

符合阿贝原则的数控机床几何误差建模

赵壮, 娄志峰, 张忠宁, 王晓东, 范光照, 陈国华, 向华

引用本文:

赵壮, 娄志峰, 张忠宁, 等. 符合阿贝原则的数控机床几何误差建模[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(4): 885–897.

ZHAO Zhuang, LOU Zhi-feng, ZHANG Zhong-ning, et al. Geometric error model of CNC machine tools based on Abbe principle[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(4): 885–897.

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.3788/OPE.20202804.0885>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

光学自由曲面精密数控机床几何误差测量与综合建模

Geometric error measurement and integrated modeling for precision CNC machine tools of optical free-form surface

光学精密工程. 2017, 25(10s): 174–182 <https://doi.org/10.3788/OPE.20172513.0174>

数控机床热误差补偿最佳转速选择

Selection of optimum spindle speed to thermal error compensation of machine tools

光学精密工程. 2015, 23(11): 3176–3182 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152311.3176>

复合数控磨床螺纹成形磨削误差辨识及补偿

Geometric error identification and compensation of complex CNC grinding machine

光学精密工程. 2015, 23(10z): 348–354 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152313.0348>

转台-摆头式五轴机床几何误差测量及辨识

Measurement and identification of geometric errors for turntable-tilting head type five-axis machine tools

光学精密工程. 2018, 26(11): 2684–2694 <https://doi.org/10.3788/OPE.20182611.2684>

基于球杆仪检测五轴数控机床主轴的热误差

Thermal error measurement of spindle for 5-axis CNC machine tool based on ball bar

光学精密工程. 2015, 23(5): 1401–1408 <https://doi.org/10.3788/OPE.20152305.1401>

文章编号 1004-924X(2020)04-0885-13

符合阿贝原则的数控机床几何误差建模

赵 壮¹, 娄志峰¹, 张忠宁¹, 王晓东¹, 范光照^{1*}, 陈国华², 向 华²

(1. 大连理工大学 机械工程学院, 辽宁 大连 116024;

2. 襄阳华中科技大学先进制造工程研究院, 湖北 襄阳 441053)

摘要:为提高现有数控机床空间误差分析方法的准确度,本文基于阿贝原则对齐次转换矩阵(HTM)几何误差补偿模型进行优化。首先,推导出 XYZ 型三轴机床适用的 HTM 几何误差补偿模型并给出模型正确使用的前提条件;然后,基于阿贝原则分析了三轴机床的空间误差传递机理,指出阿贝误差对机床定位精度的影响,给出理论计算公式并在机床运动轴上进行实验验证;最后,基于阿贝原则和布莱恩原则对现有的 HTM 几何误差补偿模型进行优化,采用该模型拟合体对角线空间误差,并与实测机床体对角线误差进行对比验证。现有 HTM 几何补偿模型可将机床空间误差由 41.15 μm 补偿至 16.37 μm ,补偿率为 60.22%;优化后的补偿模型可将机床空间误差补偿至 5.32 μm ,补偿率为 87.07%,提高了 26.85%。实验结果表明,优化后的补偿模型更加合理,进一步改善了空间误差的补偿精度。

关键词:数控机床;几何误差;补偿模型;阿贝原则

中图分类号: TG659; TH161.5 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20202804.0885

Geometric error model of CNC machine tools based on Abbe principle

ZHAO Zhuang¹, LOU Zhi-feng¹, ZHANG Zhong-ning¹, WANG Xiao-dong¹,
FAN Guang-zhao^{1*}, CHEN Guo-hua², XIANG Hua²

(1. College of Mechanical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Institute of Advanced Manufacturing Engineering, Huazhong
University of Science and Technology, Xiangyang 441053, China)

* Corresponding author, E-mail: fan@dlut.edu.cn

Abstract: In order to address the shortcomings of the existing space error analysis methods of CNC machine tools, the geometry error compensation model was optimized based on Abbe principle. First, the geometry error compensation model of the three-axis machine tool was deduced, and the precondition for the correct usage of the model was provided. Second, the mechanism of spatial error transfer of three-axis machine tool was analyzed, based on the Abbe principle. The influence of Abbe error on the positioning accuracy of machine tool was determined, and the theoretical calculation formula was provided and verified by conducting experiments on the moving axis of machine tool. Finally, the ex-

收稿日期:2019-12-16;修订日期:2020-01-15.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. U1508211, No. 51621064, No. 51905078);国家重点研发计划资助项目(No. 2017YFF0204800);中央引导地方科技发展专项(2019ZYD017)

isting geometric error compensation model of HTM was optimized based on the Abbe principle and Bryan principle. This model was used to fit the diagonal space error, and compared with the actual measured diagonal error of the machine tool. The existing HTM geometric compensation model can compensate for the machine tool space error, altering it from $41.15 \mu\text{m}$ to $16.37 \mu\text{m}$, with a compensation rate of 60.22%. The optimized compensation model can compensate for the machine tool space error, altering it to $5.32 \mu\text{m}$, with a compensation rate of 87.07%, which is an increase of 26.85%. The experimental results show that the optimized compensation model is more reasonable, and further improves the accuracy of space error compensation.

Key words: CNC machine tools; geometric error; compensation model; Abbe principle

1 引 言

航空航天、医疗器械等高端制造业对于零部件的精度有很高的要求,数控机床作为机械装备的母机,其加工精度的好坏直接影响被加工件的质量^[1-2],因此提高数控机床的加工精度对于发展我国高端制造业具有重要意义。几何误差作为数控机床重要的误差源^[3-4],对机床加工精度有很大影响,其补偿模型一直都是国内外研究人员的研究重点。

目前,针对机床几何误差的常用补偿模型是以多体系统理论为基础,通过齐次转换矩阵所建立的误差补偿模型,即齐次坐标转换矩阵(Homogeneous Transformation Matrix, HTM)法^[5-7]。HTM法是由 Hartenberg 等在机构运动学的基础上提出的^[8],Ferreira 等将它应用到机床几何误差补偿模型中^[9]。刘又午基于多体系统理论推导出适用于三轴加工中心的误差补偿模型,通过 9 线法辨析几何误差,对模型的有效性进行了验证^[10]。由于对直线度误差的定义不同,针对三轴机床的误差补偿模型又可以被分为两种:包含 18 项几何误差的补偿模型^[11]和包含 21 项几何误差的补偿模型^[12],董泽园等对这两种模型存在的差异进行了分析,并在三轴机床上进行了补偿精度的比较^[6]。栗时平推导出适用于五轴机床的几何误差补偿模型,并在虚拟加工条件下进行了加工精度的预测^[13]。陈东菊、谢春等分别将多体系统理论应用于数控磨

床和五轴车铣复合加工中心的补偿模型推导中并验证了模型的补偿精度^[14-15]。郭世杰等基于多体系统理论建立了转台-摆轴式五轴机床的补偿模型,有效降低了转动轴几何误差对机床精度的影响^[16]。

以上研究都是使用激光干涉仪进行误差测量,为降低补偿成本、提高补偿效率,有研究人员使用多自由度测量仪器替代激光干涉仪进行机床几何误差的测量,但由于测量过程不满足阿贝原则,几何误差测量结果中存在阿贝误差,严重影响补偿精度。为此,范光照、Vahebi 等分析了三轴机床几何误差传递机理以及阿贝误差对于加工过程的影响^[17-19];杨建国等将阿贝臂的概念引入误差建模中^[20];向华等分析了阿贝误差对于几何误差测量结果的影响并设计了一种测量方法避免在测量结果中引入阿贝误差^[21]。

HTM 法因具有易理解、推导简单和适应性好等优点,而被广泛应用于机床几何误差补偿中,但使用 HTM 法进行误差补偿需要保证刀具切削点、几何误差测量点以及低序体坐标系原点的空间位置重合。在使用多自由度测量仪器配合 HTM 法进行空间误差补偿时,由于几何误差的测量点与低序体坐标系坐标原点不重合,两点间存在空间偏位,使得一部分运动轴的角度误差对于空间误差的影响没有被考虑,会降低补偿精度。

本文以 XYFZ 型数控机床为例,介绍 HTM 法的推导过程,分析其中不足;然后,基于阿贝原则与布莱恩原则分析机床空间误差传递机理和几

何误差测量的不准确性,并进行验证实验;最后,对 HTM 补偿模型进行优化,并对优化后的补偿模型的准确性进行实验验证。

2 HTM 误差补偿模型

2.1 机床几何误差

由于制造精度问题,机床运动轴在运动过程中的实际运动位姿与理想运动位姿存在偏差,此偏差被称为几何误差^[22]。单根运动轴有 6 项几何误差,包括 3 项角度误差和 3 项平动误差^[6],分别为偏摆角误差、俯仰角误差、滚动角误差以及水平直线度误差、竖直直线度误差和定位误差,如图 1 所示。

此外,运动轴之间还存在垂直度误差,故三轴机床共有 21 项几何误差,误差表达式如表 1 所示。在加工过程中,这些误差的存在会导致刀具切削点的实际位置与理想位置产生偏差,影响加工精度。

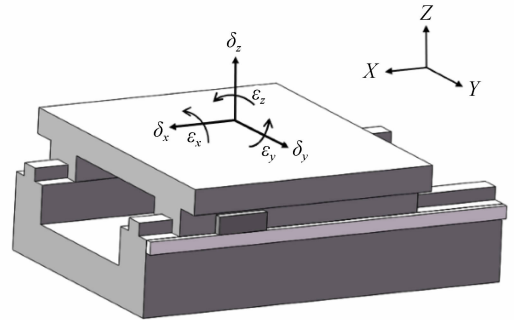


图 1 运动轴 6 项几何误差

Fig. 1 Six geometric errors of motion axis

表 1 21 项几何误差表达式

Tab. 1 Expression of 21 geometric errors

平动轴	定位误差	直线度误差			俯仰误差	偏摆误差	滚动误差	误差面	垂直度
X 轴	$\delta_x(x)$	$\delta_y(x)$	$\delta_z(x)$	$\epsilon_y(x)$	$\epsilon_z(x)$	$\epsilon_x(x)$	XY	α_{xy}	
Y 轴	$\delta_y(y)$	$\delta_x(y)$	$\delta_z(y)$	$\epsilon_x(y)$	$\epsilon_z(y)$	$\epsilon_y(y)$	XZ	α_{xz}	
Z 轴	$\delta_z(z)$	$\delta_x(z)$	$\delta_y(z)$	$\epsilon_y(z)$	$\epsilon_x(z)$	$\epsilon_z(z)$	YZ	α_{yz}	

2.2 模型推导过程

首先,依照多系统理论和低序体阵列法,将机床 X,Y,Z 运动轴和床身假设为存在相对运动的低序体并进行编号,机床床身为体 0,Z 轴为体 3,X 轴为体 2,Y 轴为体 1,并在各低序体内预设一个固连坐标系,低序体坐标系设置如图 2 所示。然后,通过相邻低序体进行坐标转换,将刀具切削点在刀具坐标系(体 3 固连坐标系)内和工件坐标系(体 2 固连坐标系)内的相对坐标转换到机床床身绝对坐标系(体 0 固连坐标系)中,再通过齐次矩阵运算得出机床的空间误差^[6]。

在计算空间误差时,机床导轨的理论运动值和几何误差值分别以理论运动矩阵和误差特征矩阵(表 2、表 3)的形式表示^[5]。

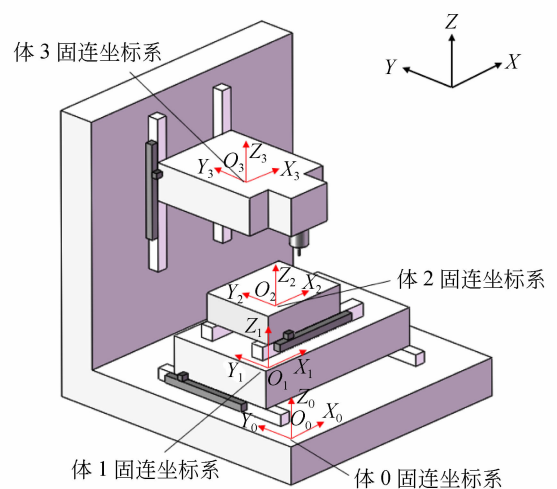


图 2 XYZ 型机床结构及低序体坐标系设置

Fig. 2 XYZ machine tool structure and low sequence body coordinate system

表 2 理想运动矩阵和误差特征矩阵的表达式

Tab. 2 Expressions of theoretical motion matrix and error characteristic matrix

低序体	理想运动矩阵	误差特征矩阵
1-2	$T_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\Delta T_{12} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(x) & \epsilon_y(x) & \delta_x(x) \\ \epsilon_z(x) & 1 & -\epsilon_x(x) & \delta_y(x) \\ -\epsilon_y(x) & \epsilon_x(x) & 1 & \delta_z(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
0-1	$T_{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\Delta T_{01} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(y) & \epsilon_y(y) & \delta_x(y) \\ \epsilon_z(y) & 1 & -\epsilon_x(y) & \delta_y(y) \\ -\epsilon_y(y) & \epsilon_x(y) & 1 & \delta_z(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
0-3	$T_{03} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\Delta T_{03} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_z(z) & \epsilon_y(z) & \delta_x(z) \\ \epsilon_z(z) & 1 & -\epsilon_x(z) & \delta_y(z) \\ -\epsilon_y(z) & \epsilon_x(z) & 1 & \delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

表 3 垂直度误差特征矩阵表达式

Tab. 3 Characteristic matrix expression of perpendicularity error

垂直度误差特征矩阵	
X, Y 轴	$C_{xy} = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{xy} & 0 & 0 \\ \alpha_{xy} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
X, Z 轴	$C_{xz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha_{xz} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\alpha_{xz} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Y, Z 轴	$C_{yz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\alpha_{yz} & 0 \\ 0 & \alpha_{yz} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

假设刀具切削点在工件坐标系(体 2 坐标系)中的齐次坐标为 P_w , 在刀具坐标系(体 3 坐标系)中的齐次坐标为 P_t 。可得齐次坐标 P_w 通过坐标转换后在床身坐标系中的实际坐标值为:

$$P_{actual-w} = T_{01} \Delta T_{01} C_{xy} T_{12} \Delta T_{12} P_w. \quad (1)$$

齐次坐标 P_t 转换后在床身坐标系中的实际坐标值为:

$$P_{actual-t} = C_{yz} C_{xz} T_{03} \Delta T_{03} P_t. \quad (2)$$

故由机床 21 项几何误差所引起的刀具切削

点空间误差为:

$$E = P_{actual-t} - P_{actual-w}. \quad (3)$$

2.3 模型不足

HTM 法是从机构运动学中衍生出来的^[9], 在使用 HTM 误差补偿模型对机床进行误差补偿时, 必须要保证机床的刀具切削点与工件坐标系、刀具坐标系的坐标原点重合, 同时保证几何误差测量点和机床运动轴的固连低序体坐标系原点的空间位置重合。

但是在使用多自由度测量仪器测量机床运动轴几何误差时, 在空间中刀具切削点和误差测量

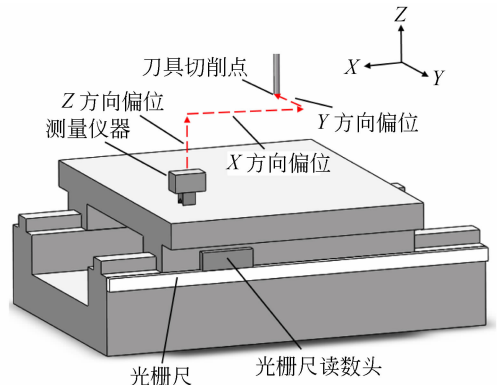


图 3 误差测量点与刀具切削点方位

Fig. 3 Offset between measuring point and cutting point of tool

点的位置并不重合,两点间的偏位如图3所示。此时带入模型的几何误差在理论上由两部分组成:仪器测量得到的误差以及导轨角度误差在刀具切削点和几何误差测量点间的空间偏位作用下产生的阿贝误差。然而,现阶段在将几何误差带入补偿模型时,两点间空间偏位所造成的这部分误差项并没有被考虑,这就使得在使用 HTM 模型进行误差补偿时补偿精度受到制约。

3 阿贝原则在机床空间误差分析中的应用

3.1 空间误差传递

阿贝原则是测量仪器设计的指导性原则,指测量轴线必须与基准轴线共线,否则会在测量结果中引入阿贝误差^[23]。这一原则也可被借鉴用来分析三轴机床的几何误差传递^[19]。

在加工时,由于运动轴定位误差的存在,刀具切削点的真实位置与理想位置不重合,影响机床的加工精度。在以光栅尺为位置控制单元的机床上,运动轴的位置是靠光栅尺实时反馈得到的,所以将光栅尺的位置作为基准轴线。在加工时,刀具切削点与光栅尺不在同一轴线上,在空间上存在阿贝偏位,且在加工过程中运动轴存在运动姿态角度误差,所以会在刀具切削点处引入阿贝误差。刀具切削点的真实位置误差是由光栅尺处的定位误差和角度误差与阿贝偏位所引起的阿贝误差共同组成。

假设刀具切削点与 X 轴光栅尺在 Z 方向的偏位为 $L_z(x)$, X 轴在运动时的俯仰角误差为 $\varepsilon_y(x)$,所以由 X 轴俯仰角误差在刀具切削点引起的 X 方向阿贝误差为: $\varepsilon_y(x) \times L_z(x)$,如图4所示。

实际加工中,刀具切削点与光栅尺读数头在空间中有3个方向的偏位,如图5所示,运动轴的偏摆角误差也会在刀具切削点处引入阿贝误差。所以刀具切削点处由 X 轴引入的 X 方向的几何误差应由三部分组成:光栅尺处的基准定位误差、俯仰角误差引入的阿贝误差以及偏摆角误差引入的阿贝误差,计算公式为:

$$\delta_{xx}(x) = \delta_{xx}(x) + \varepsilon_y(x)L_z(x) - \varepsilon_z(x)L_y(x), \quad (4)$$

其中: δ_{xx} 代表 X 轴光栅尺读数头处的基准定位误

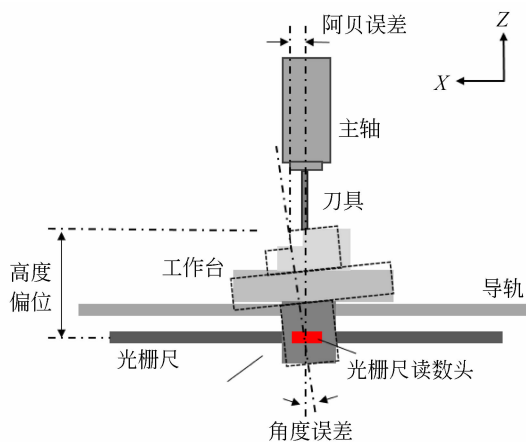


图4 阿贝偏位引入阿贝误差

Fig. 4 Abbe offset introduces Abbe error

差, δ_{xx} 代表刀具切削点处 X 方向的几何误差, $L_z(x)$, $L_y(x)$ 分别为 X 轴光栅尺读数头与刀具切削点之间的 Z 向和 Y 向的偏位。

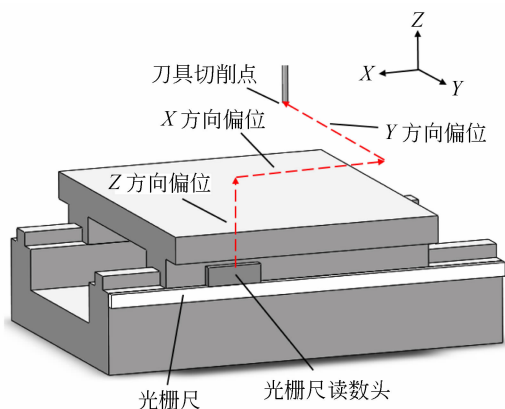


图5 刀具切削点与光栅尺读数头间偏位

Fig. 5 Offset between cutting point and reading head

3.2 阿贝原则的验证

为验证上述理论推导的准确性,在机床 X 轴上进行实验验证。首先,使用雷尼绍公司 XM-60 型多自由度测量仪器(精度: $\pm 0.5 \times 10^{-6}$, 分辨力: 1 nm, 测量范围: 0~4 m)在距光栅尺水平偏位 0 mm, 竖直偏位分别为 250, 430 和 550 mm 位置测量 X 轴的定位误差和俯仰角误差。定位误差测量示意图和仪器现场架设如图6所示。

在3个不同竖直偏位测量的俯仰角误差如图7所示。由于3个测量位置的水平偏位都为0,故偏摆角误差对于定位误差的测量结果没有影响,

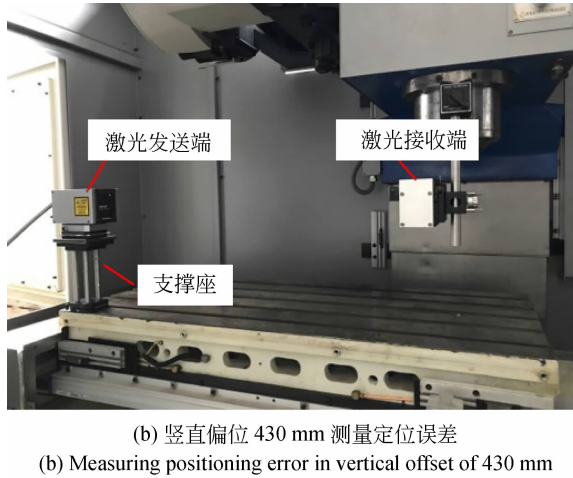
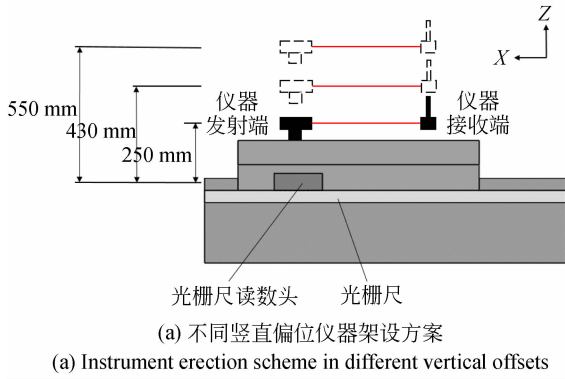


图 6 不同竖直偏位仪器架设方案及现场安装图
Fig. 6 Instrument erection scheme and installation in different vertical offsets

所以依照前述,在不同竖直偏位测量得到的定位误差由两部分组成:相同的基准定位误差和由于不同阿贝偏位所产生的阿贝误差。误差测量点处的定位误差值与光栅尺读数头处的定位误差值满足如下公式:

$$\delta_{xm}(x) = \delta_{xa}(x) + \epsilon_y(x)L_{mz}(x), \quad (5)$$

其中: δ_{xa} 代表 X 轴光栅尺读数头处的基准定位误差, δ_{xm} 代表定位误差测量点测量得到的定位误差值, $L_{mz}(x)$ 为 X 轴光栅尺读数头与误差测量点之间的 Z 方向偏位值。

通过公式(5)补偿不同高度测量点处包含的阿贝误差后,可得到光栅尺读数头处的基准定位误差,计算结果如图 8 所示。结果表明,3 个不同高度的定位误差中包含相同趋势的基准定位误差,且相互间的差值基本保持在 $2 \mu\text{m}$ 内,符合理论推导。

除了俯仰角误差外,当测量轴线与基准轴线

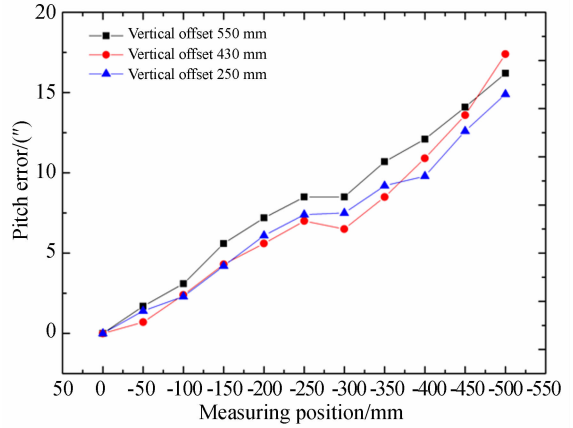


图 7 不同竖直偏位测得俯仰角误差
Fig. 7 Pitch angle errors measured in different vertical offsets

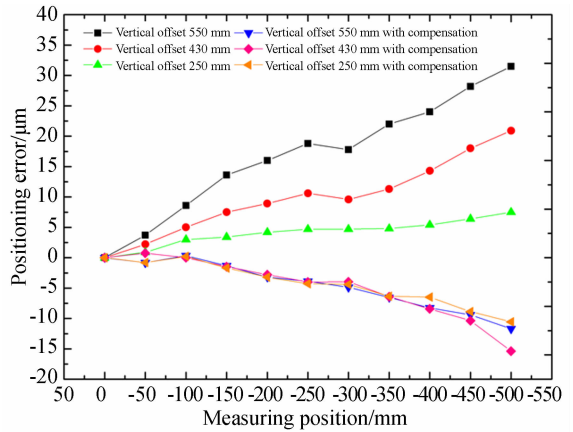
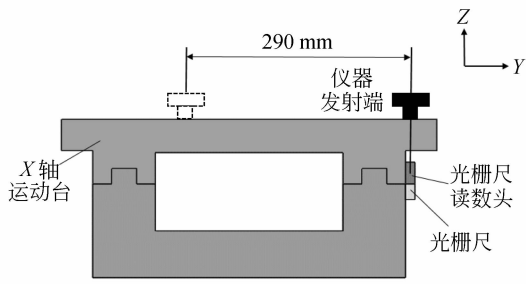


图 8 不同竖直偏位定位误差比对
Fig. 8 Alignment of positioning errors in different vertical offsets

存在水平方向偏位时,导轨偏摆角误差也会在定位误差的测量结果中引入阿贝误差。使用雷尼绍公司 XM-60 型多自由度测量仪器在距光栅尺竖直偏位 250 mm,水平偏位分别为 0 mm 和 290 mm 的位置测量 X 轴定位误差和偏摆角误差,定位误差测量示意图和仪器现场架设如图 9 所示。

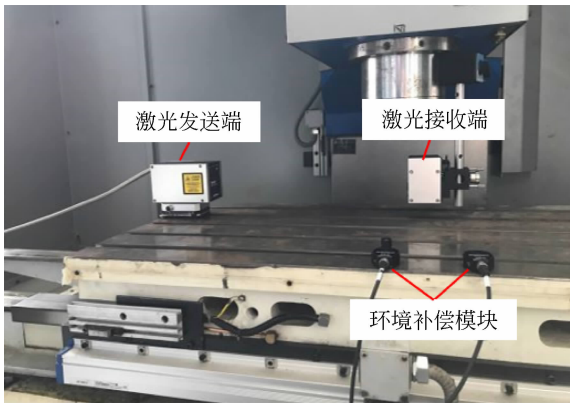
当两个测量位置相对于光栅尺读数头的竖直偏位相同且水平偏位不同时,可认为是偏摆角误差在两点间定位误差中引入了阿贝误差。即 290 mm 处测量得到的定位误差是由 0 mm 处测量得到的定位误差和偏摆角引入的阿贝误差组成。两点间定位误差的计算公式如下:

$$\delta_{x290}(x) = \delta_{x0}(x) - \epsilon_z(x)L_{my}(x), \quad (6)$$



(a) 不同水平偏位仪器架设方案

(a) Instrument erection scheme in different horizontal offsets



(b) 水平偏位 290 mm 测量定位误差

(b) Measuring positioning error in horizontal offset of 290 mm

图 9 不同水平偏位仪器架设方案及现场安装图

Fig. 9 Instrument erection scheme and installation in different horizontal offsets

式中： δ_{x0} ， δ_{x290} 分别代表在相对 X 轴光栅尺读数头水平偏位 0，290 mm 测得的定位误差， $L_{my}(x)$ 为两误差测量点间的水平偏位。将 290 mm 水平偏位处测得的偏摆角误差(图 10)带入公式(6)中可以计算得出 0 mm 处的“基准”定位误差，并将之与水平偏位 0 mm 处实际测得的定位误差进行比较，结果如图 11 所示，两者差值在 1.3 μm 内，符合理论推导。

由于机床结构的特殊性，在加工过程中，运动轴的定位误差在传递到刀具切削点时会引入角度误差造成的阿贝误差，具体计算如公式(4)所述。在使用 HTM 法进行补偿时，有一部分阿贝误差未被考虑，这是影响其补偿的主要原因。所以，基于阿贝原则和空间误差传递机理针对 HTM 补偿模型存在的不足进行优化，以达到提高补偿精度的效果就显得很有意义。

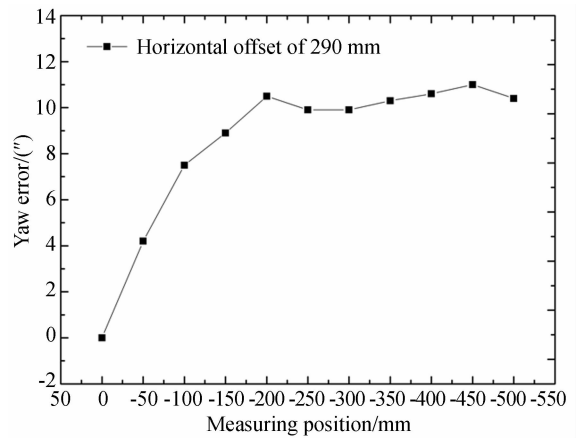


图 10 水平偏位 290 mm 处测得的偏摆角误差

Fig. 10 Yaw angle errors measured in horizontal offset of 290 mm

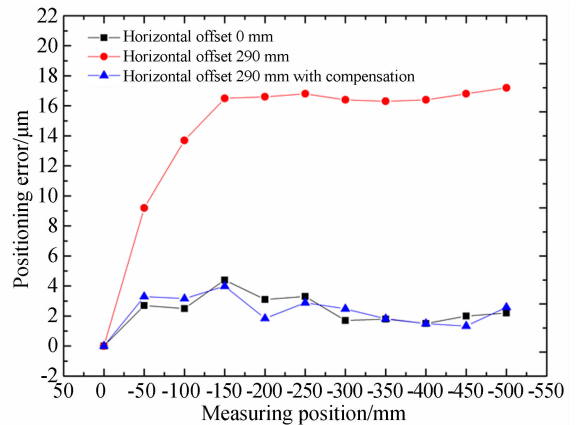


图 11 不同水平偏位定位误差比对

Fig. 11 Alignment of positioning errors in different horizontal offsets

4 基于阿贝原则优化补偿模型

4.1 测量误差转换

误差测量是补偿的前提，由于使用便捷、测量效率高，多自由度误差测量仪器被越来越多地应用于机床几何误差量的测量中。测量时，仪器多架设于机床工作台上，这就使得误差测量点与刀具切削点存在偏位，且在进行多次重复测量时，安装人员很难保证仪器在工作台上的架设位置不变。根据前述理论，仪器在不同的安装位置测得的定位误差值由于阿贝误差的影响会产生变化，误差测量点与刀具切削点的空间偏位也会发生变化。如果每次测量都记录仪器位置，并针对测量

点与切削点的偏位信息进行补偿,就会加大补偿工作量,使得补偿流程变得非常繁琐,同时也不利于补偿的重复实现。所以,为提高补偿精度以及不增加补偿流程的复杂度,现对 HTM 法以阿贝原则为基础进行优化。

由分析可知,虽然不同测量位置得到的定位误差不同,但其中包含的光栅尺读数头处的基准定位误差都是相同的,所以可以依照公式(4)把仪器测量得到的定位误差转换为光栅尺读数头处的基准定位误差,然后再带入补偿模型。在基于多体系理论推导误差模型时,运动轴 6 项几何误差必须位于同一位置,所以在对定位误差进行转换时,也基于布莱恩原则^[24]将直线度误差由测量点转换到光栅尺读数头处。由于运动轴可被视为刚体,角度误差不需转换。 X 轴定位误差和直线度误差转换公式如下:

$$\delta_{xm}(x) = \delta_{xa}(x) + \epsilon_y(x)L_{mz}(x) - \epsilon_z(x)L_{my}(x), \tag{7}$$

$$\delta_{ym}(x) = \delta_{ya}(x) - \epsilon_x(x)L_{mz}(x) + \epsilon_z(x)L_{mx}(x), \tag{8}$$

$$\delta_{zm}(x) = \delta_{za}(x) + \epsilon_x(x)L_{my}(x) - \epsilon_y(x)L_{mx}(x), \tag{9}$$

其中: $\delta_{xa}, \delta_{ya}, \delta_{za}$ 分别代表光栅尺读数头处 x, y, z 方向的误差值, $\delta_{xm}, \delta_{ym}, \delta_{zm}$ 分别代表误差测量点测量得到的 x, y, z 方向的误差值, $L_{mx}(x), L_{my}(x), L_{mz}(x)$ 分别代表 X 轴上几何误差测量点到光栅尺读数头处的 X, Y, Z 三个方向的偏位。

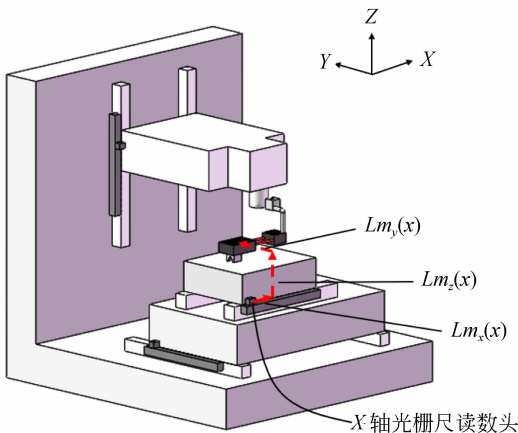


图 12 X 轴误差测量点与光栅尺读数头间偏位
Fig. 12 Offset between error measuring point and reading head on X-axis

4.2 误差模型优化

误差测量点与低序体坐标系原点重合是补偿的前提条件,所以现将机床运动轴固连坐标系设置在各轴光栅尺读数头处。将床身绝对坐标系的坐标原点设定为机床位于绝对零点时 Y 轴光栅尺读数头处,为保证补偿的准确性,在进行坐标转换时还要考虑机床位于绝对零点时各相对坐标系间的空间偏位,坐标系设置及坐标系间偏位如图 13 所示。此时的空间偏位信息也可用齐次坐标表示如表 4。

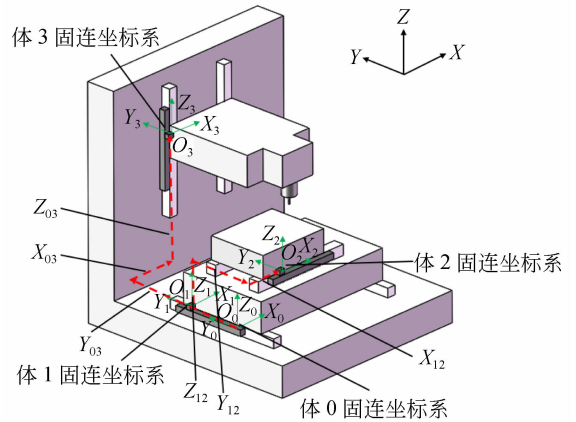


图 13 优化后坐标系及坐标系间偏位
Fig. 13 Coordinate system and offset between coordinate systems after optimization

表 4 相对坐标系间偏位表达式

Tab. 4 Partial expression for relative coordinates

空间偏位矩阵	
机床位于绝对零点时,体 2 与体 1 固连坐标系间的空间偏位	$B_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{12} \\ 0 & 1 & 0 & y_{12} \\ 0 & 0 & 1 & z_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
机床位于绝对零点时,体 3 与体 0 固连坐标系间的空间偏位	$B_{03} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{03} \\ 0 & 1 & 0 & y_{03} \\ 0 & 0 & 1 & z_{03} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

除了运动轴的几何误差外,各轴间的垂直度误差也会对空间误差产生影响。机床加工时,非基准轴在运动过程中会因为垂直度误差的存在而在基准轴上产生一个误差,如图 14 所示。

所以 3 个垂直度误差对于空间误差的影响可

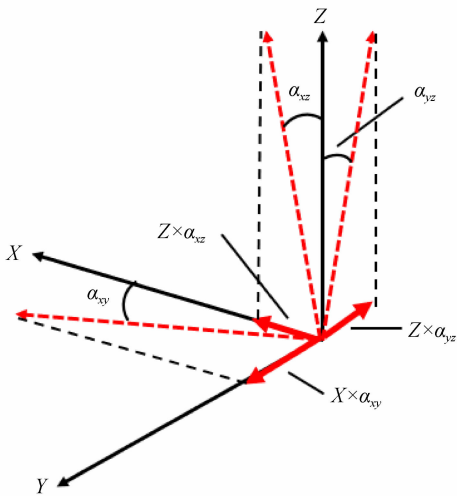


图 14 垂直度误差对空间误差的影响

Fig. 14 Influence of verticality error on spatial errors

以按照齐次向量的样式写为:

$$C = (Z\alpha_{xz}, X\alpha_{xy} - Z\alpha_{yz}, 0, 0). \quad (10)$$

基于阿贝原则优化后的空间误差算法如下:

$$P_{\text{actual-w}} = T_{01} \Delta T_{01} B_{12} T_{12} \Delta T_{12} P_w, \quad (11)$$

$$P_{\text{actual-t}} = B_{03} T_{03} \Delta T_{03} P_t, \quad (12)$$

$$E = P_{\text{actual-t}} - P_{\text{actual-w}} + C. \quad (13)$$

针对误差补偿模型的优化主要有三点:首先,考虑了由于误差测量点与刀具切削点间偏位产生的误差对于空间误差的影响;然后,基于阿贝原则和多体系统理论规范了相邻低序体固连坐标系坐标原点的选取原则;最后,在模型中加入表示机床位于绝对零点时相邻低序体固连坐标系间空间偏位的特征矩阵,使得模型的计算过程更加合理。

5 实验与结果分析

以江山华科 XHK715 型三轴数控机床为实验对象,验证针对 HTM 补偿模型的优化是否有效。

5.1 几何误差测量

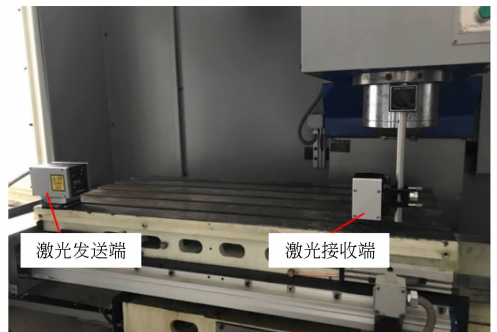
首先,使用雷尼绍公司 XM-60 型多自由度测量仪器分别测量机床 X、Y、Z 运动轴的 6 项几何误差,测量行程及测量间隔如表 5 所示。反复测量 5 次^[19],以 5 次测量的平均值作为导轨的几何误差。

表 5 各轴测量行程及测量间隔

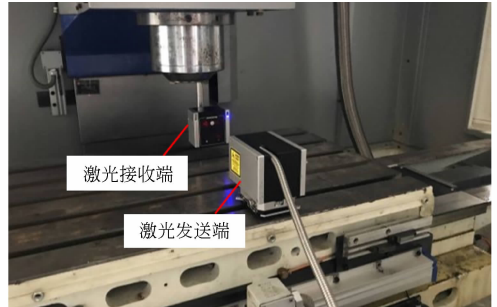
Tab. 5 Measuring stroke and interval of each axis (mm)

	测量行程	测量间隔
X 轴	0~ -500	50
Y 轴	0~ -300	30
Z 轴	0~ -400	40

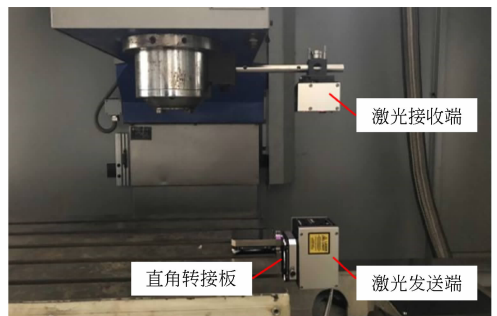
机床各轴的测量现场以及测量结果分别如图 15 和图 16 所示。



(a) 测量 X 轴误差
(a) Measurement of X-axis error

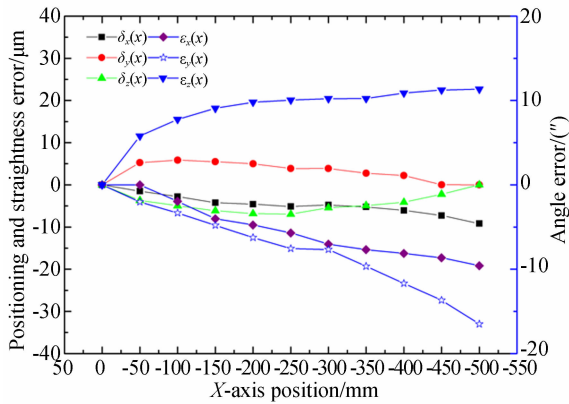


(b) 测量 Y 轴误差
(b) Measurement of Y-axis error

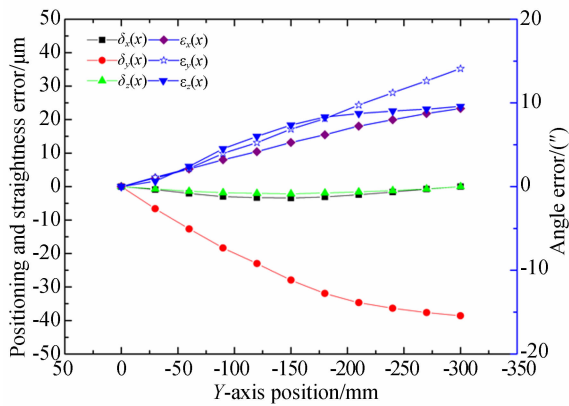


(c) 测量 Z 轴误差
(c) Measurement of Z-axis error

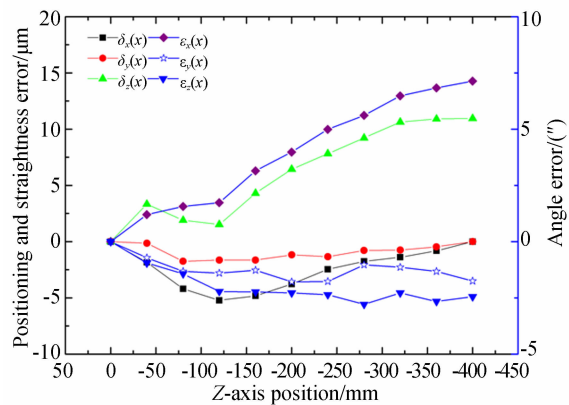
图 15 测量 X、Y、Z 轴几何误差仪器安装示意图
Fig. 15 Instrument installation diagram for measurement of geometric errors of X, Y and Z axes



(a) X轴误差
(a) X-axis error



(b) Y轴误差
(b) Y-axis error



(c) Z轴误差
(c) Z-axis error

图 16 X,Y,Z轴几何误差的测量结果

Fig. 16 Measurement results of X, Y and Z axial geometric errors

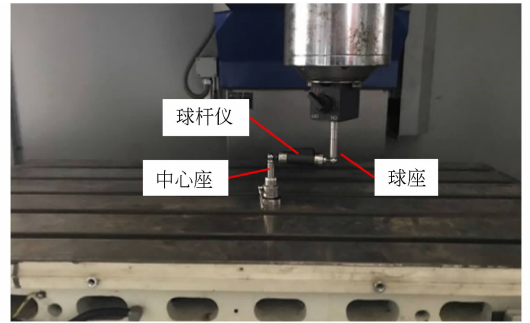
运动轴几何误差测量完成后,使用雷尼绍公司 QC20-W 型球杆仪(精度: $\pm(0.7+0.3\%L)$ μm ,分辨力: $0.1 \mu\text{m}$,测量范围: $\pm 1 \text{ mm}$)测量机

床的三项垂直度误差,测量结果如表 6 所示,仪器测量现场如图 17 所示。

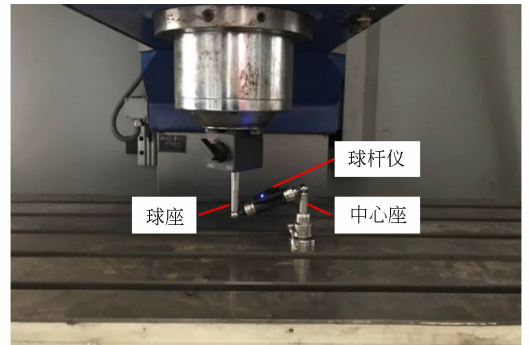
表 6 垂直度误差

Tab. 6 Perpendicularity errors (")

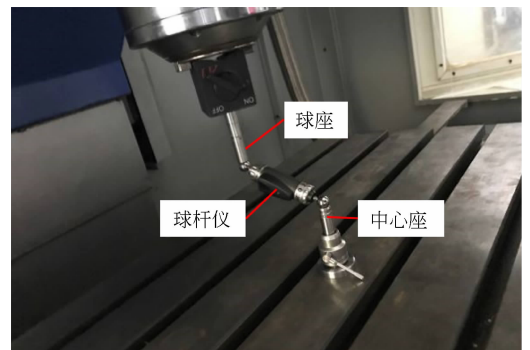
α_{xy}	α_{xz}	α_{yz}
26.25	45.83	3.58



(a) 测量 X,Y 垂直度误差
(a) Measurement of X and Y perpendicularity error



(b) 测量 X,Z 垂直度误差
(b) Measurement of X and Z perpendicularity error



(c) 测量 Y,Z 垂直度误差
(c) Measurement of Y and Z perpendicularity error

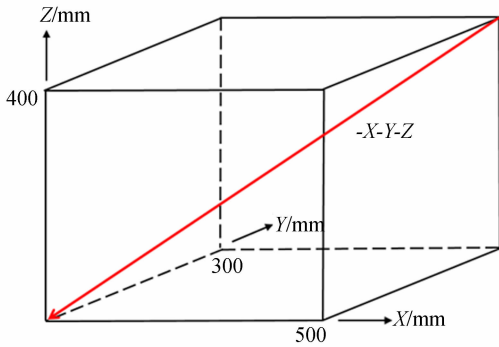
图 17 测量垂直度误差仪器安装示意图

Fig. 17 Instrument installation diagram for measurement of perpendicularity errors

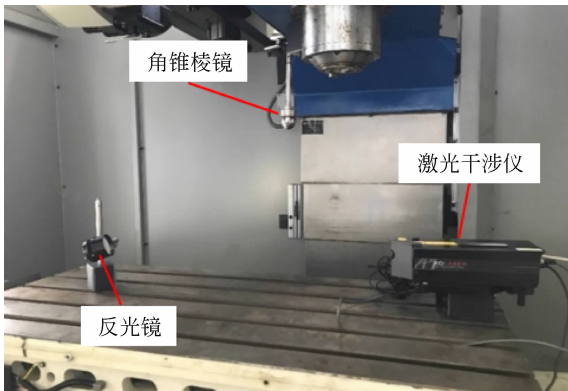
5.2 模型准确性验证

根据 ISO 标准,可以通过检测机床运动空间体对角线定位误差估算机床的空间性能^[25]。以此为基础,提出一种补偿模型验证方法。将补偿模型计算得到的空间误差映射到体对角线上,得到机床体对角线预测定位误差,再将预测定位误差与使用干涉仪实际测得的体对角线定位误差对比,反映补偿模型的补偿精度高低。

使用 API 公司 XD 激光干涉仪(精度: 0.5×10^{-6} ,分辨力: $0.02 \mu\text{m}$,测量范围:40 m)测量机床 500 mm(X)×400 mm(Y)×300 mm(Z)空间体对角线的定位误差,如图 18 所示。



(a) 体对角线测量轨迹
(a) Measured track of body diagonal



(b) 测量体对角线仪器安装示意图
(b) Instrument installation diagram for measurement of body diagonal

图 18 体对角线测量轨迹及仪器安装示意图
Fig. 18 Measured track and instrument installation diagram of body diagonal

将测量得到的 21 项几何误差分别带入优化前和优化后的补偿模型生成空间误差补偿值,拟合得到体对角线预测定位误差,将实际测得的定

位误差与预测误差进行比较,结果如图 19 所示。测量所得的体对角线最大的定位误差为 $41.15 \mu\text{m}$,两个补偿模型拟合出的体对角线的最大定位误差分别为 $47.51 \mu\text{m}$ 和 $42.61 \mu\text{m}$,且拟合得到的体对角线定位误差与由干涉仪实际测量得到的定位误差的变化趋势基本相同。

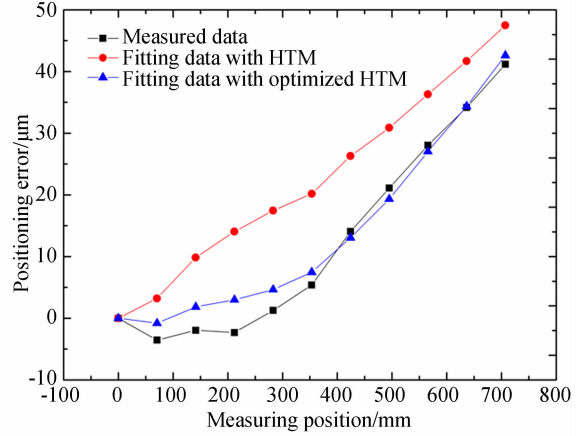


图 19 拟合体对角线定位误差对比
Fig. 19 Comparison of fitting body diagonal positioning errors

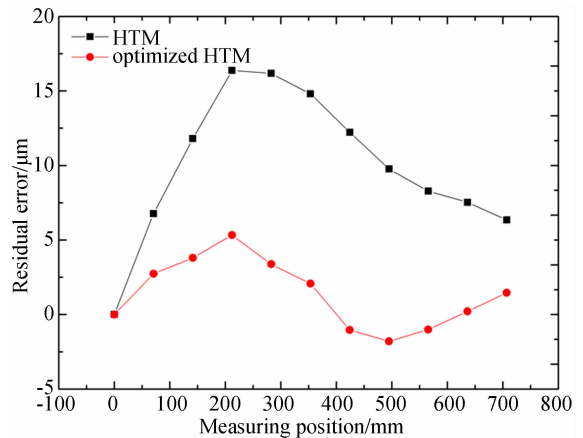


图 20 体对角线定位误差补偿残差对比
Fig. 20 Comparison of compensation residual of body diagonal positioning errors

使用模型预测误差对测量所得的定位误差进行补偿,补偿后残差如图 20 所示。结果表明:未优化模型补偿后的最大残差为 $16.37 \mu\text{m}$,优化后模型补偿后的最大残差为 $5.32 \mu\text{m}$,优化模型的补偿率为 87.07%,未优化模型的补偿率为 60.22%,优化后补偿模型的补偿效果更好。

6 结 论

本文基于阿贝原则对 HTM 误差补偿模型进行了优化,提出符合多体系统理论的坐标系选取原则,使得补偿模型的理论推导更加合理。首先推导出 HTM 补偿模型,并指出使用多自由度测量仪器配合 HTM 补偿模型进行空间误差补偿

时,误差测量点与补偿点不重合会导致补偿精度的降低。随后分析了三轴机床空间误差的传递机理,基于阿贝原则对 HTM 补偿模型进行了优化。实验表明,优化后的补偿模型可将机床空间体对角线的定位误差由 $41.15 \mu\text{m}$ 补偿至 $5.32 \mu\text{m}$,补偿率为 87.07% ;相比于传统 HTM 补偿模型,补偿率提高了 26.85% ,对于机床空间误差具有更好的补偿效果。

参考文献:

- [1] 何振亚. 数控机床三维空间误差建模及补偿研究[D]. 浙江:浙江大学,2010.
HE ZH Y. *Modeling and Compensating for 3-Dimension Volumetric Errors of CNC Machine Tools* [D]. Zhejiang: Zhejiang University,2010. (in Chinese)
- [2] 朱赤洲,陈蔚芳,赵鹏,等. 数控机床三维空间误差建模及补偿技术研究[J]. 组合机床与自动化加工技术,2012(4): 16-19, 24.
ZHU CH ZH, CHEN W F, ZHAO P, *et al.*. Research on compensation technique for 3-dimension volumetric errors of CNC machine tools[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2012(4): 16-19, 24. (in Chinese)
- [3] 沈金华,杨建国,王正平. 数控机床空间误差分析及补偿[J]. 上海交通大学学报,2008,42(7): 1060-1063.
SHEN J H, YANG J G, WANG ZH P. Analysis and compensation on volumetric errors for NC machining tools[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2008,42(7):1060-1063. (in Chinese)
- [4] 倪军. 数控机床误差补偿研究的回顾及展望[J]. 中国机械工程,1997,8(1): 29-33,122.
NI J. A perspective review of CNC machine accuracy enhancement through real-time error compensation[J]. *China Mechanical Engineering*, 1997, 8(1): 29-33,122. (in Chinese)
- [5] 李圣怡,戴一帆,尹自强. 精密和超精密机床精度建模技术[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2007.
LI SH Y, DAI Y F, YIN Z Q. *Accuracy Modeling Technology of Precision and Ultra-Precision Machine Tool* [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press,2007. (in Chinese)
- [6] 董泽园,李杰,刘辛军,等. 数控机床两种几何误差建模方法有效性试验研究[J]. 机械工程学报,2019,55(5): 137-147.
DONG Z Y, LI J, LIU X J, *et al.*. Experimental study on the effectiveness of two different geometric error modeling methods for machine tools [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(5): 137-147. (in Chinese)
- [7] 李杰,谢福贵,刘辛军,等. 五轴数控机床空间定位精度改善方法研究现状[J]. 机械工程学报,2017,53(7): 113-128.
LI J, XIE F G, LIU X J, *et al.*. Analysis on the research status of volumetric positioning accuracy improvement methods for five-axis NC machine tools [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(7): 113-128. (in Chinese)
- [8] HARTENBERG R S, DENAVIT J. A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1955, 77(2): 215-221.
- [9] FERREIRA P M, LIU C R, MERCHANT E. A contribution to the analysis and compensation of the geometric error of a machining center[J]. *CIRP Annals*, 1986, 35(1): 259-262.
- [10] 刘又午,刘丽冰,赵小松,等. 数控机床误差补偿技术研究[J]. 中国机械工程,1998,9(12):54-58,5.
LIU Y W, LIU L B, ZHAO X S, *et al.*. Research on error compensation technology of NC machine tools[J]. *China Mechanical Engineering*, 1998,9(12):54-58,5. (in Chinese)
- [11] ZHU S W, DING G F, QIN S F, *et al.*. Integrated geometric error modeling, identification and compensation of CNC machine tools[J]. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2012, 52(1): 24-29.
- [12] LI J, XIE F G, LIU X J. Geometric error modeling and sensitivity analysis of a five-axis machine tool[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 82(9): 2037-2051.
- [13] 粟时平. 多轴数控机床精度建模与误差补偿方法

- 研究[D].长沙:中国人民解放军国防科学技术大学,2002.
- SU SH P. *Study on the Methods of Precision Modeling and Error Compensation for Multi-Axis CNC Machine Tools* [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002. (in Chinese)
- [14] 陈东菊. 复合数控磨床螺纹成形磨削误差辨识及补偿[C]. 2015 光学精密工程论坛论文集. 长春, 2015:359-365.
- CHEN D J. Geometric error identification and compensation of complex CNC grinding machine [C]. 2015 *Optical Precision Engineering Forum Proceedings*. Changchun, 2015:359-365. (in Chinese)
- [15] 谢春, 张为民. 车铣复合加工中心综合误差检测及补偿策略[J]. 光学精密工程, 2014, 22(4): 1004-1011.
- XIE CH, ZHANG W M. Comprehensive measurement errors of 5-axis turning-milling centers and their compensation strategies[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(4): 1004-1011. (in Chinese)
- [16] 郭世杰, 姜歌东, 梅雪松, 等. 转台-摆头式五轴机床几何误差测量及辨识[J]. 光学精密工程, 2018, 26(11): 2684-2694.
- GUO SH J, JIANG G D, MEI X S, *et al.*. Measurement and identification of geometric errors for turntable-tilting head type five-axis machine tools [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2018, 26(11): 2684-2694. (in Chinese)
- [17] FAN K C, WANG T H, WANG C H, *et al.*. Development of an Abbé error compensator for NC machine tools[C]. *Proceedings of the 37th International MATADOR Conference*. Springer Science & Business Media, 2012, 4: 105.
- [18] VAHEBI M, AREZOO B. Accuracy improvement of volumetric error modeling in CNC machine tools[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 95(5): 2243-2257.
- [19] 范光照, 曾百由. 精密机械精度基础[M]. 台北: 高立图书出版社, 2016.
- FAN G ZH, ZENG B Y. *Precision Machinery Precision Foundation* [M]. Taipei: Gaoli Books Press, 2016. (in Chinese)
- [20] LI Z H, FENG W L, YANG J G, *et al.*. An investigation on modeling and compensation of synthetic geometric errors on large machine tools based on moving least squares method[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 2018, 232(3): 412-427.
- [21] LIU H W, XIANG H, CHEN J H, *et al.*. Measurement and compensation of machine tool geometry error based on Abbe principle[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 98: 2769-2774.
- [22] ISO 230-1. Test code for machine tools-Part 1: Geometric accuracy of machine operating under no-load or quasi-static conditions[S]. International Organization for Standardization, 2012.
- [23] ABBÉ E. Meßapparate für physiker[J]. *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, 1890, 10: 446-448.
- [24] BRYAN J B. The Abbé principle revisit: An updated interpretation [J]. *Precision Engineering*, 1979, 1: 129-132. ISO 230-6.
- [25] Test code for machine tools-Part 6: Determination of positioning accuracy on body and face diagonals [S]. International Organization for Standardization, 2002.

作者简介:



赵 壮(1994—),男,安徽六安人,硕士研究生,2016年于安徽大学获得学士学位,主要从事三轴机床几何误差测量及补偿模型的研究。E-mail: phezzll@163.com

通讯作者:



范光照(1950—),男,中国台湾人,博士,教授,博士生导师,主要从事数控机床精度检测及加工误差补偿技术与关节式机械臂空间误差分析与补偿方法的研究。E-mail: fan@dlut.edu.cn