

文章编号 1004-924X(2017)02-0375-10

## FAST 馈源支撑系统位姿分配方法研究

邓 赛<sup>1,2</sup>, 景奉水<sup>1,2\*</sup>, 梁自泽<sup>1,2</sup>, 杨国栋<sup>1</sup>, 于东俊<sup>3</sup>

(1. 中国科学院 自动化研究所 复杂系统管理与控制国家重点实验室, 北京 100190;

2. 中国科学院大学, 北京 100049;

3. 中国科学院 国家天文台, 北京 100012)

**摘要:**为实现五百米口径球面射电望远镜(Five-hundred meter Aperture Spherical radio Telescope, FAST)馈源支撑系统馈源终端的高精度轨迹跟踪及防止馈源支撑索力超限,研究了馈源支撑系统星形框架和 AB 轴机构对目标终端位姿的分配算法。首先,根据馈源支撑系统机构特征,综合馈源舱的重心时变及其采用的回照策略,建立了带有馈源舱回照策略的考虑馈源舱重心时变的悬索牵引并联系统力学模型。然后,为解决 AB 轴机构与星形框架间的运动耦合问题,设计了两种馈源支撑系统位姿分配算法:优先保障六索索力均衡的位姿分配算法和优先保障馈源接收终端定位精度的位姿分配算法。最后,通过仿真对两种算法在馈源终端定位精度和索力分布情况两个方面的性能进行分析。仿真结果表明:前一算法能使六索索力分配均匀,但是引入了最大  $1.2^\circ$  的馈源接收终端指向误差,已超出工程指向精度范围。后一算法的六索索力波动较大,但索力没超限或虚牵,能保证馈源接收终端的位姿,此算法满足工程需求。

**关键词:**FAST;射电望远镜;位姿分配;重心时变;回照

**中图分类号:**TP394.1;TH691.9 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172402.0375

## Research on pose distribution algorithm of FAST feed support system

DENG Sai<sup>1,2</sup>, JING Feng-shui<sup>1,2\*</sup>, LING Zi-ze<sup>1,2</sup>, YANG Guo-dong<sup>1</sup>, YU Dong-jun<sup>3</sup>

(1. *The State Key Laboratory of Management and Control for Complex Systems, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;*

3. *National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: fengshui.jing@ia.ac.cn*

**Abstract:** In order to achieve high-accuracy trajectory tracking at feed end of Five-hundred meter Aperture Spherical radio Telescope (FAST) support system and to prevent the force over-limit of supporting cables, the pose distribution algorithms of target end by the star-frame of feed support system and A-B rotator were studied in the article. Firstly, according to the mechanism characteristic of the feed support system, combining the time-varying barycenter and the back illuminating strategy applied in feed cabin, a mechanical model of cable-driven parallel system which considers the time-varying barycenter of feed cabin and provided with back illuminating strategy was established. Secondly, in order

收稿日期:2016-07-11;修订日期:2016-08-20.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 61573358)

to solve the motion coupling between the A-B rotator and the star-frame, two pose distribution algorithms of the feed support system were designed: the pose distribution algorithm which gives priority on ensuring the balanced cable force of six-cable and the pose distribution algorithm which gives priority on ensuring the positioning accuracy of the feed receiver. Finally the performance of above two algorithms on positioning accuracy of the feed receiver and the distribution of cable force were analyzed. And the results show that the former algorithm is able to balance the cable force on six-cable, however the error due to introduction of maximum  $1.2^\circ$  of the feed receiver has been beyond the scope of the specified accuracy of the project. The second algorithm makes cable force on six-cable fluctuate significantly, but the force was not over the limit or under virtual pull, which means such algorithm meets engineering requirements because it can ensure the pose of the feed receiver.

**Key words:** FAST; radio telescope; pose distribution; time-varying barycenter; back illuminate

## 1 引言

500 m 口径球面射电望远镜 (FAST) 是在建的国际上最大、最灵敏的单口射电望远镜<sup>[1-3]</sup>。其馈源支撑系统由六索牵引并联机构、AB 轴转向机构、精调 Stewart 三级机构串联而成, 馈源接收机安装于精调 Stewart 下平台<sup>[4]</sup>。六索牵引并联机构用于实现 AB 轴中心点厘米级定位, AB 轴转向机构补偿索牵引并联机构的指向能力不足, 精调 Stewart 补偿馈源舱因风振和其他扰动带来的馈源终端误差, 最终实现馈源终端 10 mm 空间定位精度要求<sup>[5-6]</sup>。

FAST 馈源支撑系统是一个大跨度的刚柔耦合机构, 其机构特征给其精准控制系统的研发带来了巨大挑战。由于 AB 轴机构的旋转和精调 Stewart 的调整会改变馈源舱的重心位置; 当馈源舱运行到反射面不能正常保证足够的反射面积时, 为最大化接收电磁波, 需要对馈源终端理论目标指向进行回照调整。因此在进行馈源舱的运动学与力学分析中需同时考虑馈源舱重心变化及馈源回照的影响。

另外, AB 轴转向机构只有 2 个正交的旋转轴, 无法完全实现空间三自由度的旋转, 且 AB 轴机构与六索牵引并联机构存在运动耦合, 对于给定的馈源终端目标位姿, 为保证六索索力不超限及馈源终端精度, 存在星形框架和 AB 轴机构对目标终端位姿的分配问题。

目前, 西安电子科技大学<sup>[7-8]</sup>、清华大学<sup>[9]</sup>、国家天文台<sup>[10]</sup>等高校和研究单位通过对索牵引并联机构静力学问题分析, 得到了索牵引并联机构

的直线力学模型和悬链线力学模型; 文献[6]在建立索牵引并联机构弹性力学模型的基础上, 考虑馈源舱重心变化的影响, 分析了馈源舱重心时变对终端误差的影响; 文献[11]利用六索索力方差最小化原则, 得出了使索力均匀分布的馈源终端理论目标倾斜角与星形框架倾斜角之间的关系, 文献[12]进一步指出, 当星形框架倾斜角为馈源终端理论目标倾斜角的  $3/8$  时, 可使六索索力分配均匀。但同时考虑馈源舱重心时变及馈源舱回照策略的舱索系统模型、考虑 AB 轴机构无法实现空间三自由度旋转的馈源支撑系统位姿分配算法还未见报导。

本文综合考虑 AB 轴机构无法实现空间三自由度旋转、馈源舱重心实时变化及馈源球冠边缘附近回照对馈源舱位姿影响等问题, 首先建立了带有馈源舱回照策略的考虑馈源舱重心时变的悬索牵引并联系统力学模型, 然后研究馈源支撑系统位姿分配算法, 最后通过数值仿真, 分析算法性能, 为 FAST 馈源支撑系统的整体控制系统提供位姿分配算法<sup>[13]</sup>。

## 2 馈源舱索系统悬链线静力学建模

### 2.1 单根悬索的力学模型

由于馈源支撑牵引索自重的影响, 牵引索在整个运行过程中处于悬链线状态, 因此, 可以将钢索假定为完全柔性的, 忽略其弹性变形<sup>[7,8]</sup>。取单根钢索为研究对象, 静力平衡状态下钢索及其微小索元受力示意如图 1 所示。A 节点与塔出索滑轮相连, B 节点与星形框架锚节点相连。

假定单位索长自重恒定, 建立单索静力平衡

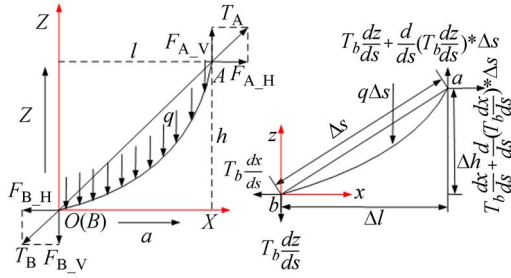


图 1 单根钢索及其微小索段受力示意图

Fig.1 Force diagram of a single cable and its micro element

微分方程,可得图 1 坐标系下悬索曲线方程<sup>[7]</sup>:

$$z(x) = (F_H/q) \cdot [\cosh(qx/F_H + \xi) - \cosh \xi], \quad (1)$$

其中:

$$\xi = \arcsin h \cdot (qh/(2F_H \sinh \eta) - \eta), \quad (2)$$

$$\eta = ql/(2F_H), \quad (3)$$

其中:  $q$  为单位索长重量,  $F_H$  为索张力水平分量,  $h$  为悬索垂直高度,  $l$  为悬索水平跨度。

则悬索长度为:

$$L = \sqrt{(l^2/\eta^2) \sinh^2 \eta + h^2}. \quad (4)$$

根据力/力矩平衡,节点 A 与 B 竖直方向力为:<sup>[14]</sup>

$$F_{B_V} = (q/2) \cdot (h \cdot \cosh \eta) / \sinh \eta - L, \quad (5)$$

$$F_{A_V} = F_{B_V} + qL, \quad (6)$$

设图 1 中索节点 B 处坐标系 Z 轴单位矢量为  $\mathbf{z}$ , X 轴单位矢量为  $\mathbf{a}$ , 则悬索对节点 B 作用力:

$$\mathbf{T}_B = F_H \cdot \mathbf{a} + F_{B_V} \cdot \mathbf{z}, \quad (7)$$

塔出索点对节点 A 作用力为:

$$\mathbf{T}_A = F_H \cdot \mathbf{a} + F_{A_V} \cdot \mathbf{z}. \quad (8)$$

## 2.2 馈源舱索系统坐标系

根据天文观测要求,执行观测任务时,馈源支撑系统控制馈源接收机准确运行于反射焦面上,馈源接收机轴线指向  $Z_G$  轴,且当馈源舱不回照时接收机轴线指向主动反射面球心  $O_G$ 。馈源舱工作空间示意如图 2 所示,其中  $\theta_0$  为馈源接收机理论目标倾斜角,定义为在不考虑馈源舱回照影响情况下,馈源接收机轴线指向主动反射面球心  $O_G$  后与  $Z_G$  轴夹角;  $\alpha$  为馈源接收机在全局坐标系下的方位角。

为便于建立馈源支撑系统静力学与运动学模

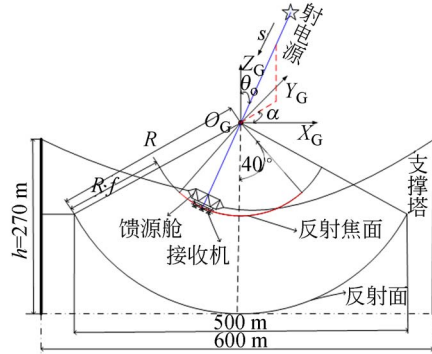


图 2 FAST 馈源舱工作空间示意图

Fig.2 Schematic diagram of feed cabin in FAST

型,建立坐标系如图 3 所示,所有坐标系均遵循右手定则。

其中  $C_1(O_G - X_G Y_G Z_G)$  为全局坐标系。原点位于主动反射面球心。  $Z_G$  垂直地面指向天空,  $X_G$  指向地理东方向(塔 1 与塔 6 连线的水平中垂线)。

$C_2(O_C - X_C Y_C Z_C)$  为星形框架坐标系。原点位于舱索连接的 6 个锚节点构成平面图形的几何中心,  $Z_C$  垂直与此平面图形,且指向上,  $X_C$  指向舱索 1 锚节点和舱索 6 锚节点连线中点。

$C_3(O_{AB} - X_{AB} Y_{AB} Z_{AB})$  为 AB 转轴坐标系。原点位于 AB 轴旋转轴交点处,其  $X_{AB} O_{AB} Y_{AB}$  平面与精调 Stewart 上平台始终保持平行,  $X_{AB}$  轴指向 A 旋转轴,  $Y_{AB}$  轴指向 B 旋转轴。

$C_4(O_B - X_B Y_B Z_B)$  为精调 Stewart 上平台坐标系。原点为精调 Stewart 上平台六个虎克铰接点构成平面的几何中心,方向始终与坐标系  $\{C_3\}$  平行。

$C_5(O_P - X_P Y_P Z_P)$  为精调 Stewart 下平台坐标系。原点为精调 Stewart 下平台六球铰点构成平面图形的几何中心,  $Z_P$  垂直于此平面图形,且指向上,  $Y_P$  指向腿 2 与腿 3 连线中点。

当馈源接收机位于反射焦面最低点,馈源舱各机构处于初始回零状态时,以上各坐标系平行。

## 2.3 舱索系统静平衡模型

当舱索系统处于初始回零状态时,馈源支撑系统锚节点分布如图 3 右下所示,其中 6 塔均匀分布在直径为 600 m 的圆周上。

设  ${}^G \mathbf{A}_i$  为 6 塔塔顶出索点在全局坐标系下的位置,  ${}^C \mathbf{B}_i$  和  ${}^G \mathbf{B}_i$  分别为舱索连接处锚节点在坐标系  $\{C_2\}$  和  $\{C_1\}$  的位置,  ${}^G \mathbf{P}_C$  和  ${}^G \mathbf{R}_C$  分别为星形框

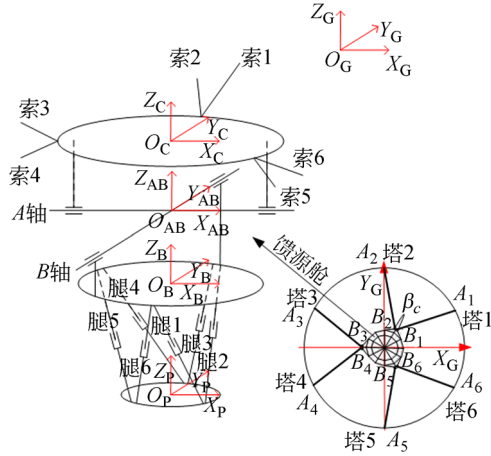


图 3 FAST 馈源支撑坐标系图

Fig. 3 Coordinate system diagram of feed support system in FAST

架在全局坐标系的位置和姿态。其中 ${}^G\mathbf{A}_i$ 和 ${}^C\mathbf{B}_i$ 取决于塔在全局坐标系的分布情况和舱索锚节点在星形框架坐标系的分布情况。利用坐标旋转变换,则:

$${}^G\mathbf{B}_i = {}^G\mathbf{P}_C + {}^G\mathbf{R}_C \cdot {}^C\mathbf{B}_i \quad (i=1, \dots, 6), \quad (9)$$

悬索的水平跨度  $l$ 、竖直高度  $h$  以及式(7)和式(8)中方向矢量  $\mathbf{a}$  可由 ${}^G\mathbf{A}_i$ 和 ${}^G\mathbf{B}_i$ 的几何关系得到,因此悬索对节点  $B$  作用力  $\mathbf{T}_B$  和塔出索点对节点  $A$  作用力  $\mathbf{T}_A$  即可求出。

因望远镜执行天文观测任务时运行速度较低,可用舱体的静态力代替在对应时刻的动态力<sup>[15]</sup>。

取馈源舱为研究对象,据静力/力矩平衡可得:

$$\sum_{i=0}^6 \mathbf{T}_{Bi} + \mathbf{G} = 0, \quad (10)$$

$$\sum_{i=0}^6 {}^B\mathbf{B}_i \otimes \mathbf{T}_{Bi} + \mathbf{M}_G = 0, \quad (11)$$

$$\mathbf{M}_G = ({}^G\mathbf{P}_C + {}^G\mathbf{R}_C \cdot {}^C\mathbf{P}_G) \otimes \mathbf{G}, \quad (12)$$

其中  $\mathbf{G} = [0, 0, m_G g]^T$  为馈源舱重力矢量,  $\mathbf{M}_G$  为馈源舱重力矩,  ${}^C\mathbf{P}_G$  为馈源舱重心在星形框架坐标系  $\{C_2\}$  的位置,  $\otimes$  为矢量的叉乘运算符。

给定 ${}^C\mathbf{P}_G$ 、 ${}^G\mathbf{P}_C$ 、 ${}^G\mathbf{P}_C$ , 联立式(10)和式(11):

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) = 0. \quad (13)$$

式中仅含变量  $\boldsymbol{\eta}$ , 利用具有二次收敛的 Newton-Raphson 迭代法求解此非线性方程组即可得到给定馈源舱位姿的索力及索长<sup>[7]</sup>。

由给定的馈源接收机位置 ${}^G\mathbf{P}_R$ 到 ${}^C\mathbf{P}_G$ 、 ${}^G\mathbf{P}_C$ 、 ${}^G\mathbf{P}_C$ 的推导将由下面的章节给出。

### 3 馈源舱重心位置建模

馈源舱内机构的运动会引起馈源舱重心的偏移,利用坐标变换规则,馈源舱内各机构重心在星形框架坐标系的表示:

$${}^C\mathbf{K}_{AB} = {}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot {}^{AB}\mathbf{K}_{AB} + {}^C\mathbf{P}_{AB}, \quad (14)$$

$${}^C\mathbf{K}_B = {}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot ({}^{AB}\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{K}_B + {}^{AB}\mathbf{P}_B) + {}^C\mathbf{P}_{AB}, \quad (15)$$

$${}^C\mathbf{K}_P = {}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot ({}^{AB}\mathbf{R}_B \cdot ({}^B\mathbf{R}_P \cdot {}^P\mathbf{K}_P) + {}^{AB}\mathbf{P}_B) + {}^C\mathbf{P}_{AB}, \quad (16)$$

$${}^C\mathbf{K}_{Li} = {}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot ({}^{AB}\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{K}_{Li} + {}^{AB}\mathbf{P}_B) + {}^C\mathbf{P}_{AB}, \quad (17)$$

其中:  ${}^*\mathbf{R}_*$  表示右下标坐标系相对于左上标坐标系的旋转矩阵,  ${}^*\mathbf{P}_*$  表示右下标坐标系原点在左上标坐标系的位置矢量;  ${}^*\mathbf{K}_*$  表示馈源舱某机构重心的位置矢量,左上标表示参考坐标系,右下标表示馈源舱相应的机构。角标中的  $C$ 、 $AB$ 、 $B$ 、 $P$ 、 $l_i$  分别表示星形框架、 $AB$  转轴、精调 Stewart 上平台、精调 Stewart 下平台、精调 Stewart 的第  $i$  条支腿。 ${}^B\mathbf{K}_{l_i}$  由精调 Stewart 的运动学逆解得到;因坐标系  $\{C_3\}$  与  $\{C_4\}$  始终保持平行,  ${}^{AB}\mathbf{R}_B$  为单位阵,  ${}^C\mathbf{R}_{AB}$ 、 ${}^B\mathbf{R}_P$  通过下章的馈源舱位姿分配算法得到;其他各参数均为由馈源舱机构参数决定的不变量。

星形框架坐标系下馈源舱的时变重心为:

$${}^C\mathbf{P}_G = (m_C \cdot {}^C\mathbf{K}_C + m_{AB} \cdot {}^C\mathbf{K}_{AB} + m_B \cdot {}^C\mathbf{K}_B + m_P \cdot {}^C\mathbf{K}_P + \sum_{i=1}^6 m_{l_i} \cdot {}^C\mathbf{K}_{l_i}) / (m_C + m_{AB} + m_B + m_P + \sum_{i=1}^6 m_{l_i}), \quad (18)$$

其中:  ${}^C\mathbf{K}_C$  为馈源舱重心在馈源舱坐标系下的位置矢量,  $m_*$  为馈源舱对应机构的质量。

### 4 馈源支撑系统位姿分配算法设计

#### 4.1 馈源舱的回照策略

当馈源舱运行到反射面不能正常保证足够的反射面积时,此时需引入回照策略,如图 4 所示。根据回照时馈源接收机喇叭口张角不变的原则,利用几何关系,可得当馈源接收机的理论目标倾斜角  $\theta_0 \geq \theta_{th}$  时,馈源接收机实际目标倾斜角  $\theta$  和回照角度  $\theta_H$  为:

$$\theta = \theta_0 - \theta_H, \quad (19)$$

$$\theta_H = \theta_d - \theta_p - \theta_q, \quad (20)$$

其中:

$$\theta_{th} = \arcsin(R_d/(2 \cdot R)) - \theta_r, \quad (21)$$

$$\theta_r = \arcsin(R_r/(2 \cdot R)), \quad (22)$$

$$\theta_d = \arcsin(R_r/2 \cdot d_1), \quad (23)$$

$$\theta_p = \arcsin(R_d/(2 \cdot R)) - \theta_o, \quad (24)$$

$$\theta_q = \arcsin(R \cdot (1-f) \cdot \sin(\theta_p)/d), \quad (25)$$

$$d = \sqrt{R^2 + (R(1-f))^2 - 2R^2(1-f) \cdot \cos(\theta_p)}, \quad (26)$$

$$d_1 = \sqrt{R^2 + (R(1-f))^2 - 2R^2(1-f) \cdot \cos(\theta_r)}, \quad (27)$$

其中: $R$ 、 $R_d$ 、 $f$ 分别为主动反射面曲率半径、有效口径和反射焦比, $R_r$ 为馈源接收机照明区域口径。给定以上变量,则 $\theta$ 、 $\theta_{th}$ 和 $\theta_H$ 均可得到。

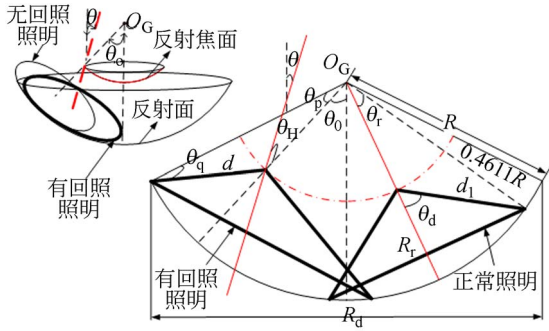


图4 馈源回照示意图

Fig. 4 Schematic diagram of feed cabin's back illuminate

#### 4.2 优先保障索力均衡的位姿分配算法

因馈源终端指向精度和六索索力最优分配难以同时满足,利用索力优化的结论,优先满足星形框架索力优化后的倾斜角,即星形框架倾斜角为馈源接收机理论目标倾斜角 $\theta_0$ 的3/8。算法流程如图5所示,其中馈源接收机实际目标倾斜角 $\theta$ 为在考虑回照影响情况下,接收机轴线与 $Z_G$ 轴夹角。

定义运算符 $\triangleright$ 的运算规则为:

$$\mathbf{n} \triangleright \theta = I + \sin \theta \cdot [\mathbf{n}]_x + (1 - \cos \theta) \cdot [\mathbf{n}]_x^2, \quad (28)$$

其中:

$$[\mathbf{n}]_x = \begin{bmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

给定馈源接收机位置 ${}^G\mathbf{P}_R$ ,则馈源接收机的

理论目标倾斜角 $\theta_0$ :

$$\theta_0 = \arccos(-[0 \ 0 \ 1] \cdot {}^G\mathbf{P}_R / \| {}^G\mathbf{P}_R \|). \quad (30)$$

若 $\theta_0 < \theta_{th}$ ,则 $\theta = \theta_0$ ;否则馈源舱需要采用回照策略,回照角 $\theta_H$ 和馈源接收机的实际目标倾斜角 $\theta$ 由式(19)、(20)得到。精调 Stewart 下平台的目标姿态 ${}^C\mathbf{R}_P'$ 为

$${}^G\mathbf{R}_P' = {}^G\mathbf{V}_P \triangleright \theta, \quad (31)$$

其中: ${}^G\mathbf{V}_P$ 为馈源舱内机构姿态矩阵轴角表达方式的旋转轴:

$${}^G\mathbf{V}_P = {}^G\mathbf{P}_R \otimes [0 \ 0 \ 1]^T. \quad (32)$$

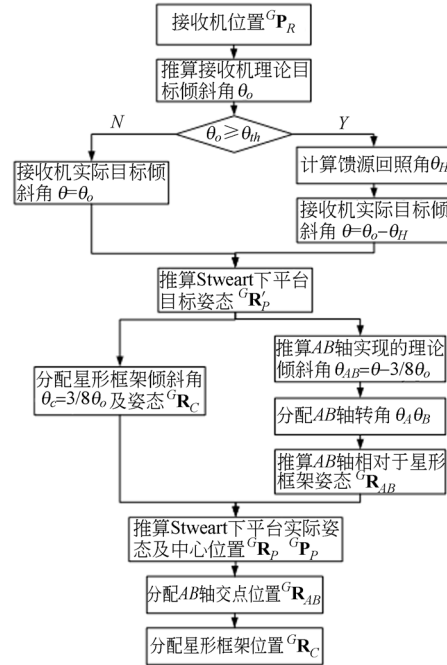


图5 优先保障索力均衡的位姿分配算法流程图

Fig. 5 Flow chart for pose distribution algorithm which gives priority to ensure cables' force uniform distribution

据索力优化规则,星形框架姿态 ${}^G\mathbf{R}_C$ 为:

$${}^G\mathbf{R}_C = {}^G\mathbf{V}_P \triangleright (3\theta_0/8), \quad (33)$$

AB轴理论上需要补偿的姿态 ${}^C\mathbf{R}_{AB}'$ 为:

$${}^C\mathbf{R}_{AB}' = {}^G\mathbf{V}_P \triangleright (\theta - 3\theta_0/8). \quad (34)$$

理论上 ${}^C\mathbf{R}_{AB}'$ 应该先后绕 $X_{AB}$ 、 $Y_{AB}$ 、 $Z_{AB}$ 旋转 $\theta_A$ 、 $\theta_B$ 、 $\theta_Z$ 角度。但AB轴只存在 $X_{AB}$ 和 $Y_{AB}$ 旋转轴,取 $\theta_Z$ 为零,则AB轴实际补偿的姿态 ${}^C\mathbf{R}_{AB}$ 为:

$${}^C\mathbf{R}_{AB} = \mathbf{R}_X(\theta_A) \cdot \mathbf{R}_Y(\theta_B), \quad (35)$$

其中: $\mathbf{R}_X(\theta)$ 、 $\mathbf{R}_Y(\theta)$ 分别为绕坐标轴X、Y坐标轴旋转的旋转矩阵。

Stewart 下平台的实际姿态 ${}^R\mathbf{R}_P$ 、Stewart 下平台中心点的位置 ${}^G\mathbf{P}_P$ 、AB 轴交点的位置 ${}^G\mathbf{P}_{AB}$ 、星形框架坐标系原点在全局坐标系的位置 ${}^G\mathbf{P}_C$ 可表示为:

$${}^G\mathbf{R}_P = {}^G\mathbf{R}_C \cdot {}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot {}^{AB}\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{R}_P, \quad (36)$$

$${}^G\mathbf{P}_P = {}^G\mathbf{P}_R - {}^G\mathbf{R}_P \cdot {}^P\mathbf{P}_R, \quad (37)$$

$${}^G\mathbf{P}_{AB} = {}^G\mathbf{P}_P - {}^G\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{P}_P + {}^G\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{P}_{AB}, \quad (38)$$

$${}^G\mathbf{P}_C = {}^G\mathbf{P}_{AB} - {}^G\mathbf{R}_C \cdot {}^C\mathbf{P}_{AB}, \quad (39)$$

其中 Stewart 上平台在全局坐标系的姿态:

$${}^G\mathbf{R}_B = {}^G\mathbf{R}_P \cdot {}^B\mathbf{R}_P^{-1}, \quad (40)$$

${}^{AB}\mathbf{R}$  和  ${}^B\mathbf{R}_P$  均为单位阵,  ${}^P$  表示右下标坐标系原点在左上标坐标系的位置矢量,  ${}^B\mathbf{P}_P$ 、 ${}^B\mathbf{P}_{AB}$ 、 ${}^C\mathbf{P}_{AB}$  均由馈源舱机构参数决定。此算法中, 因  ${}^G\mathbf{R}_P' \neq {}^G\mathbf{R}_P$ , 所以引入了馈源接收终端的指向偏差。

### 4.3 优先保障馈源接收终端定位精度的位姿分配算法

同样利用索力优化规则的结论, 本算法优先满足馈源终端位姿, 算法流程如图 6 所示。

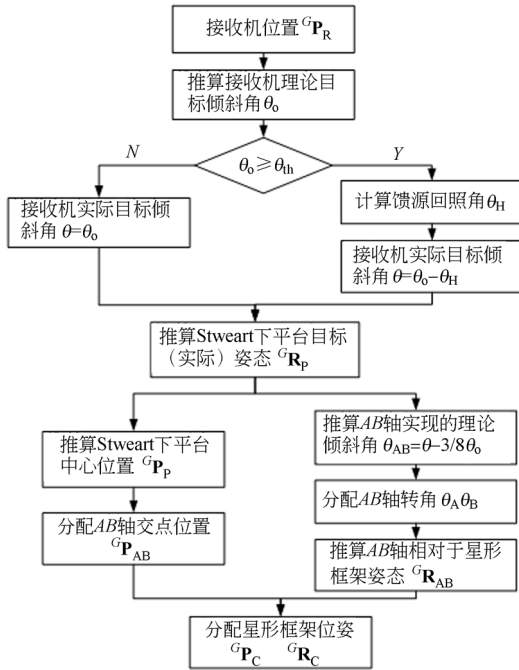


图 6 优先保障馈源舱接收终端定位精度的位姿分配算法流程图

Fig. 6 Flow chart for pose distribution algorithm which gives priority to ensure the receiver's positioning accuracy

给定馈源接收机位置 ${}^G\mathbf{P}_R$ , 除精调 Stewart 下平台的目标姿态 ${}^G\mathbf{R}_P$  和星形框架的姿态 ${}^G\mathbf{R}_C$  的获

取方式不同外, 其他馈源舱内各机构的位姿采用上一节同样的公式获得, 只是馈源舱各机构位姿获取先后顺序不一样, 具体参照图 6 给定的流程。

精调 Stewart 下平台目标姿态 ${}^G\mathbf{R}_P$  为:

$${}^G\mathbf{R}_P = {}^G\mathbf{V}_P \triangleright \theta, \quad (41)$$

星形框架的姿态 ${}^G\mathbf{R}_C$  为:

$${}^G\mathbf{R}_C = {}^G\mathbf{R}_P \cdot ({}^C\mathbf{R}_{AB} \cdot {}^{AB}\mathbf{R}_B \cdot {}^B\mathbf{R}_P)^{-1}. \quad (42)$$

给定馈源接收机位置 ${}^G\mathbf{P}_R$ , 由以上馈源舱位姿分配算法得到的 ${}^C\mathbf{P}_G$ 、 ${}^G\mathbf{P}_C$ 、 ${}^G\mathbf{R}_C$  代入式(13), 即可求解到给定轨迹对应的索力及索长。

## 5 馈源舱粗精调机构位姿分配算法性能分析

给定 FAST 原型馈源舱模型主要参数如表 1 所示。

表 1 FAST 馈源舱主要模型参数

Tab. 1 Main model parameters of the feed cabin in FAST

符号	定义	取值
$q$	单位长度索(含窗帘机构)自重	15 kg/m
$H_T$	塔高度	120 m
$R_T$	塔分布圆半径	300 m
$R_C$	舱索铰接点分布圆半径	6.5 m
$R$	主动反射面曲率半径	300 m
$R_d$	主动反射面有效口径	500 m
$R_r$	馈源接收机有效照明口径	300 m
$f$	主动反射面反射焦比	0.461 1
$\beta_c$	舱索相近两锚节点与 $O_c$ 的圆心角	$5.289^\circ$
${}^C\mathbf{P}_{AB}$	AB 轴交点在坐标系 $\{C_2\}$ 的位置	$[0; 0; -0.5]m$
${}^B\mathbf{P}_{AB}$	AB 轴交点在坐标系 $\{C_4\}$ 的位置	$[0; 0; -0.620]m$
${}^P\mathbf{P}_B$	精调 Stewart 上平台在坐标系 $\{C_5\}$ 的位置	$[0; 0; 1.750]m$
${}^{AB}\mathbf{P}_P$	精调 Stewart 下平台中心在坐标系 $\{C_5\}$ 的位置	$[0; 0; -1.130]m$
${}^P\mathbf{P}_{R_C}$	中心馈源在坐标系 $\{C_5\}$ 的位置	$[0; 0; -1.104]m$
$m_G$	馈源舱总质量	29 583 kg
$m_C$	星形框架及舱内固定物件质量	19 473 kg
$m_{AB}$	AB 轴机构质量	3 405 kg
$m_B$	精调 Stewart 上平台质量	2 805 kg
$m_P$	精调 Stewart 下平台质量	2 475 kg
$m_L$	精调 Stewart 单腿质量	230 kg

为更好地展现馈源舱位姿分配算法性能, 给定两条典型测试轨迹如图 7 所示。其中轨迹 1 为反射焦面内的一个圆, 其馈源接收机的理论目标

倾斜角恒为  $\theta_0 = \theta_h$ , 方位角由  $0^\circ$  变化到  $360^\circ$ , 馈源舱处于是否需要回照的边缘, 此时 AB 轴机构需要补偿的姿态最大; 轨迹 2 为过反射焦面最低点, 馈源舱倾斜角从  $40^\circ$  变化到  $0^\circ$  (方位角保持为  $225^\circ$ ), 而后由  $0^\circ$  变化到  $40^\circ$  (方位角保持为  $45^\circ$ ) 的一条轨迹, 其中馈源舱的倾斜角遍历整个工作范围, 此轨迹的方位角对应的 AB 轴补偿能力最差。

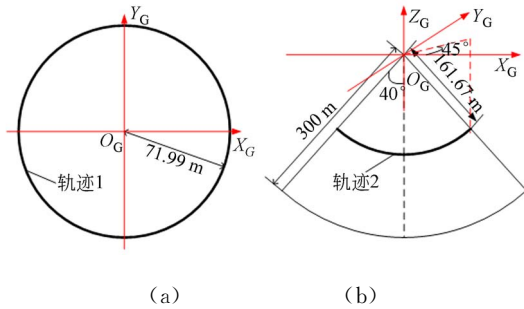


图 7 馈源舱位姿分配算法测试轨迹

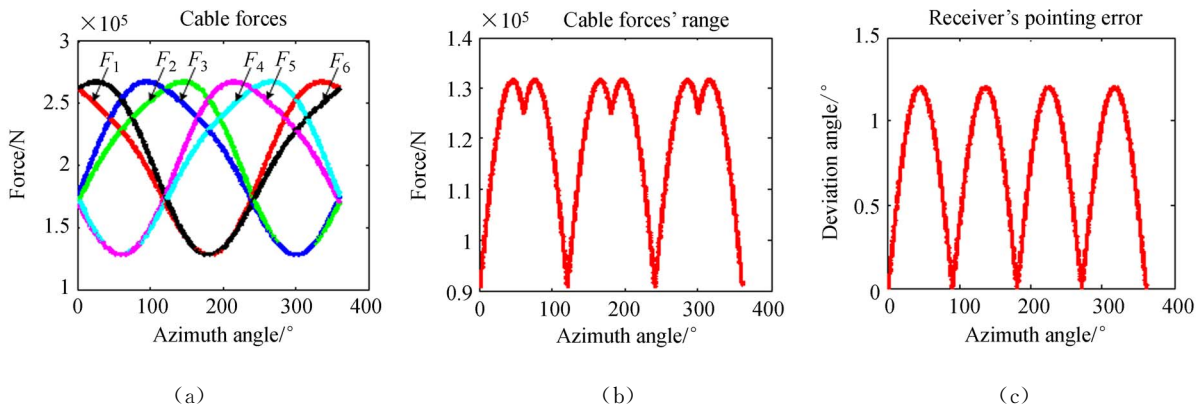
Fig. 7 Test trajectories for the pose distribution algorithms of the feed cabin

根据上述建立的模型, 代入表 1 所示参数进行数值计算。为方便表述, 定义优先保障索力均衡的位姿分配算法为算法一, 优先保障馈源接收终端定位精度的位姿分配算法为算法二。

对于轨迹 1, 算法一的索力分布、六索索力极差、馈源接收机实际姿态相对于目标姿态的偏差分别对应于图 8 的(a)、(b)、(c); 算法二的索力分布、六索索力极差分别对应于图 8 的(d)和(e)。从仿真结果可以看出, 算法一的六索索力极差相

对较小, 索力分配比较均匀, 但因 AB 轴机构无法完全补偿空间三自由度的姿态, 而给馈源接收终端引入最大为  $1.2^\circ$  的姿态角偏差, 这已经超过了望远镜设计的指向精度。算法二能够保证馈源接收机终端的位姿精度, 因星形框架的姿态并非优化后的姿态, 故其六索索力极差值较大, 最大极差值达到  $151.6 \text{ kN}$ , 而算法一最大索力极差为  $131.6 \text{ kN}$ 。算法二索力分配不是很均匀, 但索力都在机构能力范围之内, 且没有出现索力超限或索虚牵现象。

对于轨迹 2, 算法一的索力分布、六索索力极差、馈源接收机实际姿态相对于目标姿态的偏差分别对应于图 9 的(a)、(b)、(c); 算法二对应的索力分布、六索索力极差分别对应于图 9 的(d)和(e)。特别地, 图 9 中横坐标为负数时, 给定的轨迹在全局坐标系的第 VII 卦限, 此时的倾斜角为横坐标的相反数; 横坐标为正数时, 对应的轨迹在全局坐标系的第 V 卦限, 见图 7(b)。由仿真结果可知, 在整个馈源舱倾斜角的变化区域内, 算法一引入的馈源终端指向误差在馈源舱刚要回照时最大, 最大约  $1.2^\circ$ , 当馈源舱运行到馈源球冠边缘 ( $\theta_0 \geq \theta_h$ ) 时, 因回照影响, 馈源舱需要由 AB 轴补偿的姿态变小, 馈源终端指向误差也变小, 若没有采用馈源舱回照, 当馈源舱运行到焦面最外圈时, 馈源终端引入的指向误差将会更大; 算法二保证了馈源接收机的位姿, 但是其索力极差相对于算法一稍微较大, 在馈源舱刚要回照时尤为明显, 不过索力没出现虚牵及超限情况。



(a)

(b)

(c)

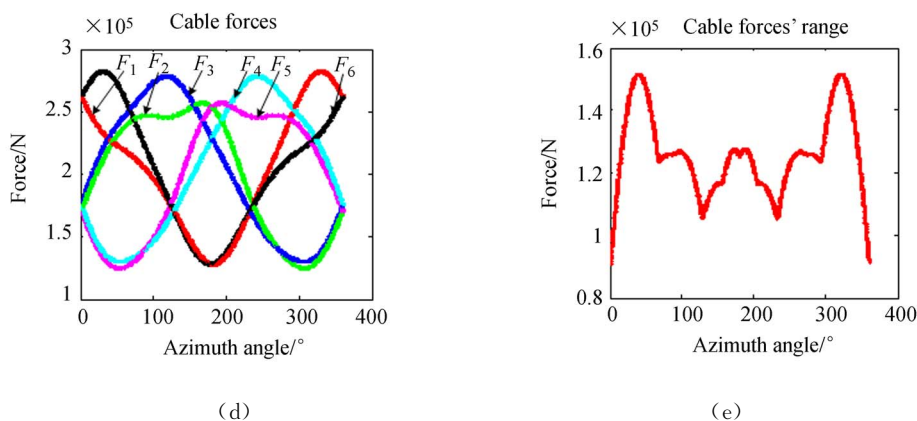


图 8 轨迹 1 对应的馈源舱位姿分配算法性能曲线

Fig. 8 Characteristic curves for the pose distribution algorithms of trajectory 1

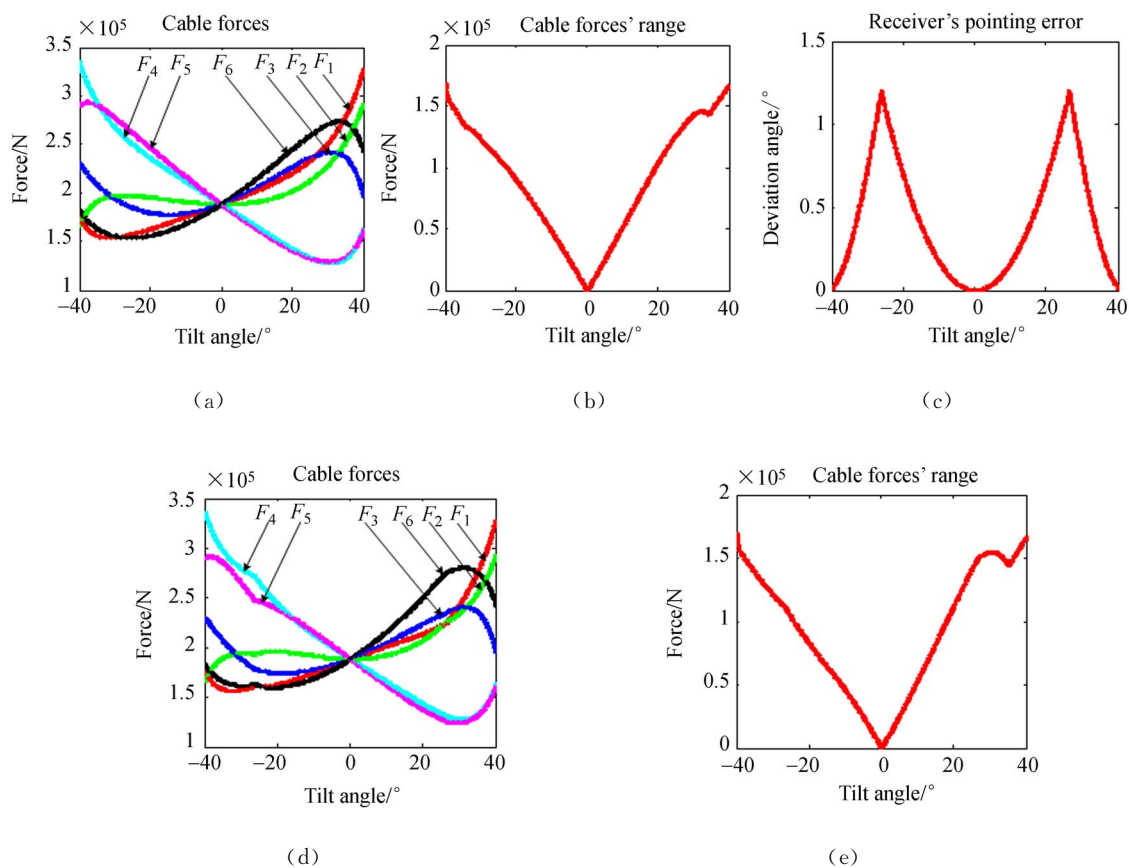


图 9 轨迹 2 对应的馈源舱位姿分配算法性能曲线

Fig. 9 Characteristic curves for the pose distribution algorithms of trajectory 2

## 6 结 论

本文根据 500 m 口径球面射电望远镜 (FAST) 馈源支撑系统实际运行的要求, 综合考虑馈源舱运行中重心时变及馈源球冠边缘处馈源

舱的回照影响问题, 设计了两种馈源支撑系统位姿分配算法: 优先保障索力均衡的位姿分配算法和优先保障馈源接收机终端位姿的馈源舱位姿分配算法。通过对给定的两条典型轨迹的仿真表明: 优先保障索力均衡的馈源支撑位姿分配算法能使六索索力分配比较均匀, 但是引入了馈源接

收终端的指向误差,且其指向误差随着运行轨迹倾斜角的加大而变大,当加入馈源舱回照策略后,因运行到馈源球冠边缘时需要 AB 轴补偿的姿态角变小,因而馈源接收机终端的指向误差变小,带馈源舱回照策略的馈源接收机终端指向误差最大

为  $1.2^\circ$ ,这已经超出望远镜设计的指向精度  $1^\circ$ ; 优先保障馈源接收机终端位姿的馈源舱位姿分配算法能保证馈源接收机终端的位姿,但是六索索力分配不均匀,但没出现索力超限与虚牵现象,满足工程要求。

### 参考文献:

- [1] Rendong, Nan. Five hundred meter aperture spherical radio telescope (FAST) [J]. *Science in China series G*, 2006, 49(2): 129-148.
- [2] 宋立强,王启明,郭永卫. 太阳辐照 500m 口径球面射电望远镜的温度分布[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(5): 951-958.  
SONG L Q, WANG Q M, GUO Y W. Temperature distribution of FAST under solar radiation[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(5): 951-958. (in Chinese)
- [3] 薛建兴,王启明,古学东,等. 500m 口径球面射电望远镜瞬时抛物面拟合精度的预估与改善[J]. *光学精密工程*, 2015, 23(7): 2051-2059.  
XUE J X, WANG Q M, GU X D, et al.. Estimation and improvement for fitting accuracy of instantaneous parabolic reflector in FAST [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(7): 2051-2059. (in Chinese)
- [4] 李辉,朱文白,潘高峰. FAST 望远镜馈源支撑中的力学问题及其研究进展[J]. *力学进展*, 2011, 41(2): 133-154.  
LI H, ZHU W B, PAN G F. Mechanics in the feed support of FAST telescope and its research progress [J]. *Advances in Mechanics*, 2011, 41(2): 133-154. (in Chinese)
- [5] CHAI X, TANG X, TANG L W, et al.. Error modeling and accuracy analysis of a multi-level hybrid support robot[C]. *Robotics and Automation (ICRA)*, 2012 *IEEE International Conference on, Saint Paul*, 2012, 2319-2324.
- [6] 柴晓明,唐晓强,邵珠峰. 重心时变的多级混联支撑系统终端精度分析[J]. *机器人*, 2011, 33(5): 546-552.  
CHAI X M, TANG X Q, SHAO ZH F. Terminal Accuracy Analysis of a Multi-level Hybrid Support System Based on Time-varying Barycenter [J]. *Robot*, 2011, 33(5): 546-552. (in Chinese)
- [7] 杜敬利,段宝岩,仇原鹰,等. 舱索系统的非线性静力学分析与索长解算[J]. *机械科学与技术*, 2006, 25(8): 946-948.
- [8] 仇原鹰,彭勃. 大型射电望远镜悬挂馈源结构的非线性力学分析[J]. *西安电子科技大学学报:自然科学版*, 2000, 27(4): 452-455.  
QIU Y Y, PENG B. Nonlinear mechanics analysis of the suspended feed structure of the largest radio telescope [J]. *Journal of Xidian University: Natural Science Edition*, 2000, 27(4): 452-455. (in Chinese)
- [9] KOZAK K, QIAN Z, JINSONG W. Static analysis of cable-driven manipulators with non-negligible cable mass [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2006, 22(3): 425-433.
- [10] 李辉,朱文白,潘高峰. 基于索力优化的 FAST 柔索牵引并联机构的静力学分析[J]. *工程力学*, 2011, 28(4): 185-193.  
LI H, ZHU W B, PAN G F. Equilibrium analysis of FAST rope-drive parallel manipulator based on rope force optimization [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(4): 185-193. (in Chinese)
- [11] LI H, NAN R, KÄRCHER H J, et al.. Working space analysis and optimization of the main positioning system of FAST cabin suspension [J]. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2008, 7012: 70120T-1-11.
- [12] TANG X, LIU Z, SHAO Z, et al.. Self-excited Vibration Analysis for the Feed Support System in FAST [J]. *Int. J. Adv. Robot Syst.*, 2014, 11: 63.
- [13] 朱丽春,于东俊,等. FAST 工程馈源支撑整体控制系统项目任务书[R]. 北京:国家天文台, 2014.  
ZHU L CH, YU D J, et al.. *Task document of the whole control system project of the feed support system in FAST project* [R]. Beijing: National Astronomical Observatories, 2014. (in Chinese)
- [14] 黄亮,朱文白,唐晓强. 大射电望远镜巨型柔性并

联机构悬索分析及简化[J]. 天文研究与技术: 国家天文台台刊, 2013, 10(1):77-84.

HUANG L, ZHU W B, TANG X Q. Analysis and a simplified model of the cable of a large-scale flexible parallel manipulator for a large radio telescope [J]. *Astronomical research and technology*, 2013, 10(1):77-84. (in Chinese)

[15] 訾斌, 段宝岩, 杜敬利. 柔索驱动并联机器人动力学建模与数值仿真[J]. 机械工程学报, 2007, 43(11):82-88.

ZI B, DUAN B Y, DU J L. Dynamic modeling and numerical simulation of cable-driven parallel manipulator [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(11):82-88. (in Chinese)

#### 作者简介:



邓 赛(1991—),男,湖南益阳人,博士研究生,2012年于湘潭大学获得学士学位,主要从事并联机器人运动规划与控制等方面研究。E-mail: deng-sai2012@ia. ac. cn

#### 导师简介:



景奉水(1969—),男,山东章丘人,研究员,博士生导师,2002年于中科院自动化所获得博士学位,主要从事机器人运动控制与机器视觉的研究。E-mail: fengshui. jing@ia. ac. cn