

文章编号 1004-924X(2019)08-1880-14

张量衍生不变关系下的磁源单点定位

李青竹,李志宁*,张英堂,范红波

(陆军工程大学 车辆与电气工程系,河北 石家庄 050003)

摘要:为避免在利用欧拉反演方法进行磁性目标单点定位时,二阶张量数据对误差和噪声的较敏感性导致定位精度低的缺点,提出一种利用张量衍生不变关系、仅需一阶张量数据实现磁源单点定位的方法。在磁偶极子场源张量不变量和特征值分析基础上,推导了两个张量衍生不变关系:磁矩与位置矢量夹角是恒定的,且能用张量特征值表示;绝对值最小特征值的特征向量垂直于磁矩、位置矢量,其余特征值的特征向量共面于磁矩、位置矢量。据此,可计算出位置矢量关于过磁源中心某平面四象限对称的 4 个可能解,根据实际方位和磁测数据确定唯一解。实验结果表明,实测中经磁梯度张量系统误差校正后,对小尺度磁铁(直径 5 cm、厚度 0.5 cm)的定位精度控制在 1 cm 均方根误差范围内。相比欧拉反演方法,提出的方法在同噪声工况下探测距离更远,定位结果更可靠。

关键词:磁梯度张量系统;磁偶极子;张量衍生不变关系;单点定位;误差校正

中图分类号:TP212.9;TH762 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192708.1880

Magnetic source single-point positioning by tensor derivative invariant relations

LI Qing-zhu, LI Zhi-ning*, ZHANG Ying-tang, FAN Hong-bo

(Department of Vehicle and Electrical Engineering,

The Army Engineering University of PLA, Shijiazhuang 050003, China)

* Corresponding author, E-mail: lizn03@hotmail.com

Abstract: It is desirable to avoid the error and noise sensitivity of second-order tensor data leading to the disadvantages of low positioning accuracy with the Euler inversion method of magnetic object single-point positioning. For single-point positioning with only first-order tensor data, a method based on tensor derivative invariant relations is proposed. For the analysis of the magnetic dipole source tensor invariant and eigenvalue, two tensor derivative invariant relations were derived. The angle between the magnetic moment and position vector is constant and related to the tensor eigenvalue. The eigenvector of the absolute-minimum eigenvalue is perpendicular to the magnetic moment and position vector, and the eigenvectors of the remaining eigenvalues are coplanar with them. Thus, four possible solutions with respect to the quadrants of a plane above the magnetic source center were obtained, and the unique solution can be determined by the actual orientation and measured data. The results show that after error correction of the magnetic gradient tensor system, the positioning accuracy of a small-scale magnet (diameter of 5 cm, thickness of 0.5 cm) can be controlled within a

收稿日期:2018-09-06;修订日期:2018-11-27.

基金项目:军内科研项目资助;装备试验技术项目资助

root mean square error of 5 cm. Compared with the Euler inversion method, the proposed method has a greater detection distance with the same noise and exhibits a more reliable result.

Key words: magnetic gradient tensor system; magnetic dipole; tensor invariant relation; single-point positioning; error correction

1 引 言

磁梯度张量 (Magnetic Gradient Tensor, MGT) 探测技术及其数据解释与应用可视为磁法勘探领域的一次突破^[1]。相较于磁总场强度和磁矢量,磁梯度张量提供目标体更丰富的姿态信息,具有更高空间分辨率,且抗干扰能力强,能够适应较复杂的测量环境^[2-3]。磁梯度张量探测具有广阔运用前景,如航空磁测与导航、矿产勘探与土壤黑色金属搜索、探寻未爆弹、排雷、潜艇侦查或水下定位、反演识别等^[4-5]。

当探测距离大于 2.5 倍目标体尺度时,可将磁性目标简化为磁偶极子^[6]。传统磁偶极子单点定位算法是欧拉反褶积的计算特例^[7-8],可通过计算张量矩阵逆与三正交方向上磁场矢量乘积来估算磁性目标位置,然而在实际应用中很难将受叠加的背景地磁场与目标源异常场分离,影响定位精度。YIN^[9]将磁偶极子张量场与矢量场满足的欧拉反褶积方程通过求导构建一、二阶张量矩阵与位置矢量间关系方程,消除由矢量场引起的背景磁场干扰,但该方法需搭建二阶张量系统。差分测量二阶张量数据对测量噪声和传感器误差十分敏感,目前虽已有较成熟和配套的磁梯度张量系统校正方法,如李提出的磁梯度张量系统传感器阵列的快速旋转校准^[10]和基于椭球拟合的磁梯度张量系统集成校正方法^[11]、尹提出磁梯度张量系统非线性校正方法^[12],能较为准确地估计系

统误差参数,但测量噪声却无法避免,使得该方法定位精度受限。为在一阶磁梯度张量系统上实现高准确度且抗噪的磁性目标单点定位,本文利用张量不变量和磁偶极子场源下张量矩阵特征值分析,推导出仅与磁源位置矢量有关、不受姿态变化影响的张量衍生不变关系,并尝试结合系统误差校正技术提升小尺度磁源目标的单点定位性能。

2 磁梯度张量要素和不变量特性

磁梯度张量为磁场分量在正交方向上的空间变化率,共 9 个元素。无源静态磁场环境中某点磁场矢量旋度和散度为零^[13],故张量矩阵对称且无迹,可表示为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{xx} & B_{xy} & B_{xz} \\ B_{xy} & B_{yy} & B_{yz} \\ B_{xz} & B_{yz} & -B_{xx} - B_{yy} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: B_x, B_y, B_z 为磁场矢量的三轴分量, $B_{ij} (i, j = x, y, z)$ 表示磁梯度张量分量,共 5 个独立分量。

张量运算时不随坐标系旋转变而改变的量,称为张量不变量。磁梯度张量一些基本不变量^[14]如式(2)中所示。式中: λ_1, λ_2 和 λ_3 为 \mathbf{G} 的特征值,且满足特征方程 $\lambda^3 - I_0 \lambda^2 + I_1 \lambda - I_2 = 0$; 不变量 C_T 也称张量缩并,不变量 I_{TM} 也称磁总场强度 (Total Magnetic Intensity, TMI)。利用式(2)可得到张量分量与特征值之间的关系式(3):

$$\begin{cases} I_0 = B_{xx} + B_{yy} + B_{zz} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ I_1 = B_{xx} B_{yy} + B_{yy} B_{zz} + B_{xx} B_{zz} - (B_{xy}^2 + B_{yz}^2 + B_{xz}^2) = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_3 \\ I_2 = B_{xx} B_{yy} B_{zz} + 2 B_{xy} B_{xz} B_{yz} - (B_{xx}^2 B_{yy} + B_{yy}^2 B_{xx} + B_{yy}^2 B_{zz}) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \\ C_T = \sqrt{B_{xx}^2 + B_{yy}^2 + B_{zz}^2 + 2(B_{xy}^2 + B_{yz}^2 + B_{xz}^2)} \\ I_{TM} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \end{cases}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = -\frac{1}{2} [L_1 + I_2 - \sqrt{-3(L_1 - I_2)}] \\ \lambda_2 = L_1 + I_2 \\ \lambda_3 = -\frac{1}{2} [L_1 + I_2 + \sqrt{-3(L_1 - I_2)}] \end{cases} \begin{cases} |\lambda_1| \geq |\lambda_3| \\ |\lambda_2| \geq |\lambda_3| \\ \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_1 \end{cases}, \quad (3)$$

其中: $L_1 = (I_2/2 + \sqrt{(I_2/2)^2 + (I_1/3)^3})^{1/3}$, $L_2 = (I_2/2 - \sqrt{(I_2/2)^2 + (I_1/3)^3})^{1/3}$ 。

3 偶极子场源下的张量衍生不变关系

3.1 磁性目标磁偶极子简化

背景地磁场梯度很小,测量得到的一定范围内磁梯度张量场可认为仅由磁异常场产生。当目标距离测量点大于 2.5 倍的目标长度时,磁性目标可简化为磁偶极子,可由 6 个未知量描述,即位置矢量 $\mathbf{r}=(x, y, z)^T$ 和磁矩矢量 $\mathbf{m}=(m_x, m_y, m_z)^T$,位置矢量代表测量点与磁偶极子相对位置坐标。设 $M=\|\mathbf{m}\|=(m_x^2+m_y^2+m_z^2)^{1/2}$ 为磁矩模, $r=\|\mathbf{r}\|=(r_x^2+r_y^2+r_z^2)^{1/2}$ 为位置矢量模,则磁矩矢量 \mathbf{m} 的磁偶极子在距离 r 处产生的磁场矢量和磁梯度张量 5 个独立分量可分别由式(4)、式(5)得到:

$$\mathbf{B}=\frac{\mu}{4\pi}\left[\frac{3(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5}-\frac{\mathbf{m}}{r^3}\right]=\frac{\mu}{4\pi r^5}\begin{bmatrix} 3x^2-r^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 3y^2-r^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 3z^2-r^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$[B_{xx} \ B_{yy} \ B_{zz} \ B_{xy} \ B_{yz}]^T=\frac{\mu}{4\pi r^7}\times$$

$$\begin{cases} \eta_1=B_{xz}B_{xx}^2+B_{xz}B_{yz}^2+B_{xz}^3+B_{xx}B_{xy}B_{yz}+B_{xy}B_{yz}B_{xx}+B_{xx}B_{yy}B_{xz} \\ \eta_2=B_{yz}B_{yy}^2+B_{yz}B_{xz}^2+B_{yz}^3+B_{xx}B_{xy}B_{xz}+B_{xy}B_{xz}B_{yy}+B_{xx}B_{yy}B_{yz} \\ \eta_3=B_{xy}B_{xz}^2-B_{xy}B_{yz}^2+B_{xx}B_{yy}B_{yz}-B_{xx}B_{xz}B_{yz} \end{cases}, \quad (7)$$

其中: $\eta_{1,2,3}$ 为张量计算符,则根据 \mathbf{G} 的对称与无迹性,可推导张量矩阵特征值 $\lambda_{1,2,3}$ 对应特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1=\begin{bmatrix} -B_{yz}\lambda_1^2+(B_{xy}B_{xz}-B_{xx}B_{yz})\lambda_1+\eta_2 \\ B_{xz}\lambda_1^2-(B_{xy}B_{yz}-B_{xx}B_{yy})\lambda_1-\eta_1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_2=\begin{bmatrix} -B_{yz}\lambda_2^2+(B_{xy}B_{xz}-B_{xx}B_{yz})\lambda_2+\eta_2 \\ B_{xz}\lambda_2^2-(B_{xy}B_{yz}-B_{xx}B_{yy})\lambda_2-\eta_1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}_3=\begin{bmatrix} -B_{yz}\lambda_3^2+(B_{xy}B_{xz}-B_{xx}B_{yz})\lambda_3+\eta_2 \\ B_{xz}\lambda_3^2-(B_{xy}B_{yz}-B_{xx}B_{yy})\lambda_3-\eta_1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \end{cases}. \quad (8)$$

归一化后可得到归一化特征向量 $\bar{\mathbf{v}}_1, \bar{\mathbf{v}}_2, \bar{\mathbf{v}}_3$ 。为了推导 \mathbf{m} 与 \mathbf{r} 求解过程,以下定义两个在磁偶极子场源下的测量域张量衍生不变关系。

3.3 磁矩夹角不变关系

磁偶极子场源相对固定,当张量系统姿态变

$$\begin{bmatrix} 9xR^2-15x^3 & 3yR^2-15x^2y & 3zR^2-15x^2z \\ 3yR^2-15x^2y & 3xR^2-15xy^2 & -15xyz \\ 3zR^2-15x^2z & -15xyz & 3xR^2-15xz^2 \\ 3xR^2-15xy^2 & 9yR^2-15y^3 & 3zR^2-15y^2z \\ -15xyz & 3zR^2-15y^2z & 3yR^2-15yz^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中: μ 为介质磁导率,在空气中有 $\mu\approx\mu_0$,其中 $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\text{N}\cdot\text{A}^{-2}$ 为真空磁导率。

3.2 磁偶极子场源张量矩阵特征值分析

特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 及特征方程系数 I_0, I_1, I_2 和磁异常场源磁偶极矩有关,若已知 \mathbf{m} 与 \mathbf{r} ,联立式(3)、式(4)和式(5),可推导出张量系统测量点处的磁梯度张量矩阵的特征值 $\lambda_{1,2,3}$ 表达式:

$$\begin{cases} \lambda_1=\frac{3\mu_0\mathbf{m}\cdot\mathbf{r}}{8\pi r^5}\left[-\sqrt{5+4\frac{M^2r^2}{(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})^2}}-1\right] \\ \lambda_2=\frac{3\mu_0\mathbf{m}\cdot\mathbf{r}}{8\pi r^5}\left[\sqrt{5+4\frac{M^2r^2}{(\mathbf{m}\cdot\mathbf{r})^2}}-1\right] \\ \lambda_3=\frac{3\mu_0}{4\pi r^5}\mathbf{m}\cdot\mathbf{r} \end{cases}, \quad (6)$$

其中特征值 $\lambda_{1,2,3}$ 满足 $|\lambda_1|\geq|\lambda_3|, |\lambda_2|\geq|\lambda_3|$ 及 $\lambda_2\geq\lambda_3\geq\lambda_1$ 。令:

换时,对同一测量点各姿态下不同的张量测量数据,必然对应于恒定的磁矩矢量 \mathbf{m} 和位置矢量 \mathbf{r} ,因此 \mathbf{m} 与 \mathbf{r} 间夹角是不变的,将这个衍生不变关系称为磁矩夹角不变关系,如图 1 所示。

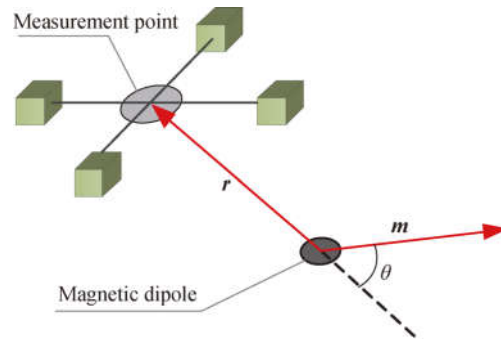


图 1 磁偶极子场源磁矩矢量与位置矢量夹角不变关系
Fig. 1 Angle invariant relation between magnetic moment and position vector of magnetic dipole

图 1 中 θ 角即为磁矩夹角。假设该点处特征

值 $\lambda_{1,2,3}$ 已由实际张量系统测量并求解得到,则根据矢量点积运算,联立式(6)中特征值解算式,可得到 θ 角表达式:

$$\cos \theta = \frac{\bar{\mathbf{m}} \cdot \bar{\mathbf{r}}}{\|\bar{\mathbf{m}}\| \cdot \|\bar{\mathbf{r}}\|} = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{\|\mathbf{m}\| \cdot \|\mathbf{r}\|} = \frac{\lambda_3}{\sqrt{-\lambda_3^2 - \lambda_1 \lambda_2}} = \frac{\lambda_3}{u}, \quad (9)$$

其中: $\bar{\mathbf{m}}, \bar{\mathbf{r}}$ 分别为单位磁矩矢量和单位位置矢量; u 为归一化磁源强度。

3.4 特征向量空间不变关系

磁梯度张量系统空间姿态方向可以是任意的,为了便于推导张量矩阵特征向量与磁偶极子场源信息的关系,选择空间坐标系以磁偶极子为原点, \mathbf{r} 矢量方向为 x 轴正向, \mathbf{m} 与 \mathbf{r} 的平面为坐标系 xoy 平面,则磁矩矢量与位置矢量夹角不变关系可在如图 2 中的空间直角坐标系中表示。

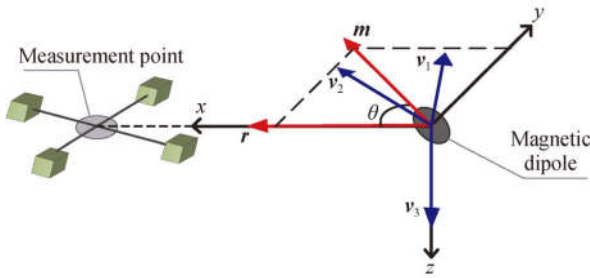


图 2 磁偶极子场源夹角不变关系与特征向量空间不变关系在坐标系中的表示

Fig. 2 Spatial invariance relation and angle invariant relation of magnetic dipole in cartesian coordinate system

图 2 中磁矩矢量可表示为 $\mathbf{m} = (M \cos \theta, M \sin \theta, 0)^T$, 位置矢量可表示为 $\mathbf{r} = (r, 0, 0)^T$ 。由式(4)、式(5)可得测量点处张量矩阵为:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -\frac{3\mu_0 M}{2\pi r^4} \cos \theta & \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \sin \theta & \\ \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \sin \theta & \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \cos \theta & \\ & & \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式(10)联立式(6)~式(8),可推导出此时张量矩阵特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{3\mu_0 M}{8\pi r^5} (-\sqrt{5 \cos^2 \theta + 4} - \cos \theta) \\ \lambda_2 = \frac{3\mu_0 M}{8\pi r^5} (\sqrt{5 \cos^2 \theta + 4} - \cos \theta) \\ \lambda_3 = \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^5} \cos \theta \end{cases}, \quad (11)$$

及其对应的特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \left[\frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \sin \theta & \lambda_1 + \frac{3\mu_0 M}{2\pi r^4} \cos \theta & 0 \right]^T \\ \mathbf{v}_2 = \left[\frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \sin \theta & \lambda_2 + \frac{3\mu_0 M}{2\pi r^4} \cos \theta & 0 \right]^T \\ \mathbf{v}_3 = [0 & 0 & 1]^T \end{cases}. \quad (12)$$

由(12)可知,在建立的空间直角坐标系中,特征向量 \mathbf{v}_3 垂直于矢量 \mathbf{m}, \mathbf{r} 所在平面 xoy , 而特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 则与矢量 \mathbf{m}, \mathbf{r} 所在的平面 xoy 共面,如图 2 所示。由于该空间坐标系没有对磁偶极子的磁矩信息、张量系统测量姿态施加任何约束,而只与坐标系的选择有关,因此可衍生为一般性结论。

一般的,磁偶极子场源在待测区域内任意测量点处的张量矩阵特征向量有如下不变关系:

(1)特征向量垂直不变关系:绝对值最小的特征值 λ_3 对应的特征向量 \mathbf{v}_3 垂直于磁偶极子的磁矩矢量 \mathbf{m} 、位置矢量 \mathbf{r} 所在平面。

(2)特征向量共面不变关系:最大和最小的两个特征值 λ_1, λ_2 对应的特征向量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ 与磁偶极子的磁矩矢量 \mathbf{m} 、位置矢量 \mathbf{r} 所在平面共面。

将上述两个衍生不变关系称为特征向量空间不变关系。

4 基于衍生不变关系的单点定位方法

4.1 模量求解

由磁矩夹角不变关系知,当求得磁偶极子场源在测点处的张量矩阵 \mathbf{G} 后,解算 \mathbf{G} 的三个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, 便可得到磁矩矢量 \mathbf{m} 与位置矢量 \mathbf{r} 的夹角 θ 。将 θ 计算式(9)与式(10)、式(11)、式(4)联立,结合张量不变量特性,可得到张量缩并 C_T 、磁总场强度 I_{TM} 与位置矢量模、磁矩模之间的关系式:

$$\begin{cases} C_T = \frac{3\mu_0 M}{4\pi r^4} \sqrt{4 \cos^2 \theta + 2} \\ I_{TM} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r} \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} \end{cases}. \quad (13)$$

当张量矩阵 \mathbf{G} 已准确获得,则 C_T 可直接求得。然而, I_{TM} 是磁总场标量数据,仅与磁场矢量三分量有关,而测量点测得的是磁偶极子异常场与背景场的叠加。此时,则需要将异常场 TMI 与叠加场 TMI 分离:

$$I_{\text{TMI}} = (B_{x_{\text{叠}}} - B_{x_{\text{测}}})^2 + (B_{y_{\text{叠}}} - B_{y_{\text{测}}})^2 + (B_{z_{\text{叠}}} - B_{z_{\text{测}}})^2 \\ = I_{\text{TMI}_{\text{叠}}} - I_{\text{TMI}_{\text{测}}} - 2B_{x_{\text{叠}}} B_{x_{\text{测}}} - 2B_{y_{\text{叠}}} B_{y_{\text{测}}} - 2B_{z_{\text{叠}}} B_{z_{\text{测}}}. \quad (14)$$

异常场 TMI 求得条件是须已知叠加场和匀强场的磁场分量,实际操作时可利用传感器在当地磁场较为稳定的区域进行预先测量,以获取匀强场分量场信息,而叠加场 TMI 可在测量点处求得。此时,联立式(13)两个方程便可解出位置矢量模 r 和磁矩矢量模 M :

$$r = \frac{3I_{\text{TMI}} \sqrt{4 \cos^2 \theta + 2}}{C_T \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} \Rightarrow M = \frac{4\pi r^3 I_{\text{TMI}}}{\mu_0 \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}}. \quad (15)$$

4.2 矢量求解

由特征向量空间不变关系知,磁偶极子场源在测量点处产生张量矩阵的最大和最小特征值 λ_1, λ_2 对应的特征向量 \bar{v}_1, \bar{v}_2 与场源磁矩矢量 \bar{m} 、位置矢量 \bar{r} 所在平面共面。由于 \mathbf{G} 为实对称矩阵 \bar{v}_1, \bar{v}_2 是正交的,则据此,可建立 \bar{r} 与 \bar{v}_1, \bar{v}_2 间的关系:

$$\bar{r} = \bar{v}_1 \cos \alpha + \bar{v}_2 \sin \alpha, \quad (16)$$

其中: $\bar{r}, \bar{v}_1, \bar{v}_2$ 均为 $\bar{r}, \bar{v}_1, \bar{v}_2$ 各自单位向量, α 为 \bar{r}, \bar{v}_1 间的夹角。由磁场三维欧拉反褶积公式^[15],在磁偶极子场源下构造指数为 3,此时:

$$\mathbf{G}\bar{r} = -3\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{G}\bar{r} = -\frac{3}{r}\mathbf{B}, \quad (17)$$

其中: \mathbf{G}, \mathbf{B} 分别为磁偶极子在位置 \bar{r} 处产生的磁梯度张量矩阵和磁场矢量。将式(4)、式(16)代入式(17)中,可得:

$$\mathbf{G}\bar{v}_1 \cos \alpha + \mathbf{G}\bar{v}_2 \sin \alpha = -\frac{3\mu_0}{4\pi r} \left[\frac{3(\bar{m} \cdot \bar{r})\bar{r} - \bar{m}}{r^3} \right], \quad (18)$$

其中: \bar{v}_1, \bar{v}_2 为 \mathbf{G} 属于特征值 λ_1, λ_2 的单位特征向量,且有 $\mathbf{G}\bar{v}_1 = \lambda_1 \bar{v}_1, \mathbf{G}\bar{v}_2 = \lambda_2 \bar{v}_2$ 。将上式等号左右两边各左点乘矢量 \bar{r} ,且 $\bar{r} = \bar{r}/r$,有:

$$(\lambda_1 \bar{v}_1 \cos \alpha + \lambda_2 \bar{v}_2 \sin \alpha) \cdot (\bar{v}_1 \cos \alpha + \bar{v}_2 \sin \alpha) = \\ -\frac{3\mu_0}{4\pi r} \left[\frac{3(\bar{m} \cdot \bar{r})\bar{r} \cdot \bar{r}}{r^5} - \frac{\bar{m} \cdot \bar{r}}{r^3} \right] \Rightarrow \\ \lambda_1 \cos^2 \alpha + \lambda_2 \sin^2 \alpha = -\frac{3\mu_0(\bar{m} \cdot \bar{r})}{2\pi r^5}. \quad (19)$$

将式(6)中 λ_3 表达式代入得:

$$\lambda_1 \cos^2 \alpha + \lambda_2 \sin^2 \alpha = -2\lambda_3. \quad (20)$$

联立式(15)、式(16)可解得磁偶极子场源位置矢量 \bar{r} :

$$\bar{r} = \pm \omega_1 \bar{v}_1 \pm \omega_2 \bar{v}_2, \quad (21)$$

$$\text{其中: } \omega_1 = \frac{3I_{\text{TMI}} \sqrt{4 \cos^2 \theta + 2}}{C_T \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} \sqrt{\frac{\lambda_3 - \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}}, \quad \omega_2 = \\ \frac{3I_{\text{TMI}} \sqrt{4 \cos^2 \theta + 2}}{C_T \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1}} \sqrt{\frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 - \lambda_1}}.$$

ω_1, ω_2 为与磁偶极子场源和测量点处矢量与张量场有关的常数。式(21)表明, \bar{r} 的求解式有 4 个解,而实际真实解只有 1 个,因此需要排除 3 个虚假解。由于 \bar{v}_1, \bar{v}_2 是正交的,故式(21)几何意义为:磁偶极子位置矢量 \bar{r} 是空间中以 \bar{v}_1, \bar{v}_2 为单位构成的坐标系中的一个向量,该向量坐标分别为 $\pm \omega_1, \pm \omega_2$,即是关于 \bar{v}_1, \bar{v}_2 坐标原点四象限对称,如图 3 所示。

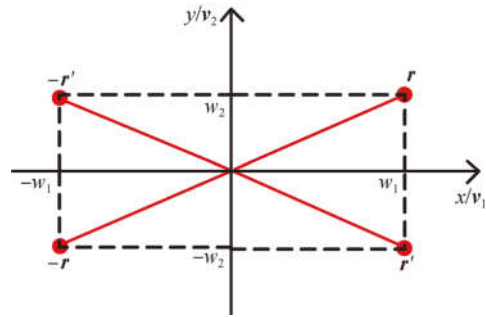


图 3 磁偶极子场源夹角不变关系与特征向量空间不变关系在坐标系中的表示

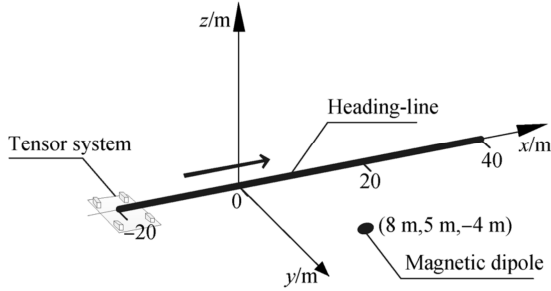
Fig. 3 Spatial invariance relation and angle invariant relation of magnetic dipole in cartesian coordinate system

由图 3 可以看出,4 个位置矢量解均交于一点,结合图 2 和图 3,显然这个交点就是磁偶极子中心点,因此,4 个位置矢量解 $\bar{r}, \bar{r}', \bar{r}, -\bar{r}'$ 关于磁偶极子中心所在某平面四象限对称。在实际探测过程中,可对每一测量点处同时求得 4 个解,再根据实际探测空间的方位、航线测量下各点处磁矢量场及总场对 3 个虚假解进行排除。获得真实解 \bar{r} 后,可利用(5)反解出磁矩矢量 \bar{m} 。该方法仅需利用单一测量点的一阶张量数据便可理论上实现磁偶极子的单点定位过程。

5 仿真分析

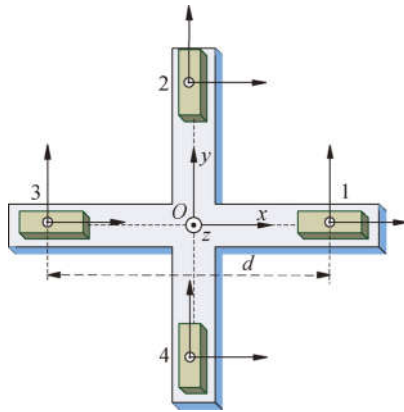
将磁偶极子置于真空(8 m, 5 m, -4 m)处,磁矩模为 8 000 A · m²,磁偶极子磁偏角 30°,磁倾角 40°。地磁背景场设为匀强磁场,TMI 为 55 000 nT,磁倾角 60°,磁偏角 -7°(西偏)。模拟

搭建平面十字形磁梯度张量系统^[10]进行测量,基线距离 d 设为 0.4 m。单航线测量行程为空间 $(-20\text{ m}, 0\text{ m}, 0\text{ m})$ 到 $(40\text{ m}, 0\text{ m}, 0\text{ m})$, 测量试验和平面十字形磁梯度张量系统如图 4 所示。



(a) 单航线测量试验

(a) Single heading-line survey



(b) 平面十字形磁梯度张量系统

(b) Planar cross-magnetic gradient tensor system

图 4 磁偶极子场源张量系统单航线测量试验

Fig. 4 Single heading-line survey in magnetic dipole source

航线运动过程保持系统姿态不变,采样间隔为 1 m。在测量航线上各测量点处测得的磁场矢量三分量值如图 5 所示。

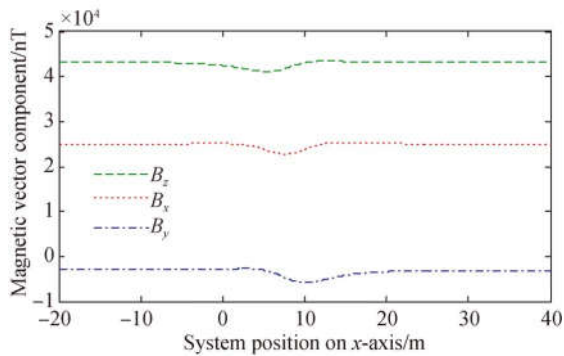


图 5 单航线测量中磁场矢量分量场测量

Fig. 5 Magnetic vector component measurement in single heading-line survey in magnetic dipole source

图 5 显示,在庞大的地磁场背景下,测量点处由磁偶极子产生的磁场矢量分量场部分基本被淹没,磁异常场难以有效分离。获取以下 4 组测量数据:

a. 空测数据,即各点处无异常场时的背景匀强磁场测量数据,以备模量求解;

b. 不设误差、噪声为零的理想测量组;

c. 随机预设 4 个传感器系统误差^[10](零位偏差 $i_{x,y,z}$ 、灵敏度标度因子 $c_{x,y,z}$ 、非正交角度 φ, θ, ψ)与非对准误差(非对准角 α, β, γ)的实际测量组,并加入均值为 0 nT、方差为 1 nT 的高斯噪声,预设的各参数值列于表 1 中;

表 1 预设 4 个传感器系统误差与非对准误差共 48 个参数

Tab. 1 Preset a total of 48 error parameters of 4 sensors

误差参数	传感器 1	传感器 2	传感器 3	传感器 4
$\varphi/(\circ)$	-0.9	-2.1	-0.4	1.6
$\theta/(\circ)$	2.0	-1.2	0.7	1.0
$\psi/(\circ)$	1.3	0.8	-1.4	-0.5
c_x	0.998	1.032	1.015	0.993
c_y	1.035	1.024	0.996	0.999
c_z	1.021	1.014	1.009	0.991
i_x/nT	5.9	10.1	-7.7	9.9
i_y/nT	6.4	-6.3	10.4	10.8
i_z/nT	-10.8	9.8	4.7	7.2
$\alpha/(\circ)$	1.2	0.7	0.9	-1.4
$\beta/(\circ)$	-0.6	1.2	0.7	0.5
$\gamma/(\circ)$	0.9	1.5	1.0	0.8

d. 使用快速旋转校准方法^[10]在无磁偶极子场源下对 c 中误差参数进行估计,并以此对 c 组进行校正,得到校正测量组。

利用本文方法对 b, c, d 3 组测量数据分别进行磁源坐标估计,获得各点处 4 组坐标解,过程中均使用 a 组的背景匀强磁场数据求取位置矢量模。

因磁偶极子位置矢量的解关于磁偶极子中心某平面四象限对称,对航线上某一测量点而言,磁偶极子位置与该象限平面是未知的,因此该点在 4 个象限内都可能是正确解,单独对某一测量点进行方位估计是不可实现的。据此,可将航线上全部测量点的 4 个位置坐标解,按照第一、第二、

第三、第四象限分为 4 组解集,将各组解集坐标值分开作图,则理论上各坐标在每个测量点处必有真实值。利用 b,c,d 3 组数据估计的目标三维坐标值分别由图 6、图 7、图 8 所示。

参考文献[10]中仿真结果,在同样 12 个误差参数的预设情况下,都引入了 0 nT 均值、1 nT 方差的高斯噪声,各个传感器的误差估计准确率可达 100%。

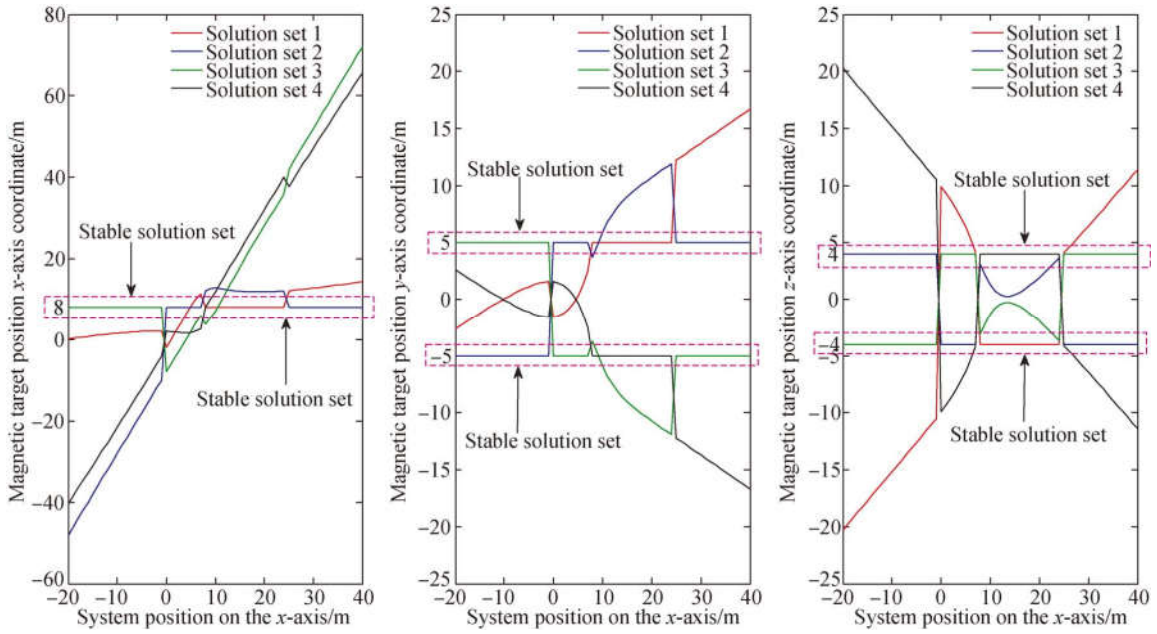


图 6 不设误差、噪声为零时各解集下的磁偶极子位置的坐标估计

Fig. 6 Coordinate estimation of magnetic dipole positions in each solution set without error or noise

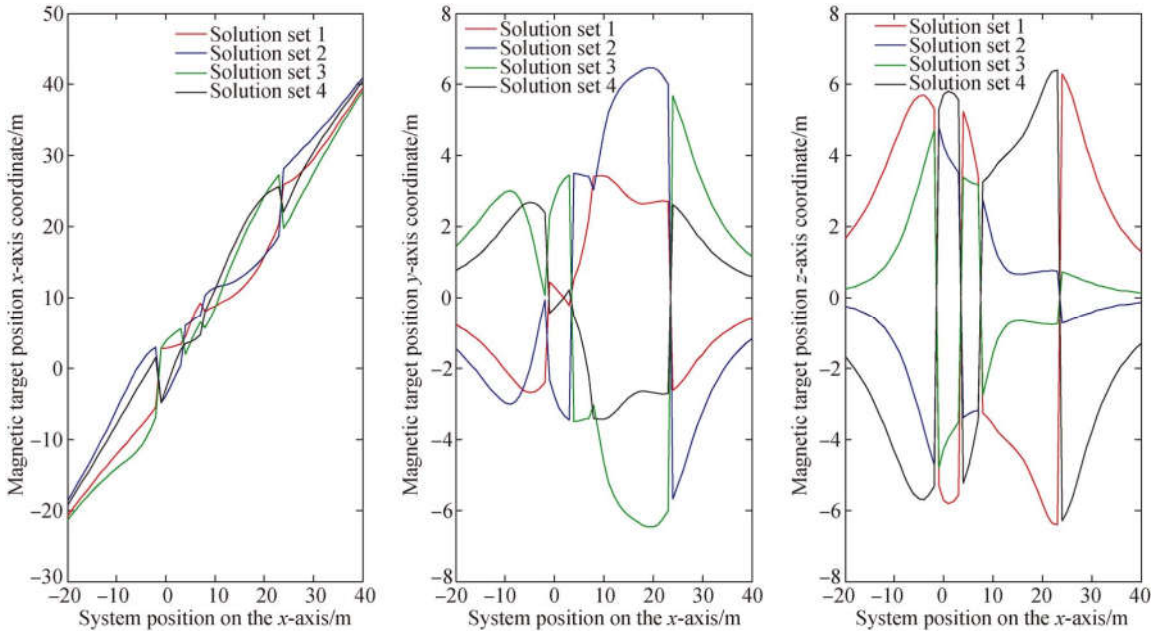


图 7 引入 12 个误差和测量噪声时各解集下的磁偶极子位置的坐标估计

Fig. 7 Coordinate estimation of magnetic dipole positions in each solution set with error or noise

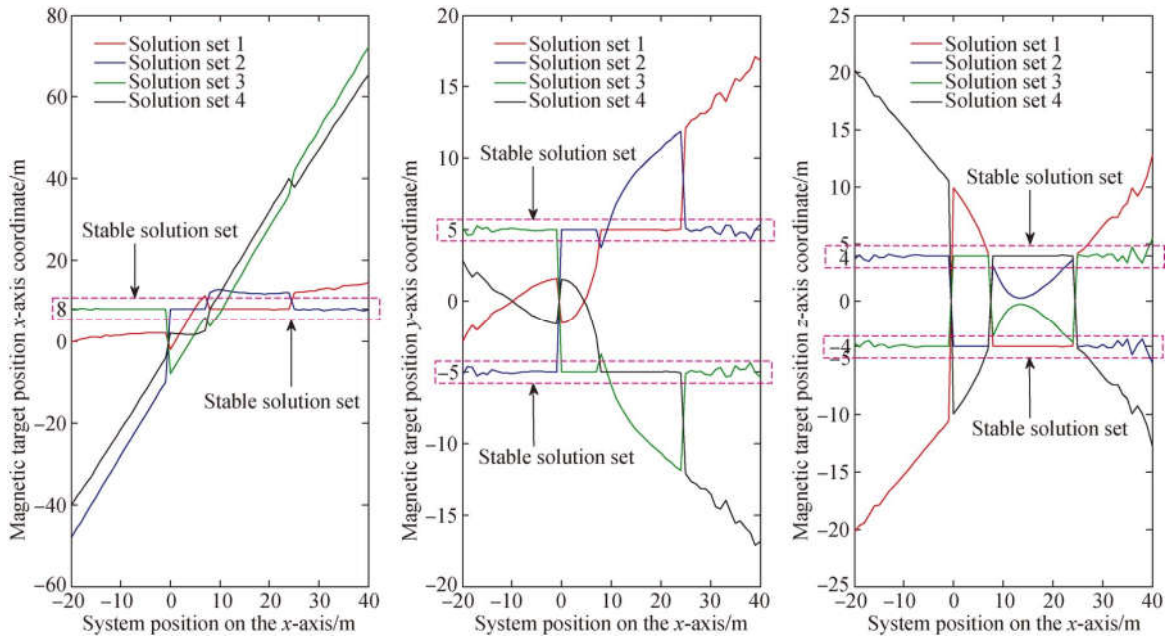


图 8 两步线性校正后各解集下的磁偶极子位置的坐标估计

Fig. 8 Coordinate estimation of magnetic dipole positions in each solution set after Two-step linear calibration

由于理论上各坐标在每个测量点处必有真实值,则在各坐标下的稳定解中必有一个是真实解。由图 6、图 7、图 8 可知:(1)无噪声和误差时,各坐标值均有至少一个稳定解;(2)各传感器加入 12 个误差和测量噪声后,坐标值均无稳定解,表明该数据组无法有效探测到目标;(3)经两步线性校正后,各坐标值在该航线行程内均有较稳定解。对于 x 轴方向的单航线测量,图 6、图 8 中 x 坐标稳定解是唯一的,这说明系统在 x 轴方向移动时能自动排除 x 坐标一个虚假解。预设的磁偶极子坐标(8 m, 5 m, -4 m),这是由于隐蔽磁性目标实际一般深埋地下,而实际测量点一般在地上,因此 z 坐标为负。根据这一原则可以排除 z 坐标估计的负数稳定解。据此,磁性目标位置三维坐标估计解减至两个:(8 m, 5 m, -4 m)和(8 m, -5 m, -4 m),二者中必有真实解,通过式(4)、式(5)求得各点处真实磁场,与测量值进行对比进而排除另一个虚假解,最终完成目标定位。

为对比同噪声工况的定位性能,利用文献[9]中 YIN 提出的二阶张量测量数据下的欧拉反演单点定位方法,由于该方法需要五个传感器搭建二阶张量系统,因此在 b, c, d 3 组中新增一个预设误差和噪声类似的传感器输出并进行三组数据的二阶张量测量,从而解算磁源位置坐标,定位结果如图 9 所示。

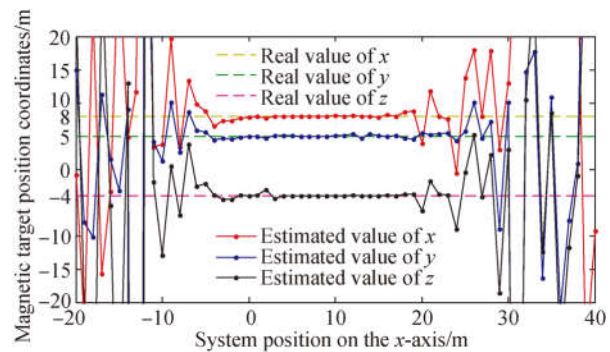


图 9 文献[9]中 YIN 法对误差校正后的磁偶极子坐标估计

Fig. 9 Estimation of magnetic dipole position coordinates by YIN method in [9] after Two-step linear calibration

由两种方法的定位结果知,(1)在无噪声和误差的理想情况,YIN 法和本文方法在航线上各点处均能有效探测并估计出准确的场源坐标;(2)在误差和噪声影响下,两者在航线上均无法有效定位目标;(3)经误差校正后,误差参数估计准确率可接近 100%,但高斯噪声未能消除,YIN 法在(-5 m, 0 m, 0 m)到(20 m, 0 m, 0 m)范围内基本实现有效探测并定位,超出该范围的则失去目标,在同样噪声工况下,提出的定位方法,在该航线范围内均能有效定位目标,最大可探测距离约为

YIN 法的两倍,定位结果更为稳定。探测精度主要受传感器误差校正精度、测量噪声和背景磁干扰等因素影响。

以 x 坐标值估计为例,两种方法校正测量组的部分采样点定位结果如表 2 所示,并给出了各点处 x 坐标值的估计精度。

表 2 两种方法在同噪声工况下的 x 坐标值估计

Tab. 2 Estimation of x -coordinates of two methods under the same noise condition

单测量点/m	YIN 法/m	本文方法/m	估计精度% (YIN 法/本文方法)
(-20, 0, 0)	-3.335 9	7.889 3	0/98.6
(-16, 0, 0)	-10.736 5	8.356 8	7.5/95.5
(-12, 0, 0)	-306.065 1	8.018 3	0/99.8
(-8, 0, 0)	-8.582 7	8.015 8	0/99.8
(-4, 0, 0)	9.068 8	8.002 0	74.1/100
(0, 0, 0)	7.918 5	8.002 7	98.9/100
(10, 0, 0)	8.009 0	8.012 9	99.8/99.8
(20, 0, 0)	8.421 0	8.014 8	94.7/99.8
(24, 0, 0)	10.411 9	7.953 3	69.9/99.4
(28, 0, 0)	-35.367 9	8.039 0	0/99.5
(32, 0, 0)	21.692 5	7.916 0	0/99.0
(36, 0, 0)	28.958 1	8.029 1	0/99.6
(40, 0, 0)	35.517 6	7.882 5	0/98.5

YIN 法的优势在于定位结果唯一性,而本文提出的方法定位过程需要利用张量数据排除虚假解,且需要预先测得背景磁场的空测数据,步骤相对繁琐,但使用一阶张量数据便可实现目标定位,不需要搭建二阶张量系统,对设备精度要求更低,其探测精度和范围在同噪声情况下显著高于基于二阶张量系统的欧拉反演单点定位方法。

6 实验验证

搭建的平面十字形磁梯度张量系统由 4 个英国 Bartington 公司生产的 Mag-03MS 型号磁通门传感器、无磁十字架构成,基线距离 0.4 m。传感器工作温度为 $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ 到 $+70\text{ }^{\circ}\text{C}$,量程为

$\pm 70\ 000\ \text{nT}$,最高测量分辨率为 $0.01\ \text{nT}$ 。为验证其实际定位的准确性及张量系统校正前后对定位的实际精度提升能力,设计如下实验:

(1)选择地磁场稳定的野外,选定 $-2.1\ \text{m} \times 2.1\ \text{m}$ 的测区,系统置于滑动台架上,测量平面高 $0.65\ \text{m}$,尽管台架大部分材质是无磁的,但局部连接处仍存在磁干扰。为尽量避免载体磁干扰对定位带来的影响,选用椭球拟合集成补偿方法^[11]对处于该区域内的平面十字形磁梯度张量系统进行校正参数估计,得到一组适用于该区域内系统的集成误差补偿参数(集成误差补偿系数 \mathbf{F} 和集成零偏向量 \mathbf{I}_w)和传感器阵列的旋转矩阵(\mathbf{T}),各参数列于表 3 中。该方法属于间接校正法,不需要估计传感器具体参数,能实现磁干扰环境下的磁梯度张量系统集成校正,对测量环境的硬软磁干扰具有良好的补偿效果,同时有效消除传感器系统误差和非对准误差。其对磁传感器输出补偿公式为:

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{TF}(\mathbf{B}_r - \mathbf{I}_w), \quad (22)$$

其中: \mathbf{B}_c 为理想传感器输出, \mathbf{B}_r 为待补偿的实际传感器输出。

(2)在以测量平面为 xoy 面建立空间直角坐标系, x 轴向东为正, z 轴向上为正。以一小型磁铁片(直径约为 $5\ \text{cm}$ 、厚度约为 $0.5\ \text{cm}$)为探测目标,张量系统单航线测量方向自西向东,起始坐标 $(0\ \text{m}, 0\ \text{m}, 0\ \text{m})$,终点坐标 $(2.10\ \text{m}, 0\ \text{m}, 0\ \text{m})$,磁铁中心点位置坐标 $(1.10\ \text{m}, 0.50\ \text{m}, -0.65\ \text{m})$,采样间隔 $0.05\ \text{m}$,则该航线共 43 个测量点。该单航线测量实验如图 10 所示。

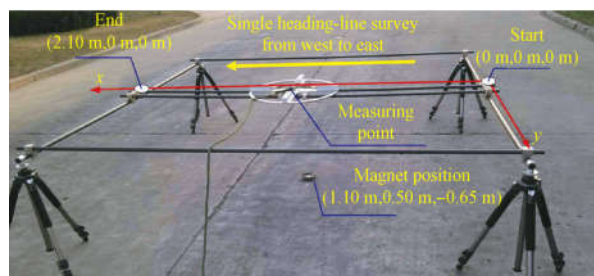


图 10 单航线测量下的磁性目标定位实验

Fig. 10 Positioning experiment in single heading-line survey

(3)在测区内不设置磁铁,其他条件和步骤与(2)一致,测得空测数据,即该区域环境背景磁场。

表 3 预先估计的磁梯度张量系统误差补偿参数与旋转矩阵

Tab. 3 Pre-estimated compensation parameters and rotation matrix of magnetic gradient tensor system

	传感器 1	传感器 2	传感器 3	传感器 4
F	$\begin{bmatrix} 0.996\ 8 & 0.005\ 8 & 0.012\ 3 \\ 0.005\ 8 & 1.005\ 8 & -0.009\ 0 \\ 0.012\ 3 & -0.009\ 0 & 1.008\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.009\ 8 & -0.006\ 9 & 0.017\ 6 \\ -0.006\ 9 & 0.989\ 9 & 0.008\ 4 \\ 0.017\ 6 & 0.008\ 4 & 1.010\ 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.005\ 2 & 0.011\ 6 & 0.007\ 0 \\ 0.011\ 6 & 0.996\ 1 & -0.016\ 4 \\ 0.007\ 0 & -0.016\ 4 & 1.011\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1.008\ 8 & -0.012\ 1 & 0.001\ 6 \\ -0.012\ 1 & 0.996\ 7 & 0.000\ 8 \\ 0.001\ 6 & 0.000\ 8 & 1.007\ 2 \end{bmatrix}$
I_w/nT	$[48.51\ 35.17\ -24.39]^T$	$[9.86\ -27.77\ 12.38]^T$	$[-24.39\ -4.98\ 19.66]^T$	$[-28.87\ 32.48\ 10.87]^T$
T	—	$\begin{bmatrix} 0.998\ 6 & -0.047\ 1 & 0.024\ 4 \\ 0.046\ 2 & 0.998\ 3 & 0.036\ 6 \\ -0.026\ 1 & -0.035\ 5 & 0.999\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.998\ 8 & -0.031\ 3 & -0.037\ 0 \\ 0.029\ 7 & 0.998\ 6 & -0.044\ 7 \\ 0.038\ 4 & 0.043\ 6 & 0.998\ 3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.998\ 4 & 0.043\ 6 & 0.036\ 7 \\ -0.042\ 8 & 0.998\ 8 & -0.022\ 7 \\ -0.037\ 6 & 0.021\ 1 & 0.999\ 1 \end{bmatrix}$

由于探测距离远大于磁铁尺度的 2.5 倍,因此将其视为磁偶极子,并进行目标单点定位计算。首先,将(2)中全部原始数据直接进行磁铁位置坐标演算,过程中使用(3)中空测数据参与位置矢量模求解,各坐标估计值如图 11 所示;而后,利用表 3 中参数对(2)、(3)的测量数据全部进行校正处理,得到校正测量组,进行磁铁坐标值的演算,坐标估计值如图 12 所示。以上两图均给出磁铁的真实坐标值作参考。

由定位结果知,(1)系统未进行校正时,该磁铁 x 坐标无法看出有稳定解, y 坐标在 $-0.40 \sim -0.60\text{ m}$ 和 $0.40 \sim 0.60\text{ m}$ 处有数个解集中, z 坐标在 $-0.55 \sim -0.75\text{ m}$ 和 $0.55 \sim 0.75\text{ m}$ 处有数个解集中,但无法判断集中解是否为稳定解,也无法有效获得稳定坐标值;(2)输出经椭球拟合集成补偿后, x, y, z 坐标均在真实值附近有稳定解,校正后有效提升了磁铁目标定位精度。

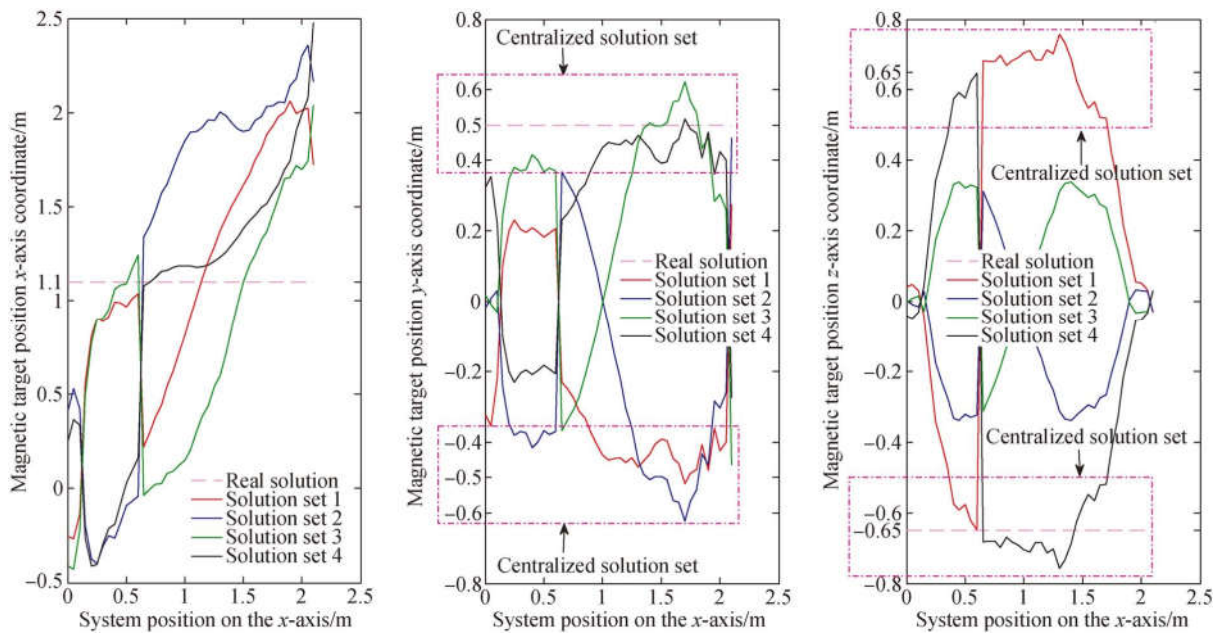


图 11 张量系统误差校正前估计的磁铁位置坐标值

Fig. 11 Coordinate value of estimated magnet position before system calibration

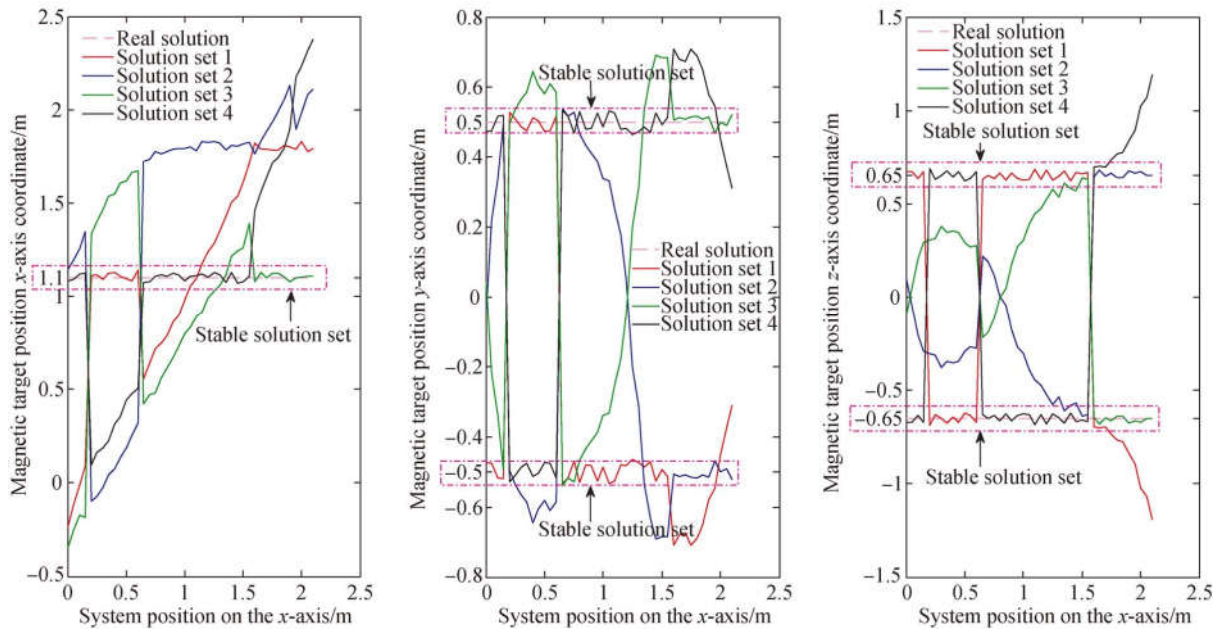


图 12 张量系统误差校正后估计的磁铁位置坐标值

Fig. 12 Coordinate value of estimated magnet position after system calibration

由于每个测量点处必有坐标真实解,因此当稳定解足够准确时,全部解集在真实解处必有概率集中。为获取各坐标稳定解值,可利用各坐标四组解集全部估计值的概率密度分布曲线对稳定解估值进行判断,概率密度曲线的最大峰值处就可能为目标体的坐标值。系统校正前、校正后估

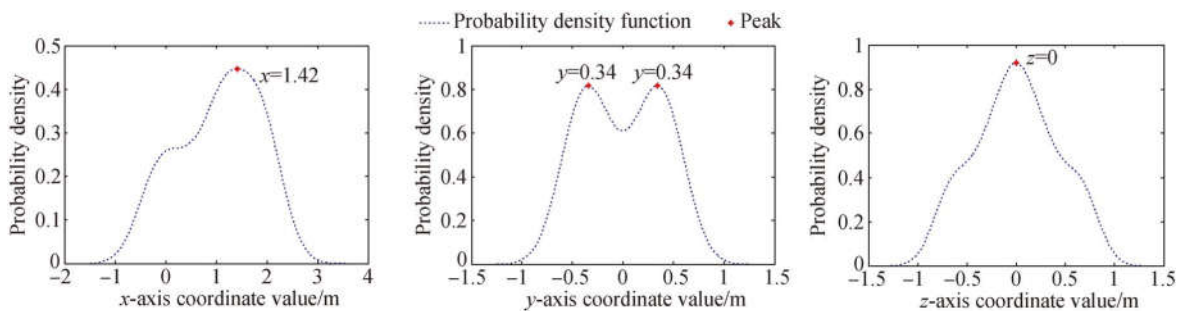
计的全部解集坐标值概率密度分布曲线如图 13 所示,其中最大密度峰值对应的坐标值在图中标出。

图 14 中的概率密度最大峰值处对应的坐标值按照三维坐标组合,列于表 4 中,即是该航线测量下估计的磁性目标位置坐标。

表 4 该航线测量下估计的磁性目标位置坐标

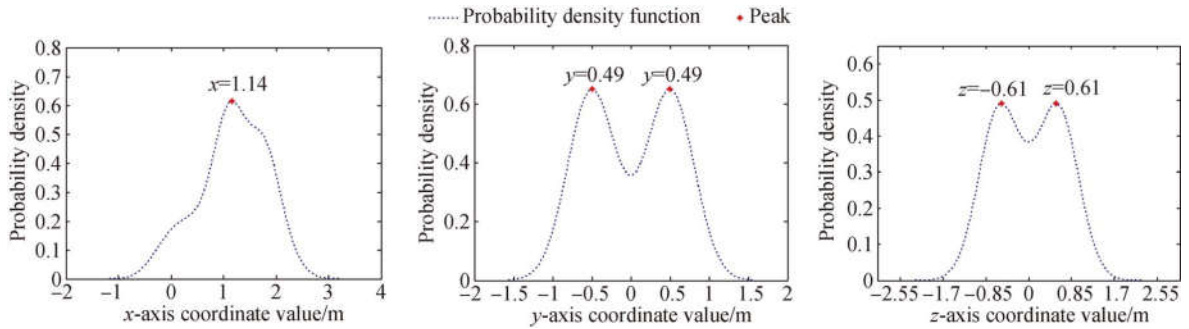
Tab. 4 Estimated coordinates of magnetic object

测量组	估计的磁铁坐标位置/m			
	解 1	解 2	解 3	解 4
系统校正前	(1.42, -0.34, 0)	(1.43, 0.34, 0)	—	—
系统校正后	(1.14, -0.49, -0.61)	(1.14, 0.49, -0.61)	(1.14, -0.49, 0.61)	(1.14, 0.49, 0.61)



(a)校正前坐标概率密度分布

(a)Probability density function before calibration

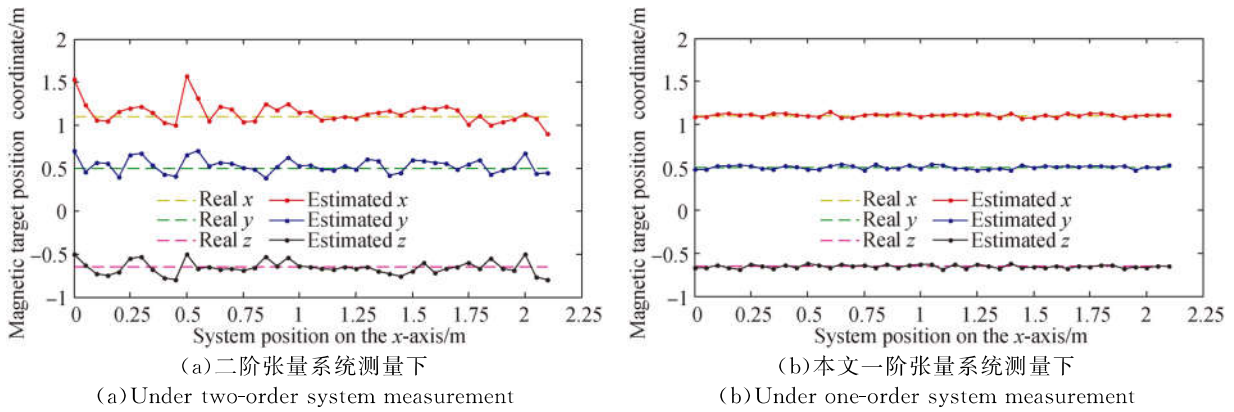


(b)校正后坐标概率密度分布

(b)Probability density function after calibration

图 13 误差校正前后估计的各坐标四组解集的概率密度分布

Fig. 13 Probability density function of 4 sets of coordinates before and after calibration



(a)二阶张量系统测量下

(a)Under two-order system measurement

(b)本文一阶张量系统测量下

(b)Under one-order system measurement

图 14 YIN 法、本文方法经误差校正后估计的磁铁位置坐标值

Fig. 14 Estimated coordinate value of magnet with the YIN method, proposed method after calibration

实际探测工程中磁性目标体一般都深埋于地下或水下,测量点一般为地面或水面之上,因此 z 值为负。本次实验也将磁铁置于测量平面下方。表 4 中,校正前估计得到的两个目标位置的 z 值为 0,故定位结果偏差很大;系统经误差校正后的定位结果中,解 3 和解 4 的 z 值为正可排除,将解 1 和解 2 代入(4)、(5)中分别计算航线上任意两点的磁场矢量和张量值,即可判断解 2 为真实解。将图 11 中解 2 的各坐标值稳定解画于图 13 中。

作为图 14 中定位结果对比,根据 YIN 法搭建的二阶张量系统^[9],在单航线测量中可利用同轴其他传感器对系统中心 O 处传感器 5 读数进行间接测量,从而实现二阶张量数据的获取,并以此使用 YIN 法对校正测量组进行定位计算,二者

在该航线上各点估计的坐标估计值(部分)列于表 5,所有单测量点坐标估计的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)^[16]对比列于表 6 中,其计算公式为:

$$E_{\text{RMS}} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N (\eta_i - \eta_i)^2\right) / N}, \quad (23)$$

其中 η_i 为第 i 个测量点的坐标值估计, η_i 为真值, N 为测量点数。

实验结果表明,在该实验工况下,提出的方法经系统校正后对该目标磁性体定位精度控制在 1cm 均方根误差范围内,较 YIN 法估计坐标 RMSE 降低 10 倍以上。当环境场更稳定、系统误差校正精度更高时,理论上能实现更高级别的精确定位。

表 5 该航线下部分单测量点处估计的磁性目标位置

Tab. 5 Estimated magnetic object position at some single measurement point in the heading-line survey (m)

单测量点	真实值	YIN 法	本文方法
(0, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.424, 0.698, -0.506)	(1.094, 0.488, -0.630)
(0.20, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.157, 0.398, -0.706)	(1.132, 0.522, -0.684)
(0.40, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.023, 0.421, -0.778)	(1.094, 0.518, -0.671)
(0.60, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.051, 0.524, -0.649)	(1.128, 0.529, -0.660)
(0.80, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.051, 0.485, -0.660)	(1.080, 0.505, -0.634)
(1.00, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.149, 0.525, -0.641)	(1.115, 0.520, -0.637)
(1.10, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.060, 0.489, -0.668)	(1.128, 0.504, -0.660)
(1.20, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.098, 0.523, -0.649)	(1.098, 0.479, -0.659)
(1.40, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.165, 0.413, -0.732)	(1.076, 0.505, -0.655)
(1.60, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.188, 0.568, -0.721)	(1.097, 0.513, -0.649)
(1.80, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.104, 0.597, -0.670)	(1.105, 0.487, -0.667)
(2.00, 0, 0)	(1.10, 0.50, -0.65)	(1.127, 0.674, -0.498)	(1.085, 0.470, -0.624)

表 6 两种定位方法经系统校正后对磁铁的坐标值估计 RMSE
Tab. 6 RMSE of coordinate estimation with two methods before and after system calibration

方法	x/m	y/m	z/m
YIN 法	0.098 9	0.089 0	0.078 0
本文方法	0.008 9	0.003 2	0.005 6

7 结 论

张量衍生不变关系表明:磁偶极子磁矩矢量与相对测量点的位置矢量夹角是恒定的,且仅与该点处张量矩阵特征值有关;磁偶极子场源的张量矩阵绝对值最小特征值对应的特征向量垂直于磁矩矢量与位置矢量,最大、最小特征值对应的特征向量与磁矩矢量、位置矢量共面。提出的方法相比于二阶系统欧拉反演定位,在同样的测量噪声工况下,可探测距离与定位结果更加稳定,但解得的位置矢量是关于磁源中心所在某平面四象限

对称的 4 个可能解,在实际应用中可根据探测方位、各点处磁矢量场及总场数据排除 3 个虚假解。

仿真和实验结果均表明:针对小尺度磁铁(直径 5 cm、厚度 0.5 cm)定位实验中,在该实验工况下,经误差校正后的磁梯度张量系统对该小尺度磁铁的定位精度控制在 1cm 均方根误差范围内,较相同条件下欧拉反演方法的坐标估计 RMSE 降低 10 倍以上。由于仅利用了一阶张量系统与一阶张量数据,该方法避免了现有单点定位方法需构建二阶系统或者高阶复杂磁梯度张量系统,导致测量误差与噪声被高阶差分计算时几何倍数放大的缺陷。该方法同样适用于其他结构类型的一阶磁梯度张量系统,且在实测中利用误差校正技术极大提升了磁性目标的定位精度,表明了误差校正对于提升磁梯度张量实际探测精度的重要性。高精度抗噪声的目标单点定位技术与张量系统误差校正技术的结合运用,为后期针对磁异常体的反演识别、三维重塑等更深层次张量数据解释过程提供了理论基础与经验参考。

参考文献:

- [1] CHMIDT P W, CLARK D A. The magnetic gradient tensor: Its properties and uses in source characterization [J]. *The Leading Edge*, 2006, 25(1): 75-78.
- [2] 张昌达. 航空磁力梯度张量测量——航空磁测技术的最新进展 [J]. *工程地球物理学报*, 2006, 3(5):

354-361.

ZHANG CH D. Airborne tensor magnetic gradiometry ——the latest progress of airborne magnetometric technology [J]. *Chinese Journal of Engineering Geophysics*, 2006, 3(5): 354-361. (in Chinese)

- [3] LI Q Z, LI Z N, ZHANG Y T, *et al.*. Artificial vector calibration method for differencing magnetic gradient tensor systems [J]. *Sensors*, 2018, 18(2):361.

- [4] 尹刚,张英堂,米松林,等.基于倾斜角和 Helbig 方法的多磁源目标反演技术 [J]. 上海交通大学学报, 2017, 51(5): 577-584.
YIN G, ZHANG Y T, MI S L, *et al.*. Multiple magnetic targets inversion technique based on tilt angle and Helbig method [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2017, 51(5): 577-584. (in Chinese)
- [5] LEE K M, LI M. Magnetic tensor sensor for gradient-based localization of ferrous object in geomagnetic field [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2016, 52(8): 1-10.
- [6] 张朝阳,肖昌汉,高俊吉,等.磁性物体磁偶极子模型适用性的试验研究 [J]. 应用基础与工程科学学报, 2010, 18(5): 862-868.
ZHANG ZH Y, XIAO CH, GAO J J, *et al.*. Experiment research of magnetic dipole model applicability for a magnetic object [J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2010, 18(5): 862-868. (in Chinese)
- [7] NARA T, SUZUKI S, ANDO S. A closed-form formula for magnetic dipole localization by measurement of its magnetic field and spatial gradients [J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2006, 42(10): 3291-3293.
- [8] 孙昂,郭华,田明阳,等.基于欧拉反褶积方法的航磁三分量应用研究 [J]. 地球物理学报, 2017, 60(11): 4491-4505.
SUN A, GUO H, TIAN M Y, *et al.*. Application of aeromagnetic three-component survey based on the Euler deconvolution method [J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2017, 60(11): 4491-4505. (in Chinese)
- [9] YIN G, ZHANG Y T, FAN H B, *et al.*. Magnetic dipole localization based on magnetic gradient tensor data at a single point [J]. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2014, 8(1): 083596.
- [10] 李青竹,李志宁,张英堂,等.磁梯度张量系统传感器阵列的快速旋转校准 [J]. 光学精密工程, 2018, 26(7): 1813-1826.
LI Q ZH, LI ZH N, ZHANG Y T, *et al.*. Fast rotation calibration of sensor array in magnetic gradient tensor system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(7): 1813-1826. (in Chinese)
- [11] 李青竹,李志宁,张英堂,等.基于椭球拟合的磁梯度张量系统集成校正 [J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(2): 187-195.
LI Q ZH, LI ZH N, ZHANG Y T, *et al.*. Integrated calibration of magnetic gradient tensor system based on ellipsoid fitting [J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2018, 26(2): 187-195. (in Chinese)
- [12] 尹刚,张林,谢艳,等.磁梯度张量系统的非线性校正方法 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(4): 35-43.
YIN G, ZHANG L, XIE Y, *et al.*. Nonlinear calibration method of magnetic gradient tensor system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(4): 35-43. (in Chinese)
- [13] SALAM M A. *Static Magnetic Field* [M]. *Electromagnetic Field Theories for Engineering*. Singapore: Springer, 2014: 141-185.
- [14] 吕俊伟,迟斌,于振涛,等.磁梯度张量不变量的椭圆误差消除方法研究 [J]. 物理学报, 2015, 64(19): 60-67.
LV J W, CHI CH, YU ZH T, *et al.*. Research on the asphericity error elimination of the invariant of magnetic gradient tensor [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(19): 60-67. (in Chinese)
- [15] 王明,骆遥,罗锋,等.欧拉反褶积在重磁场中应用与发展 [J]. 物探与化探, 2012, 36(5): 834-841.
WANG M, LUO Y, LUO F, *et al.*. The application and development of Euler deconvolution in gravity and magnetic field [J]. *Geophysical & Geochemical Exploration*, 2012, 36(5): 834-841. (in Chinese)
- [16] CHAI T, DRAXLER R R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE)? — Arguments against avoiding RMSE in the literature [J]. *Geoscientific Model Development*, 2014, 7(3): 1247-1250.

作者简介:



李青竹(1993—),男,四川绵阳人,2016年于西南交通大学获得学士学位,2018年于陆军工程大学获得硕士学位,主要从事磁异常探测,磁梯度张量系统设计与误差校正等方面的研究。E-mail: laznlqz666@qq.com



李志宁(1972—),男,河北石家庄人,副教授,1999年于军械工程学院获硕士学位,2007年于清华大学获博士学位,主要从事弱磁测试技术研究。E-mail: lizn03@hotmail.com