

文章编号 1004-924X(2017)02-0281-08

## 随机振动下光学谐振腔腔体形变及变动规律

于旭东<sup>1\*</sup>, 雷 雯<sup>2</sup>, 刘 畅<sup>3</sup>

(1. 国防科技大学 光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 海军驻湖南地区军事代表室, 湖南 湘潭 411100;

3. 空军第五电子对抗团, 辽宁 沈阳 110000)

**摘要:** 鉴于复杂环境会使激光陀螺谐振腔产生变形, 从而严重影响激光陀螺的性能, 本文利用有限元分析软件 ANSYS 仿真分析了典型随机振动谱 ( $g_{\text{RMS}} = 6.6 \text{ g}$ ) 下激光陀螺腔镜 3 个方向的微小形变量, 分别为  $0.3425''$ 、 $0.3494''$  和  $0.2150''$ , 并结合矩阵光学理论定量得到了谐振腔光阑处的形变量。然后定量分析了不同曲率半径、不同腔长、不同入射角对光学四边形环形谐振腔的影响规律。最后, 研究了球面镜-球面镜同时变化以及球面镜-平面镜同时变化下谐振光路的变动规律。实验结果表明, 单纯考虑谐振腔的抗振性能, 当  $L$  处于  $0 \sim 1 \text{ m}$ ,  $R$  处于  $1 \sim 8 \text{ m}$  时, 球面镜的曲率半径越小, 腔长越短, 四边形环形光学谐振腔所受外界环境的影响越小, 两个腔镜同时变化时按照一定规律等效成单镜变化。本文研究可以为激光陀螺光学谐振腔的设计提供参考。

**关键词:** 激光陀螺; 随机振动; 光学谐振腔; 腔变规律; 有限元仿真

**中图分类号:** V241.558; U666.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20172402.0281

## Deformation law of optical resonant cavity under random vibration environment

YU Xu-dong<sup>1\*</sup>, LEI Wen<sup>2</sup>, LIU Chang<sup>3</sup>

(1. College of Optoelectronic Science and Engineering,  
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Navy's Military Representative Office in Hunan, Xiangtan 411100, China;

3. Air Force 5th Electronic Warfare Regiment, Shenyang 110000, China)

\* Corresponding author, E-mail: wind0909@163.com

**Abstract:** In view of the negative effects of resonant cavity deformation due to complex environments on performance of laser gyroscope, the slight deformations of mirror in three directions, which are  $0.3425''$ ,  $0.3494''$  and  $0.2150''$ , was simulated by ANSYS when the resonant cavity was under the function of standard random vibration spectrum ( $g_{\text{RMS}} = 6.6 \text{ g}$ ). Employing the theory of matrix optics, the deformation of the diaphragm was obtained quantitatively. Then, the deformation law of optical resonant cavity affected by radius of curvature, cavity length and incident angle was analyzed in an optical quadrangular cavity. Finally, the deformation law of optical path was derived when the

收稿日期: 2016-10-14; 修订日期: 2016-12-06.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 61503399); 海军预研项目 (No. 3020107010204)

spherical mirror and spherical mirror changed simultaneously or the spherical mirror and plane mirror changed simultaneously. Only considering the vibration resistance, the deformation of quadrangular cavity generated by the external environment is slighter with the smaller radius of curvature and the shorter cavity length when the radius of curvature ranges from 0 to 8 m and cavity length ranges from 0 to 1 m. Furthermore, the deformation law of two mirrors can be equivalent to that of a single mirror according to certain rules. The research can provide a reference for the design of optical resonant cavity of laser gyroscope.

**Key words:** laser gyroscope; random vibration; optical resonant cavity; deformation law of resonator; finite element analysis

## 1 引言

激光陀螺是利用光学 Sagnac 效应来敏感角度与角速度的光学传感器<sup>[1]</sup>。为了克服闭锁效应,激光陀螺需要采用偏频技术。偏频的本质是人为输入一个表观的角速度,使激光陀螺工作在锁区之外或减小它处于锁区的时间,然后再将偏频从拍频信号中扣除,最终得到实测的角速度。目前,机械抖动偏频方式的应用最为广泛和成熟,即通过在腔体上施加高频小幅机械角振动的办法克服闭锁效应的影响。

随着机抖激光陀螺捷联惯导技术的进步,机抖激光陀螺捷联惯导系统开始更多地工作在复杂的宽频谱振动环境下。宽频谱振动指的是载体处于线振动或角振动环境下,振动幅值较小,但振动频率范围较宽(2 000 Hz),本文主要对宽频谱振动环境下激光陀螺光学谐振腔的变动规律展开研究。

由于抖动机构的存在,外界振动源的激励与机抖激光陀螺的固有谐振频率相同或接近时会产生共振响应,外界振动会通过抖动结构传递给光学谐振腔,使得光学谐振腔的光路长度和共面度以及反射镜的位置发生变化,从而改变谐振腔腔长,造成合光棱镜位置的变动,引起顺时针的行波相位发生变化,光强信号产生调制,严重影响机抖激光陀螺的性能<sup>[2]</sup>。

近年来,国内外学者对光学谐振腔的变动规律以及抖动结构仿真方面进行了大量研究。Aronowitz 的论文为环形激光的理论奠定了基础<sup>[3]</sup>, A. L. Levit, S. C. Sheng, A. E. Siegman

和 I. W. Smith 等人曾采用矩阵方法对腔变动中的光路平移展开研究<sup>[4-8]</sup>。J. Yuan, M. X. Chen 对环形谐振腔光路平移、倾斜及三角形、四边形、折叠腔形、空间四频、空间三轴陀螺谐振腔的腔变动进行了较为系统的研究<sup>[9-15]</sup>。D. D. Wen 等采用统计分析法分析了非平面腔的腔变动规律<sup>[16]</sup>。本课题组分析了机抖激光陀螺随机振动响应情况<sup>[17]</sup>及结构参数对抖动频率的影响情况<sup>[18]</sup>。目前,很多研究都集中到了谐振腔腔镜形变对光学谐振光路的影响,而没有定量分析外界环境的影响。因此,本文系统地研究了随机振动环境下激光陀螺光学谐振腔腔镜的变动规律,探寻复杂环境对激光陀螺性能的影响规律,为进一步研制抗击复杂环境的新型激光陀螺奠定坚实的基础。

## 2 谐振光路分析基本原理

在存在外界微扰时,谐振腔腔镜会发生距离平移和角度偏移,引入  $5 \times 5$  的增广变换矩阵,环形谐振腔的增广矩阵可表示为<sup>[10]</sup>:

$$\begin{pmatrix} r_{ax} \\ r_{ax}' \\ r_{ay} \\ r_{ay}' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_x & \mathbf{B}_x & 0 & 0 & E_x \\ \mathbf{C}_x & \mathbf{D}_x & 0 & 0 & F_x \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_y & \mathbf{B}_y & E_y \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_y & \mathbf{D}_y & F_y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{ix} \\ r_{ix}' \\ r_{iy} \\ r_{iy}' \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中:  $x, y$  分别为腔镜平面内的水平和竖直方向,根据右手定则确定  $z$  方向;  $r_{ix}, r_{iy}, r_{ax}, r_{ay}$  分别表示入射光线以及出射光线与  $x$  轴和  $y$  轴的距离,又称为光轴偏心距;  $r_{ix}', r_{iy}', r_{ax}', r_{ay}'$  表示入射光线以及出射光线偏离光轴的角度,又称为光轴倾斜角;  $\mathbf{A}_x, \mathbf{B}_x, \mathbf{C}_x, \mathbf{D}_x$  表示正切面内的标准变换矩

阵元;  $A_x, B_y, C_y, D_y$  表示弧矢面内的标准变换矩阵元;  $E_x, E_y$  代表腔镜沿坐标轴平移所带来的变化项;  $F_x, F_y$  代表腔镜角度偏转对变换矩阵的影响。

$$\mathbf{M}(\mathbf{M}_i) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2\delta_{iz} \sin A \\ -2/(R \cos A) & 1 & 0 & 0 & -2\delta_{iz} \tan A/R + 2(\theta_{ix} + \delta_{ix}/R) \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \cos A/R & 1 & 2(\theta_{iy} + \delta_{iy}/R) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

以四边形环形谐振腔为例,如图 1 所示,  $P_1, P_2, P_3, P_4$  为 4 面反射镜。其中  $P_1, P_2$  是球面反射镜,  $P_3, P_4$  是平面反射镜,球面镜的曲率半径为  $R$ ,光线的入射角为  $A_i$ ,6 点处为小孔光阑。

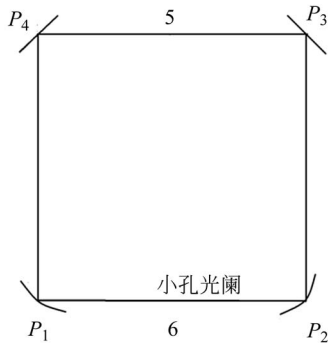


图 1 光学谐振腔示意图

Fig. 1 Schematic diagram of optical resonator

为了研究 6 点处光阑的变化规律,在推导过程中以 6 点为起点,使光线绕整个谐振腔传递一周,再回到 6 点就可以得到此处光阑的变化情况。总变换矩阵为各个变换矩阵的乘积,即有:

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}_{Lhalf} \times \mathbf{M}_{m1} \times \mathbf{T}_{L4} \times \mathbf{M}_{m4} \times \mathbf{T}_{L3} \times \mathbf{M}_{m3} \times \mathbf{T}_{L2} \times \mathbf{M}_{m2} \times \mathbf{T}_{Lhalf}, \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{T}_{Lhalf}$  为从 6 点传播到球面镜  $P_2$  的传播矩阵,  $\mathbf{M}_{m1}, \mathbf{M}_{m2}, \mathbf{M}_{m3}, \mathbf{M}_{m4}$  分别表示代表  $P_1, P_2, P_3, P_4$  处腔镜的变换矩阵,  $\mathbf{T}_{L1}, \mathbf{T}_{L2}, \mathbf{T}_{L3}, \mathbf{T}_{L4}$  分别表示光线在四边形腔 4 个边上传递的传播矩阵。矩阵  $\mathbf{M}$  的本征值为 1 时谐振光路是自洽的,即光线经过谐振腔一周后会再次重合。光线经过谐振腔一周后会再次重合,由光路的自洽性可以得到:

球面镜可能存在 5 个微扰项 ( $\delta_{ix}, \delta_{iy}, \delta_{iz}, \theta_{ix}, \theta_{iy}$ ),其中  $\theta_{ix}, \theta_{iy}$  表示偏转角度,  $\delta_{ix}, \delta_{iy}, \delta_{iz}$  表示腔镜平移项,  $\delta_{ix}, \delta_{iy}$  表示腔镜的轴向位移,  $\delta_{iz}$  则代表腔镜的径向位移,光线变换的增广矩阵为:

$$\begin{pmatrix} r_x \\ r_x' \\ r_y \\ r_y' \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} r_x \\ r_x' \\ r_y \\ r_y' \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

将式(1)代入式(4),可得:

$$\begin{pmatrix} M_{11}-1 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22}-1 & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33}-1 & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44}-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ r_x' \\ r_y \\ r_y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{51} \\ M_{52} \\ M_{53} \\ M_{54} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

通过求解该矩阵方程可以得到待求解的  $r_x, r_x', r_y, r_y'$ 。

### 3 光学谐振腔腔镜形变仿真分析

当机抖激光陀螺工作在复杂的宽频谱振动环境下时,光学谐振腔的体会发生变形,进而引起谐振光路的变形,影响激光陀螺的性能。光学谐振腔在受到外界振动时,实际上引起腔体变形的是腔长控制镜。腔长控制镜由压电陶瓷驱动器和腔镜构成。在随机振动谱的作用下,光学谐振腔的形变可以等效为压电陶瓷驱动器上施加的应力载荷<sup>[19]</sup>。应力大小为  $F = ma$ ,其中  $m$  为压电陶瓷驱动器的实际质量,这里  $m = 15 \text{ g}$ ,  $a$  表示光学谐振腔随机振动的加速度激励。加速度激励谱如表 1 所示,其等效加速度  $a = 6.6 \text{ g}_{\text{rms}}$ ,施加应力值为  $0.970 \text{ 2N}$ 。

表 1 随机振动的加速度激励谱

Tab. 1 Excited spectrum in random vibration

频率范围/Hz	20-80	80-350	350-2 000
功率谱	+3db/Oct	0.1 m <sup>-2</sup> s <sup>-4</sup> /Hz	-6db/Oct

将等效应力施加在压电陶瓷驱动器上,利用 ANSYS 仿真分析得到腔镜在随机振动的作用下沿  $x, y, z$  3 个方向的形变量,其中  $Z$  方向施加应力后腔镜的形变情况如图 2 所示。

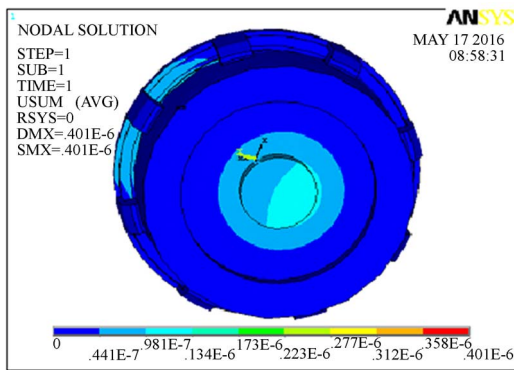


图 2 腔镜形变(应力沿轴方向)

Fig. 2 Strain distribution of mirror when stress applied along  $Z$  axis

选取腔镜中心(节点:48 613)和边缘(节点:42 284)两个特征点,得到 3 个方向的形变如表 2 所示。

表 2 腔镜特征点各方向的位移

Tab. 2 Displacements of feature points on mirror

节点编号	42 284	48 613
$x$ 方向	$0.727\ 13 \times 10^{-8}$	$0.743\ 43 \times 10^{-8}$
$y$ 方向	$0.270\ 73 \times 10^{-9}$	$0.260\ 50 \times 10^{-10}$
$z$ 方向	$0.965\ 71 \times 10^{-8}$	$0.134\ 94 \times 10^{-8}$
sum	$0.120\ 92 \times 10^{-7}$	$0.755\ 58 \times 10^{-8}$

利用三角形关系以及小角度近似可以得到,腔镜在 3 个方向微小的角度倾斜,如表 3 所示。

表 3 腔镜在不同方向的微小角度倾斜

Tab. 3 Small angle tilt of mirror along three direction (")

方向	$x$	$y$	$z$
量级	0.342 5	0.349 4	0.215 0

## 4 谐振光路规律的定量分析

### 4.1 单镜变化规律

假设  $P_1$  点处的球面腔在  $x$  方向和  $y$  方向发生角度偏转,其变化后的矩阵解表示为:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\theta_x R \cos A}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{12\theta_x R \cos A}{3L - 16R \cos A} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{\theta_y R}{2 \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{12\theta_y R}{16R - 3L \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

对应可得:

$$\begin{cases} r_x = \frac{\theta_x R \cos A}{2} \\ r_x' = \frac{12\theta_x R \cos A}{3L - 16R \cos A} \\ r_y = -\frac{\theta_y R}{2 \cos A} \\ r_y' = -\frac{12\theta_y R}{16R - 3L \cos A} \end{cases}, \quad (7)$$

其中: $r_x, r_y$  表示光阑处光线偏离  $x$  轴和  $y$  轴的距离; $r_x', r_y'$  表示光阑处光线偏离光轴的角度。

从式(7)可知, $r_x$  的绝对值随着  $R, \cos A$  的增大而增大,与腔长  $L$  无关; $r_y$  的绝对值随着  $R$  的增大而增大,随着  $\cos A$  的增大而减小,与腔长  $L$  无关。本文以  $r_x'$  为例,定量分析光阑处光线偏离光轴的角度。

当光学谐振腔受到典型的随机振动( $g_{\text{RMS}} = 6.6g$ )激励时,腔镜引起的角度偏转为  $\theta_x = 0.342\ 5'$ ,  $\theta_y = 0.349\ 4''$ ,  $A = 45^\circ$ ,  $L$  分别取 0.1, 0.2, 0.4,  $R$  分别取 1, 2, 4, 8 m, 定量分析光阑处  $r_x'$  的变化规律。

#### 4.1.1 $r_x'$ 与球面镜曲率半径 $R$ 的关系

根据式(7),  $r_x'$  与  $R$  的关系式为  $r_x' = \frac{12\theta_x R \cos A}{3L - 16R \cos A}$ ,  $L$  取不同值时,  $r_x'$  与  $R$  的关系如图 3 所示。

为了使  $r_x'$  的绝对值尽可能小,应使  $R$  尽可能趋近于 0, 或者使  $R$  尽可能大。然而,使  $R$  尽可能趋近于 0 很困难,而且当  $R$  在 0 附近时,  $r_x'$  随  $R$  的变化很剧烈,所以球面镜的曲率半径不宜过

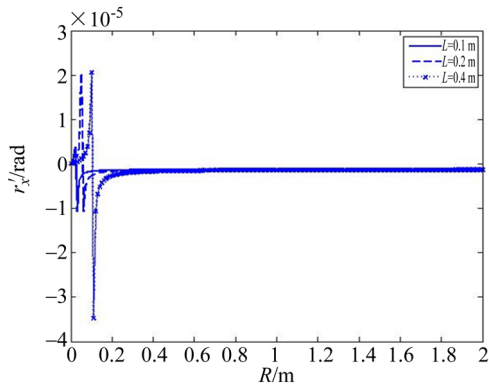


图 3 L 取不同值时  $r'_x$  与 R 的函数关系

Fig. 3  $r'_x$  as a function of R for L of different values

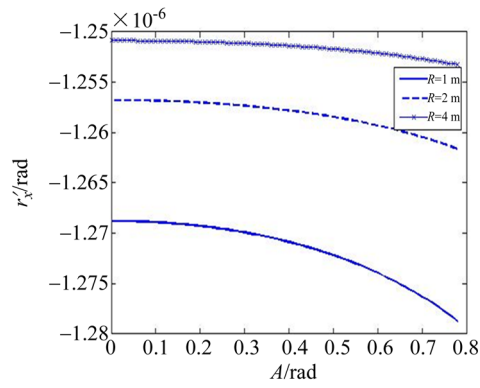


图 5 R 取不同值时  $r'_x$  与 A 的函数关系

Fig. 5  $r'_x$  as a function of A for R of different values

小,而应该在不影响其他性能的前提下尽可能大一些。同时,由图 3 可知,对于相同的曲率半径,腔长越短  $r'_x$  的绝对值越小。

#### 4.1.2 $r'_x$ 与谐振腔腔长 L 的关系

由  $r'_x$  与 L 的关系式可知:在其他参数不变的情况下,通常  $3L - 16R \cos A < 0$ ,故  $r'_x$  的绝对值会随着 L 的增大而增大,因此对于不同尺寸的光学谐振腔,腔长越短越稳定。

#### 4.1.3 $r'_x$ 与光线入射角 A 的关系

根据式(7),L 和 R 取不同值时  $r'_x$  与 A 的关系如图 4 和图 5 所示。

当入射角 A 处于  $[0, \frac{\pi}{4}]$  时,  $r'_x$  的绝对值随 A 呈单调递增趋势,所以为使  $r'_x$  的绝对值尽可能小,应该减小入射角 A。由图 4 可知,对于相同的入射角 A,腔长越小,  $r'_x$  的绝对值越小。由图 5 可知,对于相同的入射角 A,球面镜的曲率半径越大,  $r'_x$  的绝对值越小。

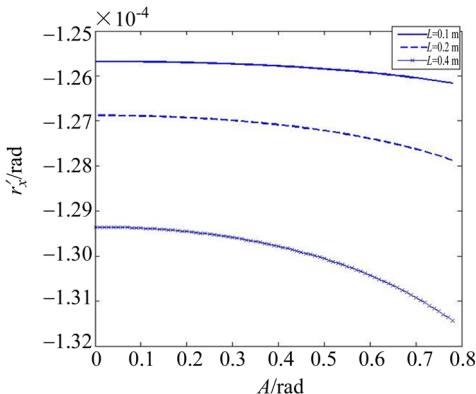


图 4 L 取不同值时  $r'_x$  与 A 的函数关系

Fig. 4  $r'_x$  as a function of A for L of different values

当 L 处于 0~1 m 和 R 处于 1~8 m 时,为了使矩阵元  $r_x, r'_x, r_y, r'_y$  的绝对值尽可能小,应使腔长尽可能减小;入射角 A 的增加会使 y 方向的影响减小,但与此同时会使 x 方向的影响增大;球面镜曲率半径的增加会使  $r_x, r_y$  的绝对值增大,  $r'_x, r'_y$  的绝对值减小。综上可知,入射角 A、球面镜曲率半径 R 和腔长 L 对光阑处的位移变化和角度变化是复杂的。入射角 A 的增加会使 y 方向的影响减小,但与此同时会使 x 方向的影响增大,入射角的选择还要考虑灵敏度的影响,具体见参考文献[10]。增大球面镜的曲率半径 R 可以减小光阑处的角度形变和提高谐振腔的模式体积,对于提高陀螺性能是有利的,但同时会增加光阑处的位移,加大光强的调制。减小腔长 L 可以提高谐振腔的稳定性,但增大腔长可以更大提高陀螺的比例因子和精度。因此,在设计谐振腔时需要综合考虑多种因素。单纯考虑谐振腔的抗振性能,对于四边形环形谐振腔,当 L 处于 0~1 m, R 处于 1~8 m 时,球面镜的曲率半径越小,腔长越短,光学谐振腔所受外界环境的影响越小。

### 4.2 双镜同时变化时形变规律的定量分析

4.1 节是在假设只有一个腔镜发生变化的前提下进行分析的,本节从球面镜-球面镜变化以及球面镜-平面镜同时变化的角度出发来分析多腔镜变化下谐振光路的规律。

#### 4.2.1 球面镜-球面镜变化

参照图 1,假设谐振腔中的两个球面镜发生角度偏转且两球面镜的曲率半径相同,光线传播一周后的矩阵解可表示为:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R \cos A (\theta_x + \varphi_x)}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{12R \cos A (\theta_x - \varphi_x)}{3L - 16R \cos A} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{R(\theta_y + \varphi_y)}{2 \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{12R(\theta_y - \varphi_y)}{16R - 3L \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中:  $\theta_x, \theta_y$  为第一个球面镜发生的两个方向的角度偏转;  $\varphi_x, \varphi_y$  为第二个球面镜发生的两个方向的角度偏转, 对应可得:

$$\begin{cases} r_x = -\frac{R \cos A (\theta_x + \varphi_x)}{2} \\ r_x' = \frac{12R \cos A (\theta_x - \varphi_x)}{3L - 16R \cos A} \\ r_y = -\frac{R(\theta_y + \varphi_y)}{2 \cos A} \\ r_y' = -\frac{12R(\theta_y - \varphi_y)}{16R - 3L \cos A} \end{cases}. \quad (9)$$

特别地, 当两个镜子偏转的角度相同, 即  $\theta_x = \varphi_x, \theta_y = \varphi_y$  时, 有:

$$\begin{cases} r_x = -\theta_x R \cos A \\ r_x' = 0 \\ r_y = -\frac{\theta_y R}{\cos A} \\ r_y' = 0 \end{cases}. \quad (10)$$

式(10)表示, 当两个镜子的偏转角度相同时, 谐振腔的小孔光阑处不会发生角度偏转, 只会出现距离平移, 而且两个腔镜对于这段位移的贡献是相同的。

对比式(7)与式(9)可得, 球面镜-球面镜的变化可以等效为单个球面镜的变化。球面镜-球面镜变化导致小孔光阑处的距离平移可以等效为单个球面镜发生  $(\theta_x + \varphi_x)$  角度偏转情况下小孔光阑处的距离平移, 球面镜-球面镜变化导致小孔光阑处的角度偏转可以等效为单个球面镜发生  $(\theta_x - \varphi_x)$  角度偏转情况下小孔光阑处的角度偏转。因此, 球面镜-球面镜变化时谐振腔光路的变化规律与单个球面镜变化时类似。

#### 4.2.2 球面镜-平面镜变化

参照图 1, 假设谐振腔中  $P_1$  的球面镜和  $P_3$  的平面镜发生角度偏转且两球面镜的曲率半径相同, 光线传播一周后的矩阵解为:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R \cos A (\theta_x + \varphi_x)}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{4R \cos A (3\theta_x - \varphi_x)}{3L - 16R \cos A} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{R(\theta_y + \varphi_y)}{2 \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{4R(3\theta_y - \varphi_y)}{16R - 3L \cos A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

对应可得:

$$\begin{cases} r_x = -\frac{R \cos A (\theta_x + \varphi_x)}{2} \\ r_x' = \frac{4R \cos A (3\theta_x - \varphi_x)}{3L - 16R \cos A} \\ r_y = -\frac{R(\theta_y + \varphi_y)}{2 \cos A} \\ r_y' = -\frac{4R(3\theta_y - \varphi_y)}{16R - 3L \cos A} \end{cases}. \quad (12)$$

特别地, 当两个镜子偏转的角度相同, 即  $\theta_x = \varphi_x, \theta_y = \varphi_y$  时, 有:

$$\begin{cases} r_x = -\theta_x R \cos A \\ r_x' = \frac{8R \cos A \theta_x}{3L - 16R \cos A} \neq 0 \\ r_y = -\frac{\theta_y R}{\cos A} \\ r_y' = -\frac{8R \theta_y}{16R - 3L \cos A} \neq 0 \end{cases}. \quad (13)$$

式(13)表示, 当两个镜子的偏转角度相同时, 谐振腔的小孔光阑会发生平移, 而且两个腔镜对于这段位移的贡献是相同的, 同时还伴有角度偏转, 这是与球面镜-球面镜的不同之处。

对比式(7)与式(12)可得, 球面镜-平面镜的变化情况也可以等效为单个球面镜的变化。球面镜-平面镜变化导致的小孔光阑处的距离平移可以等效为单个球面镜发生  $(\theta_x + \varphi_x)$  角度偏转情况下小孔光阑处的距离平移, 球面镜-平面镜变化导致的小孔光阑处的角度偏转可以等效为单个球面镜发生  $(\theta_x - \frac{\varphi_x}{3})$  角度偏转情况下小孔光阑处的角度偏转。

## 5 结 论

本文利用有限元仿真软件 ANSYS 得出了光学谐振腔在施加外界随机振动谱激励下 ( $g_{RMS} =$

6.6g)的腔镜形变,分别为 $0.3425''$ , $0.3494''$ 和 $0.2150''$ 。利用矩阵光学理论得到普适情况下变换矩阵中各个矩阵元的表达式,并以四边形腔为例,得到了谐振光路的变化规律,定量分析了入射

角 $A$ 、球面镜曲率半径 $R$ 和腔长 $L$ 对光阑处的位移变化和角度变化的影响,结果表明两个腔镜同时变化时可按照一定规律等效成单镜变化。该结论可为激光陀螺的设计提供参考。

#### 参考文献:

- [1] 于旭东,王宇,张鹏飞,等. 单轴旋转惯导系统中陀螺漂移的精确校准[J]. 光学精密工程,2012,20(6):1201-1207.  
YU X D, WANG Y, ZHANG P F, *et al.*. Calibration of RLG drift in single-axis rotation INS[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012,20(6):1201-1207. (in Chinese)
- [2] 杨昊东,梁冬明,岳寰宇,等. 环形激光器双光路椭圆度测量系统[J]. 光学精密工程,2012,20(9):1913-1921.  
YANG H D, LIANG D M, YUE H Y, *et al.*. Ellipticity measurement system with double beam paths for ring laser gyroscope[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012,20(9):1913-1921. (in Chinese)
- [3] ARNOWITZ F. Theory of a traveling-wave optical maser [J]. *Physical Review*, 1965, 139 (3A): A635-A646.
- [4] LEVKIT A L, OVCHINNIKOV V M. Stability of a ring resonator with a nonplane axial contour [J]. *Journal of Applied Spectroscopy (USSR)*, 1984, 40(6):657-660.
- [5] SHENG S C. Optical-axis perturbation singularity in an out-of-plane ring resonator [J]. *Optics Letters*, 1994, 19(10):683-685.
- [6] SIEGMAN A E. Laser beams and resonators: beyond the 1960s [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2000, 6(6):1389-1399.
- [7] SMITH I W. Optical resonator axis stability and instability from first principles [J]. *SPIE*,1983, 412: 203-206.
- [8] SIEGMAN A E. *Lasers* [M]. California: University Science, Mill Valley, 1986.
- [9] LONG X W, YUAN J. Optical-axis perturbation in triaxial ring resonators II: Induced by spherical mirror's axial displacement [J]. *SPIE*, 2010,7579:75791G.
- [10] YUAN J, LONG X W, ZHANG B, *et al.*. Optical-axis perturbation in folded planar ring resonators [J]. *Applied Optics*, 2007, 46 (25):6314-6322.
- [11] YUAN J, LONG X W. Optical-axis perturbation in nonplanar ring resonators [J]. *Optical Communications*, 2008, 281(5):1204-1210.
- [12] CHEN M X, YUAN J, LONG X W, *et al.*. General beam position controlling method for 3D optical systems based on the method of solving ray matrix equations [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013,54:343-346.
- [13] CHEN M X, YUAN J, LONG X W, *et al.*. Reanalysis of optical-axis perturbation in nonplanar ring resonators in ray matrix approach with appropriate coordinate systems [J]. *Optik International Journal for Light and Electron Optics*, 2013, 124 (24): 6776-6779.
- [14] YUAN J, LONG X W, LIANG L M. Optical-axis perturbation in triaxial ring resonators [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(5):628-631.
- [15] YUAN J, LONG X W, CHEN M X. Generalized ray matrix for spherical mirror reflection and its application in square ring resonators and monolithic triaxial ring resonators [J]. *Optics Express*, 2011, 19(7):6772-6776.
- [16] WEN D D, LI D, ZHAO J L. Generalized sensitivity factors for optical-axis perturbation in nonplanar ring resonators [J]. *Optics Express*, 2011, 19(20):19752-19757.
- [17] 于旭东,龙兴武,汤建勋. 机械抖动激光陀螺的随机振动响应分析[J]. 光学精密工程, 2007, 15 (11): 1760-1766.  
YU X D, LONG X W, TANG J X. Random vibration analysis of mechanically dithered ring laser gyroscope[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15 (11): 1760-1766. (in Chinese)
- [18] YU X D, LONG X W. Parametric design of me-

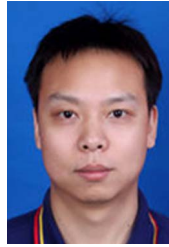
chanical dither with bimorph piezoelectric actuator for ring laser gyroscope[J]. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 2015, 47(2):305-312.

[19] CHEN L SH, HALL J L, YE J, *et al.*. Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities[J]. *Physical Review A*, 2006, 74(5): 053801.

作者简介:



于旭东(1982—),男,吉林长春人,讲师,博士,2005年、2011年于国防科技大学分别获得学士、博士学位,主要从事激光陀螺及惯性导航系统的研究。  
E-mail: wind0909@163.com



雷雯(1981—),男,湖南郴州人,硕士,2002年于湖南大学获得学士学位,2012年于海军工程大学获得硕士学位,现为中国人民解放军海军驻湖南地区代表室军代表,主要从事惯性导航、传感器方面的研究。E-mail: navy\_wenwen@sina.com