福建工程学院 机械与汽车工程学院, 福建 福州 350118;
2. 福州大学 机械工程及自动化学院, 福建 福州 350116;
3. 福建工程学院 先进制造生产力促进中心, 福建 福州 350118)

摘要:检测点的布局优化是复杂曲面类零件加工误差检测的关键。针对由多张不同特征曲面复合而成的零件模型整体的自适应测点规划困难问题,开展网格化自适应测点规划研究。将复杂曲面模型转化成细粒度的三角网格模型;进而采用三角网格边简化方法进行自适应测点规划。利用局部多项式拟合和局部曲率估算技术,实现网格顶点的自适应精简;通过顶点替代法,避免网格化离散误差的影响;采用子集选择技术,提升简化效率。实验结果表明:该方法不会引入网格化离散误差,对网格化粒度不敏感;在同样测点的情况下,最大误差较均匀采样法减小 32.8%,较随机 Hammersely 序列法减小 16.9%,均值误差则分别减小 28.7%,18.5%。通过网格化能避免多张曲面间的协调处理困难问题;规划的测点能较好地反映曲面的加工质量。

关键词:复杂曲面检测;自适应测点规划;三角网格简化

中图分类号:TP391.7 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192707.1632

Mesh-based adaptive planning for complex surface accurate measurement

YE Jian-hua^{1,3*}, GAO Cheng-hui², ZENG Shou-jin^{1,3}

- (1. *School of Mechanical & Automotive Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China;*
 2. *School of Mechanical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;*
 3. *Productivity Promotion Center, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China)*
- * *Corresponding author, E-mail: yeuser@fjut.edu.cn*

Abstract: Layout optimization of inspection points is key for the inspection of geometric errors in models with complex surfaces. To deal with difficulties in the adaptive planning of whole inspection points of model components that were characterized by multiple surface characteristics, mesh-based adaptive planning of inspection points was studied. A complex surface model was transformed into a dense triangular mesh model, and the triangular mesh simplification method was used for adaptive planning of inspection points. The local polynomial fitting and local curvature estimation technology were used for adaptive reduction of mesh vertexes. The vertex substitution method was used to avoid any influence

收稿日期:2018-10-17;**修订日期:**2018-12-27.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51775113);福建省科技计划引导性项目资助(No. 2018H0005);福建省自然科学基金资助项目(No. 2016J01723);石材产业加工技术与装备福建省 2011 协同创新中心合作资助项目(No. 2017XT002);福建工程学院科研启动基金资助项目(No. GY-Z19014)

from the meshing discretization error. The subset selection technology was used to improve reduction efficiency. The experimental results show that this method should not introduce the meshing discretization error of the surface, and that it was not sensitive to meshing granularity. The maximal error of the mesh-based method described here should reduce by 32.8% under the same detection points in comparison to that of the uniform sampling method, and should reduce by 16.9% in comparison to that of the random Hammersely sequence method. The mean error of the mesh-based method should reduce by 28.7% and 18.5% in comparison to that of the uniform sampling method and the random Hammersely sequence method, respectively. Meshing can avoid coordination difficulties among multiple surfaces, and the planned detection points can objectively reflect the processing quality of the complex surface.

Key words: complex surface inspection; adaptive sampling; triangular mesh simplification

1 引言

复杂曲面类零件,如航空发动机叶片、舰船螺旋桨、复杂刀具等等,往往是高端装备的核心部件。其空间构型复杂、材料加工困难,成形精度要求苛刻。设计-加工-测量-体化闭环制造模式,能有效解决传统单次加工难以精确成形的问题,逐步成为复杂曲面类零件高精加工的重要使能技术^[1]。测量与加工集成,测量精度与效率直接影响产品质量与生产效率。针对不同特征曲面复合而成的复杂型面,通过测量规划实现测量精度、效率的双优化是复杂曲面类零件实施智能闭环制造的关键要素^[2]。

Kam^[3]提出的“曲面-曲线-点集-测点集”是最为常见的曲面测点规划策略,将曲面离散成曲线,在曲线上规划检测点,进而得到测点集。该策略基于几何分解降维思路实现测点规划,没有考虑曲面的多维特性。在参数域上进行盲采样是一类简单可行曲面整体的测点规划法,有等距采样、Halton 序列采样、Hammersley 序列采样等,但该类方法同样没有考虑曲面的复杂性^[4]。自适应采样法则立足于整张曲面根据曲面特性进行测点的智能规划。Obeidat 等^[5]将曲面分解成曲面片,根据曲面片和高斯曲率值进行测点数目和位置的自适应规划。吴石等人^[6]基于弯矩理论实现自由曲面原位测量点的自适应规划。赖金涛等人^[7]提出基于 NURBS 曲面敏感点的测点规划法,实现自由曲面的测点优化。Zahmati 等人^[8]以及温秀兰等人^[9]均采用粒子群优化法实现盲采样测点的自适应优化。然而,复杂曲面类零件往往是由多

张曲面光滑拼接而成,基于单张曲面的测点规划法容易遇到相邻曲面间的协调处理和统一尺度规划困难问题。

对各张曲面进行密集盲采样,进而构造模型整体的三角网格模型,则可实现复杂曲面类零件整体模型的统一粒度描述,能避开测不同曲面间的协调处理困难问题。另外,三角网格简化的本质在于用尽量少的点逼近表达原始网格模型,与测点规划具有相似的目的。目前,三角网格简化方法在数据压缩、多分辨率模型显示、网格重构、网络传输等领域已广泛应用^[10-11]。但是,不同领域的应用要求不同,网格简化的优化目标各异,难以直接套用到加工误差的自适应测点规划上。为此本文在复杂曲面模型转化成均匀细粒度三角网格模型的基础上,以保留原始曲面特性为准则引入基于局部多项式拟合原理的边折叠简化方法,根据测点规划的优化目标制定自适应测点规划策略,以实现复杂曲面零件模型整体的统一尺度自适应测点规划。

2 复杂曲面模型的网格化

设复杂曲面模型为 $M_s(S)$, S 为 NURBS 曲面集合,其表达式为:

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) Q_{ij} W_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) N_{j,l}(v) W_{ij}}, \quad (1)$$

式中: Q_{ij} ($i=0, 1, \dots, n; j=0, 1, \dots, m$) 为网格控制顶点, W_{ij} ($i=0, 1, \dots, n; j=0, 1, \dots, m$) 为网络控制点的权值, $N_{i,k}(u)$ 为 NURBS 曲面 u 参数方

向的 B 样条基函数, $N_{j,l}(v)$ 为 NURBS 曲面 v 参数方向的 B 样条基函数, k, l 为 B 样条基函数的阶次。

对应的网格化模型为 $M_m(P, E, T)$, 边集合 E 和三角面片集合 T 是在顶点集合 P 上建立的拓扑关系, 其中:

$$P = \{p_i \mid p_i \in \mathbf{R}^3, 1 < i < N\},$$

$$E = \{e_{ij} = (p_i, p_j) \mid p_i, p_j \in P, i \neq j\},$$

$$T = \{t_{ijk} = (p_i, p_j, p_k) \mid p_i, p_j, p_k \in P, i \neq j \neq k\}.$$

P 通过原始曲面模型 $M_s(S)$ 的等距采样获得, 密集程度由离散容差 ε 决定。通过 ε 可估算 NURBS 曲面参数域下最大离散三角形的边长 ζ ^[12]:

$$\zeta = 3 \left(\frac{\varepsilon}{2(D_1 + 2D_2 + D_3)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

式中: $D_1 = \sup_{(u,v) \in T} \|S_{u_i}(u, v)\|$, $D_2 = \sup_{(u,v) \in T} \|S_{u_v}(u, v)\|$, $D_3 = \sup_{(u,v) \in T} \|S_{v_v}(u, v)\|$ 。

进一步制定采样间隔 $\Delta u, \Delta v$:

$$\frac{\Delta u}{\Delta v} = \vartheta, \max(\Delta u, \Delta v) = \frac{1}{\gamma}, \quad (3)$$

式中: ϑ 为 NURBS 曲面在三维空间中控制多边形的横纵比, $\gamma = \lceil \frac{2}{\sqrt{2}\zeta} \rceil$ 。

依据确定的 $\Delta u, \Delta v$, 在二维参数域平面上进行等间距采样和三角网格化剖分; 进而通过式(1)将参数域上的网格顶点映射回欧式空间, 从而得到每张 NURBS 曲面的网格化子模型; 最后通过子网格边界的拼接算法^[13]即可获得一个完整的三角网格模型。

3 基于边简化的自适应测点规划

三角网格模型边简化是在一定的约束条件下, 对输入的网格模型 $M_m(P, E, T)$ 进行 $e_{ij}(p_i, p_j) \rightarrow \bar{p}$ 的边折叠操作, 以获得包含更少顶点的逼

$$\begin{bmatrix} x_i^3 & x_i^2 y_i & \frac{1}{2} x_i^2 & x_i y_i & x_i & y_i & \frac{1}{2} y_i^2 \\ 3x_i^2 & 2x_i y_i & x_i & y_i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & x_i^2 & 0 & x_i & 0 & 1 & y_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i y_i^2 & y_i^3 & 1 \\ y_i^2 & 0 & 0 \\ 2x_i y_i & 3y_i^2 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{a} = \begin{bmatrix} z_i & -\frac{\alpha_i}{\chi_i} & -\frac{\beta_i}{\chi_i} \end{bmatrix}^T. \quad (5)$$

顶点 p_i 的法矢 $\mathbf{n}_i(\alpha_i, \beta_i, \chi_i)$ 可通过相邻三角面片法向量的加权计算。给定局部领域顶点集合 N_i 及对应的法矢, 即可求出局部三次多项式曲面函数在最小二乘意义下的拟合系数, 从而获得顶点 p_i 处的局部拟合曲面。

近模型 $M'_m(P', E', T')$ 。在边折叠操作时, 不需要重构网格拓扑, 可控制简化误差和简化的顶点数, 适合于从密集顶点集合 P 到有限个测点 P' 的大跨度简化。

应用于测点规划时, 要求精简后的顶点既要具备全局覆盖性, 又要能体现局部的特征细节, 还要求能避免网格化离散误差的累积影响。为此引入基于局部多项式曲面拟合原理的边简化方法^[14]制定测点的自适应优化布局策略。

3.1 基于局部多项式曲面拟合的边折叠代价评估

折叠边的选择是边简化的关键, 直接影响网格简化结果, 选择不当易引起局部过度优化, 无法有效保留原始模型的细节特征点。在工件加工时, 曲率变化大、特征明显区域, 切削条件的变化越加复杂, 加工精度也越难保证, 相对于平坦区域要规划更多的测量点。考虑到网格局部区域进行多项式曲面拟合时, 拟合偏差会依曲面细节特征的不同而不同, 即表现为特征明显区域的拟合误差会较平坦区域的大。因此, 引入多项式曲面拟合误差评估边的折叠代价。并进一步根据局部多项式拟合曲面估算顶点曲率, 增加曲率调整因子估算边的折叠代价。

设网格顶点 $p_i(x_i, y_i, z_i)$ 的法矢为 $\mathbf{n}_i(\alpha_i, \beta_i, \chi_i)$, 则以 p_i 为原点, \mathbf{n}_i 为 Z 轴正向, 构建局部坐标系。在局部坐标系上, 定义顶点 p_i 处的局部三次多项式曲面拟合函数为:

$$f_i(x, y) = a_1 x^3 + a_2 x^2 y + \frac{1}{2} a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 x + a_6 y + \frac{1}{2} a_7 y^2 + a_8 xy^2 + a_9 y^3 + a_{10}. \quad (4)$$

令 $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}]^T$, 根据曲面 $f_i(x, y)$ 在给定顶点处的法矢信息, 可建立方程如式(5)所示:

根据局部多项式曲面公式可得零点处的高斯曲率 κ_G 和平均曲率 κ_{IH} 分别为:

$$\kappa_G = \frac{a_3 a_7 - a_4^2}{(1 + a_5^2 + a_6^2)^2}, \quad (6)$$

$$\kappa_{iH} = \frac{a_3 + a_3 a_6^2 - 2a_4 a_5 a_6 + a_7 + a_7 a_5^2}{2(\sqrt{1 + a_5^2 + a_6^2})^3}. \quad (7)$$

绝对曲率描述顶点周围的弯曲程度,其大小不受弯曲方向的影响。由高斯曲率 κ_G 和平均曲率 κ_{iH} 可得绝对曲率为:

$$|\kappa_i| = \begin{cases} 2|\kappa_{iH}|, & \kappa_{iH}^2 - \kappa_G < 0 \\ 2\sqrt{\kappa_{iH}^2 - \kappa_G}, & \kappa_{iH}^2 - \kappa_G > 0 \end{cases}. \quad (8)$$

基于多项式拟合曲面和绝对曲率值,定义边 $e_{ij}(p_i, p_j) \rightarrow p_i$ 的折叠代价为:

$$h(e_{ij}) = (1 + \eta\omega_{ij}) \left(\sum_{l \in N_i \cup N_j} |f_i(p_l) - z_l| + \sum_{l \in N_j - N_i} |f_i(p_l) - z_l| \right), \quad (9)$$

式中: $\eta \in [0, 1]$ 为调整因子; 曲率权值系数 $\omega_{ij} = \frac{|\kappa_i| - \min(|\kappa|)}{\max(|\kappa|) - \min(|\kappa|)} + \frac{|\kappa_j| - \min(|\kappa|)}{\max(|\kappa|) - \min(|\kappa|)}$; $f_i(p_l)$ 为 p_i 点处局部拟合多项式曲面在 p_l 处的值, z_l 为顶点 p_l 在 p_i 点处局部拟合多项式曲面坐标值。

式(9)通过衡量边 e_{ij} 对应两顶点 p_i, p_j 偏离拟合曲面的程度,使得细节丰富区域的边折叠代价较平坦区域就来得大;利用曲率调整因子,增加曲率的影响调节度;并考量了两顶点距离对折叠代价的影响,随着折叠操作的进行,能有效避免局部区域的过度简化,满足全局覆盖性的要求。

3.2 新顶点位置的确定方法

边 $e_{ij}(p_i, p_j) \rightarrow \bar{p}$ 的折叠操作中,是用点代替边,简化获得的顶点将是测量头位姿的规划依据,也是后续加工误差评判的参考点,因此要求所选的顶点不能偏离原始曲面。

传统的边简化方法主要以模型的小形变为优化目标,通过构建差异程度的目标函数,求解新顶点位置。新顶点的位置将会偏离原始曲面模型,且随着简化的继续,偏离程度会累积变大,与网络的离散误差成正相关。由曲面模型离散而来的三角网格模型 M , 顶点数据集 P 源自曲面的表面点。为了保证简化后的新点为曲面的原始表面点,在误差评估的基础上,采用顶点替代法:

若 $\sum_{l \in N_i} |f_i(p_l) - z_l| < \sum_{l \in N_j} |f_j(p_l) - z_l|$, $\bar{p} = p_i$; 否则 $\bar{p} = p_j$ 。

3.3 折叠边的选择策略

折叠边的选择通常采用队列优先排序法,该方法需要依据边的折叠代价进行初始化排序,后续更新操作的计算量大,速度慢。为了克服其不足,并增加规划点的多样性,本文采用子集选择技术进行折叠边的选择。其基本思路为:在候选的折叠边中随机抽取出一个包含 K 个候选边的子集;从 K 个候选边中选取折叠代价最小的边进行折叠。该方法无需构建优先队列和队列更新操作,可降低时间与空间开销。

4 网格化测点规划流程

基于局部多项式拟合的网格简化的测点自适应规划流程如图 1 所示。对复杂曲面模型进行网格化操作时,所获得的数据点应足够密集,能包含零件曲面的细节特征。设置测量数据点个数作为三角网格简化的终止条件。折叠操作条件为能保持网格拓扑正确性的边。

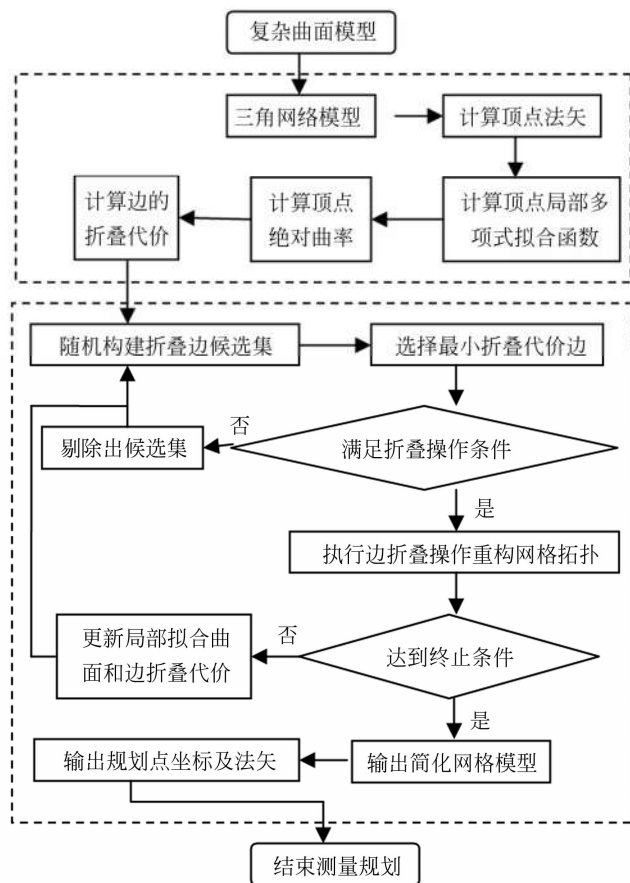


图 1 测量规划流程图

Fig. 1 Flow chart of measure point planning

5 规划方法应用与分析

5.1 测点规划实例

对如图 2(a)所示的三维曲面实体模型进行网格化自适应测点规划。取允许的网格化偏差 $\epsilon = 0.06 \text{ mm}$, 进行密集三角网格化操作后, 获得如图 2(b)所示的三角网格模型。其包含的顶点个数为 1 870, 三角面片数为 3 477。设置规划测量点为 256 个。图 2(c)为曲率权值 $\eta = 0$ 时的网格简化模型, 图 2(d)为曲率权值 $\eta = 1$ 时的网格简化模型。由图 2(c)与图 2(d)可知, 所规划的测点密度与曲率大小都具备相关性, 可实现曲率变化大的区域保留的测点较多。同时可知, 通过曲率加权后, 在高曲率位置保留了更多的规划点, 但又不失全局覆盖性。图 2(e)为去除边界点后所留下的 256 个规划测点, 所有点都在原始曲面上, 未引入三角网格离散误差。

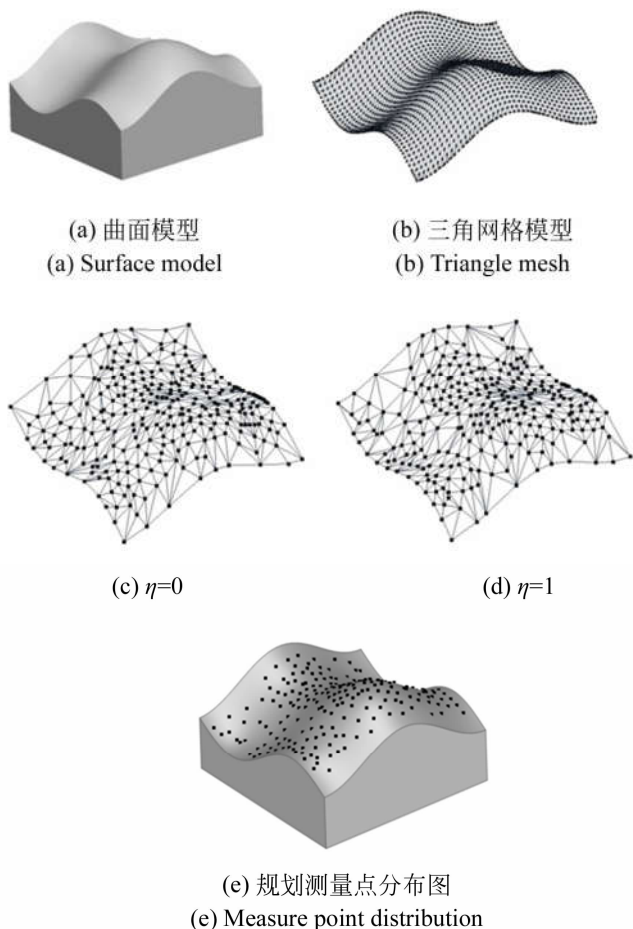


图 2 测点规划实例

Fig. 2 Surface model and measured points

另外通过对比队列优先排序法和子集合选择技术的边折叠效率, 后者较前者效率提高了约 26.5%。

5.2 多曲面复合而成的测点规划分析

将图 2(a)的自由曲面分割成如图 3(a)所示的 4 块曲面, 通过拼接重新获得曲面模型。同样取 $\epsilon = 0.06 \text{ mm}$, 离散化后得到如图 3(b)所示的三角网格模型, 其包含的顶点个数为 1 902, 三角面片数为 3 574。与图 2(b)相比无明显差异, 只在曲面拼接处多了一些衔接点和更为细密的拼接三角形, 但占比极小。可见, 通过细粒度三角网格化能实现复杂曲面模型的统一尺度描述。在测点规划时采用队列优先排序法进行折叠边的选择, 以避免子集选择策略带入的随机误差影响。图 4(a)与图 4(b)分别是由整体单张曲面和分片曲面得到的规划点正向投影图。由图可知, 两者的结果基本一致, 看不出拼合的影响, 说明通过均匀细粒度三角网格模型简化的测点规划法可有效避免相邻曲面协调处理困难问题。

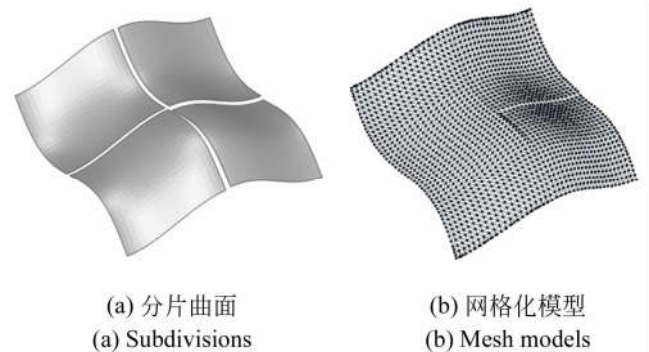


图 3 拼合曲面模型

Fig. 3 Surface merge model

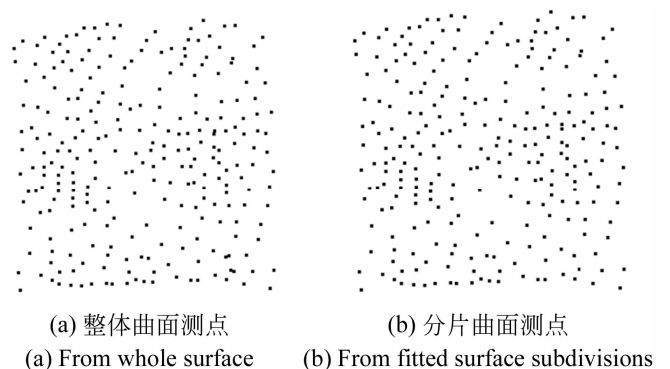


图 4 规划点对比图

Fig. 4 Comparison of measure points

5.3 三角面片粒度对规划点的影响分析

在允许偏差 $\epsilon=0.06\text{ mm}$ 的基础上,再取 $\epsilon=0.1\text{ mm}$, $\epsilon=0.02\text{ mm}$ 进行曲面的三角网格化剖分。 $\epsilon=0.1\text{ mm}$ 时,三角网格模型包含的顶点个数为 950,三角面片数为 1 728。 $\epsilon=0.02\text{ mm}$ 时,三角网格模型包含的顶点个数为 4 407,三角面片数为 8 431。同样进行 256 个测量点的规划,获得的结果分别如图 5(a),图 5(b)所示。通过对比 5(a),图 5(b)及图 2(d)可知,三者的分布趋势基本一致,在曲率变化大的区域较平坦区域分布更多的点。随着网格化精度的提高,曲率变化大的区域聚集的采样点会稍微密集一点,但不明显。这是因为随着网格化精度越高的提高,在曲率变化大的区域就存在更多的候选点,相应地在简化后也会留下更多的点。为了能获得合理的高曲率点,网格密度不能过稀,一般取加工允许容差的 10 倍,或网格离散点为规划点的 8 倍以上。

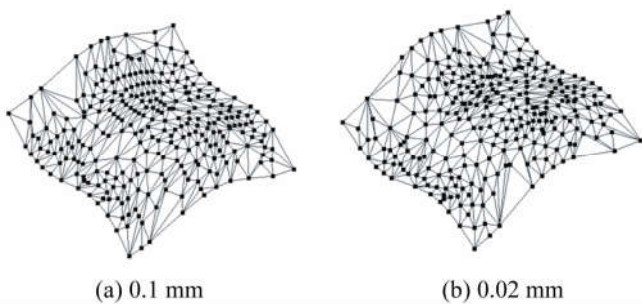


图 5 简化后模型

Fig. 5 Simplified model

5.4 精度测量对比实验

在五轴机床上对图 2(a)的模型进行加工,获得如图 6(a)所示的工件。利用参数域上的均匀采样法、随机 Hammersely 序列法与本文方法各规划 256 个测量点,在如图 6(b)所示的三坐标测量机上进行曲面加工误差的测量,以验证本文方法的测量精度。

利用规划点,在五轴机床上进行加工曲面的原位测量采样。进而利用测量数据点重构 NURBS 曲面,以获得加工曲面。设 (x_m, y_m, z_m) 为拟合曲面上的点, (x_d, y_d, z_d) 为设计曲面上离 (x_m, y_m, z_m) 最近的点,加工误差为:

$$e = \sqrt{(x_m - x_d)^2 + (y_m - y_d)^2 + (z_m - z_d)^2}. \quad (10)$$

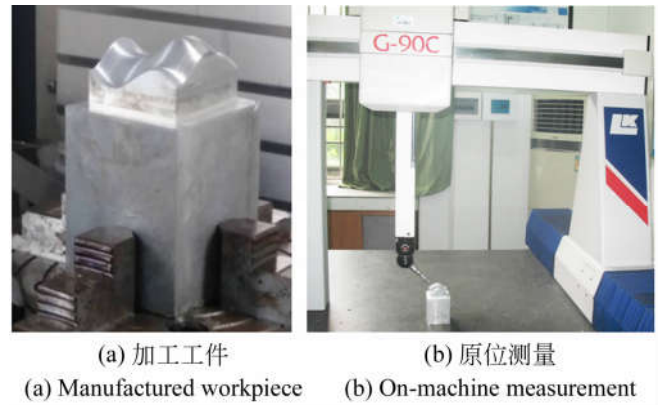


图 6 工件测量实例

Fig. 6 Illustration of verification for workpiece measurement

在拟合曲面上选取 1 200 个点计算拟合加工曲面与设计曲面的误差。并在参数域内对工件曲面进行 1 200 个点的均匀密集测量采样,基于采样数据计算加工曲面与设计曲面的误差,且将其作为对比参照。

表 1 为不同测点方法获得的加工误差对比。本文方法与密集采样法误差最为接近,最大误差由均匀采样法的 $90.8\ \mu\text{m}$ 减小为 $61.0\ \mu\text{m}$ 。在同样测点的情况下,最大误差较均匀采样法减小了大约 32.8%,较随机 Hammersely 序列法减小了大约 16.9%;均值误差也分别减小了 28.7%, 18.5%。说明本文方法能在较少测点的情况下,可获得较高的测量精度。

表 1 误差对比表

Tab. 1 Comparison of error results (mm)

	均匀 采样	Hammersely 法	本文 方法	密集 采样法
最大值	0.090 8	0.073 4	0.061 0	0.054 2
平均值	0.052 5	0.045 9	0.037 4	0.033 8

图 7(a)为本文方法所获得的拟合加工曲面与设计曲面的法向偏差。图 7(b)为密集测量点与设计曲面的法向偏差。可见,误差与曲面曲率的相关度较大,两种方法所得加工误差在空间上的分布基本相同,说明本文测量采样法,能较客观反映曲面的加工质量。

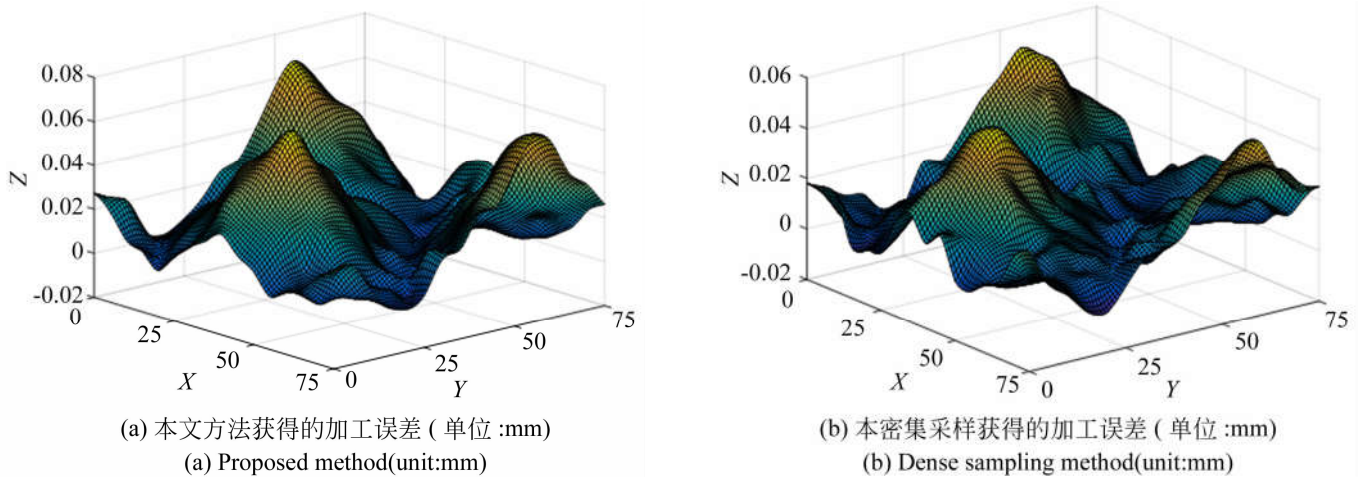


图 7 加工误差对比图

Fig. 7 Comparison of machine error

6 结 论

在将复杂曲面模型转化成均匀细粒度三角网格模型的基础上,采用基于局部多项式拟合原理的边简化方法实现测点的自适应规划,形成了基于曲面特性的“复杂曲面模型-三角网格简化模型-采样点集”的测点规划方法。

在边折叠代价评估时综合考量了拟合误差、曲率及距离等因素,兼顾了测点的全局覆盖性和局部特征的体现度;通过顶点代替法,使测点不偏

离原始曲面;采用子集选择技术,提升大跨度简化效率。

通过实例的仿真与实验,结果表明:本文方法能避免相邻曲面间的协调处理困难问题,实现模型整体的统一尺度自适应测点规划;规划结果对曲面模型的网格化离散精度不敏感,不会引入网格化离散误差;在同样测点的情况下,最大误差较均匀采样法减小 32.8%,较随机 Hammersely 序列法减小 16.9%,均值误差较两种方法也分别减小 28.7%,18.5%。

参考文献:

- [1] 高健, 黄沛霖, 文章, 等. 复杂曲面零件加工精度原位检测系统的残余误差补偿[J]. 机械工程学报, 2016, 52(15): 139-146.
GAO J, HUANG P L, WEN ZH, *et al.*. Residual error compensation of in situ inspection system for precision machining of complex components [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52 (15): 139-146. (in Chinese)
- [2] MORONI G, PETRÒ S. *Geometric Inspection Planning as a Key Element in Industry 4.0*[M] Lecture Notes in Mechanical Engineering. Cham: Springer International Publishing, 2018: 293-310.
- [3] KAM C L. A geometric decomposition methods for part programming of CMMS [C]. *Proceeding of Auto Fact Europe Conference*, 1983:13-15.
- [4] LU W L, PAGANI L, ZHOU L P, *et al.*. Uncertainty-guided intelligent sampling strategy for high-efficiency surface measurement via free-knot B-spline regression modelling[J]. *Precision Engineering*, 2019, 56: 38-52.
- [5] OBEIDAT S M, RAMAN S. An intelligent sampling method for inspecting free-form surfaces[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2009, 40(11/12): 1125-1136.
- [6] 吴石, 李荣义, 刘献礼, 等. 基于自适应采样的曲面加工误差在机测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(1): 83-90.
WU SH, LI R Y, LIU X L, *et al.*. On-machine measurement method of processing error based on the mould surface adaptive sampling [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37 (1): 83-90. (in Chinese)
- [7] 赖金涛, 傅建中, 沈洪焱, 等. 基于 NURBS 曲面敏感点的曲面检测测点优化[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2015, 49(7): 1201-1207.
LAI J T, FU J ZH, SHEN H Y, *et al.*. Measuring points optimization in machining error inspection

- based on reconstruction of NURBS control points driven by sensitive points[J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2015, 49(7): 1201-1207. (in Chinese)
- [8] 温秀兰,王东霞,朱晓春,等. 基于坐标测量机的自由曲面检测采样策略[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(10): 2725-2732.
WEN X L, WANG D X, ZHU X CH, *et al.*. Sampling strategy for free-form surface inspection by using coordinate measuring machines [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(10): 2725-2732. (in Chinese)
- [9] ZAHMATI J, AMIRABADI H, MEHRAD V. A hybrid measurement sampling method for accurate inspection of geometric errors on freeform surfaces [J]. *Measurement*, 2018, 122: 155-167.
- [10] 段黎明,杨尚朋,张霞,等. 基于遗传算法的三角网格折叠简化[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(6): 1489-1496.
DUAN L M, YANG SH P, ZHANG X, *et al.*. Collapsing simplification of triangular mesh based on genetic algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(6): 1489-1496. (in Chinese)
- [11] 段黎明,邵辉,李中明,等. 高效率的三角网格模型保持特征简化方法[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(2): 460-468.
DUAN L M, SHAO H, LI ZH M, *et al.*. Simplification method for feature preserving of efficient triangular mesh model [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(2): 460-468. (in Chinese)
- [12] SHENG X, HIRSCH B E. Triangulation of trimmed surfaces in parametric space [J]. *Computer-Aided Design*, 1992, 24(8): 437-444.
- [13] 周明全,袁洁,耿国华,等. 基于轮廓线特征点的交互式文物拼接[J]. *光学精密工程*, 2017, 25(6): 1597-1606.
ZHOU M Q, YUAN J, GENG G H, *et al.*. Interactive reassembly of fractured fragments based on feature points of contour line [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(6): 1597-1606. (in Chinese)
- [14] 计忠平,刘利刚,王国瑾. 基于局部多项式拟合的网格简化算法[J]. *浙江大学学报:工学版*, 2006, 40(12): 2083-2087.
JI ZH P, LIU L G, WANG G J. Mesh simplification based on local polynomial fitting [J]. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science*, 2006, 40(12): 2083-2087. (in Chinese)

作者简介:



叶建华(1980—),男,福建宁德人,博士,副教授,2003年、2006年于华侨大学分别获得学士、硕士学位,2018年于福州大学获得博士学位,主要从事制造过程自动化及信息化的研究。E-mail: yeuser@fjut.edu.cn



高诚辉(1953—),男,福建福清人,教授,博士生导师,1982年、1985年于福州大学分别获得学士、硕士学位,1990年于机械部机械科学研究院获得博士学位,主要从事数字化设计、摩擦学和表面工程的研究。E-mail: gch@fzu.edu.cn