

文章编号 1004-924X(2017)09-2483-07

应用非线性优化算法自主标定星敏感器

叶 涛*, 杨 飞

(北京遥感设备研究所, 北京 100854)

摘要: 考虑传统的星敏感器标定方法忽略了星敏感器的畸变与光学参数之间的相互作用而引入的额外误差, 提出了一种基于非线性优化的星敏感器自主标定算法。该算法首先忽略星敏感器畸变的影响, 构建目标函数, 利用 Levenberg-Marquardt 非线性优化算法优化星敏感器的光学参数; 然后, 将得到的光学参数估计值作为理想值, 通过线性最小二乘法估计相机的镜头畸变系数; 最后, 将前两个步骤获得的参数作为初始值, 构建目标函数, 利用 Levenberg-Marquardt 算法同时优化光学参数和畸变系数。开展了仿真实验研究, 并与最小二乘法法和 Samman 法的标定结果做了对比, 结果表明: 提出的方法能够很好地实现星敏感器的自主标定。在同等测试条件下, 文中算法获得的最大残差为 0.015 pixels, 精度高于其它两种标定方法两个数量级。星敏感器外场实验还表明, 提出的优化方法有效提升了星敏感器的性能。

关键词: 星敏感器; 自主标定; 光学参数; 畸变系数; 非线性优化

中图分类号: V448.22 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172509.2483

Autonomous calibration of star sensors based on nonlinear optimization algorithm

YE Tao*, YANG Fei

(Beijing Institute of Remote Sensing Equipment, Beijing 100854, China)

* Corresponding author, E-mail: ayetao198715@163.com

Abstract: Calibration methods of traditional star sensors ignore the additional errors from the interaction between optical parameters and distortion coefficients. This paper proposes an autonomous calibration algorithm based on nonlinear optimization to overcome the problems mentioned above. Firstly, the algorithm ignores the distortion to construct a target function, and the Levenberg-Marquardt nonlinear optimization algorithm is used to optimize the optical parameters of the star sensor. Then, the optimized optical parameter estimation is used as the ideal value, and the lens distortion coefficient of the camera is estimated by the linear least square method. Finally, the parameters obtained by the first two steps are used as initial values to construct the target function, and the optical parameters and distortion coefficients are optimized by using Levenberg-Marquardt algorithm. Simulation and comparison experiments are performed in combination with least square method and Samman method, and results show that the maximum residual obtained by the algorithm is 0.015 pixels under the same test condition, and the accuracy is higher two orders of magnitude than that of the other two calibration methods. Moreover, the field experiments show that the proposed

收稿日期: 2017-04-21; 修订日期: 2017-05-19.

基金项目: 北京遥感设备研究所批产产品资助项目 (No. WA1F00)

method effectively improves the performance of star sensors.

Key words: star sensor; autonomous calibration; optical parameter; distortion coefficient; nonlinear optimization

1 引言

星传感器标定实则是对星传感器成像相机的标定,摄像机标定是计算机视觉测量手段中一个重要而关键的基础性环节,尤其是对于星传感器而言,光学参数(主光轴位置和焦距)的变化和畸变对系统的精度影响很大,甚至可能导致无法进行正确的恒星识别。因此,对于这些参数进行标定是非常必要的环节^[1]。通常,在星传感器发射之前,会在地面上对其光学参数和畸变系数进行校准。然而,在星传感器发射之后,由于发射过程中的冲击和工作环境的变化,以及长时间自主运行带来的老化等因素的影响^[2-3],均会使星传感器的参数出现偏差。因此,必须通过自主标定技术对其内部参数进行重新标定,以确保高精度的定姿测量结果^[4-6]。Samaan^[7]等人采用的是最小二乘法与卡尔曼滤波相结合的方式。首先,利用最小二乘法估计初始的光学参数,将得到的光学参数作为卡尔曼滤波方程的初始输入;然后利用卡尔曼滤波^[8]可以减少模型的真实值和测量值两者之间协方差矩阵的原理,对测量系统的误差进行抑制,从而得到优化后的星传感器参数值。Griffith^[9]研究出一种改进后的迭代最小二乘法实现星传感器的实时标定。该方法无需存储大量的星图信息,标定参数和协方差矩阵都是随着星图的变化而更新,一旦更新完成,星图数据就被丢弃。迭代最小二乘法的初始值可以通过地面标定的结果或者猜测值来表征。该方法并没有对星传感器的畸变进行校正。本文提出了一种基于非线性优化算法的星传感器自主标定算法,该算法充分考虑了光学参数和畸变系数两者间的互相作用,可以实现星传感器全部参数的优化。

2 非线性优化星传感器标定方法

本文提出的非线性优化算法,可以分为 3 个步骤,算法流程图如图 1 所示,具体每个步骤详见 2.1~2.3 的说明。

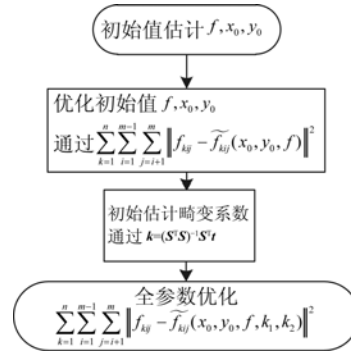


图 1 星传感器标定流程图

Fig. 1 Flow chart of star sensor calibration

2.1 忽略星传感器畸变的影响,完成光学参数的初始标定

星传感器的光学参数包括星传感器的主点和焦距,在不考虑星传感器镜头畸变的情况下,根据理想状态下星对间角距不变的特性,有:

$$\mathbf{b}_i^T \mathbf{b}_j = \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_j, \quad (1)$$

其中:

$$\mathbf{b}_i = \frac{1}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + f^2}} \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ f \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{r}_i = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_i) \cos(\delta_i) \\ \sin(\alpha_i) \cos(\delta_i) \\ \sin(\delta_i) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中: \mathbf{b}_i 和 \mathbf{r}_i 分别为恒星在星传感器坐标系和天球坐标系下的方向矢量, x_0, y_0 为星传感器成像相机的主点, f 为焦距,且:

$$\hat{f}_{ij}(x_0, y_0, f) = \mathbf{b}_i^T \mathbf{b}_j, \quad (4)$$

令 $f_{ij} = \mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_j$, 给定 n 帧星图,每帧星图中至少有 m 个星对,即有 $(k=1, \dots, n), (i=1, \dots, m-1)$ 和 $(j=i+1, \dots, m)$, 构建如式(5)的目标函数。 $\hat{f}_{kij}(x_0, y_0, f)$ 表示第 k 帧星图中第 i 颗星与第 j 颗星在成像坐标系下的星间角度余弦值, f_{kij} 为相应两恒星在天球坐标系下夹角的余弦值,利用 Levenberg-Marquardt^[10]非线性优化算法实现目标函数的优化,获得光学参数的初步估计值。

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \|f_{kij} - \hat{f}_{kij}(x_0, y_0, f)\|^2. \quad (5)$$

2.2 利用最小二乘法完成星敏感器畸变系数的初始估计

将 2.1 中得到的光学参数作为理想值,仅考虑成像相机的径向二阶畸变,这里, (x_d, y_d) 为畸

$$\begin{bmatrix} (x_d - x_0) r^2 & (x_d - x_0) r^4 \\ (y_d - y_0) r^2 & (y_d - y_0) r^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x} - x_d \\ \hat{y} - y_d \end{bmatrix}. \quad (6)$$

给定 n 帧星图中 m 个星点,可以构成 $2mn$ 个类似于公式(7)的方程,利用矩阵运算来表达:

$$\mathbf{S}\mathbf{k} = \mathbf{t}, \quad (7)$$

其中:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} (x_{id} - x_0) r_i^2 & (x_{id} - x_0) r_i^4 \\ (y_{id} - y_0) r_i^2 & (y_{id} - y_0) r_i^4 \\ \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{bmatrix}_{2nm \times 2}, \quad (8)$$

$$\mathbf{t} = \begin{bmatrix} x_i - x_{id} \\ y_i - y_{id} \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}_{2nm \times 1}, \quad (9)$$

且 $\mathbf{k} = (k_1 \ k_2)^T$, $1 \leq i \leq mn$ 。利用最小二乘法,可以求得畸变系数矩阵为:

$$\mathbf{k} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{t}. \quad (10)$$

2.3 全参数优化

考虑镜头畸变的影响,公式(2)可改写为:

$$\hat{\mathbf{b}} = \frac{1}{\sqrt{(\hat{x} - x_0)^2 + (\hat{y} - y_0)^2 + f^2}} \begin{bmatrix} \hat{x} - x_0 \\ \hat{y} - y_0 \\ f \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中: (\hat{x}, \hat{y}) 为没有受到镜头畸变影响的星点坐标,利用步骤 2.2 得到的相机畸变系数 (k_1, k_2) 以及公式(6)求得,同时,可以得到 $\tilde{f}_{ij}(x_0, y_0, f, k_1, k_2)$ 为:

$$\tilde{f}_{ij}(x_0, y_0, f, k_1, k_2) = \hat{\mathbf{b}}_i^T \hat{\mathbf{b}}_j. \quad (12)$$

给定 n 帧星图,每帧星图中至少有 m 个星对,即有 $(k=1, \dots, n)$ 、 $(i=1, \dots, m-1)$ 和 $(j=i+1, \dots, m)$,构建如式(5)的目标函数,如公式(13)所示。 $\tilde{f}_{kij}(x_0, y_0, f, k_1, k_2)$ 表示第 k 帧星图中第 i 颗星与第 j 颗星在成像坐标系下的星间角度余弦值, f_{kij} 为相应两恒星在天球坐标系下夹角的余弦值,利用 Levenberg-Marquardt 非线性优化算法实现对目标函数进行优化,并最终获得全参数的优化结果。

$$\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \| f_{kij} - \tilde{f}_{kij}(x_0, y_0, f, k_1, k_2) \|^2. \quad (13)$$

变后的星点坐标; (\hat{x}, \hat{y}) 为理想点的星点坐标; $r = (\hat{x} - x_0)^2 + (\hat{y} - y_0)^2$; k_1, k_2 为径向畸变系数,可得单个星点的畸变模型如式(6)所示:

3 实验结果和分析

在仿真实验过程中,星敏感器的焦距为 70.226 2 mm,视场角为 $10^\circ \times 10^\circ$,像素分辨率为 1 024 pixel \times 1 024 pixel,像元尺寸为 12 $\mu\text{m} \times$ 12 μm ,点扩散函数的半径为 2 pixels,相机的主点为(500,530)pixel,文中只考虑镜头的二阶径向畸变,畸变系数为 $k_1 = 2.0 \times 10^{-10}$, $k_2 = -3.5 \times 10^{-15}$,具体参数如表 1 所示:

表 1 星敏感器仿真参数

Tab.1 Simulation parameters of star sensor

参数	取值
像素分辨率	1 024 \times 1 024
像元尺寸/ μm	12 \times 12
星敏感器主点/pixel	(500,530)
视场角/ $^\circ$	10 \times 10
焦距/mm	70.226 2
最大敏感星等/Mv	6.0
点扩散函数/pixel	2
k_1	2×10^{-10}
k_2	-3.5×10^{-15}

仿真标定实验的流程如图 2 所示,从标准星库 SAO J2000 中筛选星等低于 6.0 Mv 的 5 103 颗恒星,保存其 ID、视位置、星等等基本信息构建参考表。参考星表主要用于在仿真过程中提供导航星的视位置。根据星敏感器的姿态和小孔成像原理,可以获得恒星在星敏感器平面上的坐标位置。然后,使用标定算法估计星敏感器的相关参数。文中,仿真数据主要由 1 000 帧仿真星图组成,且每帧星图恒星个数不少于 10 颗。实验中,测试星图中均加入 0.05 pixel 的星点位置误差。

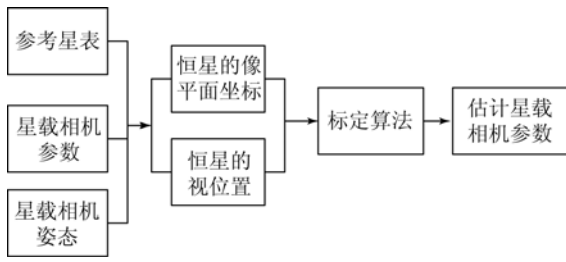


图 2 仿真标定实验流程图

Fig. 2 Simulation flow chart of calibration experiment

3.1 光学参数和畸变相互作用测试

为了测试星敏感器光学参数和畸变系数对标

$$\begin{cases} x_i = f \frac{\cos \varphi_0 \cos \delta_i \sin(\alpha_i - \alpha_0) - \sin \varphi_0 \cos \delta_i \sin(\alpha_i - \alpha_0) + \sin \varphi_0 \cos \delta_0 \sin \delta_i}{\sin \delta_i \sin \delta_0 + \cos \delta_i \cos \delta_0 \cos(\alpha_i - \alpha_0)} + x_0 \\ y_i = f \frac{\cos \varphi_0 \sin \delta_i \cos \delta_0 - \cos \varphi_0 \cos \delta_i \cos(\alpha_i - \alpha_0) - \sin \varphi_0 \cos \delta_i \sin(\alpha_i - \alpha_0)}{\sin \delta_i \sin \delta_0 + \cos \delta_i \cos \delta_0 \cos(\alpha_i - \alpha_0)} + y_0 \end{cases}, \quad (15)$$

式中: (x_i, y_i) 为理想点的星点坐标, (α_i, δ_i) 为第 i 颗恒星在天球坐标系的坐标位置, $(\alpha_0, \delta_0, \varphi_0)$ 为星敏感器的仿真姿态角。

结合式(14)~(15),可以得到星点坐标的重投影误差为:

$$Error_{RP,RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{mn} (x_i - \hat{x}_i)^2 + (y_i - \hat{y}_i)^2}{mn}}, \quad (16)$$

式中: $Error_{RP,RMS}$ 表示星点坐标的重投影误差, (x_i, y_i) 表示第 i 个星点坐标的仿真真值, (\hat{x}_i, \hat{y}_i) 表示第 i 个星点坐标的理想估计值, mn 为总的星点个数。

对于下面的实验,星敏感器的主点初始值假定为 $(512, 512)$ pixel,焦距初始值利用公式(7)得到。

将测试实验分为三组进行:第一组利用最小二乘法完成星敏感器的标定;第二组通过 Samman^[7]的方法对星敏感器进行标定;第三组采用文中提出的标定算法同时考虑畸变系数和光学参数的相互作用。标定结果如表 2 所示,第一组测试采用最小二乘法由于在构建优化模型估计光学参数的时候,直接忽镜头畸变的影响,获得最大的重投影误差 $Error_{RP,RMS}$ 为 0.056 7 pixel;第二组实验的重投影误差 $Error_{RP,RMS}$ 为 0.037 9 pixel,该算法所构建的数学模型首先假定没有镜头畸变,直接估计星敏感器的光学参数,然后利用估计得到的光学参数对畸变系数进行优化。该算法忽视光学参数和畸变系数两者之间的相互作用,由于估计光学参数的

定结果的影响,文中引入重投影误差^[11] $Error_{RP,RMS}$ 来评价标定结果。利用公式(6),结合上述算法估算得到的星敏感器畸变系数 (k_1, k_2) 可以求得星点坐标的理想估计值为:

$$\begin{cases} \hat{x} = \frac{x_d + x_0 (k_1 r^2 + k_2 r^4)}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4} \\ \hat{y} = \frac{y_d + y_0 (k_1 r^2 + k_2 r^4)}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4} \end{cases}. \quad (14)$$

结合表 1 中的仿真参数,星点坐标的仿真真值可以利用公式(15)得到:

时候将畸变系数看作理想值,反过来,畸变系数的估计将取得较大的误差;第三组的重投影误差远小于前面两组, $Error_{RP,RMS}$ 为 0.003 8 pixel,文中算法所构建的数学模型首先对光学参数进行估计,然后对畸变进行估计,最后将前两步估算的参数作为初始值,实现全部参数的同时优化。实验结果表明,文中提出的全参数优化方法兼顾光学参数和畸变系数的相互作用,能够取得理想的标定效果。

表 2 光学参数和畸变相互作用测试

Tab. 2 Test of interaction between optical parameters and distortion coefficients

标定测试组	f/mm	x_0/pixel	y_0/pixel	k_1	k_2	$Error_{RP,RMS}$ /pixel
第一组	70.212 2	500.09	527.70	—	—	0.056 7
第二组	70.229 3	500.18	531.23	2.76×10^{-10}	-1.88×10^{-15}	0.037 9
第三组	70.225 9	500.03	530.09	2.14×10^{-10}	-3.56×10^{-15}	0.003 8

3.2 光学参数标定结果分析

如图 3 所示,3 条曲线分别显示了最小二乘法, Samman 方法以及文中提出的方法对光学参数的估计过程,3 组实验均假设星敏感器的主点初始值为 $(512, 512)$ pixel,焦距初始值为 72 mm。通过结果可以得出,最小二乘法和 Samman 方法的迭代次数少于本文提出的方法;但是,对于主点和焦距的估计,文中方法的估计精度要明显优于其他两种方法,原因是本文利用 Levenberg-Marquardt 方法实现全参数优化。尤其是对于参

数 y_0 ,文中提出方法的估计误差为 0.13 pixel,其它两种方法的误差均超过 2 到 3 个 pixel,原因是其它两种方法在星敏感器优化数学模型时,忽略了星敏感器畸变和光学参数的相互作用,而文中算法所构建星敏感器的优化数学模型,如公式(13)所示,在标定过程中同时实现光学参数和畸变的优化,故标定结果优于前两种算法。

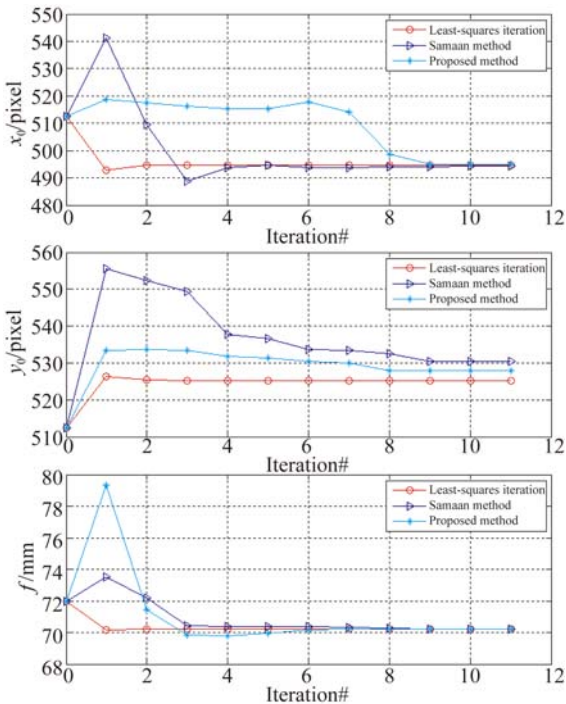


图 3 不同标定算法光学参数标定结果比较

Fig. 3 Comparison of calibration results of optical parameters for different calibration algorithms

3.3 标定残差结果分析

当主点初始值为(512,512) pixel,焦距初始值为 72 mm 时,分别利用 Samaan 方法和文中提出的方法对畸变系数进行估计,其中 Samaan 方法估计得到的畸变系数为 $k_1 = 3.09 \times 10^{-10}$ 和 $k_2 = -1.23 \times 10^{-15}$,文中方法估计得到的畸变系数为 $k_1 = 1.732 \times 10^{-10}$ 和 $k_2 = -3.449 \times 10^{-15}$ 。很明显,相比 Samaan 方法,文中提出的方法对畸变系数的估计更加接近真值。图 4~6 显示了通过不同方法标定后图像的残差结果,从图 4 中可以看出,通过最小二乘法标定后的图像,获得最大的残差,为 0.81 pixel,这主要是因为该方法仅仅估计光学参数而忽略畸变的影响。从图 5 中可以看出,Samaan 方法的最大残差为 0.12 pixel,从

而用估计得到的光学参数对畸变系数进行优化时带来了额外的误差。文中算法获得的最大残差为 0.015 pixel,如图 6 所示,精度高于其它标定方法两个数量级,表明文中提出的方法能够很好地实现星敏感器的自主标定。

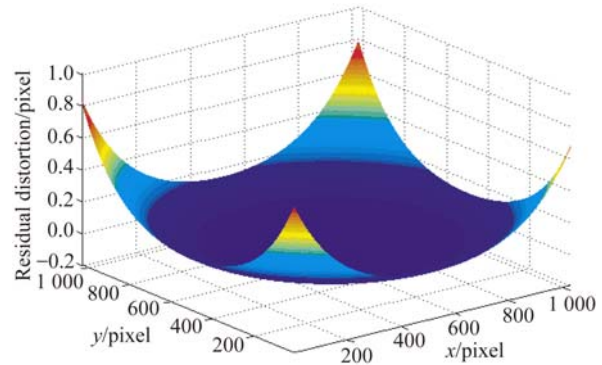


图 4 最小二乘法标定后的残差结果

Fig. 4 Residual result after least squares calibration

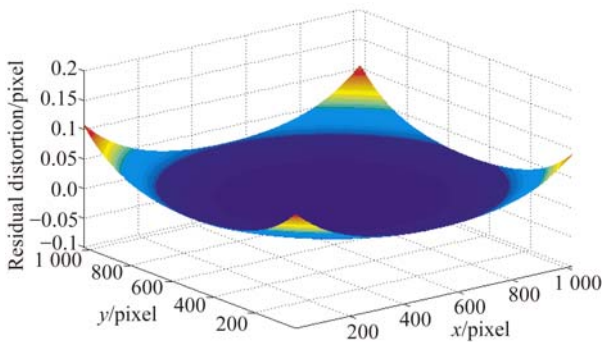


图 5 Samaan 方法标定后的残差结果

Fig. 5 Residual results after Samaan method calibration

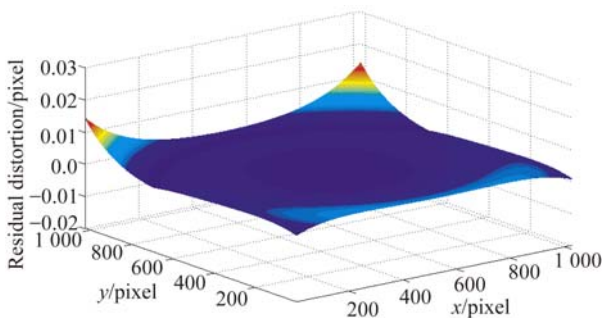


图 6 文中提出方法标定后的残差结果

Fig. 6 Residual results after calibration by proposed method

3.4 星敏感器外场实验结果

实验利用实验室研制的视场角为 $10.8^\circ \times 10.8^\circ$,像元尺寸为 $5.5 \mu\text{m}$ 的星敏感器,并利用文

中提出的非线性优化算法实现星敏感器参数的标定,优化得到星敏感器的主点位置为(1 142.06, 1 058.62)pixel,焦距为 44.38 mm, $k_1 = -3.7 \times 10^{-9}$, $k_2 = 3.93 \times 10^{-16}$,图 7 为在外场实验采集的实际星图,图中十字标记为星图识别算法识别的恒星。

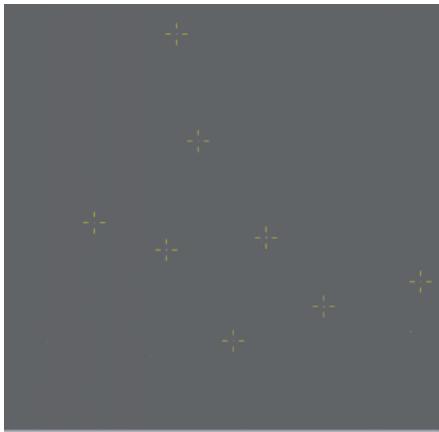


图 7 外场试验采集的实际星图

Fig. 7 Actual star map acquired by field experiment

从图 7 中可以看出,经过标定后的星敏感器能够很好地完成星图中恒星的识别。为了进一步验证算法的可行性,试验过程中,通过调节高精度转台提供参考姿态,将参考姿态作为姿态的真值,调节星敏感器连续采集 600 帧星图,从中挑选了单帧星图中超过 6 颗恒星的 200 帧星图,利用文献^[12]中所述的星图识别算法分别对未标定的星敏感器和经过 3 种算法标定后星敏感器进行了星图识别。然后采用文献^[13]中所述的 QUEST 算法对未标定的星敏感器和经过 3 种算法标定后星敏感器正确识别的星图进行姿态计算,表 3 为星敏感器未标定以及经过 3 种方法标定后的指标参数测量结果。从表中可以看出,标定后的星敏感器,无论是识别率还是姿态测量精度都得到提高,

参考文献:

- [1] 邢飞,董瑛,武延鹏,等. 星敏感器参数分析与自主校正[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45(11):1484-1488.
XING F, DONG Y, WU Y P, *et al.*. Star tracker parametric analysis for autonomous calibration [J]. *Journal of Tsinghua University (Science & Tech-*

其中本算法的识别率和姿态测量精度均为最佳。试验结果表明,本算法构建的模型充分考虑了星敏感器光学参数和畸变之间的相互作用,提升了星敏感器的性能。

表 3 标定前后的星图识别结果比较

Tab. 3 Star identification results before and after calibrations

算法	比较参数			
	星图 识别率/%	俯仰角 误差/(")	偏航角 误差/(")	滚转角 误差/(")
未标定	89	65	72	127.2
最小二乘法	93	45	49	69
Samman	95	17	21	32
本算法	96	10	11	16.2

4 结 论

本文提出了一种非线性优化的星敏感器自主标定方法。首先假定星敏感器没有畸变,构建目标函数,对星敏感器的光学参数利用 Levenberg-Marquardt 非线性优化算法进行优化;然后将上一步得到的光学参数估计值作为理想值,通过线性最小二乘法估计相机的镜头畸变系数;最后,将前面两者获得的参数作为初始值,构建目标函数,利用 Levenberg-Marquardt 算法对光学参数和畸变系数同时优化。实验结果表明,提出的非线性优化算法在同等测试条件下获得的最大残差为 0.015 pixel,精度高于其它标定方法两个数量级,能够实现星敏感器的自主标定。此外,利用星敏感器的外场实验拍摄的实际星图对文中提出算法进行了验证,结果表明,文中提出的优化算法能够有效提升星敏感器的性能。

nology), 2005, 45(11):1484-1488. (in Chinese)

- [2] 刘海波,谭吉春,沈本剑. 星敏感器光学系统的热/结构/光分析[J]. 宇航学报, 2010, 31(3): 875-879.
LIU H B, TAN J CH, SHEN B J. Thermal/structural/optical analysis of optical system of star sensor [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(3): 875-879. (in Chinese)

- [3] GRIFFITH D T, SINGLA P, JUNKINS J L. Autonomous on-orbit calibration of approaches for star tracker cameras [C]. *Spaceflight Mechanics 2002*, AAS, 2002:39-57.
- [4] JIA H, YANG J K, LI X J, *et al.*. Systematic error analysis and compensation for high accuracy star centroid estimation of star tracker [J]. *Science China Technological Sciences*, 2010, 53(11):3145-3152.
- [5] 刘海波, 黄水花, 谭吉春, 等. 热-光效应对星敏感器测量准确度的影响[J]. *光子学报*, 2009, 38(7): 1835-1839.
LIU H B, HUANG SH H, TAN J CH, *et al.*. Thermo-optic effects on accuracy performance of star tracker [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(7):1835-1839. (in Chinese)
- [6] MICHAELS D. Ball aerospace star tracker achieves high tracking accuracy for a moving star field [C]. 2005 *IEEE Aerospace Conference*, IEEE, 2005:1-7.
- [7] SAMAAAN M A, GRIFFITH T, SINGLA P, *et al.*. Autonomous on-orbit calibration of star trackers [C]. *Core Technologies for Space System Conference*, Colorado University, 2001.
- [8] CRASSIDIS J L, JUNKINS J L. *Optimal Estimation of Dynamic Systems* [M]. 2nd ed. Boca Raton, FL:CRC Press, 2011.
- [9] GRIFFITH D T, JUNKINS J L. Recursive on-orbit calibration of star sensors [EB/OL]. http://dnc.tamu.edu/drjunks/yearwise/2002/conference/WSC_2002_paper.pdf, 2009.
- [10] MORÉ J J. *The Levenberg-Marquardt algorithm: implementation and theory* [M]. WATSON G A. Numerical Analysis. Lecture Notes in Mathematics. Berlin, Heidelberg, Springer, 1978:105-116.
- [11] SUNW, COOPERSTOCK J R. An empirical evaluation of factors influencing camera calibration accuracy using three publicly available techniques [J]. *Machine Vision and Applications*, 2006, 17(1):51-67.
- [12] MORTARI D, SAMAAAN M A, BRUCCOLERI C, *et al.*. The pyramid star identification technique [J]. *Navigation*, 2004, 51(3):171-183.
- [13] MARKLEY F L. Attitude estimation or quaternion estimation [J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 2004, 52(1-2):221-238.

作者简介:



叶涛(1987—),男,湖北黄石人,博士,2009年、2012年于中国矿业大学分别获得学士、硕士学位,2016年北京航空航天大学获博士学位,现为北京遥感设备研究所工程师,从事图像处理,目标跟踪,天文导航方面的研究。E-mail:ayetao198715@163.com



杨飞(1980—),男,河南濮阳人,硕士,2002年、2006年于北京理工大学分别获得学士、硕士学位,现为北京遥感设备研究所高级工程师,从事天文导航方面的研究。E-mail:nick1980yang@163.com