

文章编号 1004-924X(2017)09-2359-08

面向空气静压支承的多孔材料渗透特性研究

王 伟^{1*}, 张 敏¹, 占国清¹, 崔海龙²

(1. 电子科技大学 机械电子工程学院, 四川 成都 611731

2. 中国工程物理研究院 机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621999)

摘要:为提高多孔质材料渗透系数的理论计算精度,本文基于分形理论建立了渗透系数求解模型,并基于图像处理优化了分形维数的求解方法。首先,利用扫描电子显微镜拍摄 4 种多孔材料表面图像后,使用盒维法求解分形维数并研究多孔材料图像大小和放大倍数对分形维数求解准确性的影响。其次,基于气体 Darcy 定律、分形理论及修正的 Hagen-Poiseuille 气体方程建立了无修正系数的渗透系数求解方程,从而完善了多孔材料分形理论计算公式。最后搭建渗透系数测量平台,基于流动状态的判定结果,验证了理论推导的正确性。结果表明:图像越大、放大倍数越低,分形维数越趋近于真实值;通过建立材料的最大孔径、最小孔径、迂曲度及分形维数与渗透系数间的无经验参数的理论关系,可使渗透系数理论计算值更加准确。通过对比渗透系数理论计算值及实验值可知,误差值为 5%~8%,满足材料渗透系数测量的误差要求。本文研究为材料渗透系数的准确获取提供了新的途径。

关键词:静压支承;多孔材料;分形;渗透系数

中图分类号:TP394.1;TH691.9 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172509.2359

Study on permeability characteristics of porous materials for aerostatic support

WANG Wei^{1*}, ZHANG Min¹, ZHAN Guo-qing¹, CUI Hai-long²

(1. School of Mechatronics Engineering,

University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China;

2. Institute of Machinery Manufacturing Technology,

China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China)

* Corresponding author, E-mail: wangwhit@163.com

Abstract: To improve the theoretical calculation precision of permeability coefficient for porous material, solving model of permeability coefficient was established on the basis of fractal theory, and solving method of fractal dimension was optimized by image processing. Firstly, after photographing surface image of four kinds of porous materials with a scanning electron microscope, fractal dimension was solved by box dimension method and influence of image size and amplification factor of porous material on solving precision of fractal dimension was researched. Secondly, according to Darcy law, fractal theory and corrected Hagen-Poiseuille gas equation, solving equation of permeability coefficient without correction factor was established, resulting in calculation formula of fractal theory for porous

收稿日期:2017-03-15;修订日期:2017-05-17.

基金项目:国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合资助(No. U1530130)

material was improved. Finally measuring platform of permeability coefficient was established, and correctness of theoretical derivation was verified on the basis of judgment result of flow state. The result indicates: with increase of image size and decrease of amplification factor, fractal dimension approaches true value increasingly; theoretical calculation value of permeability coefficient is more accurate after theoretical relation without experience parameters of maximum diameter of hole, minimum diameter of hole, tortuosity, fractal dimension and permeability coefficient is established. Error value is 5%~8% through comparing theoretical calculation value of permeability coefficient and experiment value, which can satisfy error requirement of measuring for material permeability coefficient. This paper provides new ways of obtaining material permeability coefficient accurately.

Key words: aerostatic support; porous material; fractal; permeability coefficient

1 引言

空气静压支承技术因具有摩擦阻力小、运动精度高、振动小、耐高低温、寿命长等优点,被广泛应用于精密、超精密加工、航空航天及原子能等领域^[1-3]。空气静压支承节流方式分为传统节流方式及新型节流方式。传统节流方式又有小孔节流、狭缝节流、表面节流和毛细管节流 4 种;而新型节流方式主要为多孔质节流。相对于传统节流器而言,新型节流方式有诸多优点:制造设计简单、承载力高和刚度高、阻尼高、振动低等^[4-7]。在多孔质节流器中,多孔材料节流性能的好坏直接影响着多孔质节流器的性能,而节流性能则可通过材料渗透系数进行表征。因而对多孔质材料的研究主要集中在渗透系数上。作为表征多孔介质传输性能的一个重要参数,渗透系数对多孔质节流气体静压支承性能有着至关重要的影响,同时也是进行多孔质材料气体静压支承性能数值分析和实验验证的关键数据之一。因此,得到多孔介质的准确渗透系数十分必要。

一般认为渗透系数是多孔介质的固有属性,即结构固定的多孔介质其渗透系数是一定的。Darcy 定律是流动处于层流状态时渗透系数的主要计算公式,一直被运用于多孔介质的渗透系数计算。但由于测量时忽略了内流动状态的判定及气体的可压缩性,导致计算出的渗透系数有较大偏差。对于该问题,研究者们提出很多不同方法,但至今仍没有一套令人信服的精确计算多孔材料渗透系数的理论方法^[8-11]。

自分形理论提出以来,已逐渐被应用于各领域。在多孔材料领域,研究者们使用分形理论建立了多孔材料宏观渗透系数与孔隙微观结构参数

之间的关系^[12-14]。在运用分形理论研究多孔介质渗透系数方面,于雪梅将分形理论用于求解多孔石墨的渗透率。她从渗透率与孔隙度的关系出发,建立了描述多孔质石墨宏观性质的宏观参数与微观结构之间的关系式,但同时也引入了实验常数^[15]。吴初涵在分形求解多孔金属铜的渗透率过程中,引入了材料迂曲度和滑移修正系数,修正了分形理论公式,但与实际结果偏差较大^[16]。通过分析发现,利用分形理论计算多孔材料的渗透系数尚未达到较好效果的主要原因为:没有考虑图像本身(如放大倍数、图片大小)对分形的影响,导致分形维数计算不准确;引入了实验常数,导致推导出的理论方法难以推广使用,最终使得分形理论在研究多孔材料渗透系数方面进展缓慢。

本文在前人的研究基础上,从 Darcy 定律的气体状态方程出发,建立了微观参数与渗透系数间的定量关系,推导出无实验常数的渗透系数与分形维数关系的理论公式;考虑图像放大倍数及图像大小对分形维数的影响,给出了图像参数选取的建议;搭建了渗透系数测量实验平台,以验证本文渗透系数理论推导的准确性。

2 基于分形理论的多孔材料渗透模型

2.1 分形理论

以某种方式与整体相似的物体的组成部分叫分形。分形物体具有自相似性和标度不变性。分形物体量度 $M(L)$ 与测量尺度 L 服从如下标度关系:

$$M(L) \propto L^{D_f}, \quad (1)$$

式中: D_f 为分形维数, $M(L)$ 可以是一个物体的质量、体积、面积或曲线的长度, L 为测量的尺度。

2.2 理论分析材料渗透系数与孔隙结构关系

在低速、低压、层流状态下,气体流经多孔介质的渗透率可以用 Darcy 定律来表达,即:

$$k = \frac{2\eta Q_m R T H}{(p_1^2 - p_0^2) A M}, \quad (2)$$

式中: k 为渗透率(m^2); η 为气体动力粘度(Ns/m^2); Q_m 为试样横截面积的质量流量(kg/s); R 为气体常数; T 为实验条件下气体绝对温度(K); H 为多孔试样的厚度(m); M 为气体摩尔分子质量(kg/mol); A 为材料气体流动方向上的横截面积(m^2); p_0 为大气压值(Pa); p_1 为多孔质材料进口端面压强(Pa)。

多孔材料表面分布着无数大小不一的孔隙,孔隙大小 r 和累积数量 $N(r < L)$ 间存在下列关系:

$$N(r < L) = cr^{-D_f}, \quad (3)$$

式中: c 为常数; D_f 为多孔材料的孔隙分形维数。

上面描述的孔隙虽具有幂函数的累积数量-尺寸分布关系,但并非严格的分形体。多孔材料可以看做由固体基体和尺寸连续分布的孔隙构成,设孔隙最大和最小半径分别为 r_{max} 、 r_{min} 。

对式(3)进行微分:

$$dN(r) = cD_f r^{-(D_f+1)} dr. \quad (4)$$

通过对式(4)积分,可得单位体积多孔介质存在的孔隙总数为:

$$N = \int_{r_{min}}^{r_{max}} dN(r) = c(r_{min}^{-D_f} - r_{max}^{-D_f}), \quad (5)$$

令 $\lambda = r_{min}/r_{max}$,式(5)可写成:

$$N(r) = cr_{max}^{-D_f} (\lambda^{-D_f} - 1). \quad (6)$$

则孔隙分布密度函数:

$$\rho(r) = \frac{dN(r)}{N(r)dr} = D_f r^{-(1+D_f)}. \quad (7)$$

可由式(7)求出孔隙率:

$$\varphi = D_f \int_{r_{min}}^{r_{max}} r^{-(1+D_f)} r^3 dr = \frac{D_f}{3-D_f} r_{max}^{3-D_f} (1 - \lambda^{3-D_f}). \quad (8)$$

根据修正的 Hagen-Poiseuille 气体方程可知,通过毛细管的总流量可表示为:

$$Q_m = \frac{(p_1^2 - p_0^2) A H}{16 M L^2 R T} \sum_i (v_i r_i^2), \quad (9)$$

$$v_i = \pi r_i^2 L_i = \varphi A H \epsilon_i, \quad (10)$$

式中: v_i 为第 i 个毛细管的体积; ϵ_i 为第 i 个毛细管所占孔隙体积分数; L_i 为第 i 个毛细管的长度; r_i 为第 i 个毛细管的半径。

令:

$$\tau = \frac{L_i}{H}, \quad (11)$$

式中 τ 为多孔质毛细管平均迂曲度。

将式(9)代入(2)得:

$$K = \frac{\varphi}{8\tau^2} \sum_i \epsilon_i r_i^2. \quad (12)$$

由于孔道连续,可以写成积分形式:

$$K = \frac{\varphi}{8\tau^2} \int r^2 d\epsilon. \quad (13)$$

由式(7)及式(8)可得:

$$d\epsilon = \frac{(3-D_f) r^{2-D_f}}{r_{max}^{3-D_f} (1-\lambda^{3-D_f})}. \quad (14)$$

将式(14)代入式(13)中可以得到分形表达式:

$$K = \frac{\varphi}{8\tau^2} r_{max}^2 \left[\frac{3-D_f}{5-D_f} \right] \left[\frac{1-\lambda^{5-D_f}}{1-\lambda^{3-D_f}} \right]. \quad (15)$$

将式(8)代入式(15)中,有:

$$K = \frac{D_f}{5-D_f} r_{max}^{5-D_f} \frac{1-\lambda^{5-D_f}}{8\tau^2}. \quad (16)$$

式(16)即为考虑迂曲度及无修正系数的多孔质材料渗透系数与分形理论之间的函数关系式。

3 分形维数影响因素分析

由于同一图像不同大小、不同放大倍数、不同处理阈值时的分形维数差别较大,因此,在对扫描电子显微镜(SEM)照片进行分形维数计算时,需要对图像进行适当处理。需同时考虑上述因素的综合作用,选取合适图像。在本次图像处理过程中,由于 SEM 拍照角度不同会导致图片明暗度不同,因此图像处理时的阈值也不同。为了更好地突出孔隙及基体,需要单独对比每一张照片再进行阈值调整。对同一张 SEM 图片,存在一个最佳阈值,可使孔形状和大小和原图完全吻合。通常根据经验调整,本文对阈值选取过程不再赘述。只考虑图像放大倍数和图像大小对分形维数结果的影响。本文分别选取 4 种多孔材料:东洋碳素石墨(1号试样)、西格里碳素石墨(2号试样)、中超碳素(3号试样)、多孔金属铜(4号试样)进行研究。为了减小图像处理误差,将各测量原图的标志部分去掉。由于盒维法计算分形维数时具有运算速度快、计算结果准确的优点。因此本文采用盒维法研究材料分形维数,用 MATLAB 编程实现^[17-18]。利用维法计算分形维数流程如图 1 所示。

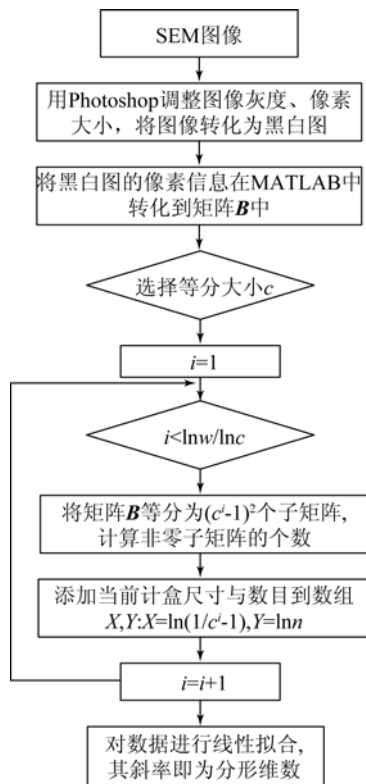


图 1 盒维法计算分形维数流程图

Fig. 1 Flowchart of calculation method of fractal dimension by box-dimension method

3.1 图像预处理

图 2、图 3 分别表示图像大小为 $1\ 024 \times 1\ 024$ ，放大倍数分别为 $\times 200$ 、 $\times 500$ 、 $\times 1\ 000$ 时的 1 号试样材料 SEM 原始图像和二值化后的图像。同理也可分别对 2~4 号试样材料在不同倍数下的扫描图像进行二值化处理，根据图 1 的分形维数的流程图编写 MATLAB 程序，计算 4 种材料的分形维数。4 种材料在不同放大倍数下的分形维数计算结果如表 1 所示。

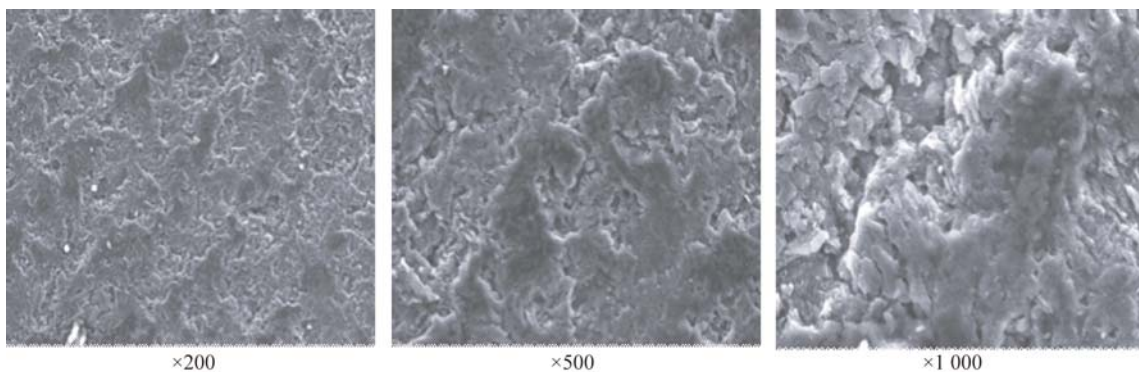


图 2 1 号试样不同放大倍数下的 SEM 图像

Fig. 2 SEM images of the first sample at different magnifications

对 4 种材料进行二值化处理，它们的孔隙分布状态及大小如下：在对 1 号试样材料进行二值化处理，可以观察到图片孔隙分布比较均匀，没有出现异常大孔或者区域性无孔，且分形维数随着放大倍数的增加而减小，当放大倍数大于 500 倍后，分形维数减小较大。这可能是因为此时的图像已不能用来表示材料表面的分形特征。在对 2 号试样材料进行分形计算后，其分形维数随着放大倍数的增加而减小，材料孔隙数量明显增多，孔隙成条状出现。对 3 号试样材料进行二值图处理后，其孔隙分布非常不均匀，且伴随着大片状无孔区域，其分形维数随着放大倍数的增加逐渐减小，在放大倍数为 200 时最大。通过对 4 号试样的观察可以发现，其表面异常大孔隙较多，孔隙分布非常不均匀。可见，分形维数随着放大倍数的减小而增加。分形维数的增加是由于孔隙相对数量的增加及孔隙分布更随机，导致孔结构更加复杂，更接近于真实多孔材料孔隙表面分布，故分形特征更加明显，分形维数更接近于真实值。

在 3 种不同放大倍数下，对 4 种材料 5 个不同部位进行分形维数计算，分别取均值，结果见表 1。从表 1 可以看出，在同一像素下分形维数随放大倍数的增加而减小，当放大倍数增大到一定程度时，分形维数变化幅度较小。产生这种结果的原因可能是在放大倍数较小时，观测到的材料表面范围较大，孔隙复杂程度较高，故分形维数也较高，也更能反映多孔材料表面特征。因此，计算材料表面的分形维数时，放大倍数的选取原则是在能反映材料孔隙分布复杂程度的前提下，尽可能地选择低倍数，以尽可能详实地反映材料表面的孔隙分布特性。

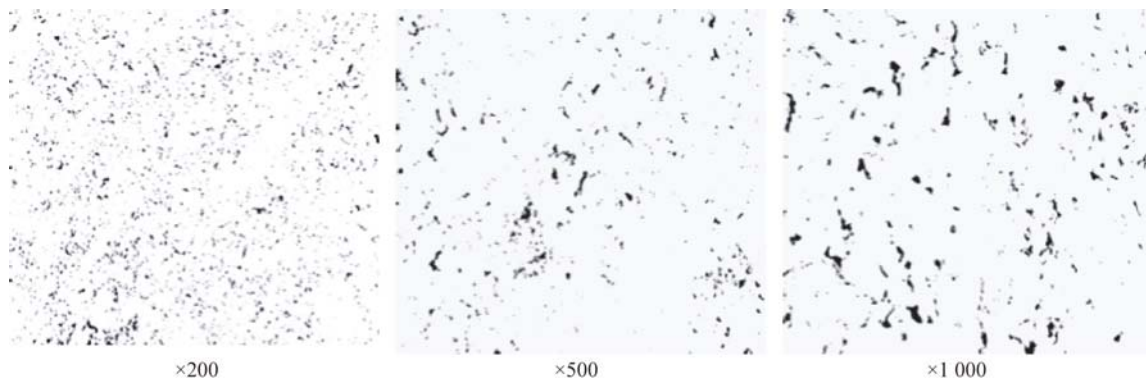


图 3 1 号试样不同放大倍数下的二值化图像

Fig. 3 Binarized images of the first sample with different magnifications

表 1 4 种材料不同放大倍数下的分形维数

Tab. 1 Fractal dimensions of four kinds of materials at different magnifications

4 种材料 份形维数	放大倍数		
	×200	×500	×1 000
1 号	1.65	1.50	1.41
2 号	1.66	1.53	1.48
3 号	1.71	1.65	1.42
4 号	1.52	1.40	1.20

3.2 同一放大倍数下图像大小对分形维数的影响

为了研究不同图像大小对同一材料分形维数的影响,本文使用不同像素格大小表示不同图像大小。选取同一放大倍数下的 4 张大小为 1 024 pixel × 1 024 pixel 的图片,拼接为一张 2 048 pixel × 2 048 pixel 的图片,再将其细分为 9 等分,每份大小为 512 pixel × 512 pixel。2 号材料二值化图像拼接结果如图 4 所示。同理可计算出 4 种材料在放大倍数为 200 倍时不同大小下的分形维数,并求平均值,计算结果见表 2。

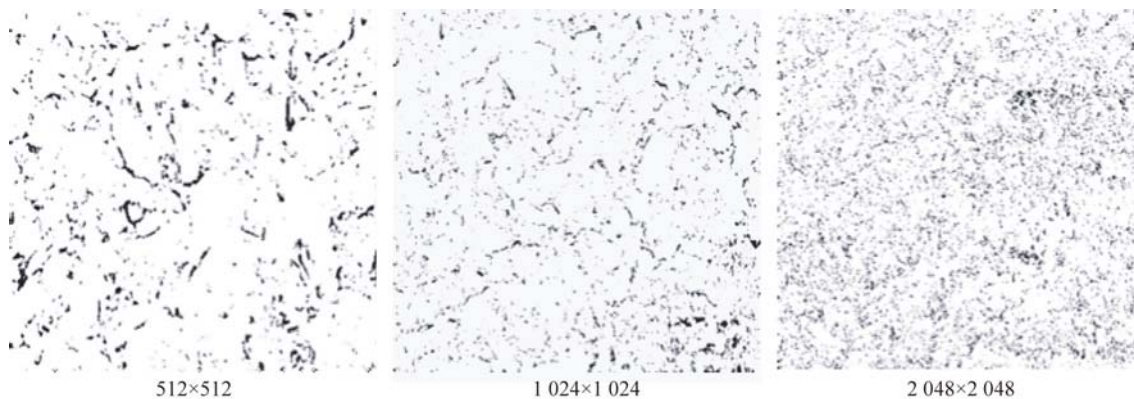


图 4 2 号试样不同大小图像的二值化图像拼接

Fig. 4 Joint processing of binarized images of the second sample with different sizes

用分形几何表征多孔材料,其最主要的特点是分形的大小可反映材料表面孔隙分布的复杂程度。从表 2 中 1~4 号 4 种材料分形维数的计算结果可以得出:随着图像大小的增加,分形维数也随之增加,但当图像大小增加到 1 024 × 1 024 后,再增大图像时,分形维数的增加趋势逐渐变缓。产生这种结果的原因是随着图像大小的增加,越

来越多的细节体现在分形中,分形的准确度也随着图像大小的增加越来越接近真实值。所以利用盒维法计算分形维数时,选择合适的放大倍数以尽可能多地获取多孔材料表面孔隙分布细节,是分形维数准确计算的关键。综合考虑图像大小及放大倍数得,1~4 号多孔材料分形维数分别为 1.65,1.67,1.74 和 1.57。

表 2 不同图像大小下各材料分形维数分布

Tab. 2 Distribution of fractal dimension for four material images with different image sizes

4 种材料 分形维数	图像大小		
	512×512	1 024×1 024	2 048×2 048
1 号	1.51	1.65	1.65
2 号	1.53	1.66	1.67
3 号	1.63	1.71	1.74
4 号	1.40	1.52	1.57

4 渗透系数的实验测量

图 5(彩图见期刊电子版)为渗透系数测量装置,用于测量材料前表面压力及通过材料的流量。在本实验中,需要注意实验过程中各连接处的密封性及各仪器测量精度要求。测量材料最大孔径可以使用气泡法,也可以直接对 SEM 实拍图像做估计,迂曲度大小则可根据前人对颗粒堆积模型的经验公式获得,压力由压力传感器测得,流量由流量计测得。4 种多孔材料样品参数测量值见表 3。

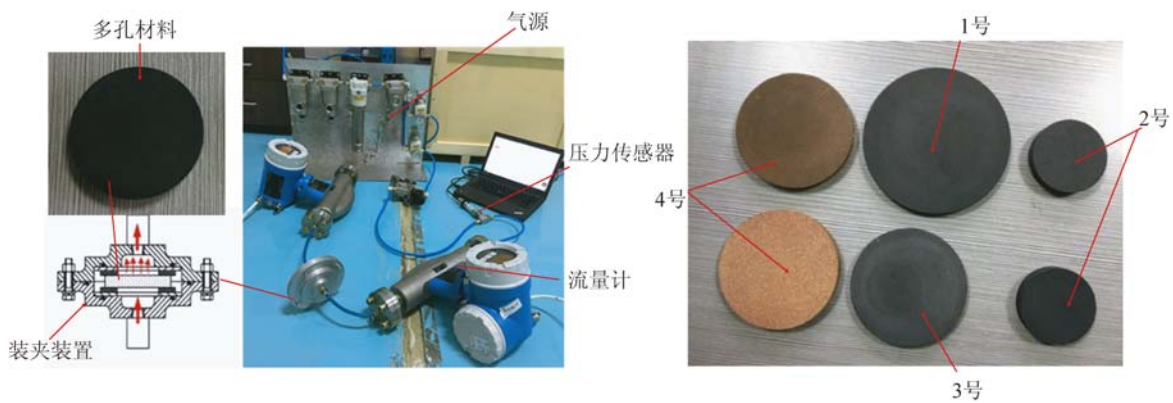


图 5 渗透系数实验测量装置图及多孔材料试样

Fig. 5 Test equipment for permeability coefficient and prototypes of porous materials

表 3 4 种材料参数

Tab. 3 Parameters of four kinds of materials

参数	φ /mm	r_{\min} / μm	r_{\max} / μm	H /mm	τ
1 号	60	0.01	27	8	1.08
2 号	30	0.01	30	8	1.08
3 号	50	0.01	30	8	1.05
4 号	50	0.01	64	8	1.03

表 4 1 号试样压力速度测量数据

Tab. 4 Measurement data of pressure and velocity for the first sample

测量数据	序号					
	1	2	3	4	5	6
p_1 /MPa	0.45	0.48	0.51	0.54	0.57	0.60
Q_v /(mL · s ⁻¹)	1.68	1.93	2.16	2.44	2.67	2.97
K /(10 ⁻¹⁴ m ²)	5.65	5.67	5.59	5.61	5.49	5.49

根据所测得的流量-压力详细数据(这里只列出 1 号试样测量数据,如表 4),绘出 4 种多孔材料压力差和气体流量的关系,见图 6。对测量点进行线性拟合,计算拟合相关系数,并判定是否满足线性关系。由图 6 可以看出,计算后相关系数很好,说明 4 种材料压差-流量满足线性关系。在这种情况下可以直接用气体 Darcy 定律计算多孔材料的渗透系数,将测量值代入式(2)则可计算出各材料渗透系数。1 号多孔材料的测量及计算结果如表 4 所示,同理可以测取其余 3 种材料的压力与速度变化值,代入 Darcy 计算式(2)中($R=8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$, $T=298 \text{ K}$)。将计算结果计入表 5 中。

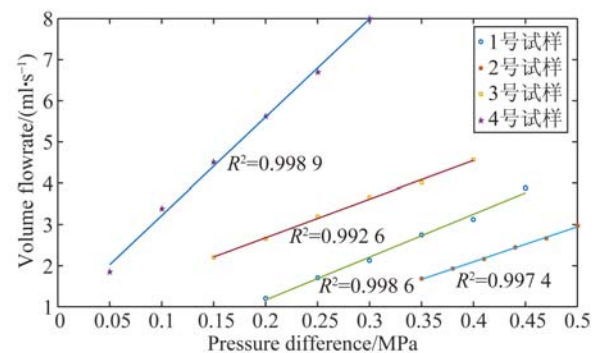


图 6 4 种材料压差流量图

Fig. 6 Pressure difference vs flowrate diagram for four kinds of materials

表5 渗透系数分形计算值与实验测量值比较

Tab. 5 Comparison of permeability coefficients by fractal calculation and experimental measurement

材料	东洋石墨	西格里石墨	中超石墨	多孔铜
分形值/ (10^{-14}m^2)	5.86	9.98	19.8	59.8
实验值/ (10^{-14}m^2)	5.58	9.18	18.1	57.1
误差	0.05	0.08	0.08	0.05

将表3中参数及通过盒维法计算所得分形维数值代入式(16),计算出的渗透系数结果见表5。从表5可以看出,实验值与分形理论计算所得的渗透系数值最大仅相差8%,充分说明了分形理论模型的准确性。

参考文献:

- [1] LUONG T S, POTZE W, POST J B. Numerical and experimental analysis of aerostatic thrust bearings with porous restrictors [J]. *Tribology International*, 2004, 37(10): 825-832.
- [2] 张飞虎,付鹏强,汪圣飞,等.超精密机床径推一体式空气静压轴承的静态特性[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(3): 607-615.
ZHANG F H, FU P Q, WANG S H F, et al. Static characteristics of radial-thrust aerostatic bearing on ultra-precision machine tool [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(3): 607-615. (in Chinese)
- [3] KWAN Y B P, CORBETT J. Porous aerostatic bearings-an updated review [J]. *Wear*, 1998, 222(2): 69-73.
- [4] 王云飞. 气体润滑理论与气体轴承设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
WANG Y F. *Gas Lubricated Theory and Design Manual of Gas Bearing* [M]. Beijing: China Machine Press, 1999. (in Chinese)
- [5] STOUT K J, BARRANS S M. The design of aerostatic bearings for application to nanometre resolution manufacturing machine systems [J]. *Tribology International*, 2000, 33(12): 803-809.
- [6] 张雯,尹健龙,张玉冰,等.多微通道式气体静压节流器承载力研究[J]. *机械工程学报*, 2012, 48(20): 135-141.
ZHANG W, YIN J L, ZHANG Y B, et al. Research

5 结论

在分形维数计算过程中,本文考虑了SEM图像处理过程对分形维数的影响。通过分析图像放大倍数和图像大小对分形维数的影响,指出在使用扫描电子显微镜时,应尽可能在能反映孔隙形状及分布的前提下选取适合的放大倍数以获取更多的孔隙细节,使计算所得的分形维数更接近真实值。

本文将分形理论与Darcy定律相结合,给出了多孔质材料渗透系数与分形维数、孔径、迂曲度之间的无实验常数的函数关系。多孔材料渗透系数实验测量结果与分形理论推算结果的误差为5%~8%,证明了本理论模型的有效性。

- on bearing capacity of aerostatic restrictor with micro-channels [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(20): 135-141. (in Chinese)
- [7] 陈琦,陈斌,蔡黎明.均压槽对空气静压轴承微振动的影响[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(12): 3354-3359.
CHEN Q, CHEN B, CAI L M. Effect of equalizing groove on small vibration of aerostatic bearings [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(12): 3354-3359. (in Chinese)
- [8] JOSEPH J, GUNOA N S K, MITRA S K. On-chip porous media: Porosity and permeability measurements [J]. *Chemical Engineering Science*, 2013, 99: 274-283.
- [9] LIANG H, SONG Y, CHEN Y. The measurement of permeability of porous media with methane hydrate [J]. *Petroleum Science and Technology*, 2011, 29(1): 79-87.
- [10] GUIBERT R, HORGUE P, DEBENEST G. A comparison of various methods for the numerical evaluation of porous media permeability tensors from pore-scale geometry [J]. *Mathematical Geosciences*, 2016, 48: 329-347.
- [11] 崔海龙,王宝瑞,吴定柱.基于材料特性的多孔质空气静压轴承数值模拟与实验[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(10): 320-327.
CUI H L, WANG B R, WU D ZH. Experiment and simulation on porous aerostatic bearing based on material properties [J]. *Opt. Precision Eng.*,

- 2015,23(10):320-327. (in Chinese)
- [12] POLYAKOV V V, KUCHERYAVSKII S V. The fractal analysis of a porous material structure[J]. *Technical Physics Letters*, 2001, 27(7):592-593.
- [13] YUN M J, YU B M, LU J D, *et al.*. Fractal analysis of Herschel-Bulkley fluid flow in porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2010,53(17-18):3570-3574.
- [14] NING J F, ZHAO G P. A fractal study of sound propagation characteristics in roughened porous materials[J]. *Wave Motion*, 2017,68:190-202.
- [15] 于雪梅, 卢泽生, 饶河清. 基于分形理论多孔质石墨渗透率的研究[J]. *机械工程学报*, 2006,42(增):74-77.
YU X M, LU Z SH, RAO H Q. Research on permeability of porous graphite based on fractal theory [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006,42(Supp.):74-77. (in Chinese)
- [16] 吴初涵. 多孔质气浮轴承的理论实验研究[D]. 天津:天津大学, 2012.
WU CH H. *The theoretical and experimental research of porous air bearings* [D]. Tianjin: Tianjin University, 2012. (in Chinese)
- [17] 冯志刚, 周宏伟. 图像的分形维数计算方法及其应用[J]. *江苏理工大学学报(自然科学版)*, 2001, 22(6):92-95.
FENG ZH G, ZHOU H W. Computing method of fractal dimension of image and its application [J]. *Journal of Jiangsu University of Science and Technology(Natural Science)*, 2001, 22(6):92-95. (in Chinese)
- [18] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. *中国矿业大学学报*, 2004, 33(1):19-24.
PENG R D, XIE H P, JU Y. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image [J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2004,33(1):19-24. (in Chinese)

作者简介:



王伟(1980—),男,江苏睢方人,副教授,博士生导师,2002年于武汉大学获得学士学位,2007年、2010年于哈尔滨工业大学分别获得硕士、博士学位,主要从事静压支承优化设计、五轴数控机床精度检测技术、基于物联网的数控机床组网等方面的研究。E-mail: wangwhit@163.com



崔海龙(1989—),男,四川攀枝花人,博士研究生,2010年、2013年于电子科技大学分别获得学士、硕士学位,主要从事基于数值模拟的静压支承优化设计方面的研究。E-mail: cuihailong61@foxmail.com