

文章编号 1004-924X(2017)09-2532-09

采用简化 Brown 模型及 改进 BFGS 法的相机自标定

高瞻宇^{1,2}, 顾莹迎^{1*}, 刘宇航^{1,2}, 徐振邦¹, 吴清文¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 空间机器人中心创新研究室, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:为了精确地反映相机的几何成像关系, 本文基于简化的 Brown 模型和改进的 BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 算法提出了一种相机自标定方法。该方法首先将线性模型和畸变模型拟合为非线性模型, 通过线性模型的基本矩阵约束非线性模型参数得到约束方程; 然后, 提出了适用于非线性内参数约束方程的基于新拟牛顿方程的改进 BFGS 算法并求解了方程内参数。利用提出的模型和算法, 该标定方法能够在较少的迭代次数和有噪声条件下保证标定结果的精度和鲁棒性。有、无噪声情况下的收敛性分析和鲁棒性分析显示: 在噪声不大于 ± 3 pixel 的情况下, 迭代 10 次即能保证重投影误差小于 0.4 pixel。通过标定相机内参数并计算重投影误差进行了真实图像实验, 结果表明: 标定精度误差小于 0.06%, 重投影误差为 0.35 pixel, 验证了提出方法的有效性。该方法适用于计算机视觉领域中的图像处理, 模式分类和场景分析等。

关键词:相机自标定; Brown 模型; BFGS 算法; 非线性模型; 拟牛顿法

中图分类号: TP391.41; TP391.4 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172509.2532

Self-calibration based on simplified brown non-linear camera model and modified BFGS algorithm

GAO Zhan-yu^{1,2}, GU Ying-ying^{1*}, LIU Yu-hang^{1,2}, XU Zhen-bang¹, WU Qing-wen¹

(1. Innovation Laboratory of Space Robot System, Changchun Institute of Optics,
Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: 18686681605@163.com

Abstract: To accurately reflect the geometric imaging relationship of cameras, a self-calibration method was proposed based on simplified Brown nonlinear camera model and improved BFGS (broyden-fletcher-Shanno) algorithm. In this method, the linear camera model and the distortion model were fitted into a nonlinear model, and the nonlinear model parameters were constrained by fundamental matrices of the linear model to obtain a set of nonlinear constraint equations. Then, based on new quasi-Newtonian equation, an improved BFGS algorithm suitable for nonlinear internal parametric constraint equations were presented and the internal parameters of the equation were solved. By using the proposed model and algorithm, the calibration method improves the accuracy and

收稿日期: 2016-08-01; 修订日期: 2016-10-17.

基金项目: 吉林省产业创新专项基金资助项目 (No. 20160520074JH)

robustness of the calibration results in fewer iteration times and noise conditions. The convergence analysis and robust analysis in with or without noises show that the reprojection error is less than 0.4 pixel when the noise is not greater than ± 3 pixel. A real image experiment was performed by calibrating camera parameters and calculating the projection error, and the results show that the calibration precision error is less than 0.06%, and the re-projection error is 0.35 pixel, which verifies the effectiveness of the proposed method. It concludes that the method is applicable to image processing, mode classification and scene analysis in computer vision field.

Key words: self-calibration; Brown model; BFGS algorithm; non-linear camera model; quasi-Newton method

1 引言

自 Faugeras 首次提出线性模型的相机自标定思想,线性相机的自标定已成为计算机视觉领域的研究热点之一^[1]。其基本原理是基于绝对二次曲线或绝对二次曲面的成像在相机做刚性运动时会保持不变,约束方程只和内参数有关,利用绝对二次曲线或其对偶曲线作为虚拟标定物时,标定过程就是通过各种约束方程来求解内参数。随后,分层逐步标定的思想被提出,如 QR 分解法^[2]、模约束法^[3]和基于消失点的相机内参数自标定法^[4],该算法虽然比较灵活,但鲁棒性普遍不高。

目前国内外对相机标定的研究热点都在致力于提高相机自标定过程中的鲁棒性。Whitehead 等^[5]所提出的利用动态爬山算法来优化代价函数的方法,其优化精度不高;郭秋艳等^[6]的利用遗传算法最小化目标代价函数来求取摄像机内参,排除噪声引起的极点不稳定的方法未对局部最优解作相关处理;郝泳涛等^[7]提出二步式标定方法,通过摄像机三次线性无关平移运动以及简化的 Kruppa 方程确定初值,然后利用非线性优化目标函数法净化初值,但该方法其操作过程较容易出现误差。

基于主动视觉方法的提出使得自标定方法有了一个很大的提升^[8]。该方法是指在一个精确控制平台上固定好相机,从计算机中读出平台的运动参数,不需要靶标,只需控制相机做互相垂直的运动,然后在不同位置上拍摄图像,通过这些图像即可标定出相机模型中的参数,即相机坐标系与平台坐标系之间的外参数以及相机内参数。其后许多学者在该算法的改进上做了大量工作,先后提出了基于正交平移运动和旋转运动的相机自标

定^[9]、基于运动的立体视觉系统自标定等^[10]。不过,直至今日仍客观存在着制造与装配误差导致相机的光学系统存在不同程度的非线性畸变,线性模型不能准确地描述真实相机的几何成像关系,而且由于非线性问题的较高复杂度,对于非线性模型的约束方程至今没有一个较为令人满意的优化算法,其迭代结果存在精度低、运算效率差和对干扰噪声敏感等问题。因此,对非线性模型相机自标定的研究显得非常为重要。

本文考虑基于非线性模型的相机自标定方法的优势,提出了简化的 Brown 非线性模型和基于新拟牛顿方程的改进 BFGS 规划算法,该算法同时利用了目标函数的梯度信息和函数值信息,因此有更高的精度。提出的方法能够在较少的迭代次数及一定的噪声条件下,保证标定结果的精度和鲁棒性。

2 简化的非线性相机模型

首先给出线性相机五参数模型:

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{in} \begin{bmatrix} x_c/z_c \\ y_c/z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & f_s & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_c/z_c \\ y_c/z_c \\ 1 \end{bmatrix},$$

其中:矩阵 \mathbf{M}_{in} 为相机线性模型下的内参数矩阵,通过相机在三维空间内作两组平移运动并控制相机的姿态进行自标定; $(f_x \ f_y)$ 为图像平面在 X 轴方向和 Y 轴方向的放大系数; $(u_0 \ v_0)$ 为主点坐标; f_s 为 X 轴与 Y 轴不垂直时的耦合放大系数; $(x_c \ y_c \ z_c)$ 为空间点在相机坐标系下的坐标; $(\bar{x} \ \bar{y} \ 1)$ 为图像点 $(x \ y)$ 的齐次坐标。

然后给出相机的非线性模型公式为:

$$\begin{cases} \bar{x} = x + D_x(x, y) \\ \bar{y} = y + D_y(x, y) \end{cases}, \quad (1)$$

其中: (\bar{x}, \bar{y}) 为线性模型下的图像点坐标; (x, y)

是实际图像点坐标; (D_x, D_y) 是非线性畸变值, 用 Brown 模型可表示为:

$$\begin{cases} D_x = a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 + a_6 x^2 y + a_7 xy^2 + c \frac{x}{r} + \\ x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1 (y^2 + 3x^2) + 2p_2 xy + \delta x_0 + \left[\frac{x}{c} \right] \delta_i \\ D_y = b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2 + b_6 x^2 y + b_7 xy^2 + c \frac{y}{r} + \\ y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_1 xy + p_2 (y^2 + 3x^2) + \delta y_0 + \left[\frac{y}{c} \right] \delta_i \end{cases}, \quad (2)$$

式中: r 为像点到像平面原点的距离, $r^2 = x^2 + y^2$; $a_1 \sim a_7, b_1 \sim b_7$ 为底片变形系数; $c = c_1 x^2 + c_2 xy + c_3 y^2 + c_4 x^2 + c_5 x^2 y + c_6 xy^2 + c_7 y^2$, $c_1 \sim c_7$ 为底片弯曲系数; k_1, k_2, k_3 为径向畸变参数; p_1, p_2 为切向畸变系数; $\delta_{x_0}, \delta_{y_0}, \delta_i$ 为相机内方位元素的修正值。

在实际使用过程中, Brown 模型中的参数需根据不同的镜头类型和传感器进行取舍。本文

$$\begin{cases} D_x = a_1 x + a_2 y + a_6 x^2 y + a_7 xy^2 + x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + p_1 (y^2 + 3x^2) + 2p_2 xy \\ D_y = b_1 x + b_2 y + b_6 x^2 y + b_7 xy^2 + y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) + 2p_1 xy + p_2 (y^2 + 3x^2) \end{cases}, \quad (3)$$

式(3)即为本文所采用的相机畸变模型。与原 Brown 模型相比, 该式有 13 个未知数, 同时考虑了高阶项和交叉项的切向畸变, 因此适用于更加复杂的光学畸变。

3 基本矩阵下相机的非线性内参数约束方程

非线性模型相机在 N 个不同视点下对同一目标的成像记为 $I^{(0)}, I^{(1)}, I^{(2)}, \dots, I^{(N)}$, 其一组特

$$(\bar{x}_j^{(i)}, \bar{y}_j^{(i)}, 1) \mathbf{F}^{(i)} \begin{bmatrix} \bar{x}_j^{(0)} \\ \bar{y}_j^{(0)} \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad i=0, 1, 2, \dots, N; j=0, 1, 2, \dots, M, \quad (5)$$

将式(4)代入式(5), 得:

$$(x_j^{(i)} + D_x(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}), y_j^{(i)} + D_y(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}), 1) \mathbf{F}^{(i)} \begin{bmatrix} x_j^{(0)} + D_x(x_j^{(0)}, y_j^{(0)}) \\ y_j^{(0)} + D_y(x_j^{(0)}, y_j^{(0)}) \\ 1 \end{bmatrix} = 0, \quad (6)$$

即为非线性内参数的约束方程。

令:

$$f_{ij}(\mathbf{F}^{(i)}, a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2) = \left[(x_j^{(i)} + D_x(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}), y_j^{(i)} + D_y(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}), 1) \mathbf{F}^{(i)} \begin{bmatrix} x_j^{(0)} + D_x(x_j^{(0)}, y_j^{(0)}) \\ y_j^{(0)} + D_y(x_j^{(0)}, y_j^{(0)}) \\ 1 \end{bmatrix} \right]^2, \quad (7)$$

$$f(\mathbf{F}, a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M f_{ij}(\mathbf{F}^{(i)}, a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2), \quad (8)$$

根据相机的实际成像特点对 Brown 模型参数进行取舍: 应用于计算机视觉的相机无需考虑底片弯曲系数, 因此 $c_1 \sim c_7$ 可忽略, 且内方位元素分量可由共线条件方程^[1]进行标定, $\delta_{x_0}, \delta_{y_0}, \delta_i$ 也可忽略。由于切向畸变 p_1, p_2 与 $a_3, a_4, a_5, b_3, b_4, b_5$ 具有相同的畸变形式, 故 $a_3, a_4, a_5, b_3, b_4, b_5$ 均不再考虑, 以避免畸变参数之间的耦合。综上分析适合计算机视觉相机的畸变模型可简化为:

征匹配点设为 $(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}, 1)^T \in I^{(i)}, i=0, 1, 2, \dots, N, j=0, 1, 2, \dots, M$; 线性模型相机在这 N 个不同视点下相应的成像记为 $\bar{I}^{(0)}, \bar{I}^{(1)}, \bar{I}^{(2)}, \dots, \bar{I}^{(N)}$, 其对应的特征匹配点设为 $(\bar{x}_j^{(i)}, \bar{y}_j^{(i)}, 1)^T \in \bar{I}^{(i)}$, 由式(1)得:

$$\begin{cases} \bar{x}_j^{(i)} = x_j^{(i)} + D_x(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}) \\ \bar{y}_j^{(i)} = y_j^{(i)} + D_y(x_j^{(i)}, y_j^{(i)}) \end{cases}, \quad i=0, 1, 2, \dots, N; j=0, 1, 2, \dots, M, \quad (4)$$

记 $\mathbf{F}^{(i)}$ 为图像对 $(\bar{I}^{(0)}, \bar{I}^{(i)})$ 之间的基本矩阵, 则有:

其中: $\mathbf{F} = (\mathbf{F}^{(1)}, \mathbf{F}^{(2)}, \dots, \mathbf{F}^{(N)})$ 。于是,非线性内

$$\min_{(\mathbf{F}, a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_2, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2)} f(\mathbf{F}, a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_2, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2). \quad (9)$$

4 适用于求解非线性内参数的基于新拟牛顿方程的改进 BFGS 算法

求解式(9)需要一种有效的非线性优化算法。对于求解无约束最优化问题:

$$\min\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}^n\},$$

其中 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 是连续可微函数,传统拟牛顿法采用如下的基本迭代形式:

$$x_{k+1} = x_k + a_k d_k, d_k = -\mathbf{B}_k^{-1} \mathbf{g}_k,$$

其中: a_k 为迭代步长, d_k 为搜索方向, \mathbf{B}_k 是 $\nabla^2 f(x_k)$ 的近似矩阵, $\mathbf{g}_k = \nabla f(x_k)$ 。且其满足传统拟牛顿方程 $\mathbf{B}_{k+1} \mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k$, 其中:

$$\mathbf{s}_k = x_{k+1} - x_k, \mathbf{y}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k. \quad (10)$$

不同的 \mathbf{B}_k 迭代公式选取会产生不同的拟牛顿算法, BFGS 算法因其数值效果好而被公认为是最好的拟牛顿公式之一^[11], 该算法中 \mathbf{B}_k 是由迭代公式:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{s}_k} + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k}$$

来确定的。

在此基础上, Babaie^[12]、Cui^[13] 和 Li^[14] 改进的 BFGS 算法都是基于传统拟牛顿方程对迭代公式做的改进, 而传统拟牛顿方程只利用了目标函数的梯度信息, 而函数值的信息未利用到。为了对传统拟牛顿方程的进行改进, Yuan 等提出了一类新拟牛顿方程^[15]:

$$\mathbf{B}_{k+1} \mathbf{s}_k = \mathbf{y}'_k, \quad (11)$$

$$(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N) = \begin{bmatrix} x_{01}, x_{02}, \dots, x_{13}; x_{11}, x_{12}, \dots, x_{18}; \dots; \\ x_{N1}, x_{N2}, \dots, x_{N8} \end{bmatrix},$$

其中: $\mathbf{X}_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{13}) = (a_1, a_2, a_6, a_7, b_1, b_2, b_6, b_7, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2)$ 为非线性内参数向量; $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i3}), i = 1, 2, \dots, N$ 是基本矩阵

$$\mathbf{F}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} & x_{i3} \\ x_{i4} & x_{i5} & x_{i6} \\ x_{i7} & x_{i8} & 1 \end{bmatrix} \text{中元素构成的向量。于是}$$

该非线性优化问题可改写成:

$$\min_{(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N)} f(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_N). \quad (15)$$

算法如下:

参数的求解问题转化为下述优化问题:

$$\text{其中 } \mathbf{y}'_k = \mathbf{y}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{y}_k, \text{ 而 } \mathbf{A}_k = \frac{\boldsymbol{\mu}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k} \mathbf{I}, \boldsymbol{\mu}_k = 2(f_k - f_{k+1}) + (\mathbf{g}_{k+1} + \mathbf{g}_k)^T \mathbf{s}_k.$$

此新拟牛顿方程更充分地利用了目标函数的信息, 明显优于传统拟牛顿方程, 因而有更高的精度, 能够满足非线性内参数的精度要求。

下面对式(11)进行修正, 由式(10)知:

$$\mathbf{G}_{k+1} \mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{y}_k,$$

其中 \mathbf{G}_{k+1} 为 $f(x)$ 在 x_{k+1} 处的 Hessian 矩阵。这里对 \mathbf{G}_{k+1} 进行修正并以此构造正定阵:

$$\bar{\mathbf{G}}_{k+1} \mathbf{s}_k = (\mathbf{G}_{k+1} + r_k \mathbf{I}) \mathbf{s}_k \approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}_k) \mathbf{y}_k + r_k \mathbf{s}_k,$$

其中 $\{r_k\}$ 为一趋于 0 的非负序列, 则:

$$\mathbf{B}_{k+1} k \mathbf{s}_k = \mathbf{y}_k^*, \quad (12)$$

其中 $\mathbf{y}_k^* = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_k) \mathbf{y}_k + r_k \mathbf{s}_k$, \mathbf{B}_{k+1} 是 $\bar{\mathbf{G}}_{k+1}$ 的近似。

取 \mathbf{B}_{k+1} 为:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{s}_k} + t_k \frac{\mathbf{y}_k^* (\mathbf{y}_k^*)^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k^*}, \quad (13)$$

其中:

$$t_k = \frac{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k (\theta \mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k + 2(1-\theta)(f(x_{k+1}) - f(x_k) - \mathbf{g}_k^T \mathbf{s}_k))}{(\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k + \boldsymbol{\mu}_k)^2}, \quad \theta \in [0, 1], \quad (14)$$

式中 t_k 既利用了传统的拟牛顿方程又利用了泰勒展开式, 从而能使 \mathbf{B}_k 更加逼近目标函数的 Hessian 矩阵。显然当 $r_k = 0$ 时, 有:

$$\mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_{k+1} \mathbf{s}_k = \theta \mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k + 2(1-\theta)(f(x_{k+1}) - f(x_k) - \mathbf{g}_k^T \mathbf{s}_k).$$

基于新拟牛顿方程(12), 文对非线性内参数的优化问题给出一类改进的 BFGS 算法, 参考文献[16]容易证明该算法具有全局收敛性。

这里将非线性优化问题(9)写成如下形式:

Step1 给定初始值 $\mathbf{X}^0 = (\mathbf{X}_0^0, \mathbf{X}_1^0, \dots, \mathbf{X}_N^0) \in \mathbf{R}^n$ 和常数 C 。实验选取的 MER-1520-7U3C-L 相机和 LMVZ4411 镜头的畸变率在 1% 以下, \mathbf{X}_0 的初始值取 $\mathbf{X}_0^0 = (0, 0, \dots, 0)$; 将 8 点算法^[17]求得的基本矩阵的 8 个元素作为 $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i8}), i = 1, 2, \dots, N$ 的初始值; 选取充分小的控制精度 ϵ 和 $(9N+5)$ 阶的初始对称正定矩阵 \mathbf{B}_k , 令 $k=0$;

Step2 计算 $\mathbf{g}_k = \nabla_x f$, 若 $\|\mathbf{g}_k\| \leq \epsilon$, 则停止迭代, 输出 \mathbf{X}^0 ; 否则转 Step3;

Step3 解线性方程组 $\mathbf{B}_k \mathbf{d}_k + \mathbf{g}_k = 0$, 求得搜索

方向 \mathbf{d}_k ;

Step4 令 $\mathbf{X}^{k+1} = \mathbf{X}^k + \lambda_k \mathbf{d}_k$, 其中 λ_k 由如下 Wolf 线搜索准则确定: 给定 $\alpha \in (0, 1/2)$, $\beta \in (\alpha, 1)$, 若 $f(\mathbf{X}^k + \mathbf{d}_k) \leq f(\mathbf{X}^k) + \alpha \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k$ 和 $g(\mathbf{X}^k + \mathbf{d}_k)^T \mathbf{d}_k \geq \beta \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k$ 同时成立, 则取 $\lambda_k = 1$; 否则取 $\lambda_k > 0$, 使满足 $f(\mathbf{X}^k + \lambda_k \mathbf{d}_k) \leq f(\mathbf{X}^k) + \alpha \lambda_k \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k$ 和 $g(\mathbf{X}^k + \lambda_k \mathbf{d}_k)^T \mathbf{d}_k \geq \beta \lambda_k \mathbf{g}_k^T \mathbf{d}_k$ 。

Step5 计算 $\mathbf{g}_{k+1} = \nabla_x f(\mathbf{X}^{k+1})$, 若 $\|\mathbf{g}_{k+1}\| < \epsilon$, 则停, 输出 \mathbf{X}^{k+1} ; 否则转 Step6;

Step6 检验迭代次数, 若 $k+1 = 9N+5$, 令 $\mathbf{X}^0 = \mathbf{X}^{9N+5}$, 转 Step3; 否则转 Step7;

Step7 选取 $r_k \in (0, C]$ 并修正 \mathbf{B}_k , 迭代公式如下:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k - \frac{\mathbf{B}_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{B}_k \mathbf{s}_k} + t_k \frac{\mathbf{y}_k^* (\mathbf{y}_k^*)^T}{\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k},$$

其中 $\mathbf{s}_k = \mathbf{g}_{k+1} - \mathbf{g}_k$, \mathbf{y}_k^* 、 t_k 的取法同式(12);

Step8 令 $k := k+1$, 转 Step3。

5 仿真实验与分析

设定相机的传感器尺寸 $1\ 280\ \text{pixel} \times 1\ 024\ \text{pixel}$, $f_x = f_y = 1\ 000$, $f_s = 0$, $[\mathbf{u}_0\ \mathbf{v}_0]^T = [640\ 512]^T$, $a_1 = a_2 = a_6 = a_7 = b_1 = b_2 = b_6 = b_7 = k_1 = k_2 = k_3 = p_1 = p_2 = 1 \times 10^{-10}$, 通过无噪声情

况下的收敛性仿真实验和有噪声情况下的标定精度仿真实验来验证本文算法的有效性。

5.1 无噪声情况下的算法仿真实验

将完成第 t 次迭代后的标定偏差定义为:

$$\Delta D = \|D_0 - D_t\|, \quad (16)$$

其中: D_0 为 13 个畸变参数的真实值, D_t 为第 t 次迭代后得到的仿真值。前 12 次迭代结果按式(16)计算偏差后, 结果如图 1, 从而可知该迭代算法按指数收敛, 并且迭代 10 次后已收敛到最小值。

5.2 有噪声情况下的标定精度分析

对图像数据加入不同水平的噪声, 每种水平的噪声随机试验 $N_M = 100$ 次并取平均值, 并采用均方偏差度量(MSD)参数误差来描述实验结果:

$$\bar{D}_M = \sqrt{\left[\sum_{n_M=1}^{N_M} (D_{n_M} - D_{\text{real}})^2 \right] / N_M},$$

其中: D_{n_M} 为待标定参数的第 i 次实验值, D_{real} 为待标定参数的真实值, n_M 为实验次数。仿真结果见图 2, 其 MSD 结果随噪声水平线性增长, 并且当噪声水平不大于 $\pm 3\ \text{pixel}$ 时, 其重投影误差不大于设计指标 $0.4\ \text{pixel}$, 能够满足标定精度要求; 但随着噪声水平的继续增加, 标定精度逐渐降低, 不能满足精度要求。

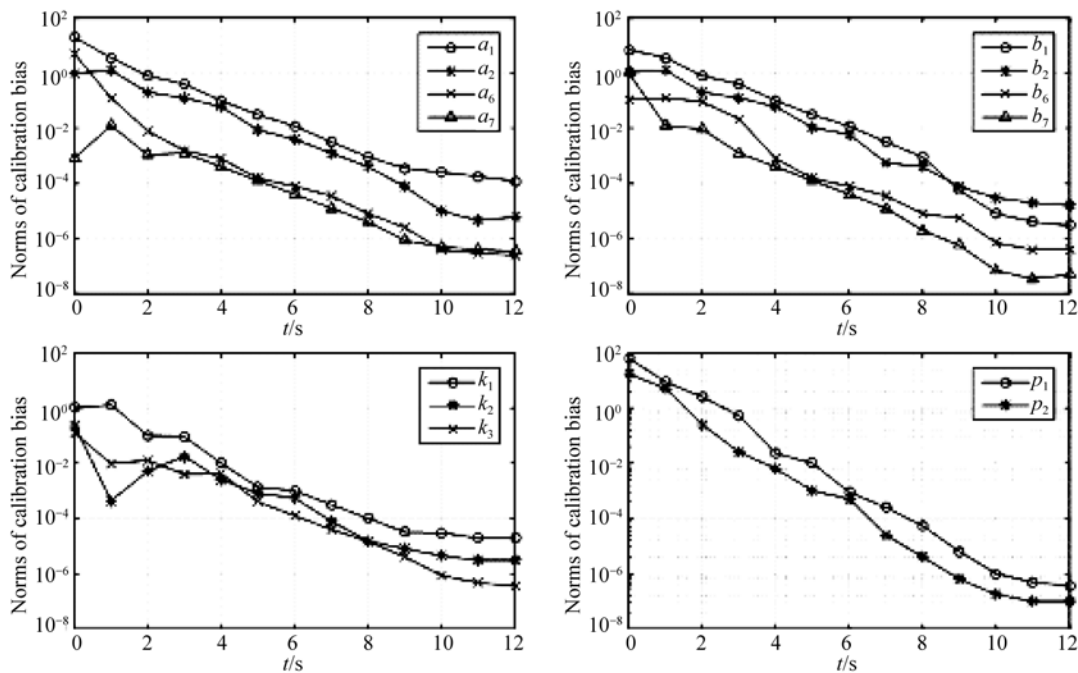


图 1 标定仿真的收敛过程

Fig. 1 Convergence progress of calibration simulation

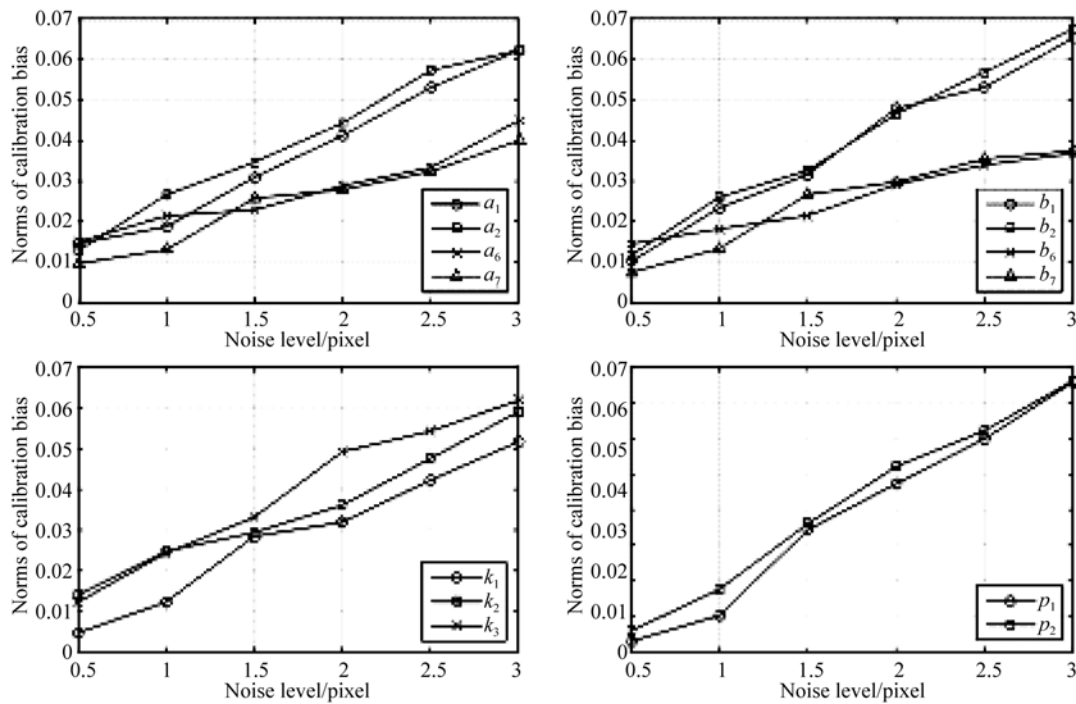


图 2 标定仿真结果

Fig. 2 Simulation results of calibration

无噪声情况下的标定偏差收敛分析和有噪声情况下的 MSD 变化结果表明了本文算法在噪声水平不大于 ± 3 pixel 时,迭代 10 次即能够保证重投影误差小于 0.4 pixel,从而获得较好的标定精度,且随着迭代次数的增加,标定结果的收敛速度以指数增长,在不考虑计算效率的情况下对噪声干扰能够维持较高的鲁棒性。

6 真实图像实验与分析

标定实验条件:采用大恒公司的 MER-1520-13U3C 相机,分辨率为 $4\ 608\ \text{pixel} \times 3\ 288\ \text{pixel}$,像素尺寸为 $1.4\ \mu\text{m} \times 1.4\ \mu\text{m}$,镜头选取 KOWA 公司的 LM3NCM 镜头,焦距为 3.5 mm,变形率为 0.4%,锁定光圈和对焦。设计如图 3。将所示的目标图形打印到高精度相纸上,匹配点数 $M=192$,视点数 $N=12$ (即完成 12 次迭代)。采用本文的算法计算得到的相机非线性畸变系数为:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1.685\ 4 \times 10^{-6}, & a_2 &= 1.892\ 3 \times 10^{-6}, \\ a_6 &= 1.131\ 7 \times 10^{-6}, & a_7 &= 1.096\ 4 \times 10^{-6}, \\ b_1 &= 1.967\ 2 \times 10^{-6}, & b_2 &= 1.664\ 3 \times 10^{-6}, \\ b_6 &= 1.258\ 3 \times 10^{-6}, & b_7 &= 1.193\ 7 \times 10^{-6}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_1 &= 6.573\ 9 \times 10^{-7}, & k_2 &= 3.712\ 6 \times 10^{-7}, \\ k_3 &= 1.067\ 2 \times 10^{-7}, & p_1 &= 1.096\ 7 \times 10^{-7}, \\ & & p_2 &= 9.281\ 2 \times 10^{-8}. \end{aligned}$$

在 $f_s=0$ 的情况下:

$$\begin{aligned} f_x &= 2\ 498.635\ 7, & f_y &= 2\ 499.710\ 6, \\ u_0 &= 2\ 302.425\ 1, & v_0 &= 1\ 644.053\ 7. \end{aligned}$$

选取其中 3 个视点下的图像计算求得相机的外参数(单位:pixel)及重投影误差。

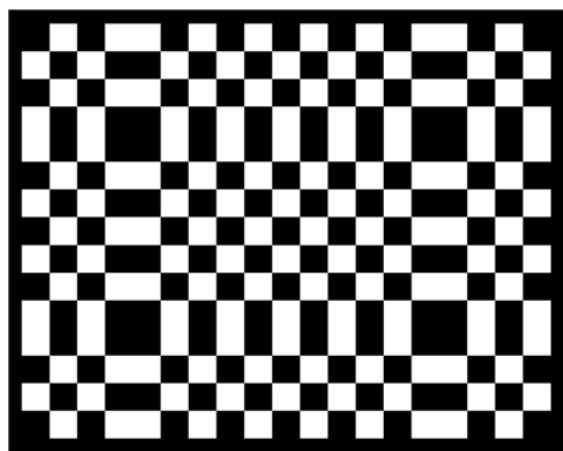


图 3 用于自标定的景物图像

Fig. 3 Scene image used for self-calibration

表 1 相机矩阵及重投影误差

Tab. 1 Calibration of camera matrix and re-projection errors

	Proposed method	Method in Ref [18]	Zhang's method in Ref [19]	
Image 1	\mathbf{R}	$\begin{bmatrix} 0.989\ 0 & 0.018\ 5 & 0.147\ 1 \\ -0.001\ 0 & 0.993\ 0 & -0.118\ 1 \\ -0.148\ 2 & 0.116\ 7 & 0.982\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.992\ 3 & 0.022\ 1 & 0.121\ 8 \\ -0.006\ 8 & 0.998\ 9 & -0.144\ 4 \\ -0.122\ 7 & 0.082\ 0 & 0.991\ 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.990\ 5 & 0.021\ 8 & 0.121\ 2 \\ -0.005\ 7 & 0.976\ 3 & -0.129\ 1 \\ -0.129\ 6 & 0.083\ 3 & 0.994\ 7 \end{bmatrix}$
	\mathbf{T}	$[-214.412\ 3 \quad -73.444\ 6 \quad 1\ 542.907\ 8]^T$	$[-223.432\ 8 \quad -70.687\ 9 \quad 1\ 597.193\ 8]^T$	$[-220.758\ 2 \quad -70.524\ 4 \quad 1\ 571.954\ 6]^T$
	e_{reproj}	50.361 9	89.361 9	82.573 1
Image 2	\mathbf{R}	$\begin{bmatrix} 0.874\ 1 & -0.000\ 4 & 0.485\ 7 \\ 0.004\ 5 & 1.000\ 0 & -0.007\ 3 \\ -0.485\ 7 & 0.008\ 6 & 0.874\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.921\ 6 & -0.001\ 2 & 0.560\ 9 \\ 0.013\ 2 & 0.671\ 5 & -0.002\ 4 \\ -0.874\ 1 & 0.019\ 2 & 0.763\ 4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.945\ 2 & -0.002\ 1 & 0.593\ 7 \\ 0.017\ 2 & 0.560\ 7 & -0.001\ 9 \\ -0.889\ 6 & 0.018\ 7 & 0.790\ 8 \end{bmatrix}$
	\mathbf{T}	$[-307.728\ 8 \quad -139.947\ 5 \quad 1\ 234.665\ 1]^T$	$[-308.002\ 3 \quad -139.540\ 6 \quad 1\ 233.665\ 9]^T$	$[-307.045\ 2 \quad -1399.643\ 2 \quad 1\ 234.009\ 2]^T$
	e_{reproj}	69.052 7	96.329 4	98.045 8
Image 3	\mathbf{R}	$\begin{bmatrix} -0.186\ 5 & -0.982\ 0 & 0.029\ 5 \\ 0.967\ 1 & -0.188\ 8 & -0.170\ 6 \\ 0.173\ 1 & -0.003\ 3 & 0.984\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.219\ 3 & -0.993\ 6 & 0.046\ 6 \\ 0.910\ 8 & -0.234\ 0 & -0.172\ 2 \\ 0.189\ 1 & -0.010\ 6 & 0.840\ 9 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0.228\ 41 & -1.034\ 1 & 0.067\ 7 \\ 0.897\ 3 & -0.290\ 3 & -0.160\ 7 \\ 0.196\ 4 & -0.023\ 8 & 0.869\ 4 \end{bmatrix}$
	\mathbf{T}	$[-96.524\ 6 \quad 76.666\ 3 \quad 1\ 313.897\ 1]^T$	$[-94.517\ 2 \quad 77.904\ 3 \quad 1\ 313.760\ 9]^T$	$[-90.478\ 5 \quad 79.883\ 4 \quad 1\ 312.458\ 4]^T$
	e_{reproj}	81.339 1	112.362 5	129.434 9

表 2 相机内参数及标定时间

Tab. 2 Calibration of camera extrinsic parameters and time

	Proposed method	Method in Ref [18]	Zhang's method in Ref [19]	
内参数	f_x	2 498.635 7	2 543.745 7	2 617.412 7
	f_y	2 499.710 6	2 678.785 2	2 712.379 1
	u_0	2 302.425 1	2 578.147 8	2 543.739 4
	v_0	1 644.053 7	1 632.741 9	1 703.073 9
运算时间/s	2.315 3	2.091 4	1.365 4	

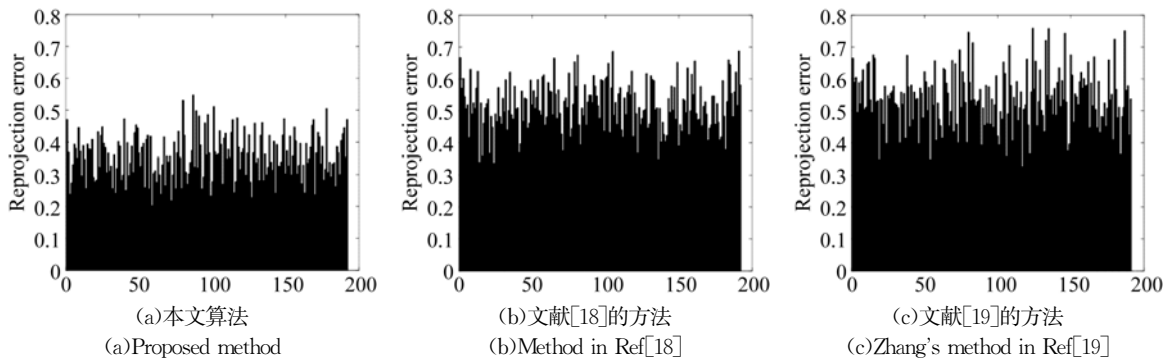


图 4 特征点的重投影误差

Fig. 4 Reprojection errors of feature points

表1中重投影指标为:

$$e_p([c, f, k], [R_i, T_i], \Psi_p) = \sum_{p \in \Psi_p} \| \mathbf{F}_i([c, f, k], [R_i, T_i], p) - F_H(p) \|^2,$$

式中 i 对应表 1 中的 Image i , $c = [u_0 \quad v_0]^T$, $f = [f_x, f_y]$, $k = [a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2]$, $F_H(p)$ 表示通过 Harris 角点检测方法得到的 p 的成像点。将 f 转换成公制单位得到 $f_x = 3.4981 \text{ mm}$, $f_y = 3.500 \text{ mm}$, 与厂家提供的 3.5 mm 相对误差达到小于 0.06% ; Ψ_p 中有 192 个特征点, 根据 $\sum e_p / 3 \times 192$ 计算 3 张图像重投影误差的平均值, 得到本文方法的重投影误差为 0.35 pixel , 小于文献[18]中所提算法的 0.52 pixel 及文献[19]中所提算法的 0.54 pixel , 验证了本文算法的有效性。从算法的精度上看, 所提方法优于文献[18-19]方法, 但不及文献[18-19]的方法实时性高。根本原因在于所提方法在多参数迭代过程中计算量相对较大, 而且为了在密集噪声情况下保持较高的精度也需要牺牲一些运算效率。图 4 为 192 个特征点经过 3 种迭代方法计算得到的重投影误差的平均值, 可以看出, 本文算法较其他两种方法的误差波动较小, 精度更高。从算法精度和运算效率综合性能上看, 所提方法更为适用。在后继研究中拟采用更高效的迭代算法, 以进一步提高算法效率。

参考文献:

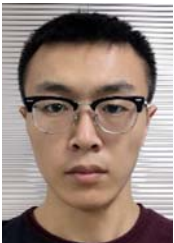
- [1] XU D, TAN M, LI Y. *Visual Measurement and Control for Robots* [M]. National Defense Industry Press, 2016.
- [2] DU L G, SHAO H K, CHEN Y J, et al.. An on-line method for serial robot self-calibration with CMAC and UKF [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2016, 42:39-48.
- [3] BOUCHRA BOUDINE, SEBASTIEN KRAMM. A flexible technique based on fundamental matrix for camera self-calibration with variable intrinsic parameters from two views [J]. *J. Vis. Commune Image R*, 2016, 39:40-50.
- [4] SUN Q, WANG X Y. Camera self-calibration with lens distortion [J]. *Optic*, 2016, 127:4506-4513.
- [5] ANTHONY W, GERHARD R. Estimating intrinsic camera parameters from the fundamental matrix using an evolutionary approach [J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2004 (8): 1113-1124.
- [6] GUO Q Y, LIU P F. Self-calibration for camera based on genetic algorithm [J]. *Journal of image and graphics*, 2006, 11(11):1712-1715.
- [7] HAO Y T, ZHOU W, ZHONG B T. Self-calibration technique based on Kruppa equations obtaining initial solution by translation motion [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(22):38-40.
- [8] 刘书桂, 宋宣晓, 韩振华. 球形靶标中心成像点的高精度定位 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(8): 1861-1870.
LIU SH G, SONG X X, HAN ZH H. High-precision position of projected point of spherical target center [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(8):1861-1870. (in Chinese)
- [9] 杨景豪, 刘巍, 刘阳. 双目立体视觉测量系统的标定 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(2):300-308.
YANG J H, LIU W, LIU Y. Calibration of binocu-

7 结论

非线性模型能够真实地反映相机的成像几何关系, 而自标定又可以不依靠高精度标定参考物。基于此, 本文根据传统的 Brown 模型建立了一种新的适用于自标定的非线性相机模型。将线性模型和畸变模型拟合为非线性模型, 通过线性模型的基本矩阵约束非线性模型参数得到约束方程, 然后寻求一种适合该非线性模型的 BFGS 算法并求解其内参数, 并对该模型下所得到的非线性优化问题提出一种基于新拟牛顿方程的 BFGS 规划算法。该算法不但利用了目标函数的梯度信息, 还充分利用了函数值信息, 因此有更高的精度, 满足了非线性内参数的精度要求。有噪声和无噪声的仿真实验表明: 该迭代算法随着较少迭代次数的增加收敛速度较快; 真实图像实验表明: 本文所提算法的重投影误差小于 0.4 pixel 。同其他算法相比, 本文算法在保证较好的运算效率下具有较高的精度, 且其对相机畸变参数的标定结果对噪声干扰不敏感。真实图像实验表明: 本文算法比其他标定法的标定精度高, 具有一定的应用价值。

- lar vision measurement system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(2):300-308. (in Chinese)
- [10] 曾雷, 翟优, 熊伟. 利用编码标志实现相机自动标定[J]. *光学 精密工程*, 2015, 23(10):695-701.
- ZENG L, ZHAI Y, XIONG W. Automatic camera calibration based on coded marker[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(10):695-701. (in Chinese)
- [11] FENG Y, MINGYUE D. Non-rigid multi-modal medical image registration by combining L-BFGS-B with cat swarm optimization[J]. *Information Sciences*, 2015, 316:440-456.
- [12] BABAIE-KAFAKI S. A modified BFGS algorithm based on a hybrid secant equation[J]. *Sci China Math*, 2011, 54(9):2019-2036, doi: 10.1007/s11425-011-4232-7.
- [13] CUI Z, YUAN G, SHENG Z, *et al.*. A Modified BFGS formula using a trust region model for nonsmooth convex minimizations[J]. *PLoS ONE* 10(10): e0140606. doi: 10.1371/journal.pone.0140606.
- [14] LI L. A New BFGS algorithm using the decomposition matrix of the correction matrix to obtain the search directions[J]. *Journal of Control Science and Engineering* Volume 2015, Article ID 674617, 8 pages.
- [15] YUAN X R, HUANG W. A riemannian limited-memory BFGS algorithm for computing the matrix geometric mean [J]. *Procedia Computer Science* Volume 80, 2016:2147-2157.
- [16] PERICARO G A, SANTOS S R, ARIBEIRO A A, *et al.*. HLRFBFGS optimization algorithm for structural reliability [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39:2025-2035.
- [17] ZHENG ZH CH, HAN S L, ZHENG K. An eight-position self-calibration method for a dual-axis rotational Inertial Navigation System [J]. *Sensors and Actuators A*, 2015:232:39-48.
- [18] XU S, SUN X X, LIU, *et al.*. Geometry method of camera self-calibration based on a rectangle[J]. *Acta Optical Sinica*, 2014, 11(34).
- [19] ZHANG Z. Flexible camera calibration by viewing a plane from unknown orientations [C]. *International Conference on Computer Vision (ICCV'99)*, 1999, 1:666-673.

作者简介:



高瞻宇(1991—),男,辽宁沈阳人,博士研究生,2013年于东北大学获得学士学位,主要从事计算机视觉与三维重建方面的研究。E-mail: zhanyugao@icloud.com



顾营迎(1984—),男,天津人,博士,副研究员,2013年于中国科学院大学获得博士学位,主要从事机器视觉感知与控制方面的研究。E-mail: 18686681605@163.com

(本栏目编辑:秦 思)