

文章编号 1004-924X(2019)07-1500-08

# 柔性质心测量方法及不确定度评定

王梅宝, 张晓琳\*, 唐文彦, 王 军

(哈尔滨工业大学 仪器科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 为了实现大尺寸飞行器质心的测量, 提出了一种柔性质心测量方法。对该方法的重力作用线测量、坐标转换、质心合成等问题进行了研究并进行了不确定度分析。首先, 测量被测件在任意一个状态下质心在测量设备中的投影, 建立通过该投影的重力作用线并通过坐标转换将重力作用线转换到被测件坐标系下。然后, 将被测件旋转或倾斜任意一个角度, 测量该状态下重力作用线并转换到被测件坐标系中, 通过求得两条重力作用线的交点获得质心。最后, 采用蒙特卡洛仿真分析法对该测量方法进行了不确定度评定。仿真分析表明, 该方法的测量误差 $\leq 0.3$  mm, 实验结果表明, 质心测量误差 $\leq 0.3$  mm, 可以在被测件与测量设备相对位置关系未知的情况下实现质心的高精度测量。

**关键词:** 质心测量; 柔性测量方法; 不确定度分析; 蒙特卡洛仿真

**中图分类号:** TH89 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20192707.1500

## Flexible center of gravity measurement method and uncertainty evaluation

WANG Mei-bao, ZHANG Xiao-lin\*, TANG Wen-yan, WANG Jun

(School of Instrumentation Science and Engineering,  
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

\* Corresponding author, E-mail: zhangxiaolin@hit.edu.cn

**Abstract:** To measure the center of gravity of a large-sized aircraft, a flexible center of gravity measurement method is proposed. A method to obtain the line that passes through the center of gravity, the coordinate transformation, and the means to obtain the center of gravity itself are also proposed. First, the projection of the line that passes through the center of gravity is measured, and a line that passes through this projection point is established and converted into a coordinate system of the body under test. Second, by means of rotating or tilting the body at any angle, the second line using the same method is measured and converted into the coordinate system of the body. The center of gravity is obtained by finding the intersection of the two lines. Finally, a Monte Carlo simulation analysis method is used to determine the method's uncertainty. Both the simulation analysis and experimental results showed that the center of gravity measurement error is within 0.3 mm. Thus, the proposed method can achieve high-precision detection of the center of gravity even when the position between the device under test and the measuring device is unknown.

收稿日期: 2019-01-09; 修订日期: 2019-02-20.

基金项目: 上海航天科技创新基金资助项目(No. SAST2015029)

**Key words:** center of gravity measurement; flexible measurement method; uncertainty analysis; Monte Carlo simulation

## 1 引言

飞行器在发射之前,需要进行精确的地面测试,如质心测试、转动惯量测试、惯性积测试等。其中,质心通常作为描述飞行器运动时定义的坐标系的原点,如弹道坐标系原点、弹体坐标系原点等,因此质心测量结果的准确性直接影响与飞行器运行轨迹相关坐标系的建立<sup>[1]</sup>。质心的确定方法主要分为仿真计算和实验测试两种。对于规则的、质量分布均匀的物体,可以采用直接计算方法;对于内部结构复杂的物体,可以采用计算机仿真分析,但是由于加工、装配误差,材料的非均质,液体材料的影响等,该方法与真实结构存在差异,仿真分析结果可以作为参考,实验测试同样不可或缺<sup>[2-3]</sup>。

常用的质心测量方法有多点称重法、不平衡力矩法、复摆法等<sup>[4-10]</sup>,对于大型试件则主要采用多点称重法。多点称重法采用 3 个或者更多的称重传感器共同支承测量台,通过各传感器的相对位置关系,由静力矩平衡原理可以测得质心。该方法结构简单,可以同时测量试件的质量,测量精度较高,在大尺寸试件测量领域应用广泛<sup>[11-13]</sup>。西北工业大学吴斌等人<sup>[12,14-15]</sup>采用多点称重法测量导弹的质量和质心,定位滑块用于平台坐标和弹体坐标的转换,定位误差达 $\pm 0.66$  mm。哈尔滨工业大学王超<sup>[16]</sup>等人研制的质量特性一体化测量设备,分析了被测件测量时的最优位姿,用于提高测试精度,纵向质心测量精度 $\leq 0.5$  mm。这些方法均采用机械限位机构保证被测件的定位、或用于保证被测件的特定姿态,机械定位方式限制了测量精度的进一步提高。

为了提高测量精度,非接触测量作为辅助测量手段开始应用于质心测量领域。浙江大学钟江等<sup>[17]</sup>提出在大尺寸空间内建立公共光学基准,结合视觉测量等技术,用于测量改进的多点称重法中的夹角。哈尔滨工业大学王超等人采用激光跟踪仪测量被测件的重力作用线,用于消除设备倾斜时引入的误差<sup>[1]</sup>。本文结合现有的测量方法,提出一种基于多点称重法的质心测量方法,通过

测量被测件任意两个位姿下的重力作用线,将两条重力作用线转换到被测件坐标系下并求得交点,即可得出被测件的质心。该方法对被测件的放置位置及角度没有严格要求,可以避免定位误差对测量结果的影响。

## 2 柔性质心测量原理

### 2.1 基本测量原理

如图 1 所示,将被测件放置于 4 个称重传感器支撑的水平测量台上,由于重力作用,此时可以测得被测件质心在测量设备中的投影坐标,图 2(a)所示为质心在测量设备中的投影示意图。假设 4 个称重传感器在测量设备坐标系下的坐标分别为  $S_{M_i}(x_{M_i}, y_{M_i}, 0)$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ),测得值分别为  $m_i$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ),根据静力矩平衡原理,质心在测量设备坐标系下的投影坐标  $P_{M1}(x_1, y_1, 0)$  满足式(1)<sup>[11-16]</sup>:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_{M_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^4 m_i} \\ y_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 y_{M_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^4 m_i} \end{cases} \quad (1)$$

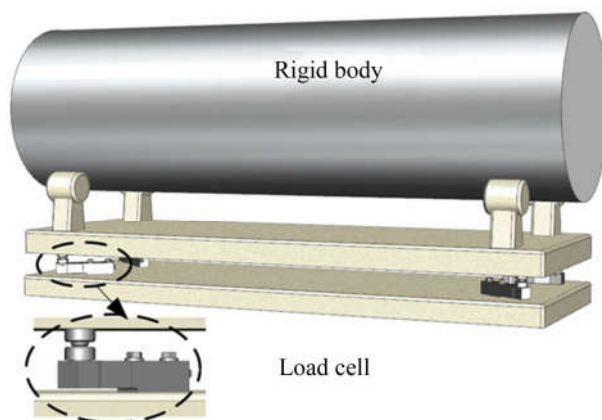


图 1 质心测量系统示意图

Fig. 1 Schematic of center of gravity measurement system

如图 2(b)所示,将被测件旋转任意一个角度,采用式(1)可以测得此状态下重力作用线在设备坐标系中的投影坐标,分别将两条重力作用线转换到被测件坐标系下并求得交点,即可得到被

测件的质心。测量流程如图 3 所示<sup>[18]</sup>。

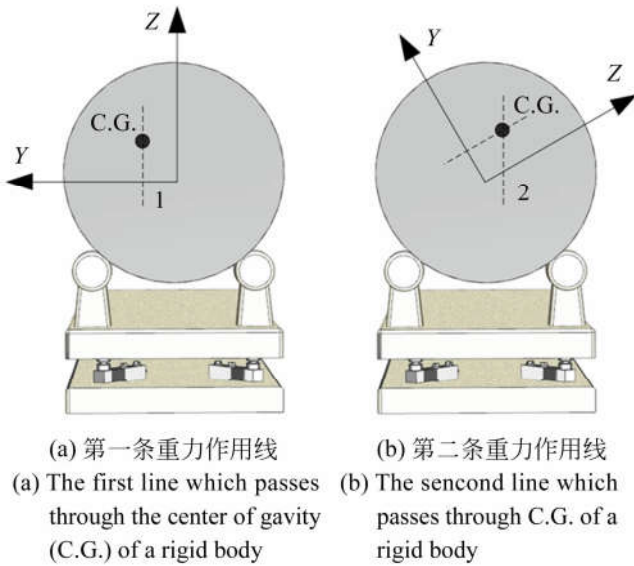


图 2 质心测量原理

Fig. 2 Principle of center of gravity measurement

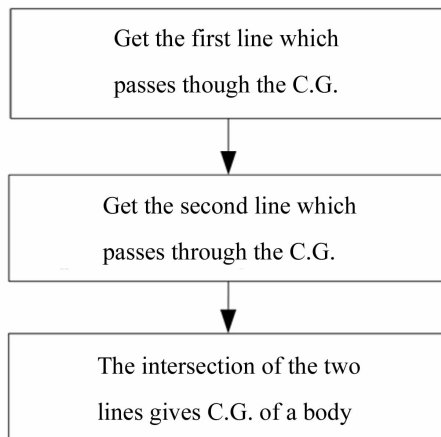


图 3 质心测量流程示意图

Fig. 3 Flowchart of center of gravity measurement

采用此方法测量质心时,由于被测件相对于测量设备的位置未知,需要引入高精度坐标测量设备进行测量,测量过程中定义了 4 个相关的坐标系。

## 2.2 坐标系定义

### 2.2.1 测量坐标系

测量坐标系 (Measurement Coordinate System, MCS) 建立在测量台上,称重传感器的坐标均在此坐标系下描述,通过质心的重力作用线的投影点也在此坐标系下描述。测量坐标系定义如下:第一个称重传感器的坐标为原点  $O$ ;以 4 个称重传感器所在平面的法方向为  $Z$  轴方向, $Z$  轴的

正方向与重力加速度方向相反;以原点  $O$  与第二个称重传感器的连线作为测量设备坐标系的  $X$  轴,根据右手定则确定  $Y$  轴。

### 2.2.2 被测件坐标系

被测件坐标系 (Product Coordinate System, PCS) 由被测件的设计者决定,通常建立在被测件的某一端面上,端面上有 3 个以上的关键点用来确定坐标系,质心测量结果最终在此坐标系下描述。

### 2.2.3 参考坐标系

由于传感器组的 4 个承重点都是隐蔽点,无法与被测件坐标系同时测得,因此在设备上设置 3 个参考点,这些参考点在设备装配完成前后均可以测到;并且称重传感器与参考点的相对位置关系不随装配完成,加载被测件后发生变化。可以利用这些参考点建立参考坐标系 (Reference Coordinate System, RCS),在测试时可以间接得到测量坐标系。

### 2.2.4 激光跟踪仪坐标系

激光跟踪仪为高精度的坐标测量设备,可以使用激光跟踪仪测量称重传感器坐标、参考点的坐标和被测件上的关键点,建立被测件坐标系与测量设备坐标系的转换关系。激光跟踪仪采用极坐标法,其坐标系 (Laser Tracker Coordinate System, LCS) 的定义由跟踪仪生产商决定,测量点的坐标最初在此坐标系下描述<sup>[19]</sup>。

确定了上述 4 个坐标系后,测量设备坐标系下的重力作用线即可以转换到被测件坐标系中,重力作用线测量过程如下:

第一步,在同一仪器坐标系下,利用激光跟踪仪测量得到 4 个传感器的坐标:  $S_i (x_{LM_i}, y_{LM_i}, z_{LM_i}) (i=1, 2, 3, 4)$  及 3 个参考点的坐标  $R_i (x_{LR_i}, y_{LR_i}, z_{LR_i}) (i=1, 2, 3)$ ;

第二步,以 3 个参考点建立参考坐标系,计算测量设备坐标系与参考坐标系的转换矩阵;

第三步,加载被测件,利用激光跟踪仪测量得到 3 个参考点的坐标与被测件上关键点的坐标,计算得到参考坐标系与被测件坐标系的转换矩阵;

第四步,将测量设备坐标系下的重力作用线转换到被测件坐标系下;

第五步,将被测件倾斜或旋转一定角度,重复

第一至四步,得到被测件坐标系下第 2 条重力作用线;

第六步,计算被测件坐标系下两条重力作用线的交点,即为被测件坐标系下的空间质心位置;若两条重力作用线异面,则将两条重力作用线的公垂线的中点作为质心的最佳估计值。

## 2.3 测量模型

### 2.3.1 被测件坐标系下重力作用线

激光跟踪仪坐标系与测量设备坐标系的转换矩阵如式(2)所示<sup>[20-21]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x_{LMi} \\ y_{LMi} \\ z_{LMi} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & T_x \\ a_2 & b_2 & c_2 & T_y \\ a_3 & b_3 & c_3 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Mi} \\ y_{Mi} \\ z_{Mi} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

将式(2)改写成式(3):

$$\mathbf{S}_{LMi} = \mathbf{T}_{LM} \cdot \mathbf{S}_{Mi}, \quad (3)$$

其中: $\mathbf{S}_{Mi} = [x_{Mi} \ y_{Mi} \ z_{Mi} \ 1]^T$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ), 为称重传感器在测量设备坐标系 MCS 中的坐标; $\mathbf{S}_{LMi} = [x_{LMi} \ y_{LMi} \ z_{LMi} \ 1]^T$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ), 为称重传感器在激光跟踪仪坐标系 LCS 中的坐标,即跟踪仪测得的称重传感器的坐标;

$$\mathbf{T}_{LM} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & T_x \\ a_2 & b_2 & c_2 & T_y \\ a_3 & b_3 & c_3 & T_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{为测量设备坐标系}$$

与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵。

激光跟踪仪测得的  $\mathbf{T}_{LM}$  的求解过程如式(4)~式(12)所示:

第一个称重传感器的坐标定义为测量坐标系原点,因此原点坐标组成的位置矢量如式(4)~式(6)所示:

$$T_x = x_{LM1}, \quad (4)$$

$$T_y = y_{LM1}, \quad (5)$$

$$T_z = z_{LM1}. \quad (6)$$

原点指向第二个称重传感器定义为  $X$  轴,因此测量坐标  $X$  轴单位向量如式(7)~式(9)所示:

$$a_1 = \frac{x_{LM2} - T_x}{L}, \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{y_{LM2} - T_y}{L}, \quad (8)$$

$$a_3 = \frac{z_{LM2} - T_z}{L}, \quad (9)$$

其中:

$$L = \sqrt{(x_{LM2} - T_x)^2 + (y_{LM2} - T_y)^2 + (z_{LM2} - T_z)^2}.$$

令第 3 个传感器与原点的连线为  $\mathbf{G}$ , 如式(10)所示:

$$\mathbf{G} = [x_{LM3} - T_x, y_{LM3} - T_y, z_{LM3} - T_z]. \quad (10)$$

$Z$  轴为称重传感器所在平面的法向量,令  $\mathbf{A}'_1 = [a_1, a_2, a_3]$ , 则  $Z$  轴的方向向量  $\mathbf{A}'_3$  如式(11)所示:

$$\mathbf{A}'_3 = [c_1, c_2, c_3] = \mathbf{A}'_1 * \mathbf{G}. \quad (11)$$

根据右手定则,可求得  $Y$  轴的方向向量如式(12)所示:

$$\mathbf{A}'_2 = [b_1, b_2, b_3] = \mathbf{A}'_3 * \mathbf{A}'_1. \quad (12)$$

至此,可求得  $\mathbf{T}_{LM}$  中所有参数。

激光跟踪仪坐标系与参考点坐标系的转换矩阵如式(13)所示:

$$\mathbf{C}_{LR} = \mathbf{T}_{LR} \cdot \mathbf{C}_R, \quad (13)$$

其中: $\mathbf{C}_R$  为参考点在参考点坐标系中的坐标,  $\mathbf{C}_{LR}$  为参考点在激光跟踪仪坐标系下的坐标,  $\mathbf{T}_{LR}$  为参考点坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵。

激光跟踪仪坐标系与被测件坐标系的转换矩阵如式(14)所示:

$$\mathbf{P}_{LP} = \mathbf{T}_{LP} \cdot \mathbf{P}_P, \quad (14)$$

其中: $\mathbf{P}_P$  为被测件中关键点在被测件坐标系中的坐标,  $\mathbf{P}_{LP}$  为被测件中关键点在激光跟踪仪坐标系下的坐标,  $\mathbf{T}_{LP}$  为被测件坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵。

由式(11)~式(14)可得,投影坐标转换到产品坐标系下如式(15)所示:

$$\mathbf{P}_{P1} = \mathbf{T}_{LP}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{LR2} \cdot \mathbf{T}_{LR1}^{-1} \cdot \mathbf{T}_{LM} \cdot \mathbf{P}_{M1}, \quad (15)$$

其中: $\mathbf{P}_{M1}(x_1, y_1, 0)$  为重力作用线在测量设备坐标系中投影的坐标;  $\mathbf{T}_{LM}$  为测量设备坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵;  $\mathbf{T}_{LR1}$  为参考点坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵,在设备装配完成前与  $\mathbf{T}_{LM}$  同时测得;  $\mathbf{T}_{LR2}$  为参考点坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵,在测量时与  $\mathbf{T}_{LP}$  同时测得;  $\mathbf{T}_{LP}$  为被测件坐标系与激光跟踪仪坐标系的转换矩阵;  $\mathbf{P}_{P1}$  为  $\mathbf{P}_{M1}$  在产品坐标系下的坐标。

由于多点称重法在测量前需要将称重传感器所在平面调整水平,即测量坐标系的  $Z$  轴与重力加速度方向相反竖直向上,因此  $\mathbf{P}_{M1}(x_1, y_1, 0)$

和  $P'_{M1}(x_1, y_1, 1)$  为通过重力作用线的两点。将  $P_{M1}$  和  $P'_{M1}$  分别代入式(15)可以得到产品坐标系下通过重力作用线的两点坐标  $P_{P1}(x_P, y_P, z_P)$  和  $P'_{P1}(x'_P, y'_P, z'_P)$ , 则重力作用线如式(16)所示:

$$\frac{x - x_P}{x'_P - x_P} = \frac{y - y_P}{y'_P - y_P} = \frac{z - z_P}{z'_P - z_P}. \quad (16)$$

将式(16)改写为式(17)所示:

$$\frac{x - x_P}{m_1} = \frac{y - y_P}{n_1} = \frac{z - z_P}{p_1}. \quad (17)$$

其中  $(m_1, n_1, p_1)$  为第一条重力作用线的方向向量。

如图 2(a) 所示, 将被测件旋转任意一个角度, 重复上述工作, 可以得到被测件坐标系下另一条重力作用线如式(18)所示:

$$\frac{x - x_{P2}}{m_2} = \frac{y - y_{P2}}{n_2} = \frac{z - z_{P2}}{p_2}. \quad (18)$$

其中  $(m_2, n_2, p_2)$  为第二条重力作用线的方向向量。

由式(17)和(18)求得两条重力作用线的交点<sup>[22]</sup>, 即为被测件在自身坐标系下的质心坐标。

### 3 基于蒙特卡洛法的不确定度评定

本文提出的柔性质心测量方法为多输入量、单输出量, 测量模型难以求导, 采用 GUM 法难以分析其不确定度, 因此采用蒙特卡洛法 MCM 对测量过程进行不确定度分析。基于蒙特卡洛法的柔性质心测量方法的不确定度分析步骤如下<sup>[23-26]</sup>:

(1) 建立测量模型  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N)$ , 如 2.3 部分所示;

(2) 模拟测量过程。对上述测量模型进行赋值, 假设被测件的质量为 1 000 kg, 4 个称重传感器平分其质量, 待测件质心恰好在几何中心上;

(3) 设置蒙特卡洛的抽样次数  $M$ , 理论上  $M$

越多越好, 本文中  $M = 10\ 000$ ;

(4) 由随机参数的分布特性随机产生  $M$  个样本, 并计算模型在每个样本处的估计值, 即仿真测量结果, 测量结果直方图如图 4 所示;

(5) 计算测量结果不确定度, 并根据置信概率给出置信区间, 结果如表 1 所示。

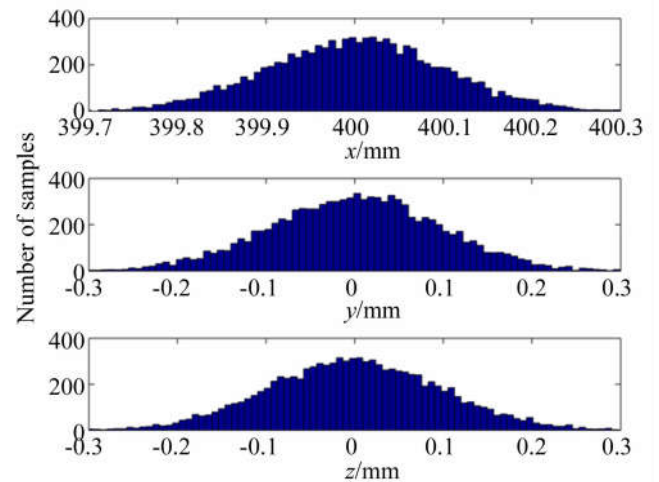


图 4 柔性质心测量方法仿真结果直方图

Fig. 4 Histogram of simulation results for flexible center of gravity measurement

表 1 柔性质心测量方法不确定度评定结果

Tab. 1 Uncertainty of flexible center of gravity measurement method

待测项	X	Y	Z
标准不确定度 $u$	0.10	0.10	0.10
95% 概率包含区间	[399.81, 400.20]	[-0.19, 0.19]	[-0.19, 0.19]

### 4 实验

采用柔性质心测量方法研制了一台质心测量设备, 用于测量某型号飞行器的质心, 该设备的具体参数如表 2 所示。

表 2 柔性质心测量设备参数

Tab. 2 Parameters of flexible center of gravity measurement system

长度	宽度	高度	称重传感器		激光跟踪仪		
			量程	精度等级	型号	测距精度	测角精度
2 000 mm	980 mm	700 mm	(0~500) kg	C3	FARO Xi-4	16 $\mu\text{m}$ +0.8 $\mu\text{m}/\text{m}$	20 $\mu\text{m}$ +5 $\mu\text{m}/\text{m}$

为了验证上述理论的可行性,对重力作用线投影的测量准确性进行实验验证。采用圆柱形标准件进行测试,该标准件经过计量部门检定,质量为 779.43 kg,其质心与形心的差值 $<0.05$  mm,因此认为质心过其形心。采用激光跟踪仪测得标准件的形心坐标,并与测量设备坐标系下重力作用线的投影坐标做对比,测得结果及偏差如表 3 所示。

表 3 重力作用线的投影测量结果

Tab. 3 Measurement result of center of gravity projection

序号	标准件质心投影 (测量设备测得)		标准件形心 (跟踪仪测得)		偏差	
	X	Y	X	Y	X	Y
1	123.85	93.57	123.78	93.52	0.07	0.05
2	-100.69	-40.23	-100.93	-40.15	0.24	-0.08
3	75.41	10.61	75.48	10.41	-0.07	0.20
4	70.20	30.35	70.26	30.41	-0.06	-0.06
5	63.18	75.97	63.14	76.04	0.04	-0.07
6	-61.87	-23.28	-61.70	-23.38	-0.17	0.10
7	40.45	-24.03	40.40	-23.98	0.05	-0.05
8	20.03	-32.03	20.14	-32.11	-0.11	0.08
9	-4.04	15.20	-4.20	15.33	0.16	-0.13
10	-40.32	-30.98	-40.17	-31.01	-0.15	0.03

由表 3 可知, X 质心偏差的标准差为 0.14 mm, Y 质心偏差的标准差为 0.10 mm。采用该设备及文中提出的方法对某型号飞行器的质心进行了多次测试,测量示意图如图 5 所示,该飞行器长约 5 m,质量达  $10^3$  kg,质心测量结果与计算机仿真分析结果的差值 $\leq 0.3$  mm。

#### 参考文献:

- [1] 王超. 大尺寸飞行器质量特性测量关键技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.  
WANG CH. *Research on Key Technologies of Mass Properties Measurement for Large-size Aircraft*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (in Chinese)
- [2] 骞永博, 吴斌. 弹丸质量质心测量方法研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(3): 126-128.  
QIAN Y B, WU B. Study on the measuring method of missiles quality and centroid[J]. *Journal of Pro-*

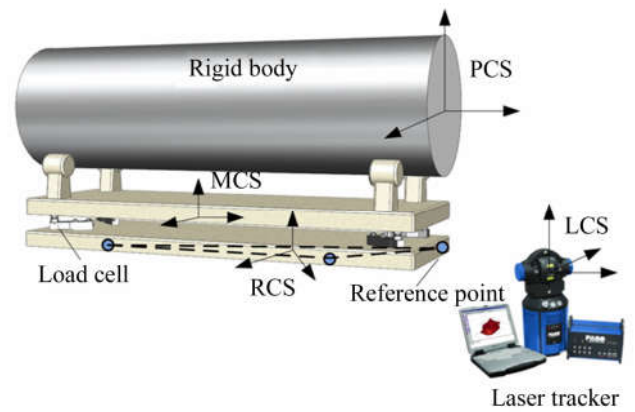


图 5 某飞行器质心测量示意图

Fig. 5 Measurement of center of gravity of an aircraft

## 5 结 论

本文针对传统质心测量方法需要精确的机械定位的问题,提出了柔性质心测量方法。首先,介绍了多点称重法测量质心的原理,然后分析了某一测量姿态下通过质心的重力作用线建立方法,给出了测量设备坐标系与被测件坐标系的转换矩阵,并将该姿态下重力作用线转换到被测件坐标系中。改变被测件姿态,求得该姿态下重力作用线,通过求解两条重力作用线的交点确定被测件质心的坐标。采用蒙特卡罗仿真法对该测量方法进行不确定度分析。仿真分析表明,当被测件质量为  $10^3$  kg 时,采用 C3 精度等级的称重传感器, 95% 置信概率情况下质心测量的误差在  $\pm 0.2$  mm 以内。最后对标准件及某型号的飞行器进行实验测试,测试结果表明,质心测量误差 $\leq 0.3$  mm,说明该测量方法具有较高的测量精度。该测量方法同样适用于异形的被测件。

*jectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2006, 26 (3): 126-128. (in Chinese)

- [3] BOGDANOV V V, VOLOBUEV V S, KUDRYASHOV A I, et al.. Mass measurements, a suite for measuring mass, coordinates of the center of mass, and moments of inertia of engineering components[J]. *Measurement Techniques*, 2002, 45 (2): 168-172.
- [4] 陈平, 邓高福, 吴海瀛. 飞行器模型质量特性参数一体化测量装置研究[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(12): 1891-1895.

- CHEN P, DENG G F, WU H Y. Research on integrated measuring device of mass property parameters for aircraft model[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2015, 34(12): 1891-1895. (in Chinese)
- [5] MONDAL N, ACHARYYA S, SAHA R, *et al.*. Optimum design of mounting components of a mass property measurement system [J]. *Measurement*, 2016, 78: 309-321.
- [6] TANG L, SHANGGUAN W B. An improved pendulum method for the determination of the center of gravity and inertia tensor for irregular-shaped bodies [J]. *Measurement*, 2011, 44(10): 1849-1859.
- [7] GOPINATH K, RAGHAVENDRA K, BEHERA M K, *et al.*. Product design aspects for design of accurate mass properties measurement system for aerospace vehicles[J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, 110/111/112/113/114/115/116: 4712-4718.
- [8] 卢志辉, 孙志扬, 李祥云, 等. 高精度质心测量方法研究[J]. *兵工学报*, 2009, 30(12): 1748-1752.
- LU ZH H, SUN ZH Y, LI X Y, *et al.*. Research on high precision measurement of centroid[J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(12): 1748-1752. (in Chinese)
- [9] 王国刚, 刘玉宝, 刘强, 等. 一种测量无人机重心和转动惯量的方法[J]. *航空兵器*, 2013(5): 7-11.
- WANG G G, LIU Y B, LIU Q, *et al.*. A method for measuring gravity center and inertia moments of UAV[J]. *Aero Weaponry*, 2013(5): 7-11. (in Chinese)
- [10] 陈永强, 周晓丽, 康军, 等. X-38 飞行器质量特性测量方法[J]. *航天制造技术*, 2018, 6(3): 62-65.
- CHEN Y Q, ZHOU X L, KANG J, *et al.*. Measurement method for mass properties of X-38 vehicle[J]. *Aerospace Manufacturing Technology*, 2018, 6(3): 62-65. (in Chinese)
- [11] 王保贵, 张洪伟, 赵阳. 质心测量平台实现方法及精度分析[J]. *测试技术学报*, 2008, 22(3): 198-202.
- WANG B G, ZHANG H W, ZHAO Y. Realization method and precision analysis of centroid measurement platform[J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2008, 22(3): 198-202. (in Chinese)
- [12] 吴斌, 王海峰, 马贵贤. 大质量飞行器质心测量方法[J]. *宇航计测技术*, 2007, 27(6): 28-30, 33.
- WU B, WANG H F, MA G X. Measurement method of centroid for the vehicle with large mass [J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2007, 27(6): 28-30, 33. (in Chinese)
- [13] 郑宾, 侯文, 杨瑞峰. 大尺寸柱状结构质量、质心测量方法[J]. *测试技术学报*, 2002, 16(2): 108-111.
- ZHENG B, HOU W, YANG R F. The methods for measuring mass and centroid of large cylindrical structure[J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2002, 16(2): 108-111. (in Chinese)
- [14] 吴斌, 张波, 许苏海. 导弹质量特性测量装置设计[J]. *上海航天*, 2001, 18(3): 41-44.
- WU B, ZHANG B, XU S H. Mass property instrument design for missile system[J]. *Aerospace Shanghai*, 2001, 18(3): 41-44. (in Chinese)
- [15] 吴斌, 李莉. 导弹质心测量方法研究[J]. *弹箭与制导学报*, 2004, 24(S6): 284-286.
- WU B, LI L. Research of measuring method for missile centroid[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2004, 24(S6): 284-286. (in Chinese)
- [16] 王超, 唐文彦, 张晓琳, 等. 大尺寸非回转体质量特性一体化测量系统的设计[J]. *仪器仪表学报*, 2012, 33(7): 1634-1640.
- WANG CH, TANG W Y, ZHANG X L, *et al.*. Design of mass property integration measurement system for large size non-rotating bodies[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(7): 1634-1640. (in Chinese)
- [17] 钟江, 赵章凤, 乔欣, 等. 基于三点支撑的质心测量系统及误差分析[J]. *中国机械工程*, 2010, 21(12): 1469-1472, 1476.
- ZHONG J, ZHAO ZH F, QIAO X, *et al.*. Centroid measurement system and error analysis based on three-point supported [J]. *China Mechanical Engineering*, 2010, 21(12): 1469-1472, 1476. (in Chinese)
- [18] WANG C, ZHANG X L, XU C H, *et al.*. Flexible measurement of large scale column structure's centroid based on coordinate measurement equipment[C]//2011 First International Conference on Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control, October 21-23, 2011. Beijing, China. New York, USA: IEEE, 2011.
- [19] 李丽娟, 赵延辉, 林雪竹. 加权整体最小二乘在激光跟踪仪转站中的应用[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(9): 2570-2577.

- LI L J, ZHAO Y H, LIN X ZH. Application of WTLS in coordinate transformation of laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(9): 2570-2577. (in Chinese)
- [20] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 面向对象的大尺寸测量不确定度分析[J]. *光学精密工程*, 2008, 16(11): 2239-2243.
- ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Uncertainty estimation of large-scale measurement for special fitting task[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(11): 2239-2243. (in Chinese)
- [21] 王超, 张晓琳, 唐文彦, 等. 大尺寸箭弹质量特性测量过程中位姿标定方法研究[J]. *兵工学报*, 2014, 35(1): 108-113.
- WANG CH, ZHANG X L, TANG W Y, *et al.*. Method for improving mass property measurement accuracy of large-size projectiles[J]. *Acta Armamentarii*, 2014, 35(1): 108-113. (in Chinese)
- [22] 许孟. 空间两异面直线的公垂线方程的求法[J]. *高等数学研究*, 2007, 10(2): 6-7.
- XU M. The method of finding the common vertical equation of two straight lines in space [J]. *Studies in College Mathematics*, 2007, 10(2): 6-7. (in Chinese)
- [23] 陈晓怀, 薄晓静, 王宏涛. 基于蒙特卡罗方法的测量不确定度合成[J]. *仪器仪表学报*, 2005, 26(S1): 759-761.
- CHEN X H, BO X J, WANG H T. The evaluation of combined uncertainty based on the theory of Monte Carlo[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2005, 26(S1): 759-761. (in Chinese)
- [24] 张福民, 曲兴华, 叶声华. 基于蒙特卡罗仿真方法的大尺寸测量不确定度分析[J]. *计算机集成制造系统*, 2009, 15(1): 184-187, 196.
- ZHANG F M, QU X H, YE SH H. Uncertainty analysis in large-scale measurement based on Monte Carlo simulation method[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2009, 15(1): 184-187, 196. (in Chinese)
- [25] 韩琪, 陈贵敏, 邵晓东. 基于蒙特卡罗法的MEMS测力计不确定性分析[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(9): 2289-2293.
- HAN Q, CHEN G M, SHAO X D. Uncertainty analysis of MEMS force gauges based on Monte Carlo method[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(9): 2289-2293. (in Chinese)
- [26] 任瑜, 刘芳芳, 张丰, 等. 激光跟踪仪多边测量的不确定度评定[J]. *光学精密工程*, 2018, 26(10): 2415-2422.
- REN Y, LIU F F, ZHANG F, *et al.*. Evaluation of uncertainty in multilateration with laser tracker [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(10): 2415-2422. (in Chinese)

## 作者简介:



王梅宝(1989—),女,黑龙江密山人,博士研究生,2012年于青岛理工大学获得学士学位,2015年于中国计量大学获得硕士学位,主要从事质量特性测量方面的研究。E-mail: meibao\_wang@163.com

## 通讯作者:



张晓琳(1976—),女,吉林人,博士,副教授,2000于浙江大学获得学士学位,2006年、2010于哈尔滨工业大学分别获得硕士及博士学位,主要从事质量特性测量、激光干涉测量等方面的研究。E-mail: zhangxiaolin@hit.edu.cn