

文章编号 1004-924X(2017)03-0786-06

简易高精度的平面五点摄像机标定方法

邹建成, 田楠楠*

(北方工业大学 图像处理与模式识别研究所, 北京 100144)

摘要: 为了进一步提高相机参数精度, 简化标定过程, 在张正友平面标定算法的基础上, 提出了一种较简单的 5 点标定算法。本文利用一个矩形作为标定模板, 将其 4 个角点和中心点作为待匹配点。仅利用不同角度拍摄的 10 (10~20 幅均可) 幅图像, 即可求解全部相机内外参数。首先, 为了减小数据对结果的影响, 对获取的 5 个点的图像坐标进行归一化, 将点坐标控制在以原点为中心, $\sqrt{2}$ 为半径的圆内; 其次, 相机成像模型未考虑畸变, 考虑到单应矩阵可能会有零元素, 故按照 9 个自由度来求解; 再次, 求解出相机的内外参数, 将求得结果的平均值作为非零因子 λ 的值; 最后利用 Levenberg-Marquardt (LM) 算法对所有内外参数进行整体优化。选用不同噪声水平的模拟实验和真实图像进行测试, 结果显示该算法比张正友棋盘格算法的精度要高。

关键词: 相机标定; 矩形; 单应矩阵; 归一化; 整体优化

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172503.0786

An easy and high-precision camera calibration method based on planar five points

ZOU Jian-cheng, TIAN Nan-nan*

(Institute of Image Processing and Recognition,
North China Univ. of Tech., Beijing 100144, China)

* Corresponding author, E-mail: tian-nan-nan@qq.com

Abstract: A simpler 5-point calibration algorithm was proposed to further improve the accuracy of camera parameter and simplify the calibration process, on the basis of Zhang Zhengyou's plane calibration algorithm. In this method, a rectangle was used to serve as a calibration template and the four angular points and central point were selected as the points to be matched. All internal and external parameters could be solved with only 10 (10-20 all were ok) images shot in different angles. First, to decrease the influence of data on result, normalization shall be carried out for image coordinates of five points obtained, where the coordinate of point shall be controlled within the circle with the origin as the center and $\sqrt{2}$ as the radius; then, because it didn't consider distortion in imaging model of camera but considered that there might have been zero element in homography, calculation was solved in accordance with 9 degrees of freedom; again, the internal and external parameters of camera were calculated and the value of non-zero divisor λ was the mean of result acquired; finally, global optimization for internal and external parameters was carried out with

收稿日期: 2016-12-02; 修订日期: 2017-01-14.

基金项目: 国家科技重大专项课题 (No. 2014ZX02502003); 国家自然科学基金资助项目 (No. 61170327)

Levenberg-Marquarat (LM) algorithm. Through simulation test with different levels of noise and test of true image, the accuracy of this algorithm is higher than Zhang Zhengyou's checkerboard algorithm.

Key words: camera calibration; rectangle; homography; normalization; global optimization

1 引言

相机标定是计算机视觉领域的重要基础和前提^[1-2],尤其是在三维场景重建方面,标定结果的精度会直接影响图像重建的精确性^[3]。所以研究标定算法具有重要意义。目前关于相机标定算法的研究已不限于单个靶标,刘巍等采用一维标定架与二维标定平面构造的复合式靶标标定了近景大视场^[4];王澜^[5]等研究了一种基于共线特征点的线阵相机标定方法,该方法在标定过程中对标定特征点逐一成像,可直接得到标定特征点和其对应像点,解决了空间标定点与像点的对应问题;关于双目立体相机系统标定的研究也有很多^[6-7]。

由于经典的相机标定方法——张正友平面标定法^[8]是以棋盘格点阵为标定模板的,所使用的点过多,故标定点检测与匹配过程中的误差源较多;文涛等提出使用一个基于十字网格代替棋盘格的标定算法^[9],在强光和强噪声情况下可以获得更精确的位置信息,但是模板的设计依然比较麻烦,线宽需精确到 2 mm;此后,孟晓桥等又提出了一种基于圆环点的自标定方法^[10],该方法仅要求摄像机在 3 个(或 3 个以上)不同方位摄取一个含有若干条直径的圆的图像,即可线性求解出全部摄像机内参数,但是会遇到直线的像无法准确相交到圆心像上的问题;于是,文献^[11]提出了一种新的基于正方形模板的虚圆点约束的标定算法,其可以求解出相机内外参数,但是实验过程中使用的标定板仍是以棋盘格为基础,5×5 方格的选取不具有一般性;陈西等提出了更具一般性的标定模板,但是偏斜系数比较大^[12],张红艳等提出了一种基于 A4 纸的标定算法^[13],求解单应矩阵用的是标定板的 4 个角点,但是 h_{33} 有可能为零,且其标定精度不是很高。针对以上标定方法中的问题,本文提出了一种简单易行的 5 点标定算法,该算法仅利用矩形的 4 个角点和 1 个中心点对应求解出单应矩阵。该算法通过多次拍摄不同姿态下的标定图像来提高算法的稳定性,不仅避免了大量图像点的匹配精准性问题,还具有较好的鲁棒性。

2 本文算法

2.1 标定图像的获取

取一张 A4 纸,用尺子画出其两条对角线,交于中心点 O。将该模板放在可以区别颜色的桌面上,从不同角度进行拍摄,共得到 10 幅标定图像。图 1 即为所使用的标定图像。

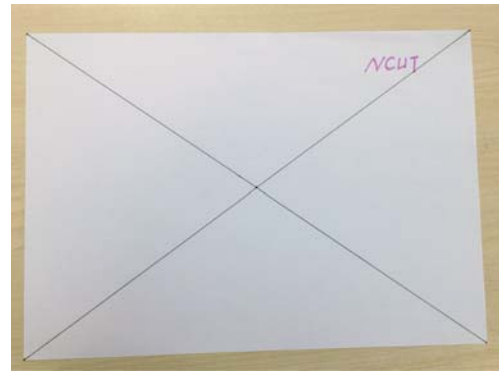


图 1 本文模板

Fig. 1 Proposed pattern

2.2 单应矩阵的求解

根据摄像机针孔成像模型^[14](由于硬件技术和工艺的发展,本文不考虑相机的畸变),将世界坐标系置于标定模板平面,以模板中心 o 为坐标原点,平行于白纸的宽边和长边的轴线分别作为 x 轴和 y 轴(此时模板上的点均处在平面上,即 $Z_w=0$),可以得到下面的等式:

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_1 & \mathbf{r}_2 & \mathbf{t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中: s 是非零尺度因子, $\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}$ 是图像坐标的齐次

形式, $\begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix}$ 是模板平面上的点在世界坐标系下的

齐次坐标形式,内参数矩阵 $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} f_u & \gamma & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

式(1)变形可得:

$$\mathbf{m} \sim \mathbf{H}\mathbf{M}, \quad (2)$$

其中: \mathbf{m} , \mathbf{M} 分别是图像点以及其对应的空间坐标,不妨将式(2)中的 \mathbf{H} 看成一个 9 维(h_{33} 可能为 0)向量 \mathbf{h} , 利用 DLT 直接线性变换法^[15] 将等式改写成以 \mathbf{h} 的元素作为未知量的方程, 则每个点提供如下两个约束:

$$\begin{bmatrix} X & Y & 1 & 0 & 0 & 0 & -uX & -uY & -u \\ 0 & 0 & 0 & X & Y & 1 & -vX & -vY & -v \end{bmatrix} \mathbf{h} = 0. \quad (3)$$

为了减小数据采集方式对结果的影响, 对标定图像上的对应点坐标进行归一化^[16] 处理, 即对 \mathbf{m} 做变换 $\mathbf{m}' = \mathbf{w}\mathbf{m}$, 其中:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{k} & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{k}u' \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{k} & -\frac{\sqrt{2}}{k}v' \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中:

$$u' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i, v' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i, \quad (5)$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(u_i - u')^2 + (v_i - v')^2]}.$$

式(4)、式(5)是对图像像点坐标所做的相似

$$\mathbf{V}_{ij} = [h_{11} h_{j1} \quad h_{11} h_{j2} + h_{22} h_{j1} \quad h_{22} h_{j2} \quad h_{33} h_{j1} + h_{11} h_{j3} \quad h_{33} h_{j2} + h_{22} h_{j3} \quad h_{33} h_{j3}],$$

即:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{11} - \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

由 10 个单应矩阵可以给出 20 个内参约束方程组:

$$\mathbf{V}\mathbf{b} = \mathbf{0}, \quad (9)$$

对 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 进行 SVD 分解可以求得 \mathbf{b} , 然后对 \mathbf{B} 进行 cholesky 分解并取逆, 可得 \mathbf{K} . 对每个单应矩阵分解出相应的外参矩阵, 由:

$$\mathbf{H} = \lambda \mathbf{K} [\mathbf{R} \quad \mathbf{T}], \quad (10)$$

即:

$$[h_1 \quad h_2 \quad h_3] = \lambda \mathbf{K} [r_1 \quad r_2 \quad r_3], \quad (11)$$

得 $r_1 = \lambda^{-1} \mathbf{K}^{-1} h_1$, $r_2 = \lambda^{-1} \mathbf{K}^{-1} h_2$, $t = \lambda^{-1} \mathbf{K}^{-1} h_3$, $\mathbf{h}_3 = \mathbf{h}_1 \otimes \mathbf{h}_2$, $\lambda = \|\mathbf{K}^{-1} h_1\| = \|\mathbf{K}^{-1} h_2\|$, 本文使用的是两者的算数平均值. 采用非线性优化方法对所有数据进行全局优化, 即 Levenberg-Marquarat 算法, 最小化:

变换和平移变换, 并将图像点控制在半径为 $\sqrt{2}$ 的圆形区域中, 以提高单应矩阵求解的稳定性. 这里 $N=5$, 由式(3)可知, 对于每个空间点可以获得 2 个方程, 那么 5 个空间点则可以生成 10 个方程, 由于未知量的个数是 9, 利用奇异值分解 (SVD) 来解这个方程组的系数矩阵 $\mathbf{c}\mathbf{c}$, 得到 \mathbf{H}' , \mathbf{H}' 是 $\mathbf{c}\mathbf{c}^T \mathbf{c}\mathbf{c}$ 的最小奇异值的奇异向量. 然后对 \mathbf{H}' 进行反归一化求得实际的 $\mathbf{H} = \mathbf{w}^{-1} \mathbf{H}'$, 其中:

$$\mathbf{w}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{k}{\sqrt{2}} & 0 & u' \\ 0 & \frac{k}{\sqrt{2}} & v' \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2.3 分解内外参数

内参的约束条件^[3]为:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \\ \mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \end{cases}, \quad (6)$$

将 $\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ 看成一个整体, 不妨设 $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$, 由于 \mathbf{B} 是对称的, 故只有 6 个独立变量, 由 $\mathbf{b} = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T$, 设 \mathbf{H} 的第 i 列向量 $\mathbf{h}_i = [h_{i1} \quad h_{i2} \quad h_{i3}]^T$, 则利用 DLT 算法有:

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{V}_{ij} \mathbf{b}, \quad (7)$$

其中:

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^5 \|\mathbf{M}_{ij} - \mathbf{m}(\mathbf{K}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{M}_{ij})\|^2, \quad (12)$$

其中: \mathbf{M}_{ij} 是第 i 幅图像中第 j 个点的空间坐标, $\mathbf{m}(\mathbf{K}, \mathbf{R}_i, \mathbf{T}_i, \mathbf{M}_{ij})$ 表示第 i 幅图像中第 j 个点的图像坐标, \mathbf{R}_i , \mathbf{T}_i 均为第 i 幅图像的旋转平移矩阵^[17].

3 实验结果

本文实验环境为 64 位 Windows 7 系统, 处理器为 Intel(R) Core(TM) I5-4590 CPU@3.30 GHz, 内存为 4.00 GB, 算法采用 Matlab2015b 实现.

3.1 仿真实验

为了验证算法的有效性, 本文设计了一个仿真实验. 对一个虚拟相机进行标定. 该虚拟相机的内参数设为 $\mathbf{K} =$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 800 \\ 0 & 1000 & 600 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ 图像分}$$

辨率为 $1\ 600 \times 1\ 200$,相机的空间姿态由 3 个独立的旋转角^[9]表示,共 10 组:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 20 & 20 & 60 & 20 & 10 & 50 & 80 & 30 & 10 & 40 \\ 20 & 30 & 50 & 80 & 60 & 60 & 20 & 20 & 40 & 50 \\ 30 & 50 & 10 & 40 & 30 & 10 & 10 & 40 & 20 & 40 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

平移矩阵 $\mathbf{T} = \mathbf{R}'$, 标定模板的参数拟为 $\mathbf{M} =$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ (此时的模板为方形),}$$

每一列即为模板点的世界坐标 (x, y, z) 。表 1 为在该条件下,对 10 幅虚拟图像的模板点加入不同水平高斯噪声的结果。噪声的均值为 0, σ 为 $0.5 \sim 3$ pixel,信噪比为 80,每组进行 100 次独立实验,结果取平均值。

表 1 不同噪声水平下的标定结果

Tab. 1 Calibration results under different noise levels

Noise Level	f_u	f_v	γ	u_0	v_0
0	1 000	1 000	0	800	600
0.5	1 002.6	1 000.8	-2.366	800.7	604.5
1	1 003.1	1 002.3	-1.125	802.3	606.2
1.5	1 005.0	1 003.0	-2.353	803.0	608.3
2	1 003.3	999.4	-2.124	804.3	606.8
2.5	1 003.2	999.2	-2.398	801.4	608.8
3	1 005.7	1 003.4	-2.133	804.2	609.6

由表 1 可知,相机的 5 个参数在 $0 \sim 3$ pixel 的噪声水平下依然具有较好的结果,说明该算法具有一定的稳定性。

3.2 真实图像实验

真实图像实验采用的是手机相机拍摄的图像,利用手机拍摄不同角度的标定板(如图 2),本文通过将标定结果与真实值进行比较(如表 2 和表 3),可以明显看出该方法比 Zhang 的误差小许多。Zhang 的标定实验是通过手机拍摄棋盘格标定板,获取不同姿态下的棋盘格图像,如图 3 所示(10 ~ 20 幅)。Zhang 方法是利用 Camera Calibrator App 实现的。相机参数的真实值可以查到,iPhone6 和 iPhone6s 的实际焦距为 4.15 mm,前者的像素尺寸为 $1.5 \mu\text{m}$,后者的为 $1.22 \mu\text{m}$ 。

表 2 苹果 6 标定实验

Tab. 2 Calibration experiment for iPhone6

iPhone6	f_u	f_v	u_0	v_0	MRS	Num
Real data	2 767	2 767	1 632	1 224	—	—
Chess Board	2 834	2 862	1 552	1 211	0.23	968
Proposed method	2 761	2 771	1 642	1 180	1.02	50



图 2 iPhone6s 获取的一组不同姿态的标定图像

Fig. 2 Calibration images of various poses obtained by iPhone6s

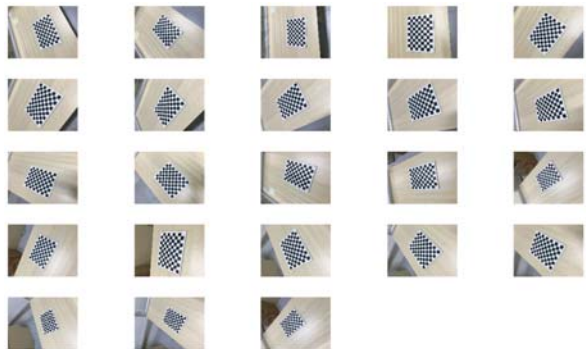


图 3 iPhone6s 获取的 23 组不同姿态的棋盘格图像

Fig. 3 Chessboard images of various poses obtained by iPhone6s

利用这些标定图像完成的标定实验结果如表 3 所示。

表 3 苹果 6s 标定实验

Tab. 3 Calibration experiment for iPhone6s

iPhone6s	f_u	f_v	u_0	v_0	MRS	Num
Real data	3 402	3 402	2 018	1 512	—	—
Chess Board	3 489	3 488	2 019	1 518	0.21	1 320
Proposed method	3 466	3 465	2 053	1 523	1.82	50

上述实验表明,本文算法在焦距计算上的精度高于棋盘格方法,且优势明显。

4 结 论

利用一张纸上的 5 个点作为标定模板时,由于使用的对应点较少,使得投影误差相对较大。但是不影响实验结果的精确性,甚至比

MATLAB 标定包结果更接近真实值,证明本文算法具有一定的研究和应用价值。理论上使用 3 幅图像即可完成标定。为了增加算法的鲁棒性,本文使用 10 幅图像进行标定。该算法的不足之处是要保证纸张的平面性,而且拍摄图像的相机姿态要尽可能均匀。

参考文献:

- [1] 邱茂林,马颂德,李毅. 计算机视觉中摄像机定标综述[J]. 自动化学报, 2000, 26(1):43-55.
QIU M L, MA S D, LI Y. Review of camera calibration for computer vision [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(1): 43-55. (in Chinese)
- [2] 孟晓桥,胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. 自动化学报, 2003, 29(1):110-124.
MENG X Q, HU ZH Y. Recent progress in camera self-calibration [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(1): 110-124. (in Chinese)
- [3] 吴剑,王广志,丁海曙,等. 三维测量系统中线性 CCD 相机的直接线性变换[J]. 清华大学学报:自然科学版, 2004, 44(6):860-863.
WU J, WANG G ZH, DING H SH, *et al.*. Direct linear transformation of linear CCD camera in three dimensional measurement system [J]. *Journal of Tsinghua University: Natural Science Edition*, 2004, 44 (6): 860-863. (in Chinese)
- [4] 刘巍,李肖,马鑫,等. 采用复合式靶标的近景大视场相机标定方法[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7):230-236.
LIU W, LI X, MA X, *et al.*. A close range and large field calibration method using composite targets [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(7):230-236. (in Chinese)
- [5] 王澜,孙博,隆昌宇,等. 一种基于共线特征点的线阵相机内参标定方法[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(6):1878-1883.
WANG L, SUN B, LONG CH Y, *et al.*. A novel method for calibrating intrinsic parameters of linear array camera based on collinear feature points [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44 (6): 1878-1883. (in Chinese)
- [6] 赵亚凤,胡峻峰. 一种双正交消隐点的双目相机标定方法[J]. 液晶与显示, 2016,31(10):958-966.
ZHAO Y F, HU J F. Binocular self calibration using two pairs of orthogonal vanishing points [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2016,31(10):958-966. (in Chinese)
- [7] 杨景豪,刘巍,刘阳,等. 双目立体视觉测量系统的标定[J]. 光学精密工程, 2016, 24(2):300-308.
YANG J H, LIU W, LIU Y, *et al.*. Calibration of binocular stereo vision measurement system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24 (2):300-308. (in Chinese)
- [8] ZHANG Z. A flexible new technique for camera calibration [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 2000, 22(11):1330-1334.
- [9] 文涛,左东广,李忠科,等. 一种鲁棒的高精度摄像机标定方法[J]. 计算机应用研究, 2015,32(11):3489-3491.
WEN T, ZUO D G, LI ZH K, *et al.*. Robust accurate camera calibration method [J]. *Application Research of Computers*, 2015,32(11): 3489-3491. (in Chinese)
- [10] 孟晓桥,胡占义. 一种新的基于圆环点的摄像机自标定方法[J]. 软件学报, 2002,13(5):957-965.
MENG X Q, HU ZH Y. A new easy camera calibration technique based on circular points [J]. *Journal of Software*, 2002,13(5): 957-965. (in Chinese)
- [11] 杨晓红,曾峦,翟优. 一种简易标定模板的摄像机标定方法[C]. 全国信号和智能信息处理与应用学术会议会刊,2013.
YANG X H, ZENG L, ZHAI Y. A calibration method with simple camera calibration target [C]. *Proceedings of the National Signal and Intelligent Information Processing and Application Academic Conference*,2013. (in Chinese)
- [12] 陈西,黎宁,周建江. 基于正方形模板的摄像机自标定新方法[J]. 信息通信, 2009, 22(1):27-30.
CHEN X, LI N, ZHOU J J. A new method of camera self calibration based on square template [J]. *Information Communication*, 2009, 22 (1): 27-30. (in Chinese)
- [13] 张红艳,郭海新. 基于 A4 纸的摄像机标定算法

- [J]. 中国高新技术企业, 2010(1):14-15.
- ZHANG H Y, GUO H X. A camera calibration algorithm based on A4 paper [J]. *Chinese High-Tech Enterprises*, 2010 (1): 14-15. (in Chinese)
- [14] HARTLEY R, ZISSERMAN A. Multiple view geometry in computer vision [J]. *Cambridge University Press*, 2006, 30(9-10):1865-1872.
- [15] ABDEL-AZIZ Y I, KARARA H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry [C]. *In Proceedings of the Symposium on Close-Range Photogrammetry, Falls Church, VA: American Society of Photogrammetry*, 1971: 1-18.
- [16] HARTLEY R I. In defense of the eight-point algorithm [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, 1997, 19(6):580-593.
- [17] SLABAUGH G G. Computing Euler angles from a rotation matrix [J]. *Retrieved on August*, 1999, 6 (2000): 39-63.

作者简介:



邹建成(1966—),男,博士,教授,博士生导师,1996年毕业于中国科学院数学研究所,研究方向为计算机视觉和多媒体信息处理,E-mail: zjc@ncut.edu.cn



田楠楠(1992—),女,硕士研究生,研究方向为计算机视觉。E-mail: tian-nan-nan@qq.com