

文章编号 1004-924X(2019)10-2154-11

透射光栅位移传感器中光栅副 Yaw 向夹角误差的影响和监测

王笑一, 卢璐卿*, 雷贤卿*, 左孝林, 王永军, 郭阳阳
(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘要:透射光栅副的 Yaw 向夹角误差是影响光栅信号质量的重要因素,但现有的数学模型不能精确反映 Yaw 向夹角误差对光栅信号质量的影响规律。建立了同时考虑光电池性能参数、光电池安装位置、指示光栅与标尺光栅夹角误差等因素的光栅信号利萨如图形的数学模型,研究了光栅副 Yaw 向夹角误差对利萨如图形形状的影响机理,发现利萨如图形的离心率和倾斜程度与光栅副 Yaw 向夹角误差之间存在规律性的数学关系,通过实测实验验证了该关系。数值仿真与实验测量得到的利萨如图形的离心率和倾角的相对误差分别小于 1% 和 3%,验证了数学模型的正确性和有效性。建立的数学模型和数值关系为光栅生产中的信号质量调整和运动部件(读数头)Yaw 向运动误差实时监测和误差修正提供了理论基础。

关键词:透射光栅; 夹角误差; 利萨如图形; 误差修正; 离心率

中图分类号: TP212 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20192710.2154

Influence and monitoring of yaw angle error of grating pair in transmission grating displacement sensor

WANG Xiao-yi, HU Lu-qing*, LEI Xian-qing*, ZUO Xiao-lin, WANG Yong-jun, GUO Yang-yang

(School of Mechatronics Engineering,
Henan University of Science and Technology, Luoyang 471003, China)
* Corresponding author, E-mail: 1085825479@qq.com; ly-lxq@163.com

Abstract: The yaw angle error of a transmission grating pair is an important factor affecting the quality of the grating signal, but the existing mathematical model cannot accurately reflect the influence of the yaw angle error on the quality of grating signal. A mathematical model of the Lissajous figure of the grating signal was established in this paper, considering factors such as the performance parameters of a photocell, installation position of the photocell, and the angle error between the indicator and scale gratings. The influence mechanism of the angle error in the yaw axis of the grating pair on the shape of a Lissajous figure was studied. We found regular mathematical relationships among the eccentricity, tilt of the Lissajous figure, and angle error in the yaw axis of grating pairs. The relationship is verified experimentally. The relative error of the eccentricity and tilt of the Lissajous figure obtained by numerical simulation and experimental measurement are less than 1% and 3%, respectively, which verifies the correctness and effectiveness of the proposed

收稿日期: 2018-12-27; 修订日期: 2019-02-18.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 51775172)

mathematical model. The established mathematical model and the numerical relationships found provide a theoretical basis for signal quality adjustment in grating production and real-time monitoring of yaw axis motion errors of moving parts (reading heads) in use.

Key words: transmission grating; angle error; Lissajous figure; error correction; eccentricity

1 引 言

以光栅尺和圆光栅为代表的光栅传感器是中高档数控机床实现闭环控制的关键部件,并广泛应用于精密机械、电力工业、医学、航空航天及船舶等领域。光栅尺和圆光栅的工作原理基本相同,按其结构形式可分为透射式和反射式。目前,反射式光栅主要由海德汉和雷尼绍两家国外公司生产,国内制造的光栅尺和圆光栅仍以透射式光栅为主。

如何提高光栅尺的测量精度一直是光栅生产企业和学术界关注的焦点^[1-2]。光栅信号质量是影响光栅传感器测量精度的关键因素^[3-4]。光栅信号质量的评价指标主要有信号的正交性、正弦性和等幅性等^[5-7]。研究表明,光栅刻线误差^[8-9]、光栅副装配误差^[10-12]、光源变化^[13]等因素都会影响光栅信号质量。通过补偿和修正可以提高光栅信号质量,其中比较有代表性的方法有非正弦误差修正法^[14]、任意相位滞后误差补偿法^[15]和实时补偿正交偏差法^[16]等。此外,王春海^[17]等对光栅细分精度与利萨如图形之间的关系进行分析,提出了利用利萨如图形评定光栅细分精度的方法。艾晨光^[18]等利用双读数头接收不同正弦信号所合成的利萨如图形判定圆光栅的偏心距及偏心方向,并通过误差补偿修正提高了圆光栅的测角精度。

上述研究表明,误差修正是提高光栅信号质量的有效方法,而利萨如图形是反映光栅信号质量的最直观、最有效的形式,因此分析和研究利萨如图形形状误差的形成机理是对光栅信号进行误差修正的理论基础。但现有研究文献仅提出了利萨如图形的简化模型,该模型直接通过有相位差的两相正弦或余弦信号得到利萨如图形,模型中未考虑光电池的性能参数和安装位置、指示光栅与标尺光栅夹角误差(即 Yaw 向误差)等因素,因此在理论分析和指导生产实践中能发挥的作用非常有限。

光栅副误差中的 Yaw 向夹角误差是导致光电信号质量下降的主要因素。在光栅尺生产过程中,通过精细调整可减少光栅副 Yaw 向夹角误差,进而提高光栅精度,但这是一项繁重的手工工作。同时,在长光栅和圆光栅的工作过程中,导轨或轴系误差会导致光栅读数头产生 Yaw 向的微量角位移,也会对光栅信号产生不利影响。因此,开展光栅副 Yaw 向夹角对光栅信号的影响规律研究具有重要的意义。该研究一方面可以提高光栅生产过程中信号质量调整工作的效率,另一方面可以减轻 Yaw 向误差对在役光栅信号质量的不利影响,并有望利用该规律实现光栅在役使用中运动部件(读数头)Yaw 向运动误差的实时监测。

本文建立了同时考虑光电池的性能参数和安装位置、指示光栅与标尺光栅夹角误差等因素的光栅信号利萨如图形的数学模型,研究了光栅副 Yaw 向夹角误差对利萨如图形的影响机理,发现利萨如图形的离心率和倾斜程度与光栅副 Yaw 向夹角误差之间存在规律性的数学关系,并通过实测试验验证了该关系。本文建立的数学模型和发现的数值关系为光栅生产中的信号质量调整和使用中的运动部件(读数头)Yaw 向运动误差实时监测提供了理论基础。

2 光栅传感器的工作原理

透射式光栅传感器由标尺光栅 G1、指示光栅 G2 和光源、透镜、光电接收器等组成,其中指示光栅 G2、光源、光电接收器等安装在读数头内部(见图 1)。当指示光栅 G2 沿垂直于标尺光栅 G1 栅线的方向相对于标尺光栅运动时,光源发出的光线经过透镜成为平行光,再通过光栅副在光电接收器上形成明暗周期变化的莫尔条纹,由光电接收器转换为周期性变化的电信号。通过对这些电信号的处理和计数可获得光栅副相对运动的位移量。

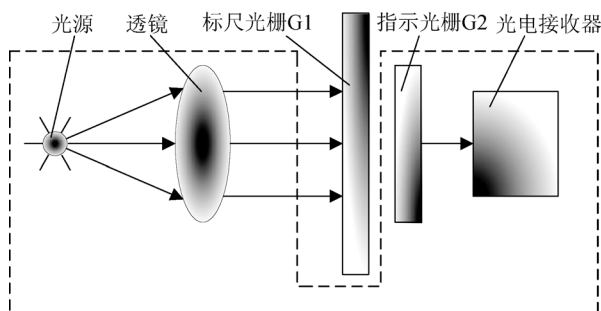


图 1 透射式光栅系统结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of transmission grating system

理论上,标尺光栅 G1 相对于指示光栅 G2 有 3 个旋转运动自由度,可用欧拉角(Roll, Pitch, Yaw)表达。设标尺光栅 G1 固定不动,指示光栅 G2 沿 X 轴运动,建立空间直角坐标系,如图 2 所示,指示光栅 G2 绕 X 轴旋转记为 Roll 向,绕 Y 轴旋转记为 Pitch 向,绕 Z 轴旋转记为 Yaw 向。

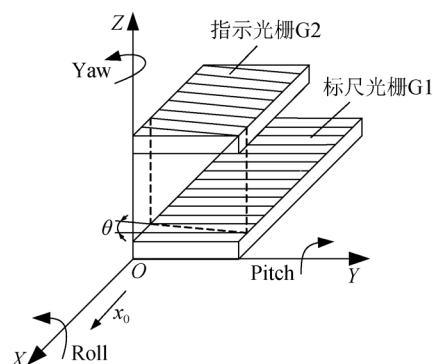


图 2 光栅副的 Roll, Pitch, Yaw 向示意图

Fig. 2 Schematic diagram of roll, pitch, and yaw directions of grating pair

3 数学模型

光栅测量系统中,标尺光栅 G1 和指示光栅 G2 的透光缝宽均为 a , 栅距均为 d , 则空间频率均为 $\nu=1/d$ 。设与标尺光栅 G1 栅线垂直的方向为 X 轴, 与标尺光栅 G1 栅线平行的方向为 Y 轴, 可建立如图 3 所示的光栅直角坐标系。当平行光线入射到标尺光栅 G1 时, 标尺光栅 G1 的透射函数 $L_1(x)$ 可表示为^[19]:

$$L_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{透光区, } kd - \frac{a}{2} \leq x \leq kd + \frac{a}{2}, \\ 0, & \text{非透光区} \end{cases} \quad (1)$$

式中: k 为整数, $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

式(1)是一个周期函数, 可用傅里叶级数的复数形式表述为:

$$L_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(i2\pi n \nu x), \quad (2)$$

式中: $A_n = \frac{a}{d} \operatorname{sinc}\left[n \frac{a}{d}\right]$ 为傅里叶系数, $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

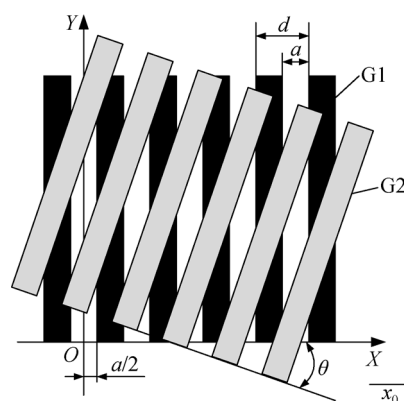


图 3 光栅直角坐标系

Fig. 3 Rectangular coordinate system of grating

将标尺光栅 G1 固定, 指示光栅 G2 在 XOY 面内相对标尺光栅 G1 旋转 θ 角, 并在 X 轴方向产生位移 x_0 (如图 3 所示)。实际应用中, θ 角一般不超过 6° 。由图 3 可见, 当 θ 角变小时, 透光面积变大, 光强波动的幅度也随之变大。根据坐标变换可得指示光栅 G2 透射函数的傅里叶表达式 $L_2(x)$ 为:

$$L_2(x - x_0, y) =$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m \exp\{i2\pi m \nu [(x - x_0) \cos \theta + y \sin \theta]\}, \quad (3)$$

式中: $B_m = \frac{a}{d} \operatorname{sinc}\left[m \frac{a}{d}\right]$ 为傅里叶系数, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。

假设标尺光栅 G1 和指示光栅 G2 之间的间隙很小, 可忽略不计。根据信息光学理论可知, 莫尔条纹的透射函数 $L_{\Sigma 1}$ 为标尺光栅 G1 透射函数 $L_1(x)$ 和指示光栅 G2 透射函数 $L_2(x)$ 的乘积^[19], 即:

$$L_{\Sigma 1} = L_1(x) \times L_2(x - x_0, y). \quad (4)$$

根据莫尔条纹的转换特点, 当标尺光栅 G1 和指示光栅 G2 的栅距 d 和相对位移 x_0 不变时,

随着夹角 θ 的变化,莫尔条纹周期 ω 与透射函数 L_{Σ} 有如下关系:

$$L_{\Sigma} = I_1(x) \times I_2(x - x_0, y + \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(i2\pi n v x) \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m \exp\{i2\pi m v [(x - x_0) \cos \theta + (y + \omega) \sin \theta]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_n B_m \exp\{i2\pi v [nx + m[(x - x_0) \cos \theta + (y + \omega) \sin \theta]]\}, \quad (5)$$

其中莫尔条纹周期 ω 与光栅栅距 d 、光栅副夹角 θ 有如下关系:

$$\omega = \frac{d}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \approx \frac{d}{\theta}. \quad (6)$$

设入射到标尺光栅 G1 上的光强为 I_r , 则入射光经过光栅副后, 所得到的莫尔条纹出射光强 I_c 为:

$$I_c = I_r \times L_{\Sigma}. \quad (7)$$

在测量时, 光栅光学系统中的光电元件随着光栅副的相对运动所得到的光强在不断地发生变化。光栅传感器需要多相信号输出, 在实际应用中最为常见的是产生横向莫尔条纹的四相型光学系统。该系统中的光电元件为四块光电池, 分别记为 A_1, B_1, A_2, B_2 , 并按“一字型”放置在一个莫尔条纹周期内。根据光栅测量原理可知, 各块光电池关于位移 x_0 的光强分布表达式分别为:

$$I_{A1}(x_0) = \int_p^{p+c} I_c d\omega, \quad (8)$$

$$I_{B1}(x_0) = \int_{p+c}^{p+2c} I_c d\omega, \quad (9)$$

$$I_{A2}(x_0) = \int_{p+2c}^{p+3c} I_c d\omega, \quad (10)$$

$$I_{B2}(x_0) = \int_{p+3c}^{p+4c} I_c d\omega, \quad (11)$$

其中: p 为光电池 A_1 摆放位置的横坐标; c 为光电池的感光面尺寸。光栅副夹角 θ 没有误差时, 光电元件的感光面尺寸与一个莫尔条纹周期相等, 即:

$$c = \frac{\omega}{4}. \quad (12)$$

根据光电转换原理, 假设各块光电池的光电转换系数分别为 $K_{A1}, K_{B1}, K_{A2}, K_{B2}$, 则各块光电

池所输出的电压分别为:

$$U_{A1}(x_0) = K_{A1} \times I_{A1}(x_0), \quad (13)$$

$$U_{B1}(x_0) = K_{B1} \times I_{B1}(x_0), \quad (14)$$

$$U_{A2}(x_0) = K_{A2} \times I_{A2}(x_0), \quad (15)$$

$$U_{B2}(x_0) = K_{B2} \times I_{B2}(x_0). \quad (16)$$

为消除信号中的直流成分、提高莫尔条纹的细分精度, 将两相相位差 180° 的电压信号做差分处理, 可以得到相位差 90° 的 A, B 两相信号 $\Delta U_A(x_0)$ 和 $\Delta U_B(x_0)$, 其表达式为:

$$\begin{cases} \Delta U_A(x_0) = U_{A1}(x_0) - U_{A2}(x_0) \\ \Delta U_B(x_0) = U_{B1}(x_0) - U_{B2}(x_0) \end{cases}. \quad (17)$$

式(17)即光栅信号利萨如图形关于位移 x_0 的参数方程。设利萨如图形几何中心的坐标为 $O(\Delta U_{A0}, \Delta U_{B0})$, 利萨如图形上各点的坐标为 $F_i(\Delta U_{Ai}, \Delta U_{Bi}) (i=1, 2, \dots, j)$, 则利萨如图形上各点到几何中心的距离为:

$$D_i = |OF_i| = \sqrt{(\Delta U_{A0} - \Delta U_{Ai})^2 + (\Delta U_{B0} - \Delta U_{Bi})^2} \quad (i=1, 2, \dots, j). \quad (18)$$

理想条件下的利萨如图形为一个正圆; 在非理想条件下, 利萨如图形可近似看作一个椭圆。此时, 根据对称性, 利萨如图形的长半轴 $l_a = \max\{D_i\}$, 短半轴 $l_b = \min\{D_i\}$ 。本文使用离心率 e 表征利萨如图形的扁平程度, 其定义式为:

$$e = \frac{\sqrt{(l_a)^2 - (l_b)^2}}{l_a}. \quad (19)$$

本文提出的数学模型给出了光栅信号利萨如图形上的点与光栅读数头位移量 x_0 、Yaw 向夹角 θ 之间的关系。使用该理论模型可方便、高效地仿真出不同的光栅副 Yaw 向夹角误差对应的利萨如图形, 进而可研究利萨如图形离心率与 Yaw 向夹角误差之间的规律。

4 数值分析

以栅距 $d = 20 \mu\text{m}$, 透光缝宽度 $a = d/2 = 10 \mu\text{m}$, 光栅副夹角 $\theta = 0.5^\circ$, 入射光强 $I_r = 4.5 \text{ cd}$ 的光栅测量系统为例。根据式(6)可得莫尔条纹周期 $\omega = 2.2918 \text{ mm}$ 。根据式(7), 可得出位移 $x_0 = 0$ 时的莫尔条纹出射光强 I_c 的分布图, 如图 4 所示。

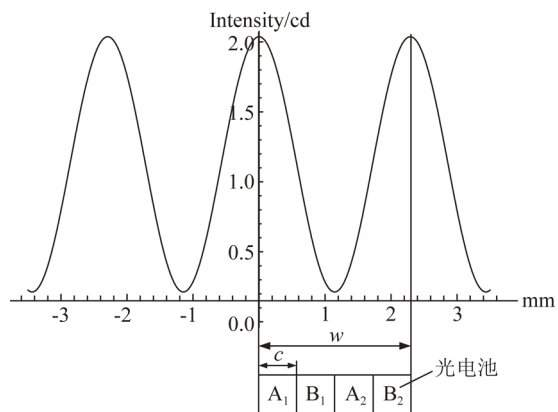
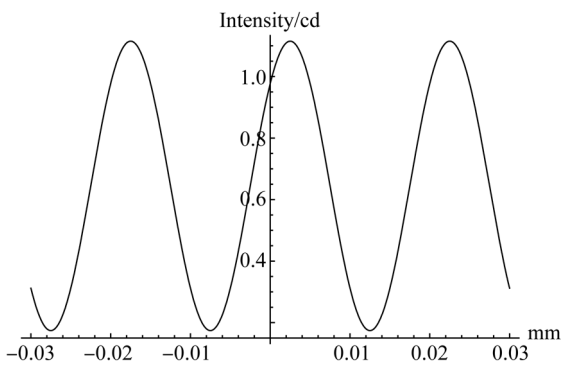


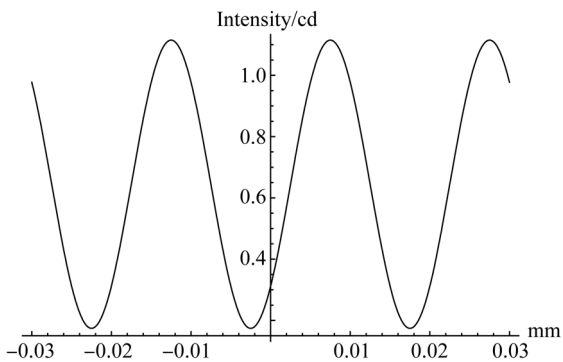
图 4 $x_0 = 0$ 时的莫尔条纹出射光强 I_c 的分布及光电池放置示意图

Fig. 4 Distribution of Moire fringe emergent light intensity I_c at $x_0 = 0$ and arrangement diagram of photocells

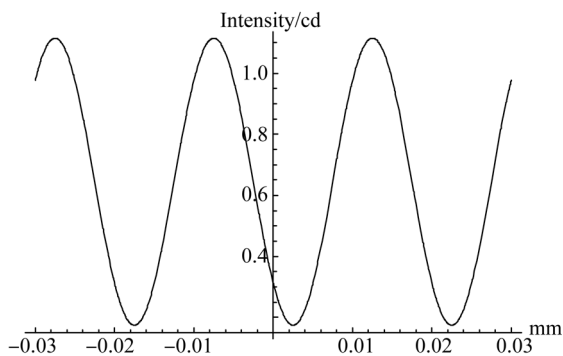
为方便计算每块光电池的光强,将 4 块光电池依次放置在一个莫尔条纹周期内,如图 4 所示。此时光电池 A_1 的横坐标 $p=0$,相邻光电池之间位置相差 $w/4$ 。根据式(8)~式(11),可得 4 块光电池关于位移 x_0 的光强分布,如图 5 所示。



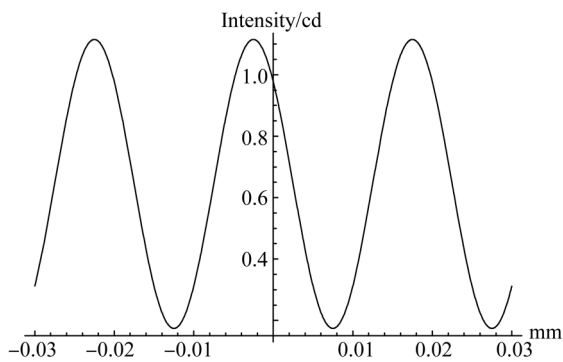
(a)光电池 A_1 的光强分布
(a)Light intensity distribution of photocell A_1



(b)光电池 B_1 的光强分布
(b)Light intensity distribution of photocell B_1



(c)光电池 A_2 的光强分布
(c)Light intensity distribution of photocell A_2



(d)光电池 B_2 的光强分布
(d)Light intensity distribution of photocell B_2

图 5 光电池 A_1, B_1, A_2, B_2 的光强分布

Fig. 5 Light intensity distributions of photocells A_1, B_1, A_2, B_2

根据式(13)~式(16),设 $K_{A1} = K_{B1} = K_{A2} = K_{B2} = 0.45$ 。可得 4 块光电池关于位移 x_0 的输出电压曲线,如图 6 所示。

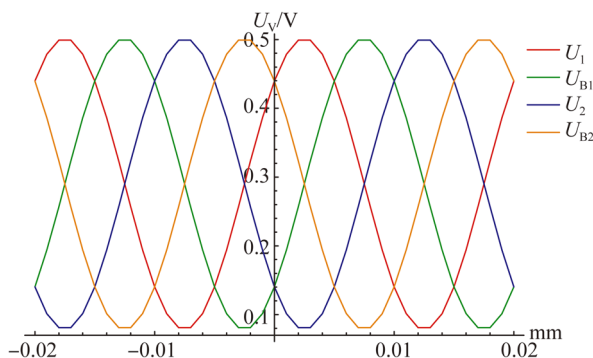


图 6 光电池 A_1, B_1, A_2, B_2 的电压分布

Fig. 6 Voltage distribution of photocells A_1, B_1, A_2, B_2

由图 6 可以看出,4 块光电池输出的电信号在相位上依次相差 90° ,并近似成正弦波分布。根据式(17),将图 6 中两相相位差 180° 的信号做

差分运算,得到相位差 90° 的 A,B 两相电压信号 $\Delta U_A(x_0)$ 和 $\Delta U_B(x_0)$,即 A,B 两相信号关于位移 x_0 的电压差曲线,如图 7 所示。

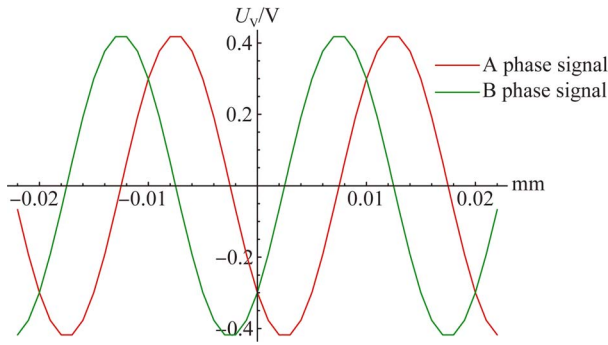


图 7 A,B 两相电压差波形

Fig. 7 Voltage difference waveforms of A and B two-phase

以上分析是在光栅副 Yaw 向夹角没有误差,光电池位置没有误差,光电池的光电转换系数完全一致的理想条件下进行的,此时,利萨如图形将是一个正圆(见图 8)。

本文提出的理论模型可以仿真获取非理想条件下的利萨如图形。光栅副 Yaw 向夹角误差为 $\Delta\theta = \pm 0.06^\circ$ 时的光栅信号利萨如图形如图 8 所示。当光栅副 Yaw 向夹角偏移量的幅值相同而方向不同时,得到的两个利萨如图形关于纵坐标轴并不对称,这个现象与直观推理不吻合,但是合理的。导致该现象发生的原因是光栅副 Yaw 向夹角的理论值为 $\theta = 0.5^\circ$, $\Delta\theta = \pm 0.06^\circ$ 对应的 θ 值分别为 0.56° 和 0.44° ,而出射光强和输出信号的幅值在一定范围内是自变量 θ 的单调函数。前述两个 θ 值对应的利萨如图形关于纵坐标轴不对称的主要原因是电压幅值发生了变化。

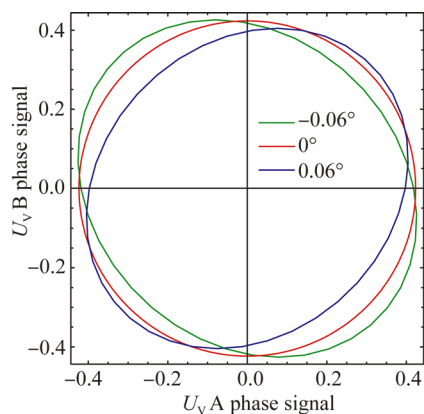


图 8 光栅信号利萨如图形仿真

Fig. 8 Simulation of Lissajous figure of grating signal

5 实验与分析

实验装置主要由长光栅传感器、数控精密导轨、滑台和示波器组成(如图 9 所示)。其中,长光栅传感器为国产产品,采用透射式红外测量系统,红外线波长为 880 nm ,光栅栅距 $d = 20\text{ }\mu\text{m}$,光栅刻线精度为 $\pm 5\text{ }\mu\text{m/m}$;示波器型号为 RIGOL-DS1102E。长光栅传感器的标尺光栅固定在底座上,带有指示光栅的读数头固定在滑台上。移动滑台带动指示光栅与标尺光栅做相对运动,可产生 A,B 两路正交的模拟电压信号,分别接入数字示波器的两个采样通道。光栅副 Yaw 向夹角的微量调节是通过长光栅读数头中的调整螺钉实现的。经计算,在一定范围内,调整螺钉每旋转 180° ,对应的光栅副 Yaw 向夹角约改变 0.01° 。

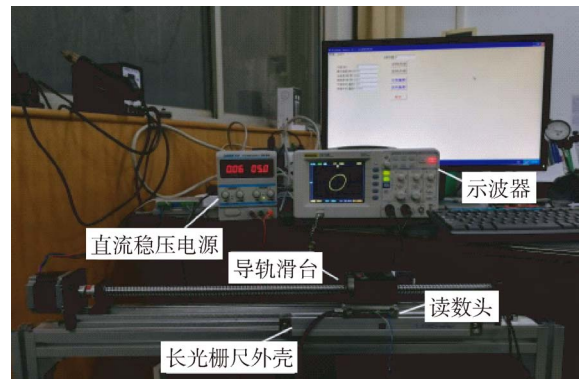


图 9 光栅副 Yaw 向夹角误差测试装置

Fig. 9 Test device of yaw angle error of grating pair

实验中,以光栅副夹角 $\theta = 0.5^\circ$ 处为起点位置(即 $\Delta\theta = 0^\circ$ 处),光源、光电池的安装位置均在该夹角处进行了精细调整,使 $\theta = 0.5^\circ$ 处的利萨如图形尽量接近圆形。然后,以 0.02° 为步长,分别测量了 10 个不同夹角下的光栅信号利萨如图形,这 10 个夹角位置包括了正向偏移和反向偏移两种情况。为尽量消除随机误差的不利影响,在每个夹角位置处均重复进行了 3 次实验。

为消除高次谐波的不利影响、提高信噪比,并提取出完整的单周期实验数据,对光栅副各个 Yaw 向夹角误差处的实验数据都进行了均值滤波处理和椭圆拟合运算。图 10 所示为 $\Delta\theta = -0.1^\circ$ 处的实验数据在滤波处理前、后及椭圆拟合后的利萨如图形。图 10 中,拟合后的图形与数学模型仿真图形之间仍然存在较为明显的差异,

该差异主要是由于实测 A, B 两相近似正弦的电压信号 $\Delta U_A(x_0)$ 和 $\Delta U_B(x_0)$ 在正负半周的幅值不一致导致的。如有必要, 这些差异可以使用数学方法加以弥除, 但可能造成信号中 useful 信息的进一步衰减, 因此实验中保留了这些差异。

图 11 所示为由各个夹角误差下的 3 次重复实验数据及数值仿真数据生成的利萨如图形。

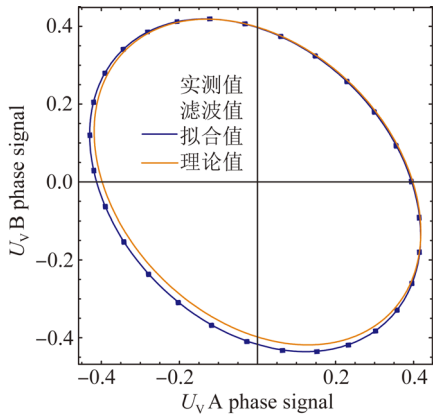


图 10 $\Delta\theta = -0.1^\circ$ 处的利萨如图形

Fig. 10 Lissajous figure at $\Delta\theta = -0.1^\circ$

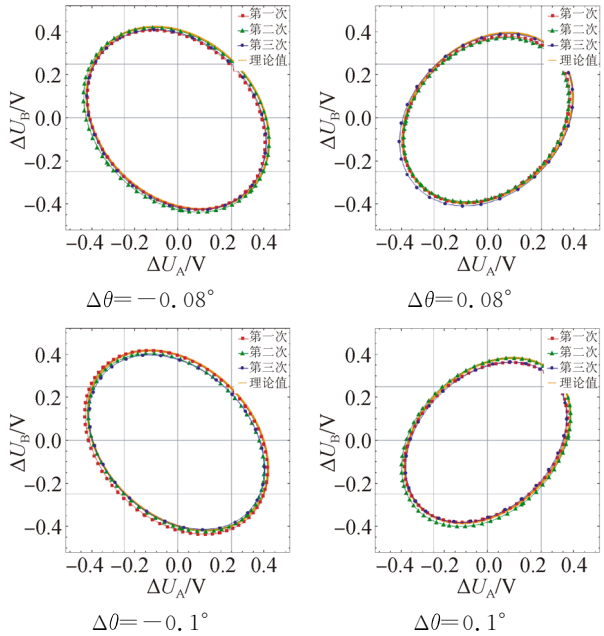
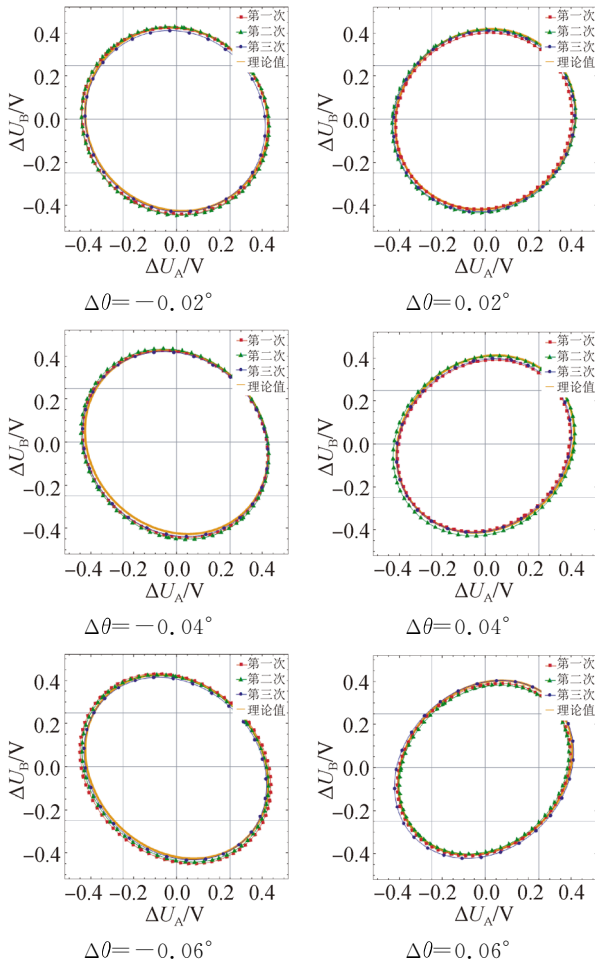


图 11 不同夹角误差下的利萨如图形

Fig. 11 Lissajous figure with different angle errors

对比图 10、图 11 中的各个图形, 可以看出:

(1) 当光栅副 Yaw 向夹角误差为负值时, 光栅信号的利萨如图形变形为椭圆, 其特征为: 椭圆长轴近似为二四象限的角平分线, 短轴近似为一三象限的角平分线。

(2) 当光栅副 Yaw 向夹角误差为正值时, 光栅信号的利萨如图形变形为椭圆, 其特征为: 椭圆长轴近似为一三象限的角平分线, 短轴近似为二四象限的角平分线。

(3) 光栅副 Yaw 向夹角误差为负值时, 利萨如图形的面积比为正值时的大一些, 原因是夹角误差为负值时光电池产生电压的波动幅度较大 (见图 3)。

图 12、图 13 所示为光栅副 Yaw 向夹角发生微动时, 夹角误差与利萨如图形离心率之间的关系以及夹角误差与利萨如图形倾斜角度 α (椭圆长轴与横坐标轴正向的夹角) 之间的关系。由图 12、图 13 可以看出, 数值仿真得到的利萨如图形与实测试验得到的利萨如图形在离心率 e 和倾斜角度 α 这两个指标上的变化趋势是一致的。由 $\theta = 0.5^\circ$ 处的三次试验数据计算出实测利萨如图形的离心率 $e \leq 0.0057$, 为了更加清晰地表示出离心率随夹角误差的变化规律, 图 12 中未标出该点位置。

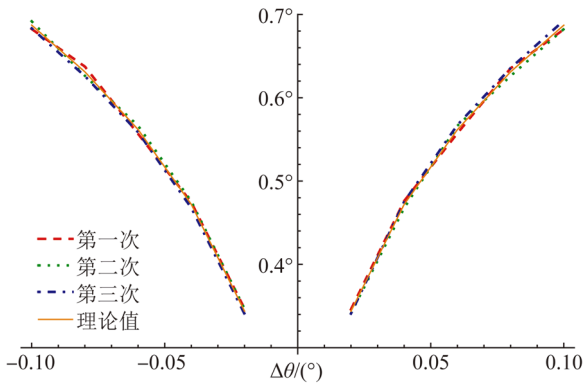


图 12 离心率 e 与夹角误差 $\Delta\theta$ 的关系

Fig. 12 Relationship between eccentricity e and angle error $\Delta\theta$

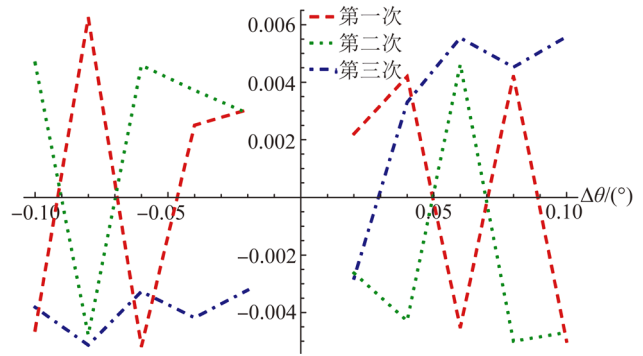


图 14 离心率差值与夹角误差 $\Delta\theta$ 的关系

Fig. 14 Relationship between eccentricity difference and angle error $\Delta\theta$

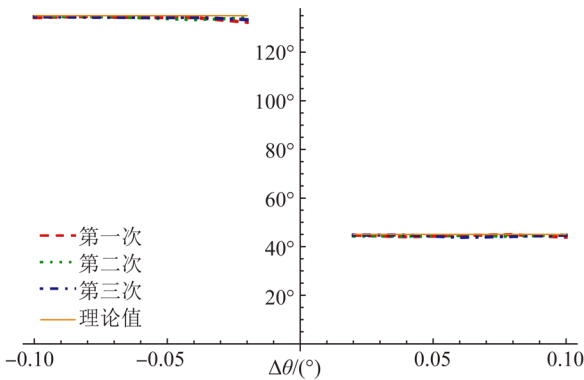


图 13 倾斜角 α 与夹角误差 $\Delta\theta$ 的关系

Fig. 13 Relationship between tilt angle α and angle error $\Delta\theta$

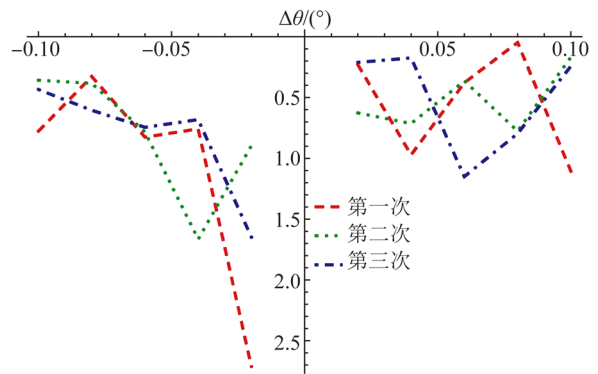


图 15 倾斜角差值与夹角误差 $\Delta\theta$ 的关系

Fig. 15 Relationship between tilt angle difference and angle error $\Delta\theta$

图 14、图 15 所示分别为图 12、图 13 中数值仿真数据与实测数据之间的差值。图 14、图 15 反映了仿真与试验测量得到的利萨如图形离心率和倾斜角的符合程度。可用式(20)、式(21)分别计算得出仿真与试验测量得到的利萨如图形的离心率相对误差 Δ_{ei} 和倾角相对误差 $\Delta_{\alpha i}$ (见表 1), 分别为:

$$\Delta_{ei} = \frac{|e_{\alpha i} - e_i|}{e_i} \times 100\%, \quad (20)$$

$$\Delta_{\alpha i} = \frac{|\alpha_{\alpha i} - \alpha_i|}{\alpha_i} \times 100\%, \quad (21)$$

其中: $e_{\alpha i}$ 和 $\alpha_{\alpha i}$ 分别为利萨如图形离心率和倾角的试验值, $i=1, 2, 3$; e_i 和 α_i 分别为利萨如图形离心率和倾角的理论值(由数学模型仿真计算得到)。

由表 1 可知, 数值仿真与试验测量得到的利萨如图形的离心率和倾角的相对误差分别小于 1% 和 3%, 所得理论值与试验值的相对误差较小, 验证了本文建立的数学模型的正确性和有效性。

分析上述实验数据可知, 随着光栅副 Yaw 向夹角沿正向或反向的偏移量加大, 利萨如图形的形状由圆形逐渐变为倾斜角度 α 近似为 45° 或 135° 的椭圆, 且长短轴之比逐渐加大, 说明两相光栅信号的正交性发生了变化; 利萨如图形在光栅副 Yaw 向夹角正向或反向微动时, 椭圆长轴与横坐标正向的夹角基本不变, 说明两相光栅信号的等幅性保持不变; 利萨如图形的形状随着光栅副 Yaw 向夹角误差的增大逐渐减小, 说明两相光栅信号在保持等幅性的同时信号强度逐渐减弱。随着光栅副 Yaw 向夹角误差逐渐增大, 光栅信号利萨如图形的形状逐渐变得扁小。利萨如图形的离心率越大, 光栅信号的正交性越差、信号强度越弱, 导致光栅信号进行细分时的精度越低, 使光栅传感器的分辨率和精度下降。

表 1 理论值与试验值的相对误差

Tab. 1 Relative error between theoretical and experimental values

夹角误差 $\Delta\theta/(\circ)$	相对误差		夹角误差 $\Delta\theta/(\circ)$	相对误差	
	$\Delta_{ei}/\%$	$\Delta_{ai}/\%$		$\Delta_{ei}/\%$	$\Delta_{ai}/\%$
-0.02	0.88	2.05	0.02	0.64	0.52
	0.84	0.67		0.77	1.41
	0.95	1.24		0.82	0.47
-0.04	0.53	0.56	0.04	0.88	2.21
	0.78	1.25		0.92	1.61
	0.89	0.51		0.69	0.40
-0.06	0.93	0.61	0.06	0.81	0.85
	0.81	0.58		0.82	0.81
	0.59	0.55		0.98	2.62
-0.08	0.98	0.24	0.08	0.66	0.11
	0.76	0.28		0.80	1.76
	0.82	0.45		0.71	1.80
-0.10	0.68	0.58	0.10	0.73	2.52
	0.67	0.27		0.69	0.38
	0.56	0.32		0.81	0.54

为定量分析光栅副 Yaw 向夹角误差对光栅信号的影响规律,利用最小二乘法^[20]将光栅副 Yaw 向夹角误差与光栅信号利萨如图形离心率之间的关系进行了曲线拟合,以得到两者之间的数学模型。拟合目标曲线类型在直线、抛物线和对数曲线中进行了选择,其中按照对数曲线进行拟合时的残差最小。其中一组实验数据的拟合结果如下:

$$e = \begin{cases} 0.24 \times \ln(1.03 - 168.93 \times \Delta\theta), \Delta\theta \leq 0 \\ 0.23 \times \ln(1.03 + 169.64 \times \Delta\theta), \Delta\theta \geq 0 \end{cases}, \quad (22)$$

式中:当利萨如图形的倾斜角度 α 近似为 45° 时,夹角误差 $\Delta\theta > 0$;当利萨如图形的倾斜角度 α 近似为 135° 时,夹角误差 $\Delta\theta < 0$ 。

参考文献:

- [1] 石照耀,尚岳,王笑一,等.长光栅传感器动态误差检测系统设计[J].北京工业大学学报,2016,42(3):321-328.

在实际应用中,根据示波器中显示的利萨如图形的倾斜方向及其离心率,利用式(22)可求解出光栅副的 Yaw 向夹角误差 $\Delta\theta$ 。由图 12、图 14 可知,在 $|\Delta\theta| \leq 0.1^\circ$ 的条件下求解夹角误差 $\Delta\theta$ 的绝对精度可优于 $\pm 0.005^\circ$ 。该夹角误差的求解方法既可以用在光栅传感器的批量生产中提高装配调整的效率;又为从光栅测量信号中分离出由光栅副夹角误差引起的测量误差及其补偿提供了理论基础。

6 结 论

本文建立了光栅信号利萨如图形的数学模型,给出了光栅信号利萨如图形上的点与光栅读数头位移量 x_0 、Yaw 向夹角 θ 之间的关系,得到了光栅副 Yaw 向夹角误差与光栅信号利萨如图形离心率之间的变化规律,并开展了光栅副 Yaw 向夹角微动实验,实验数据验证了所提数学模型的正确性和有效性。建立了考虑光电池性能参数、光电池安装位置、指示光栅与标尺光栅夹角误差等因素的光栅信号利萨如图形的数学模型;研究了光栅副 Yaw 向夹角与光栅信号利萨如图形间的关系,提出了表征利萨如图形特征的离心率 e 和倾斜角度 α 两项指标;开展了光栅副 Yaw 向夹角微动实验,利萨如图形离心率和倾斜程度的实验数据与仿真数据之间的相对误差分别小于 1% 和 3%,验证了数学模型的正确性和有效性;提出基于实验数据的对数拟合曲线可获得光栅副 Yaw 向夹角误差与光栅信号利萨如图形离心率之间较为精确的数学关系,可用于根据利萨如图形反求光栅副 Yaw 向夹角误差;基于所提出数学模型,可减少光栅副安装调试过程中的盲目性,提高光栅传感器批量生产中的工作效率,并为研发高精度光栅测量系统提供了理论基础。本文研究对分析光栅信号质量的影响机理,减轻 Yaw 向误差对光栅信号质量的不利影响,实现光栅读数头 Yaw 向运动误差的实时监测具有重要的理论价值。

SHI Z Y, SHANG Y, WANG X Y, *et al.*. Design of the dynamic error measurement system for linear encoders [J]. *Journal of Beijing Polytechnic University*, 2016, 42(3):321-328. (in Chinese)

- [2] 王敏,王笑一.长光栅传感器动态特性试验台的设

- 计[J]. 机电工程, 2013, 30(5):549-551,561.
- WANG M, WANG X Y. Design of dynamic performance detector system for linear grating sensor [J]. *Mechanical & Electrical Engineering Magazine*, 2013, 30(5):549-551,561. (in Chinese)
- [3] 朱帆, 吴易明, 刘长春. 四读头法消除码盘偏心和振动对叠栅条纹相位测量的影响 [J]. 光学学报, 2011, 31(4):138-144.
- ZHU F, WU Y M, LIU CH C. Eliminating influence of grating encoder's eccentricity and vibration to moiré fringes signal by four reading heads [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(4):138-144. (in Chinese)
- [4] 陈勇, 陈慧宝, 孙桂清, 等. 光栅莫尔条纹信号质量的提高及其采集方法 [J]. 上海大学学报:自然科学版, 2004, 10(2):129-132.
- CHEN Y, CHEN H B, SUN G Q, *et al.*. Improving quality of grating moiré fringe and a collection method [J]. *Journal of Shanghai University: Natural Science*, 2004, 10(2):129-132. (in Chinese)
- [5] 吴宏圣, 曾琪峰, 乔栋, 等. 提高光栅莫尔条纹信号质量的滤波方法 [J]. 光学精密工程, 2011, 19(8):1944-1949.
- WU H SH, ZENG Q F, QIAO D, *et al.*. Filtering method of improving quality of grating moiré fringe [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(8):1944-1949. (in Chinese)
- [6] TAN K K, ZHOU H X, TONG H L. New interpolation method for quadrature encoder signals [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement*, 2002, 51(5):1073-1079.
- [7] ULU E, ULU N G, CAKMAKCI M. Adaptive correction and look-up table based interpolation of quadrature encoder signals [C]. *Asme Dynamic Systems & Control Conference Joint with the Jsme Motion & Vibration Conference*, 2012:543-552.
- [8] 李晓天, 巴音贺希格, 齐向东, 等. 机械刻划光栅的刻线弯曲与位置误差对平面光栅性能影响及其修正方法 [J]. 中国激光, 2013, 40(3):227-234.
- LI X T, BAYANHESHIG, QI X D, *et al.*. Influence and revising method of machine-ruling grating line's curve error, location error on plane grating performance [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2013, 40(3):227-234. (in Chinese)
- [9] 朱革, 张超, 付敏, 等. 交变光场时空耦合型位移测量系统的研制 [J]. 光学精密工程, 2017, 25(8):2011-2022.
- ZHU G, ZHANG CH, FU M, *et al.*. Development of alternating light field space-time coupling type displacement measuring system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(8):2011-2022. (in Chinese)
- [10] 冯超鹏, 祝连庆, 潘志康, 等. 一种新的圆光栅偏心参数自标定方法 [J]. 仪器仪表学报, 2016, 37(11):2459-2464.
- FENG CH P, ZHU L Q, PAN Z K, *et al.*. New self-calibration method of circular grating eccentric parameters [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(11):2459-2464. (in Chinese)
- [11] 陈晓怀, 杜国山, 程真英. 光栅测量系统的误差研究 [J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(3):187-191.
- CHEN X H, DU G SH, CHENG ZH Y. Research on dynamic error of grating measurement system [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrument*, 2012, 26(3):187-191. (in Chinese)
- [12] 王福全, 王珏, 谢志江, 等. 精密转台角分度误差补偿 [J]. 光学精密工程, 2017, 25(8):2165-2172.
- WANG F Q, WANG J, XIE ZH J, *et al.*. Compensation of angular indexing error for precision turntable [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2017, 25(8):2165-2172. (in Chinese)
- [13] 卢新然, 宋路, 万秋华. 红外光源参数对光电编码器信号的影响 [J]. 红外与激光工程, 2017, 46(9):224-229.
- LU X R, SONG L, WAN Q H. Effect of infrared light source parameters on photoelectric encoder [J]. *Infrared & Laser Engineering*, 2017, 46(9):224-229. (in Chinese)
- [14] 郭雨梅, 卢弘博. 光栅莫尔条纹信号非正弦性误差修正 [J]. 沈阳工业大学学报, 2015, 37(6):679-683.
- GUO Y M, LU H B. Non-sinusoidal error correction for grating Moiré fringe signal [J]. *Journal of Shenyang University of Technology*, 2015, 37(6):679-683. (in Chinese)
- [15] 吕孟军, 郭琪, 吕印晓. 莫尔条纹信号相位误差补偿 [J]. 光学精密工程, 2009, 17(7):1694-1700.
- LÜ M J, GUO Q, LV Y X. Signal phase error compensation of Moiré fringe [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(7):1694-1700. (in Chinese)
- [16] 高旭, 万秋华, 赵长海, 等. 莫尔条纹光电信号正交性偏差的实时补偿 [J]. 光学精密工程, 2014, 22(1):213-219.

- GAO X, WAN Q H, ZHAO CH H, *et al.*. Real-time compensation of orthogonality deviation for Moiré fringe photoelectric signal [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(1): 213-219. (in Chinese)
- [17] 王春海, 张国雄. 不依赖于长度基准的光栅细分精度的评定方法 [J]. 计量学报, 1995(1):6-11.
WANG CH H, ZHANG G X. A method for determining the interpolation error of grating signals without length reference [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 1995(1):6-11. (in Chinese)
- [18] 艾晨光, 褚明, 孙汉旭, 等. 基准圆光栅偏心检测及测角误差补偿 [J]. 光学 精密工程, 2012, 20(11):2479-2484.
AI CH G, CHU M, SUN H X, *et al.*. Eccentric testing of benchmark circular grating and compensation of angular error [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(11):2479-2484. (in Chinese)
- [19] 张善锺. 计量光栅技术 [M]. 北京:机械工业出版社, 1985.
ZHANG SH ZH. *Measuring Grating Technique* [M]. Beijing: China Machine Press, 1985. (in Chinese)
- [20] 雷贤卿, 张亚东, 马文锁, 等. 轴承滚子凸度轮廓的最小二乘拟合与误差评定 [J]. 光学 精密工程, 2018, 26(8):2039-2047.
LEI X Q, ZHANG Y D, MA W S, *et al.*. Least square fitting and error evaluation of the convex contour of bearing roller [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(8):2039-2047. (in Chinese)

作者简介:



王笑一(1976—),男,河南洛阳人,博士,副教授,1999年于洛阳工学院获得学士学位,2005年于河南科技大学获得硕士学位,2016年于北京工业大学获得博士学位,主要从事精密测量、齿轮测量等方面的研究。E-mail: wxy2.0@163.com

通讯作者:



户璐卿(1992—),男,河南新乡人,硕士研究生,2015年于洛阳理工学院获得学士学位,主要从事精密测试技术的研究。E-mail: 1085825479@qq.com

通讯作者:



雷贤卿(1963—),男,河南洛阳人,教授,博士生导师,2007年于西安理工大学获博士学位,主要从事机械制造过程中的精密测试技术及先进制造技术的研究。E-mail: ly-lxq@163.com

(本栏目编辑:曹 金)