

文章编号 1004-924X(2019)08-1780-11

轮-腿复合式移动机器人球面并联腿机构的动力学模型

陈 原, 何淑垒, 姜 媛, 桑董辉, 宁淑荣*

(山东大学(威海)机电与信息工程学院, 山东 威海 264209)

摘要:为适应现代工程领域对移动机器人的新要求,拓展移动机器人的作业场合,该文提出了一种轮-腿复合式移动机器人球面并联腿机构。首先,基于球面并联腿机构的闭环约束方程和旋转变换矩阵构建了其位置逆解数学模型;接着,采用代数消元法推导出了球面并联腿机构的位置正解的解析解;然后,运用影响系数法推导出了球面并联腿机构的速度和加速度影响系数矩阵;在此基础上,运用拉格朗日方法建立了球面并联腿机构的动力学模型。运用数值仿真对运动学和动力学模型进行了验证,仿真得到了给定姿态数据与计算姿态数据之间的最大误差为 0.012 7 rad,误差不超过实际值的 2.43%,发现了球面并联腿机构驱动力的理论曲线和虚拟样机仿真曲线吻合,两者之间的误差稳定在 0~1 N 的合理范围内,验证了运动学和动力学模型的正确性。研究结果为轮-腿复合式移动机器人的步态规划和运动控制提供了理论参考。

关键词:轮腿机器人;球面并联机构;动力学模型;自由度;螺旋理论

中图分类号:TP242 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20192708.1780

Dynamic model of spherical parallel mechanism for wheel-leg hybrid mobile robot

CHEN Yuan, HE Shu-lei, JIANG Yuan, SANG Dong-hui, NING Shu-rong*

(School of Mechanical, Electrical & Information Engineering,
Shandong University, Weihai 264209, China)

* Corresponding author, E-mail: ningshurong@163.com

Abstract: To meet the new requirements for mobile robots in the field of modern engineering and expand the working opportunities of mobile robots, a spherical parallel leg mechanism of a wheel-leg composite mobile robot was proposed in this study. First, based on the closed-loop constraint equation and rotation transformation matrix of the spherical parallel leg mechanism, a mathematical model of its inverse position solution was constructed. Next, an analytical solution of the forward position solution of the spherical parallel leg mechanism was deduced by the algebraic elimination method. Then, the influence coefficient matrix of the velocity and acceleration of the spherical parallel leg mechanism was derived from the influence coefficient method. On this basis, the Lagrangian method was used. Kinematics and dynamics models were validated by numerical simulation. The maximum error between the given and calculated position data was 0.012 7 rad, and the error did not exceed

收稿日期:2019-01-23;**修订日期:**2019-03-22.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51375264);山东省重大创新工程资助项目(No. 2017CXGC0923);山东省重点研发计划资助项目(No. 2018GGX103025);山东省自然科学基金资助项目(No. ZR2019MEE019);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(No. 2019ZRJC006)

2.43% of the actual value. It is also found that the theoretical curve of the driving force of the spherical parallel leg mechanism coincided with the simulation curve of the virtual prototype. The error between the two was stable within a reasonable range of 0-1 N. The correctness of the kinematics and dynamics model is proved. The results from this study provide a theoretical reference for gait planning and motion control of a wheel-leg hybrid mobile robot.

Key words: wheel-legged mobile robots; spherical parallel mechanism; dynamic model; degree of freedom of mechanism; screw theory

1 引言

在现代工程领域,移动机器人能够取代人类完成资源勘探,军事侦察,星际探测等复杂的作业任务^[1-4]。轮式移动机器人具有移动速度快和控制简单等优点,但是其避障能力差,只能在较为平坦的地形中工作。腿式移动机器人适应复杂地形的能力强,但移动速度较慢。轮-腿复合式移动机器人融合了轮式移动机器人和腿式移动机器人的优点,弥补了两者的缺陷,能够有效地适应各种复杂地形,可以拓展移动机器人的作业场合。

轮-腿复合式移动机器人中轮和腿的组合方式是设计中需要考虑的关键技术问题。目前轮和腿的组合方式主要有轮-腿结合式、轮-腿独立式^[4-5]。轮-腿结合式机器人中轮子是位于腿部末端,轮子一直与地面接触,在机器人以腿步行时会将轮子锁死。法国巴黎大学研制的 Hylos 机器人^[6],哈尔滨工业大学开发的 HITAN-I 机器人^[7],以及日本东京工业大学研发的 Roller-Walker 溜冰机器人都属于此类^[6-8]。轮-腿结合式机器人仅是两种移动功能上的简单组合,在腿式移动时,机体的稳定性较差。轮-腿独立式机器人中轮子和腿部结构分别独立地安装在机器人身上,二者互不影响,独立发挥作用。当轮子移动时,腿部机构折叠收缩,轮子与地面接触;当腿式行走时,腿部机构支撑主体,轮子抬升与地面脱离。中国科学技术大学研发的 HyTRo-I 机器人^[8]和日本新潟大学研制的 PEOPLER-II 机器人^[8-9]就属于此类。但是这类机器人一般轮-腿转换机制复杂,运动灵活性较差。

球面并联机构的末端运动区域为球面,使其不仅具有刚性强且结构紧凑的优点,而且具有极好的运动灵活性和动态响应性能^[8-11]。如果将球面并联机构应用到轮-腿独立式机器人的腿部,同

时将一种可升降的轮子结构与该球面并联机构串联,这样的组合方式可以充分地弥补轮-腿独立式机器人运动不灵活的缺陷。更为重要的是,可以通过并联腿机构的中间驱动支链来实现轮子的升降运动。这种串并联结构能使“轮子”和“腿部”实现结构和功能上的真正融合。

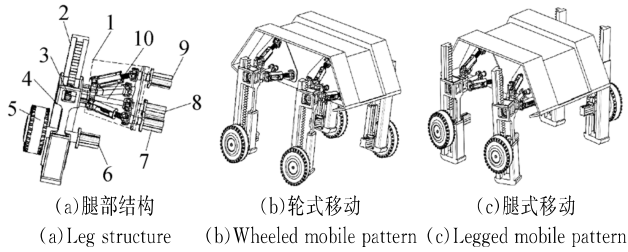
基于以上思想,本文提出了一种基于球面并联腿机构的轮-腿复合式机器人;构建了球面并联腿机构的位置正/逆解数学模型,给出了位置的解析解,并且通过多组算例计算了模型误差;运用影响系数法求出了球面并联腿机构的速度和加速度影响系数矩阵;运用拉格朗日方法构建了球面并联腿机构的动力学模型,并对构建的运动学和动力学模型进行了算例仿真,验证了其正确性。建立的数学模型对样机的研制和步态规划提供了理论基础。

2 轮-腿复合式移动机器人及其并联腿机构

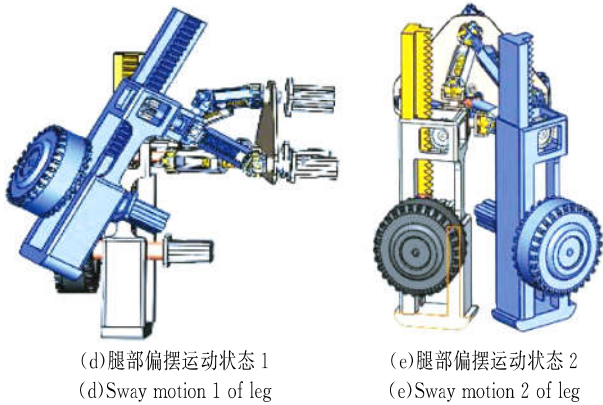
2.1 机器人运动模式与工作原理

如图 1(a)所示为本文提出的轮-腿复合式移动机器人的并联腿结构。该并联腿可实现腿部偏摆运动以及轮子的升降和旋转运动。腿部驱动系统由 4 台伺服电机 6~9 和传动轴 10、齿轮 3、齿条 2 组成。腿部的偏摆运动主要通过伺服电机 7 和 9 驱动腿部并联机构的 2 条主动支链实现。电机 8 通过传动轴 10、齿轮 3 和齿条 2 来完成轮子 5 的升降运动,从而实现了“轮子”和“腿部”运动模式间的互相转换。如图 1(b)所示,轮子 5 降落与地面接触,机器人为轮式移动,在轮式移动模式下伺服电机 6 控制轮子的旋转运动,再结合轮子差速运动和腿部偏摆运动可实现轮子的转向功能,此时,机器人作为四轮机器人能够实现快速移动。如图 1(c)~图 1(e)所示,当轮子升起与地面

脱离时,机器人依靠腿部偏摆运动向前移动,此时的四足机器人更易跨越障碍,适应非结构化地形。



(a)腿部结构 (b)轮式移动 (c)腿式移动
(a) Leg structure (b) Wheeled mobile pattern (c) Legged mobile pattern



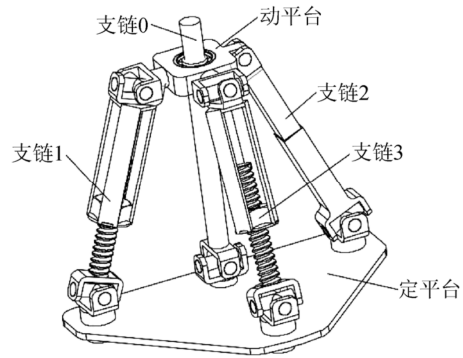
(d)腿部偏摆运动状态 1 (e)腿部偏摆运动状态 2
(d) Sway motion 1 of leg (e) Sway motion 2 of leg

图 1 轮-腿复合式移动机器人的腿部机构与运动模式
Fig. 1 Legstructure and move patterns of wheel-leg robot

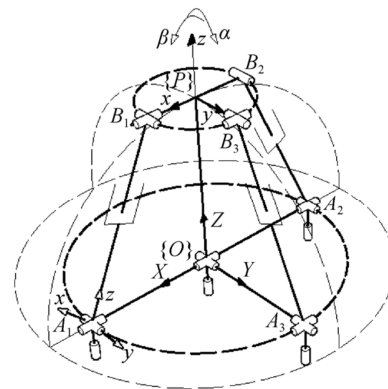
2.2 并联腿机构及其坐标系

如图 2(a)所示,该机构是一种 2RUHU-RUPR-RUR 球面并联机构,由动平台、定平台以及连接动平台和定平台的运动支链所组成。运动支链包括 2 条结构相同的主动支链 RUHU(分别定义为支链 1 和支链 3),一条主动支链 RUPR(定义为支链 2),还有一条中间被动支链 RUR(定义为支链 0)。为了增强并联机构的结构刚度和运动稳定性,在支链 1 和支链 3 中都设置了 1 个螺旋副,螺旋副的转动可实现驱动支链的伸缩运动。

建立坐标系如图 2(b)所示,其中的定坐标系 {O-XYZ}位于固定平台上,坐标原点 O 位于定平台几何中心位置,X 轴沿 OA_1 方向,Y 轴沿 OA_3 方向,Z 轴满足右手定则。动坐标系 {P-xyz}固联于动平台上,坐标原点 P 位于动平台的几何中心位置,x 轴沿 PB_1 方向,y 轴沿 PB_3 方向,z 轴满足右手定则。支链坐标系 {A₁-xyz}固联于支链 1 上,以铰链点 A₁ 为原点,其中 z 轴与支链 1 重合,沿 A_1B_1 方向,y 轴与动坐标系 y 轴方向一致,x 轴满足右手定则。



(a)并联腿机构
(a) Parallel mechanism for the leg



(b)并联腿机构的结构简图
(b) Sketch map of parallel mechanism

图 2 球面并联腿机构及其结构简图
Fig. 2 Spherical parallel leg mechanism and its sketch map

动平台与支链 0 之间采用滚动轴承连接,动平台在支链 0 上的相对位置不变。固定平台的轮廓为三角形,3 个链结点 $A_i (i=1,2,3)$ 以链结点 O 为中心均布在其边界上,设其结构参数 $OA_1 = OA_2 = OA_3 = R(\text{mm})$;动平台上的 3 个链结点 $B_i (i=1,2,3)$ 以几何中心点 P 为中心均布在其边界上,设其结构参数 $PB_1 = PB_2 = PB_3 = r(\text{mm})$,动平台的长和宽相等均为 a_p ,厚度为 h_p 。驱动支链的长度为 $A_iB_i = l_i (i=1,2,3)(\text{mm})$ 。定义 α 为动平台绕定坐标系 {O-XYZ} 的 X 轴的偏转角, β 为动平台绕定坐标系 {O-XYZ} 的 Y 轴的偏转角。机构处于初始位置时,支链 0 与定平台垂直,偏转角 $\alpha = \beta = 0(\text{rad})$,3 条驱动支链的长度相等,点 O 到点 P 的距离为 $h(\text{mm})$ 。

3 并联腿机构的位置正/逆解模型

3.1 位置逆解模型

并联机构的位置逆解就是解决动平台位姿已

知条件下驱动支链位移变化规律的问题^[12-15]。设定平台上铰链结点在固定坐标系下的坐标分别为: $A_1=(R,0,0)$, $A_2=(-R,0,0)$, $A_3=(0,R,0)$ 。如图 2(b) 所示,当动平台处于初始位置时,动坐标系和定坐标系的 z 轴重合,此时动平台上铰链结点在定坐标系下的坐标分别为: $B_1=(r,0,h)$, $B_2=(-r,0,h)$, $B_3=(0,r,h)$, $P=(0,0,h)$ 。根据动平台的偏转角 α 和 β ,求得动平台相对于定坐标系的旋转变换矩阵:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ \sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$$\begin{cases} l_1 = \sqrt{(r \cos \beta + h \sin \beta - R)^2 + (r \sin \alpha \sin \beta - h \sin \alpha \cos \beta)^2 + (-r \cos \alpha \sin \beta + h \cos \alpha \cos \beta)^2} \\ l_2 = \sqrt{(-r \cos \beta + h \sin \beta + R)^2 + (-r \sin \alpha \sin \beta - h \sin \alpha \cos \beta)^2 + (r \cos \alpha \sin \beta + h \cos \alpha \cos \beta)^2} \\ l_3 = \sqrt{(h \sin \beta)^2 + (r \cos \alpha - h \sin \alpha \cos \beta - R)^2 + (r \sin \alpha + h \cos \alpha \cos \beta)^2} \end{cases} \quad (4)$$

3.2 位置正解模型

并联机构的位置正解为根据驱动支链的驱动位移参数求解出的动平台位姿参数^[16-20]。首先,

$$\begin{cases} (r \cos \beta + h \sin \beta - R)^2 + (r \sin \alpha \sin \beta - h \sin \alpha \cos \beta)^2 + (-r \cos \alpha \sin \beta + h \cos \alpha \cos \beta)^2 - l_1^2 = 0 \\ (-r \cos \beta + h \sin \beta + R)^2 + (-r \sin \alpha \sin \beta - h \sin \alpha \cos \beta)^2 + (r \cos \alpha \sin \beta + h \cos \alpha \cos \beta)^2 - l_2^2 = 0 \\ (h \sin \beta)^2 + (r \cos \alpha - h \sin \alpha \cos \beta - R)^2 + (r \sin \alpha + h \cos \alpha \cos \beta)^2 - l_3^2 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

该球面并联腿机构的铰链结点关于 y 轴对称分布,3 条支链的位置也呈空间对称分布,这样的特殊构型使得该机构的位置解析解不难求出。对式(5)进行化简消元后,可以得到动平台绕 y 轴转动的角度:

$$\beta = \arcsin \frac{l_2^2 - l_1^2}{4Rh}. \quad (6)$$

式中:

$$\begin{cases} k_1 = 4RhA / (r^2 + R^2 + h^2 + 2Rr - l_3^2) \\ k_2 = [(l_2^2 - l_1^2) / (8R^2) + 2r^2 + 2R^2 + 2h^2A^2 - 2l_3^2] / (r^2 + R^2 + h^2 + 2Rr - l_3^2) \\ k_3 = 4RhA / (r^2 + R^2 + h^2 + 2Rr - l_3^2) \\ k_4 = (r^2 + R^2 + h^2 - 2Rr - l_3^2) / (r^2 + R^2 + h^2 + 2Rr - l_3^2) \end{cases}$$

上述方程可以通过费拉里法^[16]来求解,得到:

$$\begin{cases} a_n = \frac{-k_1}{4} + \frac{(-1)^{n/2}}{2} M + \frac{(-1)^{(n+1)/2}}{2} \sqrt{S + (-1)^{n/2} T} \\ \alpha_n = \arctan(2a_n) \end{cases}, \quad (7)$$

式中 $n=1,2,3,4$ 为方程的 4 个根,中间参数

根据 $\overline{OB_1} = \overline{OA_1} + \overline{A_1B_1}$, 建立 OA_1B_1 的闭环约束方程:

$$\overline{A_1B_1} = \overline{OB_1} - \overline{OA_1}. \quad (2)$$

同理,建立 OA_2B_2 和 OA_3B_3 的闭环约束方程 $\overline{A_2B_2} = \overline{OB_2} - \overline{OA_2}$, $\overline{A_3B_3} = \overline{OB_3} - \overline{OA_3}$ 。根据旋转变换矩阵可求得旋转变换后的矢量 $\overline{A_iB_i}^*$ 为:

$$\overline{A_1B_1}^* = \overline{OB_1}^* - \overline{OA_1} = \begin{bmatrix} r \cos \beta + h \sin \beta - R \\ r \sin \alpha \sin \beta - h \sin \alpha \cos \beta \\ -r \cos \alpha \sin \beta + h \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (3)$$

采用同样的方法,可分别得到矢量 $\overline{A_2B_2}^*$ 和 $\overline{A_3B_3}^*$, 从而可以求得 3 条支链长度与动平台位姿的关系:

将坐标参数 A_i, B_i 和式(1)代入到杆长的约束方程 $l_i^2 = [T \cdot B_i - A_i]^T [T \cdot B_i - A_i]$ 中,得到如下式子:

令 $a = \tan \frac{\alpha}{2}$, 则 $\sin \alpha = \frac{2a}{1+a^2}$, $\cos \alpha = \frac{1-a^2}{1+a^2}$, 为了推导方便,设中间参数 $k_1 = r^2 + R^2 + h^2 + 2Rr - l_3^2$ 。

将 $\sin \alpha$ 和 $\cos \alpha$ 和中间参数 A 代入到式(5)的第 3 个方程中,得到如下二元四次方程:

$$a^4 + k_1 a^3 + k_2 a^2 + k_3 a + k_4 = 0,$$

如下:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{2k_2^3 - 9k_2k_3k_4 + 27k_3^2 + 27k_1^2k_4 - 72k_2k_4}{54}, \\ D &= \sqrt{Q^2 - \left(\frac{k_2^2 - 3k_1k_3 + 12k_4}{9} \right)^3}, \\ G &= \left[\left(\sqrt[3]{Q+D} \right) + \frac{k_2^2 - 3k_1k_3 + 12k_4}{9 \left(\sqrt[3]{Q+D} \right)} \right], \end{aligned}$$

$$M = \sqrt{\frac{k_1^2}{4} - \frac{2k_2}{3} + G},$$

$$S = \frac{k_1^2}{2} - \frac{4k_2}{3} - G,$$

$$T = \frac{-k_1^3 + 4k_1k_2 - 8k_3}{4M}.$$

根据上述推导的方程,编写 MATLAB 程序,对建立的位置正/逆解模型进行分析验证。在区间 $(-\pi/2, \pi/2)$ 内,给定机构动平台某一确定的位姿参数 α, β ,将已知的位姿参数代入到位置逆解方程式(4)中,可计算出如表 1 所示的 3 条支链

的输入位移。然后,将位置逆解计算结果(即逆解计算出来的 3 条支链的输入位移)进一步代入到位置正解方程式(6)和式(7)中,舍弃不在该范围内的解,可以计算出如表 1 所示的动平台的位姿值。通过对比表 1 中的给定位姿和计算位姿之间的数据,可以看出通过位置正解的解析解计算的位姿值(即计算位姿)与实际给定的位姿值(即给定位姿)较为接近,最大误差为 0.012 7 rad,不超过实际值的 2.43%,两者之间的误差较小,这说明本文所建立的位置正解和逆解模型正确。

表 1 给定位姿与计算位姿之间的对比

Tab. 1 Comparison between given positions and calculation positions

序号	给定位姿		输入位移			计算位姿		位姿误差	
	α	β	l_1	l_2	l_3	α	β	α	β
1	$-\pi/6$	$-\pi/6$	141.872 8	71.609 3	78.311 5	-0.510 9	-0.523 6	0.012 7	$1.224 4 \times 10^{-6}$
2	$-\pi/12$	$-\pi/12$	126.730 5	91.082 6	91.806 0	-0.251 0	-0.261 8	0.010 8	$6.122 0 \times 10^{-7}$
3	0	0	109.658 6	109.658 6	109.658 6	0	0	0	0
4	$\pi/12$	$\pi/12$	91.082 6	126.730 5	126.207 5	0.252 3	0.261 8	0.009 5	$6.122 0 \times 10^{-7}$
5	$\pi/6$	$\pi/6$	71.609 3	141.872 8	138.286 2	0.533 9	0.523 6	0.010 3	$1.224 4 \times 10^{-6}$

4 并联腿机构的速度和加速度模型

对并联机构速度和加速度建模就是求解机构在某一瞬时位形条件下动平台的位姿变化速度/加速度与各运动支链驱动关节伸缩速度/加速度之间的映射关系矩阵^[21-24],并基于该矩阵分析机构的运动学特性。

4.1 速度模型

支链 $i(i=1,2,3)$ 的驱动速度大小为:

$$\dot{l}_i = ((\overline{\mathbf{OB}_i} - \overline{\mathbf{OA}_i}) / l_i) \cdot \mathbf{V}_{B_i}. \quad (8)$$

其中: $\overline{\mathbf{OB}_i}, \overline{\mathbf{OA}_i}$ 分别表示 B_i, A_i 在定坐标系下的位置矢量, \mathbf{V}_{B_i} 表示动平台上铰链结点 B_i 速度矢量。

动平台铰链结点 B_i 速度的矩阵形式可以表示为:

$$\mathbf{V}_{B_i} = [\mathbf{O}_p] \dot{\mathbf{P}}, \quad (9)$$

其中: $[\mathbf{O}_p] = [\mathbf{i} \times {}^P \mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{j} \times {}^P \mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{k} \times {}^P \mathbf{r}_{B_i}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]^T$,其中 ${}^P \mathbf{r}_{B_i}$ 为动坐标系下 B_i 的位置矢量, $\dot{\mathbf{P}}$ 表示动平台的转动角速度。

将式(9)代入式(8)得到: $\dot{l}_i = \mathbf{S}_i^T \mathbf{V}_{B_i} = \mathbf{S}_i^T [\mathbf{O}_p] \dot{\mathbf{P}}$,令 $\dot{\mathbf{l}}_{AB} = (\dot{l}_1 \ \dot{l}_2 \ \dot{l}_3)^T$,则支链 1,2 和 3 可写成如下统一的矩阵形式:

$$\dot{\mathbf{l}}_{AB} = [\mathbf{J}_p] \dot{\mathbf{P}}, \quad (10)$$

其中: $[\mathbf{J}_p] = [\mathbf{S}_1^T [\mathbf{O}_p^1] \ \mathbf{S}_2^T [\mathbf{O}_p^2] \ \mathbf{S}_3^T [\mathbf{O}_p^3]]^T$ 。

支链 3 方向上的单位向量为:

$$\mathbf{S}_3 = \begin{bmatrix} (h \sin \beta) / l_3 \\ (r \cos \alpha - h \sin \alpha \cos \beta - R) / l_3 \\ (r \sin \alpha + h \cos \alpha \cos \beta) / l_3 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

代入支链 3 的参数,整理后得到机构的一阶影响系数矩阵:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{S}_3^T * [\mathbf{O}_p])^T &= \begin{bmatrix} \mathbf{S}_3^T(\mathbf{i} \times \overline{\mathbf{P}^* \mathbf{B}_3^*}) \\ \mathbf{S}_3^T(\mathbf{j} \times \overline{\mathbf{P}^* \mathbf{B}_3^*}) \\ \mathbf{S}_3^T(\mathbf{k} \times \overline{\mathbf{P}^* \mathbf{B}_3^*}) \\ \mathbf{S}_3^T \cdot \mathbf{i} \\ \mathbf{S}_3^T \cdot \mathbf{j} \\ \mathbf{S}_3^T \cdot \mathbf{k} \end{bmatrix} = \\
&\begin{bmatrix} [(-r^2 \cos \alpha \sin \alpha + h r \sin^2 \alpha \cos \beta + R r) + (r^2 \cos \alpha \sin \alpha + h r \cos^2 \alpha \cos \beta)] / l_3 \\ (h r \sin \alpha \sin \beta) / l_3 \\ (-h r \cos \alpha \sin \beta) / l_3 \\ (h \sin \beta) / l_3 \\ (r \cos \alpha - h \sin \alpha \cos \beta - R) / l_3 \\ (r \sin \alpha + h \cos \alpha \cos \beta) / l_3 \end{bmatrix}. \quad (12)
\end{aligned}$$

同理,可以得到支链 1 和支链 2 的影响系数矩阵 $(\mathbf{S}_1^T * [\mathbf{O}_p])^T, (\mathbf{S}_2^T * [\mathbf{O}_p])^T$ 。

将上述的各支链的影响系数合并即可得到完整的影响系数矩阵 $[\mathbf{J}_p]$, 即雅克比矩阵。

4.2 加速度模型

式(8)两边同乘上支链 i 的长度 l_i , 得到式(13):

$$l_i \ddot{l}_i = \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{V}_{B_i}. \quad (13)$$

对式(13)两边同时求导得到 $l_i \ddot{l}_i + \dot{l}_i^2 = \mathbf{L}_i \cdot \mathbf{a}_{B_i} + \mathbf{V}_{B_i}^T$, 从而可以得到支链 i 的驱动加速度 \ddot{l}_i :

$$\ddot{l}_i = \mathbf{S}_i^T \cdot \mathbf{a}_{B_i} + (\mathbf{V}_{B_i}^T \cdot \mathbf{V}_{B_i} - \dot{l}_i^2) / l_i. \quad (14)$$

动平台上铰链结点 B_i 的加速度表达式为:

$$\mathbf{a}_{B_i} = \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}_{B_i} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{B_i}) + \mathbf{a}_p, \quad (15)$$

其中: $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为动平台的角加速度, $\boldsymbol{\omega}$ 为动平台的角速度, \mathbf{a}_p 为动坐标系原点的加速度, 式(15)写成矩阵形式:

$$\mathbf{a}_{B_i} = (\mathbf{S}_i^T * [\mathbf{O}_{P_i}])^T \dot{\mathbf{P}} + \dot{\mathbf{P}}^T [\mathbf{H}_{P_i}] \dot{\mathbf{P}}, \quad (16)$$

其中: $\dot{\mathbf{P}} = [\boldsymbol{\varepsilon}_x \ \boldsymbol{\varepsilon}_y \ \boldsymbol{\varepsilon}_z \ \mathbf{a}_x \ \mathbf{a}_y \ \mathbf{a}_z]^T$, $[\mathbf{H}_{P_i}]$ 为支链 i 的二阶影响系数矩阵。

将式(8)和式(16)代入式(14)中得到如下式子:

$$\begin{aligned}
\ddot{l}_i = \dot{\mathbf{P}}^T \{ & [[\mathbf{H}_{P_i}] + [\mathbf{G}_p]^T [\mathbf{G}_p]] (1 - \mathbf{S}_i^2) / l_i \} \dot{\mathbf{P}} + \\
& (\mathbf{S}_i^T * [\mathbf{O}_{P_i}])^T \ddot{\mathbf{P}}. \quad (17)
\end{aligned}$$

可将 3 条支链写成如下矩阵形式:

$$\ddot{\mathbf{l}}_{AB} = [\mathbf{J}_p] \ddot{\mathbf{P}} + \dot{\mathbf{P}}^T [\mathbf{M}_p] \dot{\mathbf{P}}, \quad (18)$$

其中: $\ddot{\mathbf{l}}_{AB}$ 为 3 条运动支链的伸缩加速度 $\ddot{\mathbf{l}}_{AB} = \{\ddot{l}_1 \ \ddot{l}_2 \ \ddot{l}_3\}^T$, $[\mathbf{M}_p]$ 为二阶影响系数矩阵 $[\mathbf{M}_p] = \{[\mathbf{U}_{P_1}] \ [\mathbf{U}_{P_2}] \ [\mathbf{U}_{P_3}]\}^T$ 。

5 并联腿机构的动力学模型

并联机构的动力学建模涉及给定动平台随时间的变化规律以及外载荷, 求解驱动支链的驱动力/力矩^[25-28]。拉格朗日方法从能量角度出发, 推导过程可避免求解复杂的约束反力, 是针对该并联腿机构理想的动力学建模方法。拉格朗日动力学方程为:

$$\Gamma = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q}, \quad (19)$$

其中: Γ 为在广义坐标系中的广义力或广义力矩, q 为广义坐标, \dot{q} 为广义速度。

动平台的动能方程为:

$$e_p = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_p^T [\mathbf{I}^*] \dot{\mathbf{q}}_p, \quad (20)$$

式中: $[\mathbf{I}^*] = m_p [\mathbf{G}_a]^T [\mathbf{G}_a] + [\mathbf{G}_b]^T [{}^o \mathbf{I}_p] [\mathbf{G}_b]$, $\mathbf{q}_p = [l_1 \ l_2 \ l_3]^T$, $\mathbf{q}_k = [q_k \ d_{k_1} \ d_{k_2}]^T$, 其中 θ_k 表示支链相对定平台的偏转角, d_{k_1} , d_{k_2} 分别表示定平台上铰链结点到支链 k 上的缸体质点和活塞质点的长度。

以定坐标系原点 O 为势能零点, 得到动平台的势能方程为:

$$u_p = m_p g^o h_p \cos \alpha \cos \beta. \quad (21)$$

将式(20)和式(21)代入式(19), 得到机构动平台的惯性力的广义力为:

$$\begin{aligned}
{}^o \mathbf{T}_p = -\ddot{\mathbf{q}}_p^T [\mathbf{I}^*] - \dot{\mathbf{q}}_p^T \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_p} ([\mathbf{I}^*]) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_p} ([\mathbf{I}^*]) \right\} \dot{\mathbf{q}}_p \\
+ m_p g^o h_p \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_p} (\cos \alpha \cos \beta). \quad (22)
\end{aligned}$$

在支链坐标系下, 对支链 k 的动能进行计算:

$$e_k = \frac{1}{2} m_{k_1} (d_{k_1} \dot{\theta}_k)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{I}_{k_1}^A \dot{\theta}_k^2 + \frac{1}{2} m_{k_2} (d_{k_2} \dot{\theta}_k)^2 + \frac{1}{2} \mathbf{I}_{k_2}^A \dot{\theta}_k^2 + \frac{1}{2} m_{k_2} \dot{d}_{k_2}^2. \quad (23)$$

以坐标系原点 O 为势能原点, 则得到支链 k 的势能方程:

$$u_k = m_{k_1} g d_{k_1} \sin \theta_k + m_{k_2} g d_{k_2} \sin \theta_k. \quad (24)$$

通过式(19)得到支链的广义惯性力矩为:

$${}^A \tau_k = \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial e_k}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial e_k}{\partial q_k} + \frac{\partial u_k}{\partial q_k}, \quad (25)$$

式中:

$$\frac{\partial e_k}{\partial \dot{q}_k} = \begin{bmatrix} (m_{k_1} d_{k_1} + I_{k_1} + m_{k_2} d_{k_2} + I_{k_2}) \dot{\theta}_k \\ m_{k_2} \dot{d}_{k_2} \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial e_k}{\partial q_k} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_{k_2} d_{k_2} \dot{\theta}_k \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial u_k}{\partial q_k} = \begin{bmatrix} m_{k_1} g d_{k_1} \cos \theta_k + m_{k_2} g d_{k_2} \cos \theta_k \\ m_{k_2} g \sin \theta_k \end{bmatrix}.$$

支链坐标系相对定坐标系的旋转变换矩阵为:

$${}^o \mathbf{R} = [{}^o \mathbf{S}_x \quad {}^o \mathbf{S}_y \quad {}^o \mathbf{S}_z]. \quad (26)$$

将式(25)转换为定坐标系下的矢量形式为:

$${}^o \mathbf{T}_k = {}^o \mathbf{R}^A \tau_k^T. \quad (27)$$

根据式(22)和式(27)的结果, 可以求得机构轴向驱动力 ${}^o \mathbf{T}_a$:

$${}^o \mathbf{T}_a = {}^o \mathbf{T}_n - {}^o \mathbf{T}_p - \sum_{k=1}^3 {}^o \mathbf{T}_k, \quad (28)$$

式中 ${}^o \mathbf{T}_n$ 为系统外力。

6 数值仿真与验证

6.1 并联腿机构的结构参数

考虑到机器人物理样机应该在满足基本运动功能的前提下尽可能地减小尺寸和降低自身重量。结合现代农业对机器人运动性能及其载重的要求, 最终给定并联腿机构的结构参数, 如表 2 所示。

表 2 并联腿机构的尺寸与运动副参数

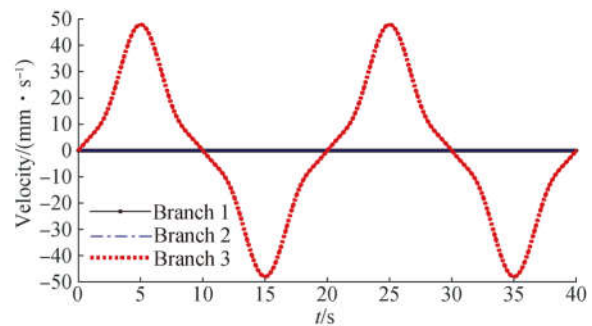
Tab. 2 Parameters of dimension and kinematic pairs of parallel leg mechanism (mm)

参数	参数值
动平台的长度×宽度×厚度	60×60×20
定平台结构参数 R	75
螺旋副丝杠的长度×直径×导程	110×30×10
螺旋副套筒的长度×直径×壁厚	70×20×10
支链 2 活塞的长度×宽度×厚度	110×30×30
支链 2 缸体的长度×宽度×壁厚	70×40×10
动平台中心 P 到定平台中心 O 的距离 H	100

并联腿机构的动平台和三条运动支链为均质材料, 依据三维模型计算得到动平台质量 $m_p = 5$ kg, 螺旋副丝杠的质量 $m_{s1} = 2$ kg, 螺旋副套筒的质量 $m_{s2} = 1.5$ kg。支链中缸体的质量 $m_{k1} = 1$ kg, 活塞的质量 $m_{k2} = 1$ kg。重力加速度 ${}^o \mathbf{g} = [0 \quad 0 \quad -10]^T$, 外载荷 ${}^o \mathbf{T}_s = [0 \quad 0 \quad 0]^T$ 。这里给定机构 2 种运动方式: 动平台末端操作器以振幅为 $\pi/3$ 和频率为 0.05 Hz 的规律绕定坐标系 X 轴转动; 动平台末端操作器以振幅为 $\pi/3$ 和频率为 0.05 Hz 的规律绕定坐标系 Y 轴转动。在 ADAMS 和 MATLAB 软件中的仿真步长为 0.1 s。

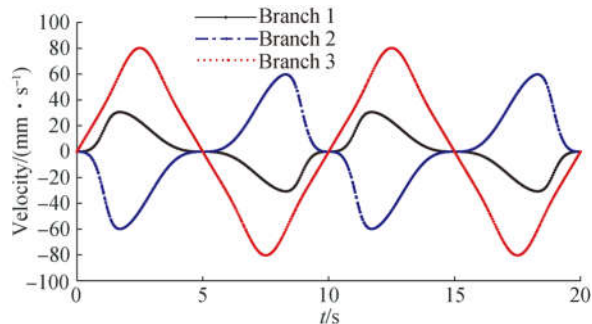
6.2 运动学模型的仿真验证

将表 2 中的并联腿机构的参数代入到雅克比矩阵 $[\mathbf{J}_p]$ 中, 动平台以上述给定的 2 种运动方式运动, 仿真时间为 40 s, 在 MATLAB 上计算得到动平台位姿变化时驱动支链的输入速度变化曲线, 如图 3 所示。从图中可以看出 3 条支链的速度变化曲线较为平滑, 不存在阶跃突变的情况, 说明机构的构型设计和结构参数选择较为合理。



(a) α 角变化时驱动支链的输入速度变化曲线

(a) Input velocity curve of branches as α changes



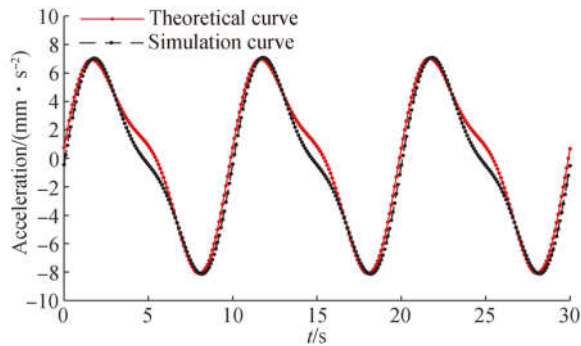
(b) β 角变化时驱动支链的输入速度变化曲线

(b) Input velocity curve of branches as β changes

图 3 动平台位姿变化时驱动支链的输入速度变化曲线

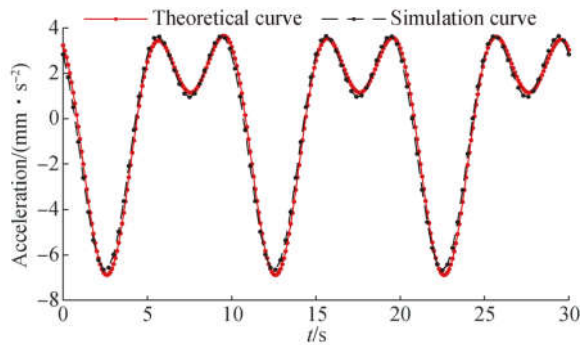
Fig. 3 Input displacement curve of branches as α and β change

为了验证加速度模型的正确性,将表 2 中的参数带入到式(18)中,动平台以上述给定的运动方式运动,仿真时间为 30 s,计算得到支链 3 输入加速度的理论曲线,并在 ADAMS 中得到相同运动条件下的输入加速度仿真曲线。为了更直观地对比分析理论曲线和仿真曲线的吻合程度,将两种曲线合并,如图 4 所示。



(a) α 角变化时驱动支链的输入加速度变化曲线

(a) Input acceleration curve of branches as α changes



(b) β 角变化时驱动支链的输入加速度变化曲线

(b) Input acceleration curve of branches as β changes

图 4 驱动支链的输入加速度理论曲线和样机仿真曲线对比

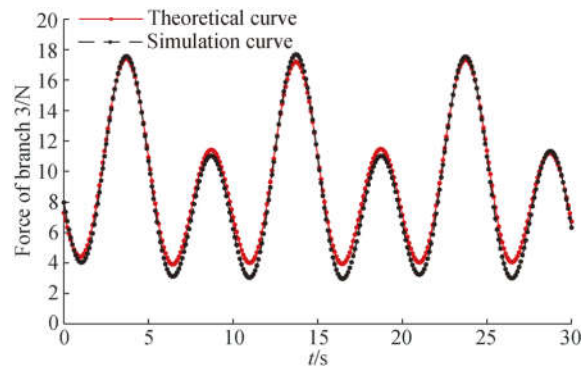
Fig. 4 Comparison between theoretical curve and simulation curve of input acceleration

从图 4(a)中可以看出 α 角变化时加速度理论曲线和仿真曲线的最大误差出现在时间点 5, 15 和 25 s 附近,最大误差值大小为 1 mm/s^2 ,但在大部分时间内两者的曲线都是吻合的,平均误差值大小为 0.13 mm/s^2 ,不超过理论计算值的 3.8%。从图 4(b)中可以看出 β 角变化时加速度理论曲线和仿真曲线在 $0 \sim 30 \text{ s}$ 内都相吻合,误差基本上可以忽略,从而验证了加速度模型的正确性。

6.3 动力学模型的仿真实验

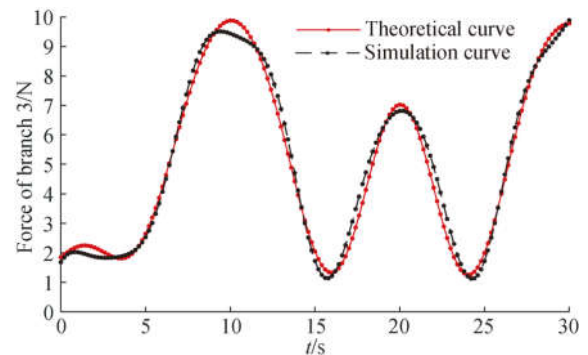
将表 2 中的并联腿机构的尺寸与运动副参数代入到动力学方程(28)中,计算得到支链 3 驱动力的理论变化曲线和 ADAMS 虚拟样机仿真曲线,如图 5 所示。其中图 5(a)为 $\beta = \pi/3$ 时动平台末端操作器围绕着定坐标 X 轴摆动的驱动力的理论曲线和仿真曲线。图 5(b)为先从 $\beta = \pi/3$ 的位置经过 5 s 偏转到 $\beta = \pi/6$,然后围绕着定坐标系 X 轴摆动 1 个周期的驱动力的理论曲线和仿真曲线。图 5(c)为围绕 X 轴摆动过程中在 Z 轴方向的理论曲线和仿真曲线。

通过对比可以看出驱动力的理论变化曲线和仿真曲线吻合,为了进一步分析驱动力理论值与仿真值之间的误差大小,计算了上述 3 种情形下两者的误差值,并绘制了驱动力误差曲线,如图 6 所示。



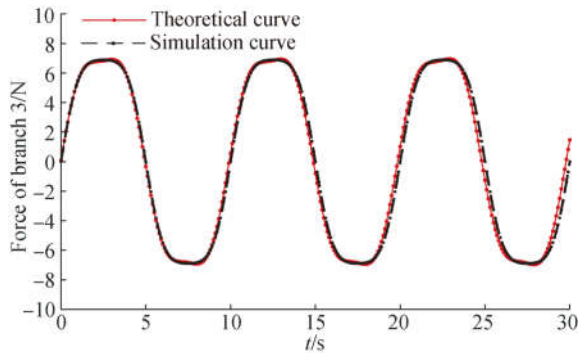
(a) $\beta = \pi/3$ 时驱动力的理论曲线和仿真曲线

(a) Theoretical curve and simulation curve of driving force when $\beta = \pi/3$



(b) $\beta = \pi/6$ 时驱动力的理论曲线和仿真曲线

(b) Theoretical curve and simulation curve of driving force when $\beta = \pi/6$



(c) 驱动力在 Z 轴方向的理论曲线和仿真曲线

(c) Theoretical curve and simulation curve of Z-axis component of force

图 5 驱动力理论曲线和仿真曲线对比

Fig. 5 Comparison of theoretical and simulated curve

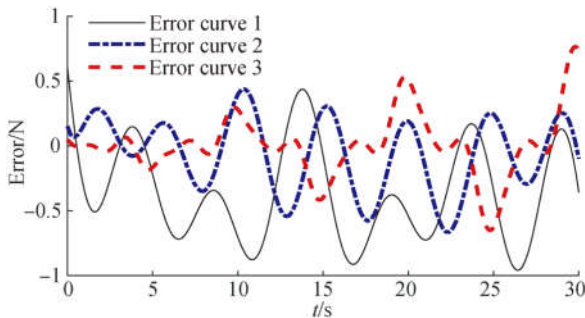


图 6 驱动力的误差曲线

Fig. 6 Error curve of driving force

误差曲线 1 表示 $\beta = \pi/3$ 时驱动力的理论值和仿真值之间的误差变化情况; 误差曲线 2 表示 $\beta = \pi/6$ 时驱动力的理论值和仿真值之间的误差变化情况; 误差曲线 3 表示驱动力在 Z 轴方向的理论值和仿真值之间的误差变化情况。

从图 6 所示的驱动力的误差曲线可以看出, 理论计算值与 ADAMS 样机仿真值之间的误差大小基本上稳定在 $0 \sim 1$ N, 只在某些拐点附近出现了误差值较大的情况, 最大误差值约为 1 N, 这是由于在数值运算过程中存在着多重迭代导致误差的累积。通过计算, 在 $0 \sim 30$ s 内上述 3 种

情况下的平均误差值大小分别为 0.42, 0.25 和 0.19 N, 相对于理论计算值的大小分别为 3.75%, 3.27%, 3.61%, 误差远小于驱动力的理论计算值, 说明了其误差在合理的范围内, 验证了理论模型的正确性, 在精度上能够满足后续运动控制和轨迹规划的要求。

根据上述驱动支链的位移、速度、加速度以及驱动力的变化曲线, 可知本文所提出的球面并联腿机构具有以下特点: 驱动支链与动平台在速度、加速度和驱动力变化的周期性上是一致的; 动平台以不同的 β 角进行偏摆运动时, 支链驱动力的变化规律相同, 但幅值大小不同; 动平台以正弦规律运动时, 支链驱动力的 Z 轴分量以相似的正弦规律变化。综上所述, 驱动支链的理论曲线与 ADAMS 样机仿真曲线相吻合, 验证了该机构的运动学和动力学模型的正确性。

7 结 论

本文提出了一种球面并联机构, 该机构结构紧凑, 运动灵活, 具有球面工作空间。将该机构应用在机器人腿部结构, 创新设计了一种轮-腿复合式移动机器人。基于解析几何法和代数消元法构建了球面并联腿机构的位置正/逆解数学模型。仿真得到了给定位姿数据与计算位姿数据之间的最大误差为 0.0127 rad, 误差不超过实际值的 2.43%, 验证了位置正/逆解模型的正确性。运用影响系数法推导出球面并联腿机构的速度和加速度的影响系数矩阵。在此基础上, 运用拉格朗日方法建立了球面并联腿机构的动力学模型。运用仿真软件对所建立的数学模型和推导结果进行了仿真验证, 发现了球面并联腿机构驱动力的理论仿真结果和虚拟样机仿真曲线吻合, 两者之间的误差稳定在 $0 \sim 1$ N 的合理范围内, 验证了运动学和动力学模型的正确性。

参考文献:

[1] 刘冬琛, 王军政, 汪首坤, 等. 一种基于并联 6 自由度结构的电动轮足机器人 [J]. 机器人, 2018, 40(6): 1-11.
LIU D CH, WANG J ZH, WANG SH K, *et al.*. Design of 6-DOF parallel mechanical leg of wheel-

leg hybrid quadruped robot [J]. *Robot*, 2018, 40(6): 1-11. (in Chinese)

[2] 王天然. 机器人技术的发展 [J]. 机器人, 2017, 39(4): 385-386.

WANG T R. Development of robot [J]. *Robot*, 2017, 39(4): 385-386. (in Chinese)

[3] 徐坤, 郑昇, 丁希仑. 六轮腿式机器人结构设计与

- 运动模式分析 [J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(1): 59-71.
- XU K, ZHENG Y, DING X L. Six wheel legged robot structure design and motion pattern analysis [J]. *Journal of Beihang University*, 2016, 42(1): 59-71. (in Chinese)
- [4] 陆冬平. 仿生四足-轮复合移动机构设计与多运动模式步态规划研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2015.
- LU D P. *Research on the Design and Gait Planning of Multi-locomotion Modes of a Bionic Leg-wheel Hybrid Mechanism* [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2015. (in Chinese)
- [5] GRAND C, BENAMAR F, PLUMET F, *et al.*. Stability and traction optimization of a reconfigurable wheel-legged robot [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2014, 23(10-11): 1041-1058.
- [6] 房玉吉. 轮腿复合式移动机器人越障分析与控制系统设计[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
- FANG Y J. *Obstacle Avoidance Analysis and Control System Design of Wheel Leg Hybrid Mobile Robot* [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [7] LIU J C, YANG J S. Design and mode switching of wheel-leg adaptable amphibious robot [C]. *Intelligent Robot Systems*, 2017: 270-274.
- [8] 牛建业, 王洪波, 史洪敏, 等. 变自由度轮足复合机器人轨迹规划验证及步态研究 [J]. 农业工程学报, 2017, 33(23): 38-47.
- NIU J Y, WANG H B, SHI H M, *et al.*. Trajectory planning verification and gait analysis of wheel-legged hybrid robot with variable degree of freedom [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2017, 33(23): 38-47. (in Chinese)
- [9] KIM Y S, JUNG G P, KIM H, *et al.*. Wheel Transformer: a wheel-leg hybrid robot with passive transformable wheels [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2017, 30(6): 1487-1498.
- [10] 曲梦可, 王洪波, 荣誉. 轮腿混合四足机器人六自由度并联机械腿设计 [J]. 农业工程学报, 2017, 33(11): 29-37.
- QU M K, WANG H B, RONG Y. Design of 6-DOF parallel mechanical leg of wheel-leg hybrid quadruped robot [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2017, 33(11): 29-37. (in Chinese)
- [11] OTTAVIANO E, VOROTNIKOV S, CECCARELLI M, *et al.*. Design improvements and control of a hybrid working robot [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2011, 59(2): 128-141.
- [12] NAZARI A A, HASANI A, BEEDEL M. Screw theory-based mobility analysis and projection-based kinematic modeling of a 3-CRRR parallel manipulator [J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering*, 2018, 40(7): 357.
- [13] 高建设, 李明祥, 侯伯杰, 等. 新型四足步行机器人串并混联腿的运动学分析 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(11): 3147-3160.
- GAO J SH, LI M X, HOU B J, *et al.*. Kinematics analysis of series-parallel hybrid legs of a new quadruped walking robot [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(11): 3147-3160. (in Chinese)
- [14] YU W D, WANG H, CHEN G L. Design and kinematic analysis of a 3-translational-DOF spatial parallel mechanism based on polyhedral [J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2018, 121(4): 92-115.
- [15] LU Y, HU B, YU J P. Analysis of kinematics/statics and workspace of a 2(SP+SPR+SPU) serial-parallel manipulator [J]. *Multibody System Dynamics*, 2009, 21(4): 361-374.
- [16] 苏婷婷, 张好剑, 王云宽, 等. 基于费拉里法的Delta机器人动态目标抓取算法 [J]. 华中科技大学学报, 2018, 46(6): 128-132.
- SU T T, ZHANG H J, WANG Y K, *et al.*. Dynamic picking algorithm based on Ferrari's method for Delta robot [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*, 2018, 46(6): 128-132. (in Chinese)
- [17] PEDRAMMEHR S, DANAEI B, ABDI H, *et al.*. Dynamic analysis of Hexarot: axis-symmetric parallel manipulator [J]. *Robotica*, 2018, 23(10): 1-16.
- [18] ENRIQUE C U, ERNESTO R L. Kinematic analysis of the 3-CUP parallel mechanism [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2013, 29(5): 382-395.
- [19] ZANG K J, ZANG W S, LI C H, *et al.*. Analysis of degree of freedom of 4-SP_{sync}S/S parallel mechanism of the imitation of human wrist [J]. *Advanced Materials Research*, 2014, 16(5): 654-657.

- [20] RODRIGUEZ E, DAI J S, PENNOCK G R. A study of the mobility of a family of 3-DOF parallel manipulators via screw theory [C]. *ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, 2009: 1157-1165.
- [21] LI Q, HERYE J M. Type synthesis of 3-DOF RPR-equivalent parallel mechanisms [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(6): 1333-1343.
- [22] 李永泉, 宋肇经, 郭菲, 等. 多能域过约束并联机器人系统动力学建模方法 [J]. *机械工程学报*, 2016, 52(21): 17-25.
LI Y Q, SONG ZH J, GUO F, *et al.*. Dynamic modeling method of multi energy domain over constrained parallel robot system [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(21): 17-25. (in Chinese)
- [23] 艾青林, 祖顺江, 胥芳. 并联机构运动学与奇异性研究进展 [J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2012, 46(8): 1345-1359.
AI Q L, ZU S J, XU F. Research progress of kinematics and singularity of parallel mechanism [J]. *Journal of Zhejiang University*, 2012, 46(8): 1345-1359. (in Chinese)
- [24] WANG L P, XU H Y, GUAN L W. Kinematics and inverse dynamics analysis for a novel 3-PUU parallel mechanism [J]. *Robotica*, 2016, 35(10): 1-18.
- [25] 刘凉, 赵新华, 王收军, 等. 空间刚柔耦合并联机构的逆动力学建模与控制 [J]. *光学精密工程*, 2018, 26(1): 95-104.
LIU L, ZHAO X H, WANG S J, *et al.*. Inverse dynamics modeling and control of space rigid-flexible coupled parallel mechanisms [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(1): 95-104. (in Chinese)
- [26] LASCHOWSKI B, MEHRABI N, MCPHEE J. Inverse dynamics modelling of paralympic wheelchair curling [J]. *Journal of Applied Biomechanics*, 2017, 15(11): 1-19.
- [27] 陈修龙, 董芳杞, 王清. 基于牛顿-欧拉法的 4-UPS-UPU 并联机构动力学方程 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(11): 3129-3137.
CHEN X L, DONG F Q, WANG Q. Dynamic equation of 4-UPS-UPU parallel mechanism based on Newton-Euler approach [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(11): 3129-3137. (in Chinese)
- [28] 张东胜, 许允斗, 侯照伟, 等. 五自由度混联机器人优化设计与运动学分析 [J]. *农业工程学报*, 2016, 32(24): 69-76.
ZHANG D S, XU Y D, HOU Z W, *et al.*. Optimal design and kinematics analysis of five degrees of freedom hybrid robot [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering (Transactions of the CSAE)*, 2016, 32(24): 69-76. (in Chinese)

作者简介:



陈 原(1976—),男,湖北黄冈人,博士,教授,博士生导师,2012 年于哈尔滨工业大学获得博士学位,主要从事机器人机构学研究。E-mail: cyzghysy@sdu.edu.cn



宁淑荣(1967—)女,东北秦皇岛人,副教授,硕士生导师,2007 年于燕山大学获得博士学位,主要从事机电系统控制研究。E-mail: ningshurong@163.com