

文章编号 1004-924X(2019)07-1561-08

# 微尺度力敏器件力学特性及随机响应抑制研究

李 林\*, 王晓燕, 钟 俊, 隋 杰, 刘 婧, 陈建峰, 左富昌  
(北京控制工程研究所, 北京 100190)

**摘要:**针对空间站用光学仪器上微尺度力学敏感器件随机振动响应值过大的问题,对该器件进行微尺度、精细化建模,研究其力学特性,并对其随机响应采取有效抑制措施。首先,探讨了微尺度模型边界协调和微尺度有限元变分问题,根据微尺度结构特点,建立 4 种模型,在整机中进行系统级随机振动仿真分析,研究了 4 种模型微尺度结构的力学特性。接着,在分析比较随机加速度响应值、位移响应值与应力响应值的基础上,对力敏器件微尺度建模方法进行了深入讨论。然后,对力学敏感器件采取了随机响应抑制措施,并进行了仿真分析。最后,对该光学仪器进行了力学试验、热试验和测试试验。结果表明,该光学仪器功能正常,微尺度结构随机加速度响应 RMS 值最大降低 42.4%,随机应力响应降低均在 20%以上,应力安全裕度均远大于零;仿真与试验加速度响应结果最大相对误差均在 10%以内。证明了所提出的微尺度结构截面四单元建模方法精准、可靠。

**关键词:**微尺度;精细化建模;随机响应;光学仪器;力敏器件;振动抑制

**中图分类号:**V423.4 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192707.1561

## Study on mechanical properties and random response suppression of micro-scale mechanical-sensitive component

LI Lin\*, WANG Xiao-yan, ZHONG Jun, SUI Jie, LIU Jing, CHEN Jian-feng, ZUO Fu-chang

(Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

\* Corresponding author, E-mail: cast\_lilin@163.com

**Abstract:** To solve the problem of excessive random vibration response of a micro-scale mechanical-sensitive component of an optical instrument for a space station, micro-scale and fine modeling of the component was conducted, its mechanical properties were studied, and effective measures were adopted to suppress its random response. First, the boundary coordination of the micro-scale model and the variation problem of the micro-scale finite element were discussed. On this basis and according to the characteristics of the micro-scale structure, four models were established. A system-level random vibration simulation was performed, and the characteristics of the four micro-scale models were studied. Following analysis and comparison of the random response, including the acceleration, displacement, and stress, the micro-scale modeling method was discussed in-depth. Then, random vibration response suppression and a simulation were separately conducted. Finally, mechanical and thermal tests and a testing experiment were performed. Results reveal that the optical instrument has normal functions, the root mean square of the acceleration response of the micro-scale structure is reduced by

收稿日期:2018-12-29;修订日期:2019-02-10.

基金项目:国防重点基础研究/十三五预研项目资助(No. D020403)

42.4%，the stress is reduced by more than 20%，and the stress safety margin is far greater than zero. The maximum relative error of acceleration response for the simulation and test is within 10%. The study thus shows that the proposed four-element modeling method for a cross-section of a micro-scale structure is accurate and reliable.

**Key words:** micro-scale; fine modeling; random response; optical instrument; mechanical-sensitive component

## 1 引言

根据中国载人航天工程“三步走”战略,中国将于 2022 年左右建成空间站,届时将开展科学研究和太空实验,促进中国空间科学研究进入世界先进行列,为人类文明发展进步做出贡献<sup>[1-2]</sup>。中国空间站计划在轨运营 10 年以上,相应地对空间站用航天产品的设计寿命提出了几年甚至十几年以上的要求<sup>[2-3]</sup>。

空间站用光学仪器在发射升空的过程中,需要承受苛刻的力学环境,同时在入轨后要承受复杂交变的热力学环境<sup>[4-5]</sup>。如何保证光学仪器在承受发射段和在轨苛刻的力、热环境后依然能够长寿命、高可靠地稳定运行是一大难题,因此,研究光学仪器上的微尺度力学敏感器件精细化建模方法,以及在随机载荷作用下的力学特性,并采取随机响应抑制措施尤为重要。微尺度力学敏感器件具有更高的电性能和热性能,其价格更低,可靠性更高因而被广泛用于航天精密光学仪器中<sup>[6]</sup>,同时,其引脚数量更多且引脚间距更小,在承受大量级力学环境时,极易损伤,其质量直接影响产品的性能和可靠性。

微尺度结构作为宏观尺度和纳米尺度结构中间的过渡段,以前研究人员对其精准建模并未予以足够重视,与成熟的宏观尺度研究与不断发展中的纳米尺度模型研究相比,微尺度结构的相关研究极为缺乏,尤其是航天用微尺度力敏器件结构特性的研究非常少见。近年来,微尺度力敏器件的力学特性及其可靠性研究颇受关注<sup>[7-10]</sup>,文献[11]基于模糊理论,对随机振动条件下微尺度 PBGA 器件的可靠性进行了研究;文献[12]探讨了任意边界条件下微尺度欧拉梁模型,并通过数值分析和有限元方法进行了验证;文献[13]对热结构耦合和温振耦合下微尺度 CSP 结构进行了有限元应力应变分析。文献[2]针对我国载人空

间站应用任务特点和需求,提出了一个基于长寿命产品退化特征的可靠性高加速试验集成方法及其总体实施思路。针对随机振动响应抑制研究,目前主要有两种手段,增强结构刚度或者进行减振设计,这类方法主要体现在宏观尺度结构上,针对微尺度结构随机响应抑制的研究,目前公开报道的较少,文献[14]为了降低光学小卫星相机次镜上的随机响应,对小卫星光学载荷的蜂窝安装板进行结构参数的优化设计。文献[15]针对某高分辨率空间相机结构随机振动加速度响应大的问题,对空间相机支撑结构进行了优化设计,有效降低了空间相机结构的随机响应。

本文针对空间站用光学仪器上具有 1 156 个(34 行 34 列)直径为 450  $\mu\text{m}$ 、间距为 350  $\mu\text{m}$  引脚的单元最细尺寸为 60  $\mu\text{m}$  的力学敏感器件展开研究。探讨了微尺度模型边界协调和微尺度有限元变分问题以及该器件的微尺度结构精细化建模方法,研究了在系统大量级随机振动条件下的响应特性,对其随机振动响应采取了抑制措施,有效降低了随机振动响应。对该光学仪器进行了大量级随机振动试验和热循环试验,并对其性能进行了测试。试验证明该微尺度器件精细化建模方法可靠,随机振动响应抑制措施有效。

## 2 微尺度有限元方法

### 2.1 微尺度模型边界连接数学描述

微尺度计算的难点在于如何确保微尺度模型单元边界连接的科学性。对于大型复杂结构,工程中常见的微尺度单元连接方式有 3 种: 1D 单元与 2D 单元的连接、1D 单元与 3D 单元的连接以及 2D 单元与 3D 单元的连接。由于 1D、2D 与 3D 单元 3 种单元所能承受的载荷特点不尽相同,并且 3 种单元的节点自由度也不同,很难实现 3 种单元计算精度的一致性。下面以本文中涉及到的 1D 单元与 3D 单元的连接

为例,对微尺度模型边界连接进行数学描述,主要表征为边界连接界面轴向位移与转角关系和径向位移协调关系<sup>[10]</sup>。

在自由度方面,1D 单元节点存在 3 个空间的转动自由度,3D 单元节点存在节点所在平面外的转角自由度,两种单元模型之间转角自由度的传递按照平截面假设原则进行转化。如图 1 所示为 1D 单元与 3D 单元连接关系,在局部坐标系  $mon$  中,节点  $N$  为原点, $m$  轴与 1D 单元轴线  $z$  向平行, $n$  轴( $x$  轴)与 1D 单元轴线垂直, $y$  向由右手定则确定。根据平截面假定原则,对于任意精细化模型在边界上的点满足式(1)的关系:

$$z_{Mi} + z_{Qi} = 0, (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (1)$$

其中  $z_{Mi}, z_{Qi}$  分别表示  $M_i, Q_i$  在局部坐标系中  $z$  方向的坐标。式(1)保证了节点  $N$  总是位于微尺度精细化模型边界上节点所在的面,即轴向位移是协调的。

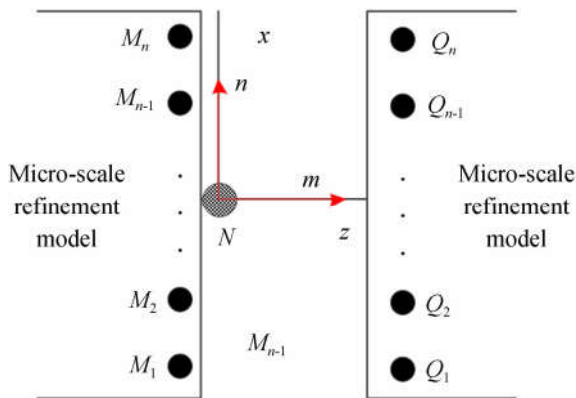


图 1 微尺度边界连接模型

Fig. 1 Micro-scale boundary connection model

微尺度模型在径向上具有位移协调关系,局部坐标系中边界上的节点径向位移需要满足式(2)的关系:

$$\begin{cases} x_N = \sum_{i=1}^n (\alpha_i x_{Mi} + \beta_j x_{Qj}) \\ y_N = \sum_{i=1}^n (\alpha_i y_{Mi} + \beta_j y_{Qj}) \end{cases}, (i, j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (2)$$

其中:  $x_{Mi}, y_{Mi}$  分别表示  $M_i$  在局部坐标系中的径向坐标;  $x_{Qj}, y_{Qj}$  分别表示  $Q_j$  在局部坐标系中的径向坐标;  $x_N, y_N$  分别表示  $N$  点在局部坐标系中的径向坐标;  $\alpha_i, \beta_j$  表示  $M_i, Q_j$  对  $N$  点径向坐标权重系数。

$\alpha_i, \beta_j$  的物理意义表示该节点刚度与微尺度截面上所有节点刚度总和的比值,并且总和为 1,针对本文中均匀分布的微尺度截面,其取值满足式(3):

$$\alpha_i = \beta_j = \frac{1}{n}, (i, j = 1, 2, 3, \dots, n). \quad (3)$$

由式(4)可知,节点  $N$  在微尺度模型中截面上的径向位移由微尺度模型截面上节点共同作用结果,径向位移协调也意味着其对微尺度模型中的边界所产生的额外约束最小,使得其对微尺度模型产生的影响最低。

同理,3D 微尺度精细化模型与宏观模型在边界位置通过过渡区域进行连接,其连接界面同样需要满足轴向位移与转角协调关系以及径向位移协调关系。

## 2.2 微尺度有限元变分

奇异摄动问题广泛存在于弹性力学问题中,微尺度模型在利用有限元法求解时,存在边界层现象,也就是在其微分方程中存在特别小的摄动量,使得微分方程的真解在边界层区域会出现局部跳跃或者发生剧烈变化。微尺度模型边界区域奇异摄动方程可用式(4)<sup>[16]</sup>表示:

$$-\epsilon u''(x) + b(x)u'(x) + c(x)u(x) = f(x), \quad (4)$$

其中:  $u(0) = u_0, u(1) = u_1; u(x)$  为真解,  $b(x), c(x), f(x)$  为光滑函数,  $b(x) > 0; \epsilon$  为远小于 1 的摄动系数,  $x \in (0, 1)$ 。

寻求  $u \in H^1$  满足式(5),对式(4)进行变分。

$$a(u, v) = (f, v), \forall v \in H^1. \quad (5)$$

双线性形式表示为:

$$\begin{aligned} a(u, v) &= \int_0^1 (\epsilon u'v' + bu'v + cuv) dx \\ (f, v) &= \int_0^1 fvdx \end{aligned} \quad (6)$$

在微尺度边界层位置,作粗网格单元  $K^h$ ,然后在每个粗单元  $K \in K^h$  限定离散化基函数。采用微尺度有限元法,对应的变分形式是寻求  $u^h \in U^h$  满足式(7):

$$a(u^h, v) = (f, v), \forall v \in U^h, \quad (7)$$

其中:  $u^h$  为微尺度界面有限元解,泛函空间  $U^h$  由基函数生成。

利用有限元法,通过微尺度界面将微尺度模型与宏观模型连接,从而利用较低的计算成本获

得较为精确的数值逼近结果,这在微尺度结构建模分析中至关重要。

### 3 模型建立与仿真分析

#### 3.1 模型建立

在本文中力敏器件外形尺寸如图 2 所示,其在光学仪器系统坐标中位置如图 3 所示。该器件具有微尺度引脚 34 行 34 列,共 1 156 个引脚,其微尺度模型中单元数量庞大,并且需要将该器件装配入整个光学仪器系统中进行仿真分析,这对系统中进行微尺度、精细化建模来带巨大挑战。

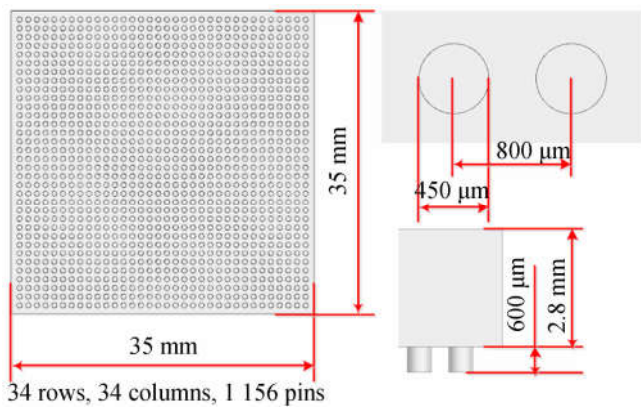


图 2 力敏器件外形尺寸

Fig. 2 Mechanical drawing of mechanical-sensitive component

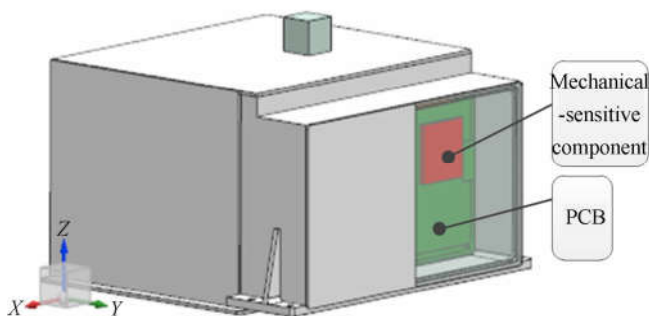


图 3 力敏器件在系统中位置

Fig. 3 Position of mechanical-sensitive component in the system

根据 1D,3D 微尺度模型边界连接协调关系,即不同类型单元连接位置的轴向位移与转角均连续、协调,以及径向位移同样保持连续,且满足 1D,3D 单元连接节点自由度一致原则,建立了力

敏器件的 4 种模型,为了便于描述,将 4 个引脚作为一组进行说明,每种模型中均有 289 组,每种模型的单组 FEM 如图 4 所示,模型 1 中引脚为 1D 微尺度模型;模型 2 为截面八单元、轴向间距为 60  $\mu\text{m}$  的 3D 微尺度模型;模型 3 为截面四单元、轴向间距为 60  $\mu\text{m}$  的 3D 微尺度模型;模型 4 为截面四单元、轴向间距为 300  $\mu\text{m}$  的 3D 微尺度模型。为了保持微尺度模型与系统模型协调,力敏器件所在系统中位置对应的玻璃布板单元类型与单元大小与力敏器件一致,称为力敏模型组件。将力敏组件模型装配入光学仪器系统模型中,每种模型所具有的单元数如表 1 所示。模型 1 组件单元数量最小,在同等计算机配置下,仿真所需时间也将最短;模型 3 组件单元数是模型 1 的 4.44 倍,仿真时间将大幅度增加;模型 2 中总单元数是模型 1 的 10.04 倍,仿真所需时间将呈几何数级增加;模型 4 中总单元数是模型 1 的 1.73 倍,仿真时间与模型 1 最为接近。

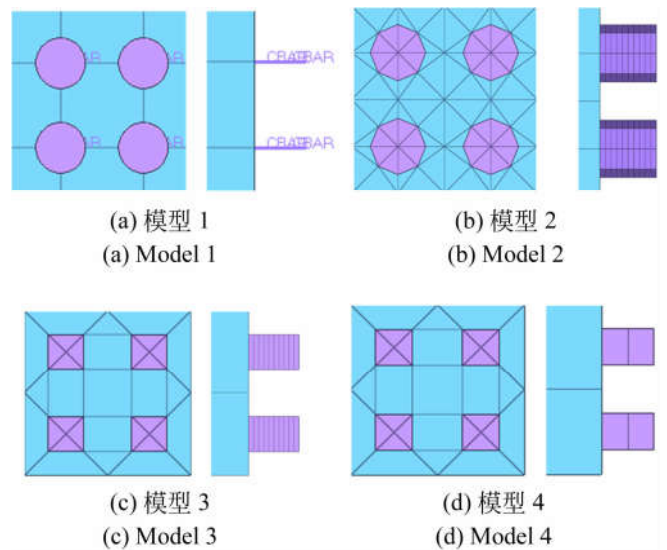


图 4 微尺度模型(单组模块)

Fig. 4 Micro-scale model (unit-module)

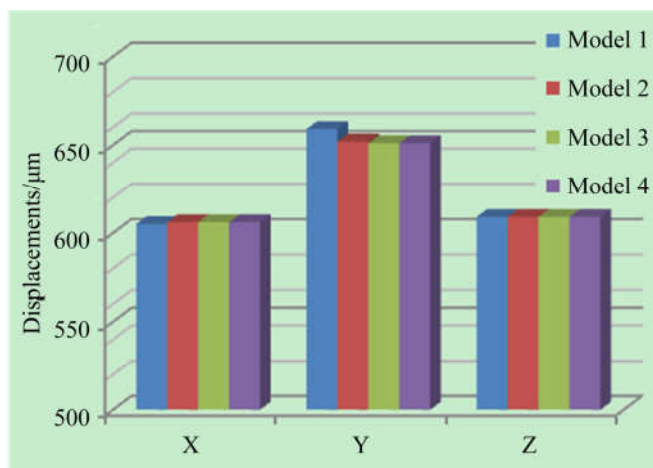
表 1 精细模型单元数量

Tab. 1 Number of fine model

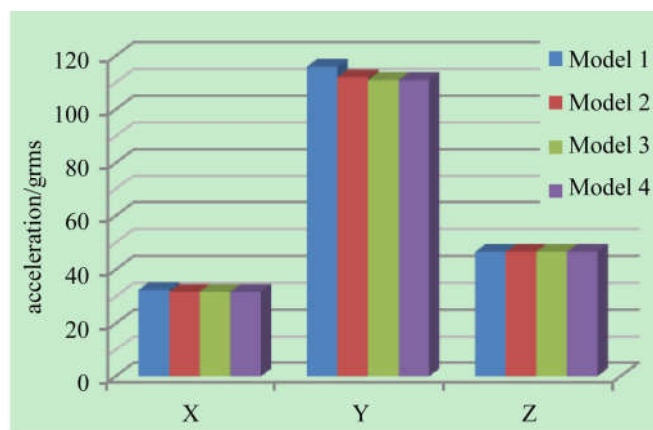
Items(number of elements)	Model 1	Model 2	Model 3	Model 4
Single group pins	40	320	160	32
Unit-module	65	416	193	65
Mechanical-sensitive component	14 756	148 234	65 580	28 588

### 3.2 仿真分析

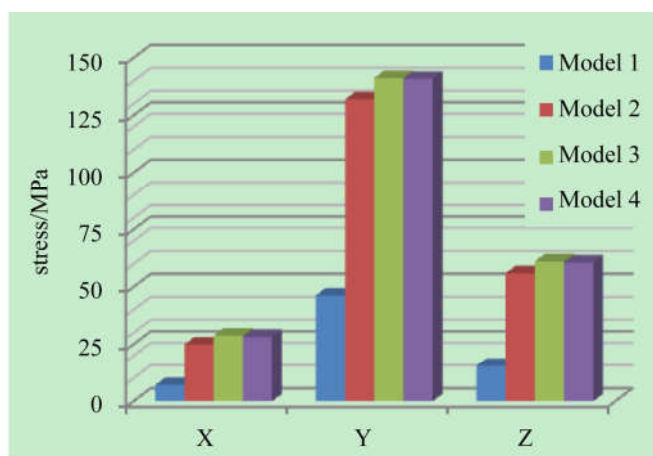
对光学仪器 4 种模型进行随机振动响应仿真分析,输入加速度总均方根值为 19.6 grms。统计 4 种模型仿真结果力敏器件微尺度模型位置的随机响应结果如图 5 所示。



(a) 随机位移响应 (3 sigma)  
(a) Random displacement response (3 sigma)



(b) 随机加速度响应 (GRMS)  
(b) Random acceleration response (GRMS)



(c) 随机应力响应 (3sigma)  
(c) Random stress response (3sigma)

图 5 微尺度模型位置随机响应结果

Fig. 5 Random response result of micro-scale model

由图 5(a)可知,微尺度模型位置处随机位移响应结果均在  $600 \mu\text{m}$  量级,其中 Y 向较大,在  $650 \mu\text{m}$  量级,显然可以看出,4 种模型中微尺度位置处的 X,Y,Z 3 个正交方向上的位移基本一致,说明力敏器件微尺度模型建立方式对其所在安装位置的位移响应基本没有影响。由图 5(b)可知,与其他 3 种模型相比,除了模型 1 在 Y 向的随机加速度略有增大外,4 种微尺度模型位置处 3 个正交方向上的随机加速度响应结果基本一致,说明了力敏器件微尺度模型建立方式对其所在安装位置的随机加速度响应也基本没有影响。图 5(c)中微尺度模型在 X,Y,Z 3 个方向上的差异较大,其中模型 1 在各向上的应力与其他 3 种模型中的应力差异较大;模型 3 与模型 4 应力值接近,近似为模型 2 应力的 1.1 倍,但模型 3 力敏模型组件单元数量是模型 4 的 2.3 倍,计算代价更大。综合比较图 5 中随机响应结果,微尺度模型 3 与模型 4 建模方法较为合理,但模型 3 单元更多,计算成本更高,因此,模型 4 建模方法可作为该型号力敏器件微尺度建模依据,选取微尺度精细化模型 4 进行进一步研究。力敏器件在 Y 向的随机响应值均偏大,其中 Y 向最大应力达到 141.3 MPa,存在较大风险,有必要对其采取随机响应抑制措施,并进行评估。

### 4 随机响应抑制设计与分析

由上述分析可知力敏器件安装玻璃布板位置处随机响应较大,需要在此处采取相应措施以降低随机响应,保证力敏器件的安全可靠性。根据力敏器件结构特点及其安装位置关系,主要采用两种方式:一是在力敏器件对应的环氧玻璃布板与其安装结构之间增加支撑柱 (Supporting Point, SP),二是在力敏器件与环氧玻璃布板之间四角堆放环氧胶 (Epoxy Glue, EG),其位置如图 6 所示,其中支撑柱直径 2.5 mm,环氧胶尺寸为  $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 0.6 \text{ mm}$ 。

在系统模型中对 4 种情况分别进行 3 个方向上的随机振动分析,总均方根值为 19.6 grms,并统计力敏器件微尺度结构处的随机响应结果,如图 7 所示。

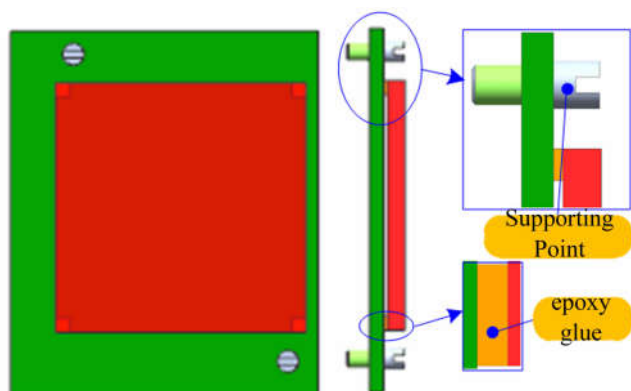
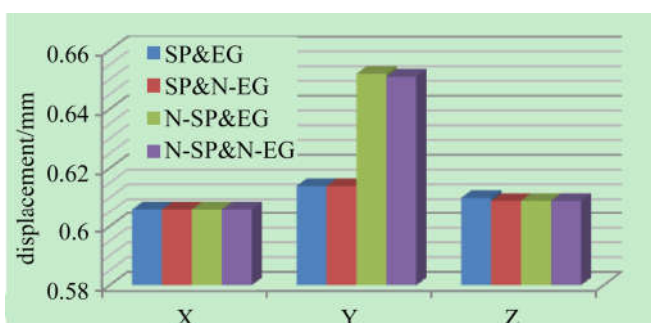


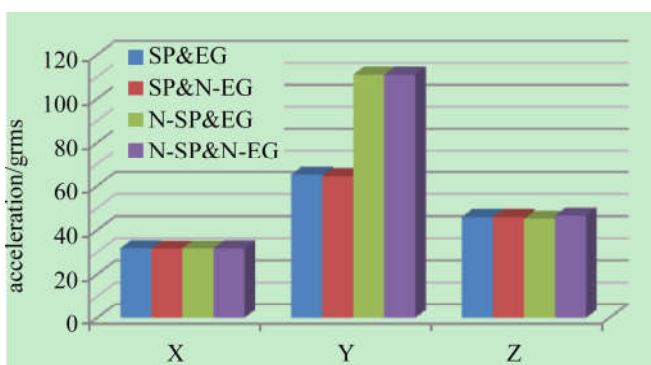
图 6 抑制设计位置示意图

Fig. 6 Position of suppression design



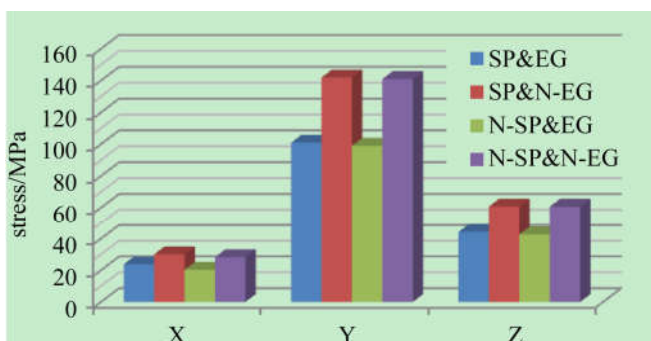
(a) 随机位移响应 (3 sigma)

(a) Random displacement response (3 sigma)



(b) 随机加速度响应 (GRMS)

(b) Random acceleration response (GRMS)



(c) 随机应力响应 (3 sigma)

(c) Random stress response (3 sigma)

图 7 4 种情况随机响应结果

Fig. 7 Random response of the four cases

据图 7(a)和图 7(b)可知,采用支撑柱会显著降低微尺度结构处的 Y 向位移和 Y 向加速度响应值,尤其是 Y 向加速度 RMS 值降低达到 42.4%,但对 X,Z 向没有明显影响;据图 7(c)可知,使用环氧胶时,将显著降低微尺度结构位置的应力,统计结果如表 2 所示,均达到 20%以上,最大降低幅度为 29.5%。当支撑柱和环氧胶同时使用时,随机响应抑制效果最为显著。

安全裕度计算方法满足式(8):

$$M_z = \frac{\sigma_a}{\sigma_d} - 1, \quad (8)$$

其中: $\sigma_a$  表示许用应力, $\sigma_d$  为计算应力值。

表 2 精细模型单元数量

Tab. 2 Reduction percentage of stress (%)

Items	X	Y	Z
SP&EG	20.9	28.9	26.9
N-SP&N-EG	28.2	29.5	29.5

本文中微尺度力敏结构材料许用应力为 350 MPa,采用支撑柱和环氧胶双重措施时,X,Y 与 Z 3 个方向在大量级随机条件下的安全裕度分别为 13.7, 2.46 和 5.9,均远大于零,满足设计要求。因此,这种措施值得在其他同类微尺度力敏器件随机响应问题中借鉴使用。

## 5 试 验

为检验产品性能和验证本文研究方法,分别依次对光学仪器进行随机振动试验和热真空和高低温循环试验,试验环境条件如 2 所示。

分别对本文中光学仪器进行总均方根值为 19.6 grms 的 X,Y,Z 3 个方向的随机振动试验,并在力学试验后对光学仪器外观进行检查和仪器性能进行测试,均无异常,仿真与试验加速度响应结果最大相对误差均在 10%以内。随后,对整机进行热真空和高低温循环试验,试验条件如表 2 所示,其中热真空分别在极端高温、低温分别停留 6 h,热循环在高温、低温分别维持 4 h,通过热试验检验大量级随机振动后微尺度结构处的疲劳特性和仪器整体性能,在完成整机试验后,对仪器进行测试,均无异常表现。在超净实验室对仪器进行拆

封,对整机结构内部微尺度结构进行复查,均无损伤。试验验证了本文微尺度力敏器件研究方法的

可靠性和随机响应抑制方法的有效性,同时验证了本文中光学仪器性能的可靠性。

表 3 试验条件

Tab. 3 Test condition

Random vibration			Thermal vacuum				Thermal cycle			
Frequency /Hz	PSD /dB	Grms	Vacuum /Pa	Temperature /°C	Rate /(°C · min <sup>-1</sup> )	Cycle times	Atmos /bar	Temperature /°C	Rate /(°C · min <sup>-1</sup> )	Cycle times
10~250	+6									
50~800	0.4	19.6	$\leq 6.5 \times 10^{-3}$	-35~65	3	9.5	1	-55~55	$\leq 3$	26.5
800~2 000	-9									

## 6 结 论

针对空间站用光学仪器上微尺度力敏器件力学特性展开研究,结论如下:

微尺度结构精准建模时,微尺度模型边界连接界面应满足轴向位移协调与转角关系协调,同时径向位移也应满足协调关系。对于直径为 450  $\mu\text{m}$ 、间距为 350  $\mu\text{m}$  引脚的微尺度力学敏感器件,在对其力学特性进行分析时,引脚采用截面四单元形式

的建模方法,即可利用较低的计算成本获得较为精确的数值逼近结果。采用支撑柱会显著降低微尺度结构处的 Y 向位移和 Y 向加速度响应值,尤其是 Y 向加速度 RMS 值降低达到 42.4%;采用环氧胶会显著降低微尺度结构位置的应力,最大降低幅度为 29.5%;采用支撑柱和环氧胶双重措施对大量级随机响应具有很好的抑制效果,可为其他同类微尺度力敏器件提供参考。试验结果表明本文微尺度建模分析方法可靠,随机响应抑制方法有效,同时证明了本文中光学仪器性能可靠。

## 参考文献:

- [1] 周建平. 我国空间站工程总体构想[J]. 载人航天, 2013, 19(2): 1-10.  
ZHOU J P. Chinese space station project overall vision[J]. *Manned Spaceflight*, 2013, 19(2): 1-10. (in Chinese)
- [2] 肖建军, 齐晓君. 中国载人航天工程步入空间站时代[J]. 国际太空, 2018(10): 33-37.  
XIAO J J, QI X J. China manned space strides into a new era of space station[J]. *Space International*, 2018(10): 33-37. (in Chinese)
- [3] 刘凯, 吕从民, 党炜, 等. 可靠性高加速试验技术及其在我国空间站应用领域实施的总体思路[J]. 载人航天, 2017, 23(2): 222-227.  
LIU K, LYU C M, DANG W, et al.. Highly accelerated reliability testing and thoughts of its implementation on China manned space station[J]. *Manned Spaceflight*, 2017, 23(2): 222-227. (in Chinese)
- [4] 李林, 王栋, 杨洪波, 等. 空间相机柔性减振支撑结构的优化设计[J]. 光学精密工程, 2016, 24(7): 1677-1684.  
LI L, WANG D, YANG H B, et al.. Optimization design of flexible and damping support structure of space camera[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(7): 1677-1684. (in Chinese)
- [5] 杨新峰, 辛强, 单梯磊, 等. 激励频段对航天器随机振动载荷的影响[J]. 航天器环境工程, 2016, 33(6): 581-588.  
YANG X F, XIN Q, SHAN T L, et al.. The influence of frequency on the random vibration load of spacecraft[J]. *Spacecraft Environment Engineering*, 2016, 33(6): 581-588. (in Chinese)
- [6] 王斌, 黄春跃, 梁颖, 等. 微尺度 BGA 焊点拉伸过程有限元仿真分析[J]. 电子元件与材料, 2014, 33(7): 80-84.  
WANG B, HUANG CH Y, LIANG Y, et al.. Finite element simulation analysis of stress and strain in miniature BGA solder joints under tensile load [J]. *Electronic Components & Materials*, 2014, 33(7): 80-84. (in Chinese)
- [7] MA H M, GAO X L, REDDY J N. A nonclassical reddy-levinson beam model based on a modified couple stress theory [J]. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 2010, 8

- (2): 167-180.
- [8] ASGHARI M, RAHAEIFARD M, KAHROBAIY-AN M H, *et al.*. The modified couple stress functionally graded Timoshenko beam formulation[J]. *Materials & Design*, 2011, 32(3): 1435-1443.
- [9] JOMEHZADEH E, NOORI H R, SAIDI A R. The size-dependent vibration analysis of micro-plates based on a modified couple stress theory[J]. *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 2011, 43(4): 877-883.
- [10] 伍彦斌, 黄方林. 多尺度有限元建模与分析的部分混合单元法[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2018, 46(5): 110-114.  
WU Y B, HUANG F L. Partial mixed finite element method for multi-scale finite element modeling and analysis[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition*, 2018, 46(5): 110-114. (in Chinese)
- [11] 韦何耕, 黄春跃. 基于模糊理论的随机振动条件下叠层 PBGA 焊点可靠性分析[J]. *焊接学报*, 2018, 39(2): 49-52, 131.  
WEI H G, HUANG CH Y. Reliability study of stacked PBGA soldered joint at random vibration loading based on fuzzy theory[J]. *Transactions of the China Welding Institution*, 2018, 39(2): 49-52, 131. (in Chinese)
- [12] 贺丹, 陈博, 杨万里. 微细观尺度下欧拉梁的力学模型及有限元分析[J]. *沈阳航空航天大学学报*, 2016, 33(4): 25-29.  
HE D, CHEN B, YANG W L. Mechanical model and finite element analysis of Euler beam in a micro scale[J]. *Journal of Shenyang Institute of Aeronautical Engineering*, 2016, 33(4): 25-29. (in Chinese)
- [13] 黄春跃, 韩立帅, 梁颖, 等. 微尺度 CSP 焊点温振耦合应力应变有限元分析[J]. *振动与冲击*, 2018, 37(15): 171-178.  
HUANG CH Y, HAN L S, LIANG Y, *et al.*. Finite-element analysis for temperature-vibration coupled stress and strain of a microscale CSP solder joint[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(15): 171-178. (in Chinese)
- [14] 谭陆洋, 王栋, 李林, 等. 光学小卫星主载荷承力结构的多工况优化设计[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(12): 272-278.  
TAN L Y, WANG D, LI L, *et al.*. Multi-condition optimization design of main load bearing structure of optical small satellite[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(12): 272-278. (in Chinese)
- [15] 李林, 王栋, 孔林, 等. 随机振动响应下空间相机支撑结构与试验[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(10): 232-236, 242.  
LI L, WANG D, KONG L, *et al.*. Design and test of a space camera support structure under random vibration excitation[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(10): 232-236, 242. (in Chinese)
- [16] 江山, 孙美玲. 多尺度有限元结合 Bakhvalov-Shishkin 网格法高效处理边界层问题的研究[J]. *浙江大学学报: 理学版*, 2015, 42(2): 142-146.  
JIANG SH, SUN M L. Combining the multiscale finite element and Bakhvalov-Shishkin grid to solve the boundary layer problems[J]. *Journal of Zhejiang University: Sciences Edition*, 2015, 42(2): 142-146. (in Chinese)

#### 作者简介:



李 林(1990—),男,湖北鄖阳人,博士,工程师,2018年于中国科学院大学获得博士学位,主要从事航天器姿态测量、光学精密仪器设计、光机热集成分析及航天器结构动力学方面的研究。  
E-mail: cast\_lilin@163.com