

文章编号 1004-924X(2017)09-2437-11

数据保真项与稀疏约束项相融合的稀疏重建

高红霞^{1,2}, 谢剑河^{1,2*}, 曾润浩^{1,2}, 吴梓灵^{1,2}, 马 鸽³

- (1. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640;
2. 华南理工大学 精密电子制造装备教育部研究中心, 广东 广州 510640;
3. 广州大学 机械与电气工程学院, 广东 广州 510006)

摘要: 本文针对低光子计数成像过程中产生的泊松高斯混合噪声, 提出了一种数据保真项与稀疏约束项相融合的稀疏重建方法。首先, 基于泊松高斯噪声相互独立的混合噪声模型, 建立了数据保真项与稀疏约束项相融合的稀疏重建目标函数; 在图像块聚类的基础上, 应用改进贪婪算法实现类内稀疏分解和字典更新; 最后, 稀疏分解和字典更新交替迭代求解干净图像。针对强烈泊松高斯噪声污染图像的重建实验显示, 本文方法与对比方法相比, 重建结果的 PSNR 值平均提升了 5.5%, MSSIM 值也有明显提升。这些结果表明: 本文方法对具有强烈泊松高斯混合噪声的图像有较好的图像复原和噪声去除效果。

关键词: 稀疏重建; 字典学习; 混合噪声; 强噪声; 低光子计数成像

中图分类号: TP394.1; TP242.6 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172509.2437

Sparse reconstruction method based on integrating data fidelity term and sparse constraint term

GAO Hong-xia^{1,2}, XIE Jian-he^{1,2*}, ZENG Run-hao^{1,2}, WU Zi-ling^{1,2}, MA Ge³

- (1. School of Automation Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;
 2. Engineering Research Center for Precision Electronic Manufacturing Equipment of the Ministry of Education, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;
 3. School of Mechanical and Electric Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)
- * Corresponding author, E-mail: xiejianhe_2006@163.com

Abstract: Aiming at the process of low-dose photon counting imaging with Poisson-Gaussian mixed noise, a sparse reconstruction method of integrating data fidelity term and sparse constraint term is proposed. Firstly, based on the hypothesis that Poisson and Gaussian noise are mutually independent, the sparse reconstructing objective function based on integrating data fidelity term and sparsity constraint term is established. Based on patch clustering, the improved greedy algorithm is applied to implement sparse decomposition and dictionary update. Finally, a clean image is obtained by

收稿日期: 2017-01-03; 修订日期: 2017-03-13.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 61403146); 广州市科技计划项目(No. 201707010054); 中央高校基本科研业务费资助项目(No. 2015ZM128)

alternating iteration. Contrast experiments on images corrupted with strong Poisson-Gaussian mixed noise show that the average PSNR of image reconstructed by the proposed method increased by 5.5% more than those of the contrast methods, moreover, their MSSIM increased significantly. The experiment results demonstrate that the proposed method has better image restoration and denoising effect for low photon counting image with strong Poisson-Gaussian mixed noise.

Key words: sparse reconstruction; dictionary learning; mixed noise; strong noise; Low-dose photon counting imaging

1 引言

高精密工业 CT、医学低剂量 CT 等一类低光子计数成像系统的发展,推动着工业缺陷检测和医疗诊断技术的进步。例如,采用微米级焦斑尺寸的微聚焦 X 射线成像技术已成为当前集成电路、电网绝缘子、航空器件等精密零器件生产制造过程中缺陷检测的重要手段^[1-3]。

然而,这类特殊成像系统受射线源能量或剂量的限制,在单位成像时间内到达接收装置的光子/粒子计数水平非常低,成像过程受到多种类型噪声的污染。以微聚焦 X 射线成像为例^[4-5],其焦斑尺寸仅为微米级,单位时间内的射线通量远低于一般的 X 射线源,导致光子统计器计数水平较低,带来非加性且依赖于像素灰度的泊松噪声。同样,在低剂量医学 CT 诊断中,通过降低辐射量来减少对患者健康的不良影响,也表现为伴随泊松噪声的低光子计数成像^[6]。此外,暗电流扰动、测量噪声等噪声也普遍存在于这类成像过程中^[7]。而伽马、脉冲等其他噪声的形成与低光子计数成像过程的成像特性不同,在这类成像过程或系统的噪声建模中较少考虑。当前的图像重建算法主要集中于单一噪声模型的研究,并不适用于低光子计数成像中含复杂混合噪声图像的重建。

近年来,稀疏表示理论为图像重建提出一种新的思路^[8-10],即原始图像信号在合适的字典下具有稀疏性,而噪声信号无这一特性。若能对含噪图像进行稀疏性恢复,其稀疏重建的结果便可达到去除噪声的效果。因此,这一理论特别适用于复杂混合噪声污染下的图像重建和复原^[5]。Michael Elad 于 2006 年提出了 K-SVD (K-Singular Value Decomposition) 算法^[11],首次将稀疏重建算法用于重建含加性噪声的图像。之

后,很多研究也基于这一思路,将图像的结构信息引入字典学习和稀疏表示^[12-14],如聚类字典、组稀疏等,以改善重建质量和提高重建效率。但该类方法都采用数据保真项与稀疏约束项分离的形式,重建过程中数据保真与稀疏约束的求解结果相互制约,往往只能得到稀疏约束下的次优解。

本文针对低光子计数成像过程中受泊松高斯混合噪声污染的图像,提出一种数据保真与稀疏约束融合的稀疏重建方法。首先,基于泊松高斯混合噪声独立假设,建立了数据保真项与稀疏约束项融合的重建目标函数;之后,采用块聚类学习类内字典,并改进了贪婪算法使其适用于融合目标函数,实现类内稀疏分解和字典更新;最后,通过稀疏分解和字典更新的交替迭代实现图像稀疏重建。强烈泊松高斯噪声污染下图像的重建实验表明,本文提出的方法在图像细节保持和客观参数评价指标上都比现有方法有一定的提升,对处理强烈高斯泊松噪声污染的图像有更强的适应能力和更高的稳定性。

2 数据保真与稀疏约束相融合的稀疏重建目标函数

传统的图像重建方法通常将成像噪声视为单一类型的噪声,并不能很好地解决含混合噪声的低光子计数图像重建问题。本文根据低光子计数图像的成像机理,将噪声建模为服从泊松分布和高斯分布的混合噪声^[15],即:

$$y = \text{Poisson}(u) + \omega, \quad (1)$$

其中: y 为采集到的含混合噪声的图像, u 为原始“干净”图像, $\text{Poisson}(u)$ 表示图像 u 经过符合泊松分布的噪声污染后得到的含噪图像, ω 为符合高斯分布的随机噪声。

对于泊松噪声,其在最大后验估计(Maximum A Posteriori, MAP)框架下的概率密

度函数为:

$$P_{\text{poisson}}(y|u) = \prod_{k=1}^N \frac{(u_k)^{y_k} e^{-u_k}}{y_k!}, \quad (2)$$

其中: $k=1, \dots, N$, $y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_N\}$ 为观测到的含噪图像的每个像素点的数据, y_k 之间相互独立, 并服从泊松分布。 $u = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_N\}$ 为原始图像的每个像素点的数据。 N 为图像的高宽乘积, 图像以列向量形式表示。

对均值为 0, 标准差为 σ 的高斯噪声, 其概率密度函数为:

$$P_{\text{gaussian}}(y|u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\|y-u\|_2^2}{2\sigma^2}}. \quad (3)$$

在低光子计数成像过程中, 虽然高斯噪声和泊松噪声的形成并非毫不相关, 但考虑二者的联合概率密度分布会使得目标函数的求解要进行一系列额外的近似计算, 计算过程非常复杂。

因此, 本文把两种噪声的形成当作相互独立的两个过程, 避免联合概率密度分布产生的复杂计算。由此, 可得到含泊松高斯混合噪声图像的概率密度分布函数, 如式(4)所示:

$$P_{\text{mixed}}(y|u) = \prod_{k=1}^N \frac{(u_k)^{y_k} e^{-u_k}}{y_k!} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{\|y-u\|_2^2}{2\sigma^2}}. \quad (4)$$

对式(4)取负对数, 去掉与图像数据 u 和 y 不相关、对概率密度函数无影响的项, 并根据 MAP 理论^[16], 可以得到优化问题的目标函数如下:

$$\min_u \sum_{k=1}^N (u_k - y_k \log u_k) + \|y - u\|_2^2. \quad (5)$$

对优化目标(5)采用 Michael Elad 提出的分块稀疏重建思想^[11]实现压缩感知下的求解, 也即将整幅图像分解为多个重叠的图像块, 对每个图像块进行相应的稀疏求解和字典更新, 减少计算复杂度和内存需求。另一方面, 不同图像块的结构并不完全相同, 对每个图像块单独进行稀疏分解和字典更新, 能更好地保护图像局部特征。

为方便计算, 假定图像高宽值相等, 则在给定图像块大小 $n \times n$ 下, 从高宽乘积为 N 的观测图像 y 中, 可提取 $p = (\sqrt{N} - n + 1)^2$ 个图像块。因此, 分块稀疏重建下的目标函数为:

$$\min_{D, \alpha_{ij}, u} \lambda \left(\sum_{k=1}^N (u_k - y_k \log u_k) + \|y - u\|_2^2 \right) + \sum_{i,j=1}^p (\|R_{ij}u - D\alpha_{ij}\|_2^2 + \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0), \quad (6)$$

其中: R_{ij} 为以图像中第 i 行第 j 列的像素点为左上角顶点提取 $n \times n$ 图像块的算子, D 为字典, α_{ij} 表示图像第 i 行第 j 列的图像块对应的稀疏系数, μ_{ij} 为稀疏系数项的正则化系数。式(6)中的 $(\sum_{k=1}^N (u_k - y_k \log u_k) + \|y - u\|_2^2)$ 为数据保真项, $\sum_{i,j=1}^p (\|R_{ij}u - D\alpha_{ij}\|_2^2 + \mu_{ij} \|\alpha_{ij}\|_0)$ 为稀疏约束项。

常用的混合噪声下稀疏重建算法就在此基础上对稀疏约束项和数据保真项分步求解。先用稀疏求解和字典更新算法得到合适的 D 和 α_{ij} , 然后再固定 $D\alpha_{ij}$, 以迭代法求解重建图像 u 。

然而, 基于压缩感知原理^[17], 求解完成时稀疏重建估计 $D\alpha_{ij}$ 即为求解得到的干净图像块 $R_{ij}u$ 的近似解, 也即 $R_{ij}u \approx D\alpha_{ij}$ 。因此, 基于这一压缩感知假设, 将 $R_{ij}u \approx D\alpha_{ij}$ 代入目标函数(6), 并考虑分块操作, 式(6)中与高斯噪声相关的保真项

$\|y - u\|_2^2$ 可以转换为 $\sum_{i,j=1}^p \|R_{ij}y - D\alpha_{ij}\|_2^2$, 与泊松噪声相关的保真项 $u_k - y_k \log u_k$ 可转换为 $\sum_{i,j=1}^p (D\alpha_{ij} - R_{ij}y * \log D\alpha_{ij})$ 。

由此, 提出数据保真和稀疏约束相融合的目标函数:

$$\min_{D, \alpha_{ij}} \sum_{i,j=1}^p (D\alpha_{ij} - R_{ij}y * \log D\alpha_{ij}) + \sum_{i,j=1}^p \|R_{ij}y - D\alpha_{ij}\|_2^2, \quad (7)$$

其中: y 为观测图像, R_{ij} , D , α_{ij} 的定义与目标函数(6)中的定义相同。 $\sum_{i,j=1}^p \|R_{ij}y - D\alpha_{ij}\|_2^2$ 与 $\sum_{i,j=1}^p (D\alpha_{ij} - R_{ij}y * \log D\alpha_{ij})$ 分别从图像块级别上约束最终求解图像与含噪图像在高斯噪声和泊松噪声下的误差。

式(7)中 $(D\alpha_{ij} - R_{ij}y * \log D\alpha_{ij})$ 项涉及对数运算。为避免对数项带来的求解困难, 对 $D\alpha_{ij}$ 做等效指数替换, 可将目标函数转化为:

$$\min_{D, \alpha_{ij}} \sum_{i,j=1}^p (e^{D\alpha_{ij}} - R_{ij}y * D\alpha_{ij}) + \sum_{i,j=1}^p \|R_{ij}y - e^{D\alpha_{ij}}\|_2^2, \quad (8)$$

且 $\|\alpha_{ij}\|_0 \leq T_{ij}$, $i, j = 1, 2, \dots, \sqrt{N}$ 。

在该目标函数下,只需使用稀疏分解和字典更新算法便可直接重建原始图像。

3 数据保真与稀疏约束相融合的稀疏重建方法

3.1 块聚类算法

基于学习的字典可分为全局字典和聚类字典。全局字典^[18]是将整个图像作为样本进行训练得到的,不需要样本选取,但字典训练的求解复杂度较高,难以体现图像的结构性;聚类字典^[12,14]则从图像中提取图像块进行聚类,每一个聚类训练一个字典,相对于全局字典,其计算量相对低,既能有效体现图像的结构特征,也较大程度地保证了字典的可靠性。

为进一步提高算法效率和突出图像的结构特征,本文采用聚类字典进行训练,将多个图像块分成小的相似图像块集合,每个集合在稀疏编码时采用相同的字典基。对含泊松高斯混合噪声的图像,通常采用地球移动距离(Earth Mover's Distance, EMD)^[19]衡量两图像块间的相似性。本文用高斯滤波后图像块的欧氏距离近似该相似性指标。

块聚类算法的思路如下:首先,构建块聚类集合,第一个聚类集合将当前被搜索集合中 2-范数最小的图像块定义为聚类中心,构建新聚类集合时将上一集合的最后一个图像块定义为聚类中心;之后,计算图像块与聚类中心的相似距离,将距离最小的 l 个图像块加入集合,生成第一个块聚类集合;以此类推,最终依次生成元素个数不小于 l 的图像块聚类集合。其中,当一个集合的元素达到目标数量时,如果当前找到的图像块与聚类中心的相似距离与上一次找到的图像块与聚类中心的相似距离之差小于设定阈值,则仍将该图像块加入集合中。这一策略能保证在稀疏编码时每个类都有足够数量的原子用于选择字典基。上述过程简化了相似性计算,因此,这一块聚类算法比 K-means 等其它常用聚类算法计算量小,效率高。

算法 1:块聚类算法流程

输入:输入图像 y

输出:图像块聚类结果

1. 给定输入图像 y ,设置图像块大小为 $n \times n$,

目标集合的元素个数为 l ,给定高斯卷积核 h ;

2. 将输入图像与高斯核 h 做卷积,得 $\tilde{y} = y \otimes h$;

3. 从图像 y 和 \tilde{y} 中分别提取重叠图像块,得到搜索集合 $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ 和计算集合 $\tilde{Q} = \{\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \dots, \tilde{q}_N\}$;

4. 初始化 $g=0$,第一个块聚类集合的聚类中心下标 $s_0 = \arg \min_{1 \leq i \leq N} \|\tilde{q}_i\|_2$,且令 $i_g^{\text{prev}} = s_0$ 。循环执行下列步骤(1)至(4),直至 $Q = \emptyset$ (即空集)时停止循环。

(1)初始化集合 $Q_g = \emptyset, l_g = 0$;

(2)选择第一个候选图像块序号 $i_g = \arg \min_i \|\tilde{q}_{s_g} - \tilde{q}_i\|_2, q_i \in Q$;

(3)如果 $Q \neq \emptyset$ 且有 $l_g < l$ 或者 $\|\tilde{q}_{s_g} - \tilde{q}_{i_g}\|_2 - \|\tilde{q}_{s_g} - \tilde{q}_{i_g^{\text{prev}}}\|_2 \leq \epsilon^2$,则循环执行下列步骤①至④:

①增加图像块到集合 Q_g 中,即 $Q_g = Q_g \cup \{q_{i_g}\}$,更新 $l_g = l_g + 1$;

②从搜索集合 Q 中剔除图像块,即 $Q = Q - \{q_{i_g}\}$;

③保存最后一个加入集合 Q_g 的图像块序号 $i_g^{\text{prev}} = i_g$;

④选择新的候选图像块序号 $i_g = \arg \min_i \|\tilde{q}_{s_g} - \tilde{q}_i\|_2, q_i \in Q$;

(4)设下一个集合的聚类中心下标为 $g = g + 1, s_g = i_{g-1}$;

将最后一个集合与上一个集合合并,保证其元素个数大于 l 。

3.2 稀疏分解

在块聚类后,要对每个聚类进行稀疏分解。为求解目标函数(8),本文依据贪婪思想设计了一种新的稀疏分解算法:对每个聚类进行稀疏分解时,在每次迭代中遍历字典的所有原子,选择令目标函数(9)最小的原子 d_j 作为当次迭代的“最佳”原子。

$$\min_{\tilde{D}_i = \tilde{D}_{i-1} \cup \{d_j\}} \sum_{k=1}^L (e^{\tilde{D}_i \alpha_k} - R_k y * \tilde{D}_i \alpha_k) + \sum_{k=1}^L \|R_k y - e^{\tilde{D}_i \alpha_k}\|_2^2, \quad (9)$$

其中: d_j 为当前测试原子, L 为当前进行稀疏分解的聚类所包含的图像块个数, R_k 是从图像中提取第 k 个图像块的算子, α_k 是第 k 个图像块对应

的稀疏系数。 $\tilde{D}_t = \tilde{D}_{t-1} \cup \{d_j\}$ 为上一次迭代得到的最优原子集合 \tilde{D}_{t-1} 与当前测试原子 d_j 的并集。由于目标函数(8)限定 $\|\alpha_{ij}\|_0 \leq T_{ij}$,因此每个聚类最多迭代 T_{ij} 次,得到的“最佳”原子集合至多含有 T_{ij} 个原子,以满足稀疏性要求。

当算法达到设定的迭代次数 T 或两次迭代的重建误差小于设定值时,贪婪算法停止迭代。

算法 2:改进贪婪算法流程

输入:算法 1 得到的图像块聚类

输出:最优原子集合 \tilde{D}_t ,所有图像块对应的稀疏系数 $\{\hat{\alpha}_k\}$,图像块估计 $\hat{p}_k = e^{\tilde{D}_t \hat{\alpha}_k} (k=1, \dots, L)$

1. 初始化候选字典原子库 D_0 为离散余弦变换字典,最优原子集合 $\tilde{D}_0 = \emptyset$,迭代次数 $t=0$;

2. 循环执行步骤(1)至(6);

(1)更新迭代次数 $t=t+1$;

(2)设置初始目标值 $v_0 = \inf$;

(3)遍历当前字典原子库 D_t 所有原子,循环执行步骤①至③,找出其中使目标函数值最小的字典原子。

①依据公式(9)确定原子 d_j 与 \tilde{D}_t 合并,即 $\hat{D} = \tilde{D}_t \cup \{d_j\}$ 为临时最优原子集合;

②用最优化方法计算当前目标函数值

$$v_t = \min_{\alpha_k} \sum_{k=1}^L [(e^{D_k} - R_k y * \hat{D} \alpha_k) + \|R_k y - e^{D_k}\|_2^2];$$

③若 $v_t < v_0$,则更新最优原子的选择 $j' = j$,
 $v_0 = v_t$;

(4)更新最优原子集合 $\tilde{D}_t = \tilde{D}_t \cup \{d_{j'}\}$,并从候选原子库 D_t 中去除 $d_{j'}$,即 $D_t = D_t - \{d_{j'}\}$;

(5)初始化稀疏系数 $[\hat{\alpha}_1^t, \dots, \hat{\alpha}_L^t] = [0, \dots, 0]$,并用最优化算法更新字典基对应的稀疏系数

$$[\hat{\alpha}_1^t, \dots, \hat{\alpha}_L^t] = \arg \min_{\alpha_k} \sum_{k=1}^L (e^{\tilde{D}_t \alpha_k} - R_k y * \tilde{D}_t \alpha_k) + \sum_{k=1}^L \|R_k y - e^{\tilde{D}_t \alpha_k}\|_2^2;$$

(6)若算法迭代次数 t 达到设定的迭代次数或当前重建图像块的估计误差 $e_t \leq e_{t-1}$,则退出

$$H_t = H_{t-1} + \frac{(s_{t-1}^T r_{t-1} + r_{t-1}^T H_{t-1} r_{t-1}) s_{t-1} s_{t-1}^T - H_{t-1} r_{t-1} s_{t-1}^T + s_{t-1} r_{t-1}^T H_{t-1}}{(s_{t-1}^T r_{t-1})^2},$$

其中, $r_{t-1} = g_t - g_{t-1}$ 和 $s_{t-1} = D_t - D_{t-1}$;

(3)计算 $\Delta = g_t^T \cdot d_i$;

(4)初始化迭代次数 $q=1$, $v_0=0$,令 $\sigma=0.1$, $\beta=0.5$ (符合算法收敛的 Armijo 准则^[21]要求的

循环,返回上次的迭代结果,否则继续执行步骤

(1)。其中, $e_t = \sum_{k=1}^L \|e^{\tilde{D}_t \hat{\alpha}_k} - p_k\|_2^2 (t > 1)$;

$\{p_k\} (k=1, \dots, L)$ 为上一次迭代得到的重建图像块集合。

3. 形成最终估计 $\hat{p}_k = e^{\tilde{D}_t \hat{\alpha}_k} (k=1, \dots, L)$ 。

3.3 字典学习

字典更新通过求解如下目标函数式(10)来实现。

$$\min_D \sum_{k=1}^L (e^{D_k} - R_k y * D \alpha_k) + \sum_{k=1}^L \|R_k y - e^{D_k}\|_2^2. \quad (10)$$

由上述形式可知,字典更新与稀疏分解的求解过程类似:当字典 D 固定时,对图像在 D 下进行稀疏分解;当稀疏系数固定时,则对字典进行更新。由于字典更新时“最佳系数”已知,不需要像稀疏分解一样选取最佳的字典原子,只需对目标函数(10)进行最优化求解。因此,本文选用 BFGS 算法^[20]实现字典更新的优化求解。具体步骤如下:

算法 3:BFGS 算法最优化求解过程

输入:算法 2 输出的最优原子集合 \tilde{D}_t ,所有图像块对应的稀疏系数 $\{\hat{\alpha}_k\} (k=1, \dots, L)$

输出:更新后的字典 D

1. 去除算法 2 输出的稀疏系数 $\{\hat{\alpha}_k^t\}$ 中的零元素及其在字典 \tilde{D}_t 中对应位置的原子,得到简化后的 $\tilde{\alpha}$ 和 \tilde{D} ;

2. 初始化迭代次数 $t=1$,令 $D_1 = \tilde{D}$,循环执行步骤(1)至(7);

(1)计算重建估计 $p_t = e^{D_t \tilde{\alpha}}$;

(2)计算算法的下降方向 $d_t = -g_t \cdot H_t$,其中 $g_t = (e^{D_t \tilde{\alpha}} - y + 2e^{2D_t \tilde{\alpha}} - 2y * e^{D_t \tilde{\alpha}}) \tilde{\alpha}^T$;

为当前迭代下目标函数的一阶梯度;

$t=1$ 时, $H_1 = I$;

$t > 1$ 时,

取值范围),进入如下迭代①~③:

①更新字典 $\bar{D}_t = D_t + \beta^{q-1} \cdot d_i$;

②计算当前目标函数值

$$\bar{v}_t = e^{\bar{D}_t \tilde{\alpha}} - y * \bar{D}_t \tilde{\alpha} + \|y - e^{\bar{D}_t \tilde{\alpha}}\|_2^2;$$

③ $q < 2$ 或 $\bar{v}_i \geq v_{i-1} + \sigma\beta^{q-1}\Delta$ 时,更新迭代次数 $q = q + 1$,返回步骤①;否则退出循环;

(5)更新 $D_{t+1} = \bar{D}_t$, $p_{t+1} = e^{D_{t+1}\bar{a}}$, $v_{t+1} = \bar{v}_t$;

(6)比较 p_{t+1} 和 p_t ,若 $|p_{t+1} - p_t| < \epsilon$,则退出循环,转至输出;

(7)更新迭代次数 $t = t + 1$,返回步骤(1)。

3.4 整体算法流程

综合以上各步骤,本文采用一种改进的稀疏重建算法实现含噪图像的重建:

(1)对图像进行分块,并应用块聚类算法(算法 1)将图像块分成一定大小的图像块集合;(2)应用改进的贪婪算法(算法 2)对各图像块集合进行稀疏分解。其中,利用图像块相似性改进了贪婪算法的效率,即在贪婪算法中随机选取聚类中一定比例的图像块进行稀疏分解,将这一稀疏分解的最终结果作为聚类的最优原子集,再在该最优原子集下对聚类进行稀疏分解。这一方法在保证稀疏分解结果正确性的同时,减小了计算量,提高了算法效率;(3)固定稀疏系数,使用 BFGS 算法(算法 3)更新字典,并对更新字典做归一化处理;反复迭代算法 2 和 3,直至满足停止条件,形成最终估计。

4 实验结果与分析

4.1 实验设计

本文研究强烈泊松高斯混合噪声情况下基于学习的稀疏重建方法。为验证强烈泊松高斯混合噪声下图像的重建效果,本文采用标准图像添加泊松高斯混合噪声的方法模拟低光子计数图像进行实验。标准测试图像包括 barbara、boat、bridge、lena、baboon 与 cameraman。

实验中选取图像中最大灰度值,即峰值(peak value),作为泊松噪声强度的指标^[16]。泊松噪声的强度随低光子计数图像的亮度降低而越来越强烈,因此,峰值越小泊松噪声越强。对于高斯噪声,选取标准差(σ)作为其高斯噪声的指标,标准差越大高斯噪声越剧烈。依据这一原则,本文设定 $\text{peak} \leq 1$, $\sigma \geq 0.5$ 的噪声为强烈的泊松高斯混合噪声。

为验证本文提出方法的有效性,本文选取了 3 种当前最常用、效果最好的泊松高斯重建算法: GAT+BLS-GSM、GAT+BM3D、GAT+NLM 算法与本文算法进行实验结果对比。

实验的软硬件条件为: Matlab (R2016a), Intel(R)Core(TM)i7-4790k CPU @4.00 GHz, 8 GB 内存。

4.2 泊松高斯混合噪声图像重建的主观视觉评价

图 1~3 分别为对于标准图像 barbara、boat 和 lena 在混合噪声($\text{peak}=2$ 的泊松噪声和 $\sigma=1$ 的高斯噪声),4 种不同算法的重建结果。其中,图(a)为原始图像;图(b)为含噪图像,图(c),(d)分别为二者的局部放大;图(e)~(h)为 3 种对比算法及本文算法的实验结果,对应的局部放大结果分别在图 1~3 的(i)~(l)中给出。

由图 1~3 可明显看出,相较于本文算法, GAT+BLS-GSM 算法的结果丢失过多细节信息;GAT+BM3D 算法的重建结果存在块状伪边缘或变形,其中图 3 中(f)与(j)的结果尤为明显; GAT+NLM 算法的结果同时存在伪边缘和细节丢失,重建效果在 3 种对比算法中最差。在所有实验算法中,本文算法的重建结果细节保持最为完整,且伪边缘较少,在对受泊松高斯混合噪声污染的图像进行稀疏重建时,可有效去除图像噪声。



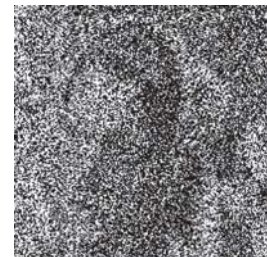
(a)原始图像
(a)Original image



(b)含噪图像
(b)Noisy image



(c)原始图像放大图
(c)Enlarged original image



(d)含噪图像放大图
(d)Enlarged noisy image

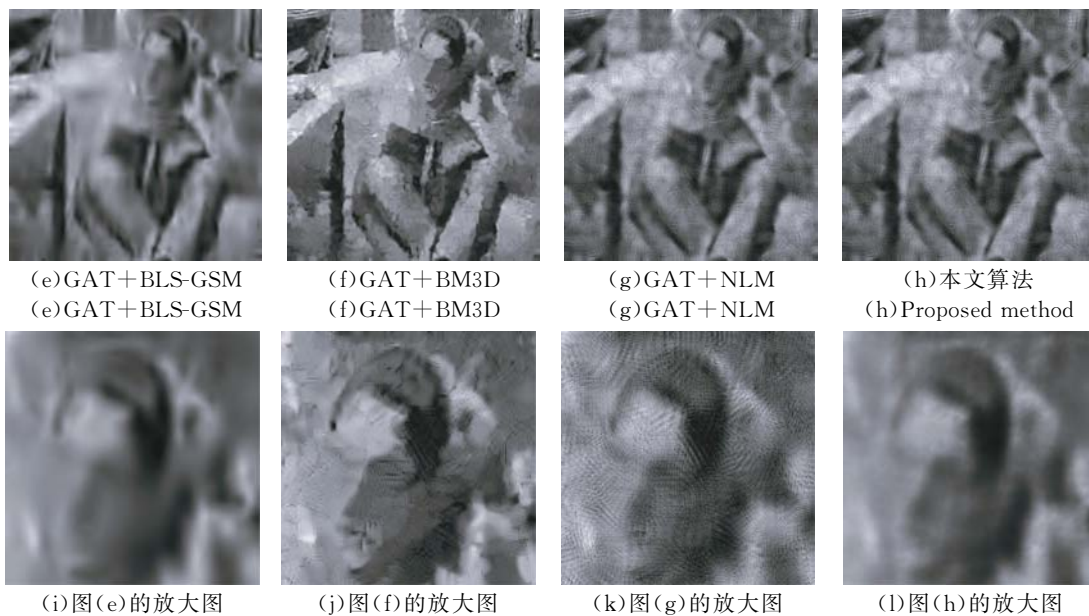


图 1 Barbara 图(含 $\text{peak}=2, \sigma=1$ 泊松高斯噪声)重建结果

Fig. 1 Reconstruction results of barbara ($\text{peak}=2, \sigma=1$)



图 2 Boat 图(含 $\text{peak}=2, \sigma=1$ 泊松高斯噪声)重建结果

Fig. 2 Reconstruction results of boat ($\text{peak}=2, \sigma=1$)

图3 Lena图(含 $\text{peak}=2, \sigma=1$ 泊松高斯噪声)重建结果Fig. 3 Reconstruction results of lena ($\text{peak}=2, \sigma=1$)

4.3 泊松高斯混合噪声图像重建的客观评价

为客观对比各算法的图像重建质量和细节保持性能,本文基于 barbara 等 6 幅常用的标准测试图像,采用峰值信噪比(Peak Signal to Noise Ratio, PSNR)和平均结构相似度(Mean Structural Similarity, MSSIM)进行算法评价,其结果如表 1 所示。

表 1 的客观评价结果显示,本文算法的平均客观指标优于其他 3 种对比算法,图像噪声越严重,优越性越明显。与 GAT+BLS-GSM、GAT+

BM3D 和 GAT+NLM 算法相比,本文算法重建结果的 PSNR 值平均提升了 2.2%、2.7% 和 11.5%,MSSIM 值平均提升了 1.9%、9.2% 和 118.5%。对比算法中 GAT+NLM 算法的客观指标表现最差,而其 MSSIM 指标随噪声强度的增加而明显降低,表明该算法难以对含混合噪声的图像实现有效重建。

综合上述主观视觉评价与客观评价结果,本文算法对含泊松高斯混合噪声图像能够实现更高质量的稀疏重建,具备更优的噪声适应性。

表1 泊松高斯混合噪声下不同算法的重建结果的客观评价

Tab.1 Evaluation of reconstruction results by different algorithms under Poisson-Gaussian mixture noise

泊松+高斯噪声/PSNR(db)	PSNR/SSIM			
	GAT+BLS-GSM	GAT+BM3D	GAT+NLM	本文算法
barbara peak=1, $\sigma=0.5/7.5435$	20.049 9/0.482 10	20.244 8/0.478 07	17.994 4/0.187 36	20.985 5/0.511 09
	peak=2, $\sigma=1/8.1496$	21.192 4/0.518 85	20.428 1/0.419 17	19.861 3/0.269 86
	peak=4, $\sigma=2/8.6146$	21.476 3/0.509 50	21.249 4/0.457 06	21.079 5/0.384 62
boat peak=1, $\sigma=0.5/7.4065$	20.013 8/0.468 44	20.524 1/0.469 46	16.763 8/0.125 29	20.988 6/0.486 23
	peak=2, $\sigma=1/7.9293$	21.479 0/0.518 10	20.346 9/0.397 70	19.018 7/0.202 93
	peak=4, $\sigma=2/8.3439$	21.953 8/0.517 20	21.255 8/0.435 95	20.865 9/0.360 66
bridge peak=1, $\sigma=0.5/7.5435$	17.704 9/0.221 53	18.409 3/0.276 47	16.056 4/0.140 29	18.879 4/0.302 95
	peak=2, $\sigma=1/8.1496$	19.154 6/0.289 30	18.548 9/0.304 46	17.368 0/0.191 02
	peak=4, $\sigma=2/8.6146$	19.685 0/0.323 43	19.221 1/0.337 47	18.752 3/0.257 11
lena peak=1, $\sigma=0.5/7.4065$	21.269 8/0.618 59	21.731 6/0.589 24	17.609 4/0.141 26	22.602 9/0.639 47
	peak=2, $\sigma=1/7.9293$	22.964 3/0.651 71	21.814 0/0.493 05	20.051 2/0.225 76
	peak=4, $\sigma=2/8.3439$	23.558 5/0.654 71	22.688 1/0.529 96	22.263 3/0.421 27
baboon peak=1, $\sigma=0.5/7.5435$	18.560 7/0.243 84	18.651 7/0.261 58	16.807 7/0.139 84	18.997 5/0.265 90
	peak=2, $\sigma=1/8.1496$	19.238 8/0.275 88	18.778 8/0.273 18	18.233 4/0.192 95
	peak=4, $\sigma=2/8.6146$	19.541 9/0.302 89	19.315 4/0.303 81	19.135 7/0.249 59
camera-man peak=1, $\sigma=0.5/7.4065$	17.880 2/0.508 68	19.510 0/0.528 73	16.481 5/0.155 56	19.817 7/0.471 10
	peak=2, $\sigma=1/7.9293$	19.477 9/0.554 33	19.713 2/0.459 55	17.992 9/0.207 89
	peak=4, $\sigma=2/8.3439$	20.263 4/0.565 32	20.738 2/0.491 49	19.489 4/0.333 93

5 结 论

本文针对低光子计数成像中泊松高斯混合噪声的去除,建立了数据保真项与稀疏约束项相融合的稀疏重建目标函数。针对该稀疏重建目标函数,提出了一种新的稀疏重建方法。首先使用块聚类算法减少字典学习的运算量;然后依据改进的贪婪算法对数据保真与稀疏约束相融合的目标函数进行稀疏分解;之后基于 BFGS 算法实现字典更新的优化求解;最终通过稀疏分解和字典更

新的交替迭代重建干净图像。实验结果表明,本文算法的性能明显优于 GAT+BLS-GSM、GAT+BM3D、GAT+NLM 等常用重建算法,证明本文算法在去除强烈泊松高斯混合噪声的同时,能较好地保持图像细节。

本文提出的基于混合噪声假设下图像稀疏重建方法仍存在计算效率问题,后续工作将基于随机优化、多分辨率重建等思想对算法做进一步优化。此外,本文提出的面向低光子计数图像的稀疏重建方法,还可用于天文成像、遥感成像等类似高精密度光子/粒子计数成像系统的成像质量改进。

参考文献:

[1] 李玉彬,李向良,姜燕梅. 微焦点 X 射线 CT 及其在无损伤检测中的应用[J]. 无损检测, 1999, 21(12): 549-552.

LI Y B, LI X L, JIANG Y M. Micro-focus X-ray CT and its application in nondestructive testing [J]. *Nondestructive Testing*, 1999, 21(12): 549-552. (in Chinese)

[2] 李乐,陈忠,张宪民. 基于微焦点 X 射线 BGA 焊

- 点缺陷检测[J]. 电子设计工程, 2014, 22(12): 164-166+170.
- LI L, CHEN ZH, ZHANG X M. BGA solder joint's defect detection based on precision micro-focus X-ray [J]. *Electronic Design Engineering*, 2014, 22(12): 164-166+170. (in Chinese)
- [3] 杨宏成, 高欣, 张涛. 应用投影收缩的压缩感知锥束 CT 短扫描重建[J]. 光学 精密工程, 2014, 22(3): 770-778.
- YANG H CH, GAO X, ZHANG T. Compressing-sensing cone-beam CT short-scan reconstruction based on projection-contraction [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(3): 770-778. (in Chinese)
- [4] WU Z, GAO H, MA G, *et al.*. A dual adaptive regularization method to remove mixed Gaussian-Poisson noise [C]. *Proceedings of 13th Asian Conference on Computer Vision, Springer, Cham*, 2016: 206-221.
- [5] 高红霞, 吴丽璇, 徐寒, 等. 微焦点 X 射线图像乘性加性混合噪声的去除[J]. 光学 精密工程, 2014, 22(11): 3100-3113.
- GAO H X, WU L X, XU H, *et al.*. Denoising method of micro-focus X-ray images corrupted with mixed multiplicative and additive noises [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2014, 22(11): 3100-3113. (in Chinese)
- [6] SPERL J, BEQUE D, CLAUS B, *et al.*. Computer-assisted scan protocol and reconstruction (CASPAR)—reduction of image noise and patient dose [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2010, 29(3): 724-732.
- [7] 吴强, 迟耀斌, 王智勇. CCD 传感器噪声对遥感影像无损压缩的影响[J]. 光电工程, 2010, 37(3): 72-78.
- WU Q, CHI Y B, WANG ZH Y. Effect of CCD noise on lossless compression of remote sensing images [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2010, 37(3): 72-78. (in Chinese)
- [8] 邓承志, 刘娟娟, 汪胜前, 等. 保留结构特征的稀疏性正则化图像修复[J]. 光学 精密工程, 2013, 21(7): 1906-1913.
- DENG CH ZH, LIU J J, WANG SH Q, *et al.*. Feature retained image inpainting based on sparsity regularization [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1906-1913. (in Chinese)
- [9] 练秋生, 石保顺, 陈书贞. 字典学习模型、算法及其应用研究进展[J]. 自动化学报, 2015, 41(2): 240-260.
- LIAN Q SH, SHI B SH, CHEN SH ZH. Research advances on dictionary learning models, algorithms and applications [J]. *Acta Automation Sinica*, 2015, 41(2): 240-260. (in Chinese)
- [10] WEI D H, MAO J L, LIU Y. An improved complementary matching pursuit algorithm for compressed sensing signal reconstruction [C]. *Proceedings of International Conference on Advanced Intelligence and Awareness Internet*, 2011: 389-393.
- [11] MICHAEL E, MICHAL A. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [12] CHATTERJEE P, MILANFAR P. Clustering-based denoising with locally learned dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(7): 1438-1451.
- [13] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, *et al.*. Non-local sparse models for image restoration [C]. *Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision*, 2010, 30(2): 2272-2279.
- [14] DONG W, LI X, ZHANG L, *et al.*. Sparsity-based image denoising via dictionary learning and structural clustering [C]. *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society*, 2011: 457-464.
- [15] HARMANYZ T, MARCIAR F, WILLETT R M. This is SPIRAL-TAP: sparse Poisson intensity reconstruction algorithms-theory and practice [J]. *IEEE Trans Image Process.*, 2012, 21(3): 1084-1096.
- [16] 王旭东. 基于 MAP 估计, 变分 PDE 的图像去噪问题研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013.
- WANG X D. *Study on image denoising models based on MAP estimation, variation and PDE* [D]. Xian: Xidian University, 2013. (in Chinese)
- [17] DONOHOD L. Compress sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [18] 蒲国林, 邱玉辉. 基于稀疏表示全局字典学习的图像分类方法[J]. 计算机应用, 2015, 35(2): 499-501.
- PU G L, QIU Y H. Image classification based on global dictionary learning method with sparse representation [J]. *Journal of Computer Applications*, 2015, 35(2): 499-501. (in Chinese)
- [19] GIRYES R, ELAO M. Sparsity based Poisson denoising with dictionary learning [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(12): 5057-5069.
- [20] YUAN G L, LU X W. An active set limited mem-

ory BFGS algorithm for bound constrained optimization [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2011, 35(7): 3561-3573.

- [21] 黄建国, 孙连山, 叶中行. 黎曼流形上带 Armijo 步长准则优化算法[J]. 上海交通大学学报,

2002, 36(2): 267-271.

HUANG J G, SUN L SH, YE ZH X. Optimization algorithm with Armijo rule on Riemann manifold [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2002, 36(2): 267-271. (in Chinese)

作者简介:



高红霞(1975—),女,陕西富平人,博士,教授,博士生导师,1996年、2000年于西安交通大学分别获得学士、硕士学位,2003年于中国科学院自动化研究所获得博士学位,主要从事复杂成像条件下图像的复原和重建研究。E-mail: hxgao@scut.edu.cn



谢剑河(1990—),男,广东潮州人,硕士,2013年、2016年于华南理工大学分别获得学士、硕士学位,主要从事机器视觉、图像处理方面的研究。E-mail: xiejianhe_2006@163.com