

文章编号 1004-924X(2017)02-0408-09

控制力矩陀螺干扰传递模型的分析与实验研究

邓瑞清^{1,2}, 刘 刚^{1,2}, 赵 岩^{1,2*}, 范文峰^{1,2}

(1. 北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191;

2. 北京航空航天大学惯性技术国家级重点实验室, 北京 100191)

摘要:控制力矩陀螺(CMG)的振动干扰会对航天器姿态控制精度和稳定度产生不利的影响,目前尚缺乏有效的方法对其进行数学建模及分析。本文根据 CMG 系统中高速转子和低速组件两部分结构差异较大、难以用统一的方法进行数学建模的特点,提出了一种将解析建模和试验辨识相结合的系统建模方法来研究 CMG 的干扰传递模型,并进行了试验验证。试验结果表明:本文所建立的干扰传递模型准确无误,同时验证了“高速转子的不平衡振动是 CMG 高频抖动产生的主要源头”这一重要结论。

关键词:控制力矩陀螺;高速转子;低速组件;试验辨识;干扰特性

中图分类号:V448.22;TP273.2 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20172402.0408

Analysis and experiment on Controlled Moment Gyro disturbance transmission model

DENG Rui-qing^{1,2}, LIU Gang^{1,2}, ZHAO Yan^{1,2*}, FAN Wen-feng^{1,2}

(1. School of Instrumentation Science and Optoelectronics Engineering,
Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Science and Technology on Inertial Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

* Corresponding author, E-mail: yzhaobuaa@163.com

Abstract: The vibration disturbance generated by Control Moment Gyro (CMG) has adverse effects on precision and stability of the attitude control system in spacecraft and there is still lack of effective methods to conduct mathematic modeling and analysis on it. Due that there is large structure difference between high-speed rotors and low-speed components of CMG, and it is hard to make mathematic modeling with unified methods, a system modeling method combined analytical modeling with test identification was established in the article to study the disturbance transmission mode of CMG, and an experiments was conducted to verify it. The results show that the disturbance transmission model proposed is correct and able to verify the conclusion that “unbalance vibration of high speed rotor is the main disturbance resource in CMG”.

Key words: CMG; high-speed rotor; low-speed component; test identification; disturbance characteristics

收稿日期:2016-09-18;修订日期:2016-11-02.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 376161)

1 引言

控制力矩陀螺 (Control Moment Gyro, CMG) 和飞轮是航天器姿态控制系统中最常用的执行部件,通过输出力矩对航天器进行姿态控制。相对于飞轮,CMG 具有输出力矩大、机动能力强等优点,故在敏捷机动卫星中具有广阔的应用前景。相关研究和试验结果表明,在航天器中存在许多振动干扰源,其中执行机构在工作过程中所产生的振动干扰是卫星姿态高频抖动的主要来源之一^[1-2],这些振动干扰会对航天器尤其是观测成像卫星的姿态控制精度和成像质量造成不利影响。由于缺乏有效的数学模型,难以对振动源进行定性与定量的分析,故无法通过主动控制方法实现对执行机构输出干扰力矩的有效控制,目前已成为制约高精度成像卫星技术发展的瓶颈。

目前国内外相关研究机构已经开展了针对执行机构干扰特性的相关研究工作^[2-5],但成果较少,仅限于少数的几个研究机构。Hasha, M. D. 提出了飞轮扰动的经验模型,用于预测飞轮产生的扰动对 Hubble 天文望远镜的影响^[1],该模型基于振动试验结果,假设扰动是一系列离散的谐振,谐振振幅与飞轮速度平方成正比,但该模型并未对惯性执行机构的干扰传递机理进行研究。Masterson R A 等使用解析法对反作用轮高速转子的干扰模型进行了研究,并对解析模型和经验模型进行了对比分析^[2]。国内对执行机构干扰特性的研究还处于起步阶段,尚无成熟的研究成果可以借鉴。由此看出国内外的学者只是针对飞轮的干扰特性进行了一定程度的研究^[1-3],研究对象主要是振动源及其数学模型,而对 CMG 输出信息的干扰特性研究目前还处于探索阶段。

由于 CMG 结构的复杂性,若要研究其输出力矩的干扰特性,仅研究干扰源是不够的,必须对振动干扰在 CMG 中的传递过程进行分析才能更加准确地描述其输出干扰特性。本文对控制力矩陀螺的干扰传递模型进行了研究。由于 CMG 系统中高速转子和低速组件两部分结构差异较大,

尤其是低速框架的结构较为复杂,若使用解析法对低速系统进行建模,势必会降低模型的精度,从而影响分析结果。对于高速系统,其核心部件为高速转子,可以利用成熟的动力学方法建立精确地数学模型。为了提高模型的准确性,本文采用将数学解析和频域参数辨识相结合的方法^[6],建立 CMG 整机的干扰传递模型,并采用了试验验证的方法验证数学模型的准确性;分析得到了 CMG 高速转子的不平衡振动在干扰传递中所产生的影响,为进一步的主动控制方法研究奠定了理论基础。

2 CMG 的工作原理及干扰传递模型分析

CMG 在工作时主要通过改变高速转子的转轴指向来产生反作用陀螺力矩,主要包括高速转子和低速组件两部分,图 1 所示为 CMG 的简化力学模型。其中高速转子被安装于框架内,以恒定的高转速提供角动量,低速组件以一定的角速度旋转从而改变高速转子角动量的方向,使得其对外输出反作用陀螺力矩。假设高速转子的转动惯量为 J ,角速度为 Ω ,低速组件的旋转角速度为 ω ,根据动量矩定理可知,CMG 输出的反作用陀螺力矩为 $J\Omega\omega$ 。

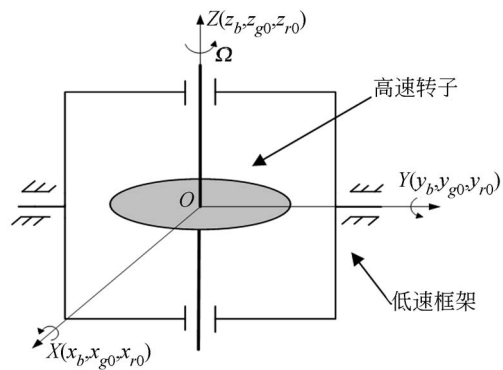


图 1 控制力矩陀螺(CMG)的简化力学模型

Fig. 1 Simplified mechanical model of CMG

从干扰传递过程可知,由 CMG 高速转子所产生的高频干扰会依次通过高速转子和低速组件传递到星体上;另一角度,高频振动源在高速转子所产生的响应对低速组件是一种激励,这样可以将高速转子和低速组件看成是 2 个串联的系统,它们构成了 CMG 振动干扰的传动链。所以从高速转子和低速组件的数学模型分析入手,进行 CMG 整机的干扰模型建立。

3 CMG 干扰传递模型的建立

3.1 CMG 高速转子的数学模型

高速转子采用解析法建模,在建模过程中,忽略重力的影响,假设高速转子和框架中心对称,对转子平动运用牛顿第二定律,转子转动运用欧拉动力学方程,并参考文献[9],可以得到高速转子的动力学模型为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_x \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_y \\ m\ddot{z} + c_z\dot{z} + k_z z = F_z \\ J\ddot{\alpha} + 2J\Omega\dot{\beta} + c\dot{\alpha} + 2kl^2\alpha = M_x \\ J\ddot{\beta} - 2J\Omega\dot{\alpha} + c\dot{\beta} + 2kl^2\beta = M_y \\ 2J\ddot{\gamma} + c_\Omega\dot{\gamma} = M_z \end{cases}, \quad (1)$$

式中: m 、 J 分别为高速转子的质量和沿径向主轴的转动惯量, x 、 y 、 z 、 α 、 β 、 γ 分别为高速转子沿 x 、 y 、 z 方向的线位移和角位移, F_x 、 F_y 、 F_z 、 M_x 、 M_y 、 M_z 分别为高速转子沿 x 、 y 、 z 方向的干扰力和干扰力矩, c_Ω 为转子轴向转动摩擦系数,且有 $\dot{\gamma} = \Omega$ 。

从式(1) F_x 、 F_y 、 F_z 的表达式可以看出,三个

$$\mathbf{H}_{\phi\gamma}(s) = \begin{bmatrix} \frac{J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2}{(J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2)^2 + 4 J^2 \Omega^2 s^2} & \frac{-2 J \Omega s}{(J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2)^2 + 4 J^2 \Omega^2 s^2} & 0 \\ \frac{2 J \Omega s}{(J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2)^2 + 4 J^2 \Omega^2 s^2} & \frac{J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2}{(J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2)^2 + 4 J^2 \Omega^2 s^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2 J s^2 + c_\Omega s} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

综合可得 CMG 高速转子的频响函数矩阵 \mathbf{H}_h :

平动方程完全解耦,可直接求出高速转子在 x 、 y 、 z 方向上平动的传递函数 $\mathbf{H}_{hx}(s)$ 、 $\mathbf{H}_{hy}(s)$ 、 $\mathbf{H}_{hz}(s)$:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{hx}(s) = \frac{1}{(m s^2 + c s + k)} \\ \mathbf{H}_{hy}(s) = \frac{1}{(m s^2 + c s + k)} \\ \mathbf{H}_{hz}(s) = \frac{1}{(m s^2 + c_z s + k_z)} \end{cases}, \quad (2)$$

从式(1) M_x 、 M_y 的表达式可以看出,由于陀螺效应的存在,关于 x 、 y 方向的两个转动方程没有解耦,将其进行拉氏变换并写成矩阵的形式,可得:

$$\begin{bmatrix} J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 & 2 J \Omega s \\ -2 J \Omega s & J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_{\phi}(s) = \mathbf{M}_{xy}(s), \quad (3)$$

其中: $\begin{bmatrix} \alpha(s) \\ \beta(s) \end{bmatrix} = \boldsymbol{\phi}_{\phi}(s)$, $\begin{bmatrix} M_x(s) \\ M_y(s) \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{xy}(s)$, 则:

$$\frac{\boldsymbol{\phi}_{\phi}(s)}{\mathbf{M}_{xy}(s)} = \begin{bmatrix} J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 & 2 J \Omega s \\ -2 J \Omega s & J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

由此可得:

$$\frac{\boldsymbol{\phi}_{\phi}(s)}{\mathbf{M}_{xy}(s)} = \frac{1}{(J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2)^2 + 4 J^2 \Omega^2 s^2} \begin{bmatrix} J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 & -2 J \Omega s \\ 2 J \Omega s & J s^2 + c l^2 s + 2 k l^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由于高速转子轴向转动与径向转动是解耦的,所以转子绕方向转动的传递函数为:

$$\mathbf{H}_{x\gamma} = \frac{1}{2 J s^2 + c_\Omega s}. \quad (5)$$

设 $\mathbf{H}_{\phi\gamma}(s)$ 为高速转子绕 x 、 y 、 z 方向转动的传递函数矩阵,则有:

$$\mathbf{H}_h = \begin{bmatrix} \frac{1}{ms^2 + cs + k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{ms^2 + cs + k} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{ms^2 + cs + k} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Js^2 + cl^2s + 2kl^2}{A_{\det}} & \frac{-2J\Omega s}{A_{\det}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2J\Omega s}{A_{\det}} & \frac{Js^2 + cl^2s + 2kl^2}{A_{\det}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2Js^2 + c\Omega s} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中, $A_{\det} = (Js^2 + cl^2s + 2kl^2)^2 + 4J^2\Omega^2s^2$ 。

式(7)即为 CMG 高速组件干扰传递模型的具体形式,可以看出,由于高速组件的 3 个平动项的非对角元素为零,所以可将干扰在 3 个正交方向的传递特性进行独立分析。对于高速组件的转动项,在径向的正交方向出现了耦合项,这是由转子的陀螺效应引起的,在转子进行反向涡动时将出现极限转速,所以 CMG 高速转子的工作转速必须避开极限转速,防止出现剧烈的振动。

3.2 CMG 低速组件的数学模型

根据 CMG 低速组件的结构特性,采用试验辨识的方法进行其数学建模,包括频响函数的辨识以及框架模态参数的辨识。其中,频响函数辨识的关键问题是使测量值与理论值之间的误差最小,即寻找一个使误差函数最小的最优值。设框架系统第 r 阶频率 ω_r 处的频响函数理论值为 H_r , 测量值为 \tilde{H}_r , 则误差函数 e_r 可表示为:

$$e_r = H_r - \tilde{H}_r, \quad (8)$$

设框架系统的传递函数矩阵 $\mathbf{H}(s)$ 为:

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{Z}(s)^{-1} = \frac{\text{adj} \mathbf{Z}(s)}{\det \mathbf{Z}(s)}, \quad (9)$$

其中: $\mathbf{Z}(s)$ 为框架系统的阻抗矩阵,若阻抗矩阵 $\mathbf{Z}(s)$ 的阶数为 n ,

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\sum_{k=0}^{2n-2} \beta_k s^k}{\sum_{k=0}^{2n} \alpha_k s^k}, \quad (10)$$

式中: α_k, β_k 分别表示传递函数中 s^k 项中的系数。

令 $c_k = \frac{\beta_k}{\alpha_{2n}}, d_k = \frac{\alpha_k}{\alpha_{2n}}$, 很显然, $d_{2n} = 1$ 。则框架系统

的频响函数为:

$$\mathbf{H}(j\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{2n-2} c_k p_k(j\omega)}{\sum_{k=0}^{2n} d_k q_k(j\omega)}. \quad (11)$$

设被拟合的测量频率点数为 l , 第 i 个频率点的频响函数的测量值为 $\tilde{\mathbf{H}}(j\omega_i)$, 则频响函数的误差函数 $e(\omega_i)$ 为:

$$e(\omega_i) = \frac{\sum_{k=0}^{2n-2} c_k p_k(j\omega_i)}{\sum_{k=0}^{2n} d_k q_k(j\omega_i)} - \tilde{\mathbf{H}}(j\omega_i), \quad i = 1, 2, \dots, l \quad (12)$$

令:

$$\begin{cases} \omega_{-i} = -\omega_i \\ \mathbf{H}(\omega_{-i}) = \mathbf{H}(-\omega_i) = \mathbf{H}^*(-\omega_i) \\ \tilde{\mathbf{H}}(\omega_{-i}) = \tilde{\mathbf{H}}(-\omega_i) = \tilde{\mathbf{H}}^*(-\omega_i) \\ e(\omega_i) = \sum_{k=0}^{2n} d_k q_k(j\omega_i) = \epsilon(\omega_i) \end{cases}, \quad (13)$$

可得:

$$\epsilon = P c - Q d - \tilde{\mathbf{H}}, \quad i = -l, \dots, -2, -1, 1, 2, \dots, l \quad (14)$$

其中:

$$\epsilon = [\epsilon(\omega_{-l}) \quad \epsilon(\omega_{-(l-1)}) \quad \dots \quad \epsilon(\omega_{-1}) \quad \epsilon(\omega_1) \quad \dots \quad \epsilon(\omega_{l-1}) \quad \epsilon(\omega_l)]^T, \quad (15)$$

$$\tilde{\mathbf{H}} = [\tilde{\mathbf{H}}(\omega_{-l}) q_{2n}(j\omega_i) \quad \tilde{\mathbf{H}}(\omega_{-(l-1)}) q_{2n}(j\omega_i) \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{H}}(\omega_{-1}) q_{2n}(j\omega_i) \quad \tilde{\mathbf{H}}(\omega_1) q_{2n}(j\omega_i) \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{H}}(\omega_{l-1}) q_{2n}(j\omega_i) \quad \tilde{\mathbf{H}}(\omega_l) q_{2n}(j\omega_i)]^T, \quad (16)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_- \\ \mathbf{P}_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0(j\omega_{-1}) & p_1(j\omega_{-1}) & \cdots & p_{2n-2}(j\omega_{-1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_0(j\omega_{-1}) & p_1(j\omega_{-1}) & \cdots & p_{2n-2}(j\omega_{-1}) \\ p_0(j\omega_1) & p_1(j\omega_1) & \cdots & p_{2n-2}(j\omega_1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_0(j\omega_1) & p_1(j\omega_1) & \cdots & p_{2n-2}(j\omega_1) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_- \\ \mathbf{Q}_+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H}(j\omega_{-1})q_0(j\omega_{-1}) & \tilde{H}(j\omega_{-1})q_1(j\omega_{-1}) & \cdots & \tilde{H}(j\omega_{-1})q_{2n-1}(j\omega_{-1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{H}(j\omega_{-1})q_0(j\omega_{-1}) & \tilde{H}(j\omega_{-1})q_1(j\omega_{-1}) & \cdots & \tilde{H}(j\omega_{-1})q_{2n-1}(j\omega_{-1}) \\ \tilde{H}(j\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{H}(j\omega_1)q_1(j\omega_1) & \cdots & \tilde{H}(j\omega_1)q_{2n-1}(j\omega_1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \tilde{H}(j\omega_1)q_0(j\omega_1) & \tilde{H}(j\omega_1)q_1(j\omega_1) & \cdots & \tilde{H}(j\omega_1)q_{2n-1}(j\omega_1) \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{cases} \mathbf{c} = [c_0 & c_1 & \cdots & c_{2n-2}]^T \\ \mathbf{d} = [d_0 & d_1 & \cdots & d_{2n-1}]^T \end{cases} \quad (19) \quad R_k(\omega) = \frac{\bar{R}_k(\omega)}{\sqrt{D_k}}, \quad (24)$$

为计算方便并提高估计精度,此处采用最小二乘法构造目标误差函数:

$$E = \epsilon^H \epsilon = (\mathbf{P}\mathbf{c} - \mathbf{Q}\mathbf{d} - \tilde{\mathbf{H}})^H (\mathbf{P}\mathbf{c} - \mathbf{Q}\mathbf{d} - \tilde{\mathbf{H}}), \quad (20)$$

欲使目标误差函数取得最小值,可令 E 对向量 \mathbf{c} 、 \mathbf{d} 求偏导并使其为零。

得到

$$\begin{cases} \mathbf{P}^H \mathbf{P}\mathbf{c} - \mathbf{R}e(\mathbf{P}^H \mathbf{Q}\mathbf{d}) - \mathbf{R}e(\mathbf{P}^H \tilde{\mathbf{H}}) = 0 \\ \mathbf{Q}^H \mathbf{Q}\mathbf{d} - \mathbf{R}e(\mathbf{Q}^H \mathbf{P}\mathbf{c}) + \mathbf{R}e(\mathbf{Q}^H \tilde{\mathbf{H}}) = 0 \end{cases}, \quad (21)$$

令:

$$\bar{p}_k(j\omega) = j^k \bar{R}_k(\omega) \quad (k=0,1,2,\dots), \quad (22)$$

式中: $R_k(\omega)$ 为实数,其计算按以下递推关系求得:

$$\begin{cases} \bar{R}_0(\omega) = 1 \\ \bar{R}_1(\omega) = \omega \\ \vdots \\ \bar{R}_k(\omega) = \omega \bar{R}_{k-1}(\omega) + V_{k-1}(\omega) \bar{R}_{k-2} \quad (k=2,3,\dots) \end{cases}, \quad (23)$$

式中:

$$\begin{cases} V_{k-1} = -\frac{D_{k-1}}{D_{k-2}} \\ D_k = 2 \sum_{i=1}^1 \bar{R}_k(\omega_i) \rho_i^2 \quad (k=0,1,2,\dots) \end{cases}$$

其中: ρ_i 为加权因子,对传递函数的分子多项式是 1,对传递函数的分母多项式是 $|\tilde{\mathbf{H}}(j\omega_i)|$,对 \bar{R}_k 正则化得到 R_k

最后得出:

$$p_k(j\omega) = j^k R_k(\omega) \quad (k=0,1,2,\dots), \quad (25)$$

同理,按照上述步骤可以求出 $q_k(j\omega)$,这样就可以将式(21)解耦,确定频响函数 $H(j\omega)$ 中的系数向量 \mathbf{c} 、 \mathbf{d} ,从而确定系统的频响函数或传递函数,由传递函数的零极点可以确定系统的模态参数。通过试验算例对框架系统的频响函数和模态参数的辨识过程进行说明。

为了减小工装对测试结果的影响,采用质量和刚度较大的工装支架作为支撑系统来测量 CMG 框架的振动响应,如图 2 所示。

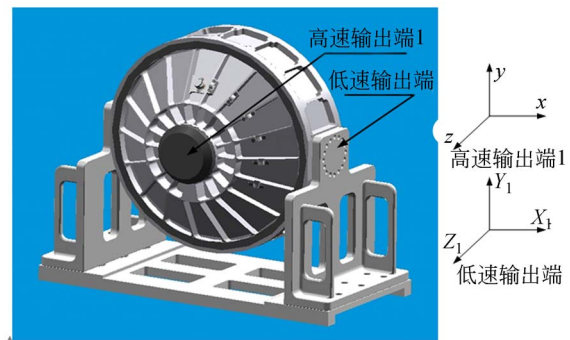


图 2 框架干扰特性测试方案

Fig. 2 Test plan of frame interference characteristics

以脉冲锤对 CMG 框架壳体的高速输出端分别在 x 、 y 、 z 三个方向进行脉冲激励,框架壳体低速输出端的 X_1 、 Y_1 、 Z_1 三个方向上测定响应,从而得到框架的频响函数矩阵 \mathbf{H}_i ,即:

$$\mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} H_{11}(j\omega) & H_{12}(j\omega) & H_{13}(j\omega) \\ H_{21}(j\omega) & H_{22}(j\omega) & H_{23}(j\omega) \\ H_{31}(j\omega) & H_{32}(j\omega) & H_{33}(j\omega) \end{bmatrix}, \quad (26)$$

以 $H_{22}(j\omega)$ 为例,对 \mathbf{H}_l 中各元素的辨识过程进行讨论。 $H_{22}(j\omega)$ 的测量值 $\tilde{H}_{22}(j\omega)$ 的输出结果如图 3 所示,其中图 3(a) 表示频响应函数实部,图 3(b) 表示频响应函数虚部。

设 $\mathbf{a} = (a_0 \ a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4)^T$, $\mathbf{b} = (b_0 \ b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4 \ b_5 \ b_6)^T$, 则 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 即为待辨识参数。将式(26)的分子分母同时除以 b_6 , 并且令:

$$\begin{cases} p_0(s) = 1, p_1(s) = s, \dots, p_4(s) = s^4 \\ q_0(s) = 1, q_1(s) = s, \dots, q_6(s) = s^6 \end{cases}, \quad (27)$$

则有:

$$H_{22}(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^4 c_i p_i(j\omega)}{\sum_{i=0}^6 d_i q_i(j\omega)}. \quad (28)$$

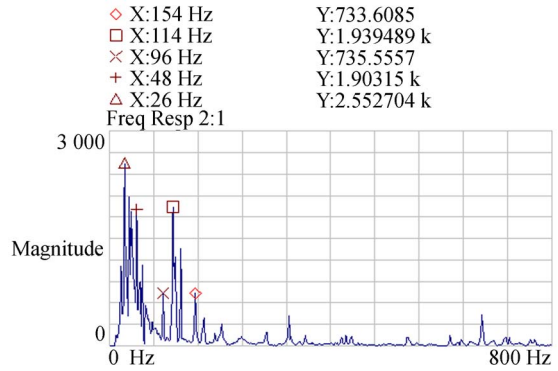
这样问题就转化为辨识向量 $\mathbf{c} = (c_0 \ c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4)$ 和 $\mathbf{d} = (d_0 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ d_6)^T$ 。

如图 3 所示,考虑到主要干扰频率点比较集中,取被拟合的测量频率点数为 5,即 $\omega_1 = 26 \text{ Hz}$ 、 $\omega_2 = 48 \text{ Hz}$ 、 $\omega_3 = 96 \text{ Hz}$ 、 $\omega_4 = 114 \text{ Hz}$ 、 $\omega_5 = 154 \text{ Hz}$ 、 $\tilde{H}(\omega_1) = 2\ 500 + 460j$ 、 $\tilde{H}(\omega_2) = 1\ 900 + 55j$ 、 $\tilde{H}(\omega_3) = 735 + 79j$ 、 $\tilde{H}(\omega_4) = 1\ 939 + 21j$ 、 $\tilde{H}(\omega_5) = 733 + 10j$, 可得:

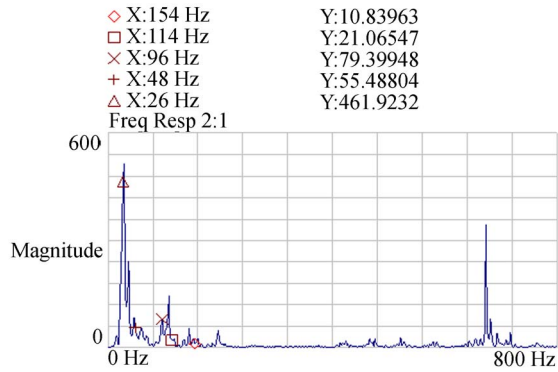
$$\begin{cases} \mathbf{c} = (79 \quad -472 \quad 5034 \quad -25457 \quad 54656558)^T \\ \mathbf{d} = (367 \quad -5436 \quad 17565 \quad -55765 \quad 285877 \quad -87856745647 \quad 1)^T \end{cases}, \quad (29)$$

这样即可求得 $H_{22}(j\omega)$ 。使用同样的方法可以求得框架的频响应函数矩阵 \mathbf{H}_l 中的其余元素,并求得框架系统的主要模态参数。

$$\mathbf{A}_{nl} = \begin{bmatrix} \frac{B(\omega) H_{11} - C(\omega) H_{21}}{A_{det}} & \frac{B(\omega) H_{12} - C(\omega) H_{22}}{A_{det}} & \frac{B(\omega) H_{13} - C(\omega) H_{23}}{A_{det}} \\ \frac{C(\omega) H_{11} + B(\omega) H_{21}}{A_{det}} & \frac{C(\omega) H_{12} + B(\omega) H_{22}}{A_{det}} & \frac{C(\omega) H_{13} + B(\omega) H_{23}}{A_{det}} \\ \frac{H_{31}(j\omega)}{D(\omega)} & \frac{H_{32}(j\omega)}{D(\omega)} & \frac{H_{33}(j\omega)}{D(\omega)} \end{bmatrix};$$



(a)



(b)

图 3 $\tilde{H}_{22}(\omega)$ 的测量结果

Fig. 3 Measurement result of $\tilde{H}_{22}(\omega)$

3.3 CMG 整机的干扰传递模型

由 CMG 的结构和工作原理可知,可将其看做是由高速转子和低速组件组成的串联系统。若记 \mathbf{H}_a 为整机传函矩阵,同前文推导: \mathbf{H}_h 和 \mathbf{H}_l 分别表示高速转子和低速组件传函矩阵,则有:

$$\mathbf{H}_a = \mathbf{H}_h \mathbf{H}_l = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{nl} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A}_{zs} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

其中:

$$\mathbf{A}_{cs} = \begin{bmatrix} \frac{H_{11}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{12}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{13}(j\omega)}{A(\omega)} \\ \frac{H_{21}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{22}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{23}(j\omega)}{A(\omega)} \\ \frac{H_{31}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{32}(j\omega)}{A(\omega)} & \frac{H_{33}(j\omega)}{A(\omega)} \end{bmatrix};$$

式中:

$$\begin{cases} A(\omega) = -m\omega^2 + jc\omega + k \\ A_z(\omega) = -m\omega^2 + jc_z\omega + k_z \\ B(\omega) = -J\omega^2 + jc_l^2\omega + 2kl^2 \\ C(\omega) = 2jJ\Omega\omega \\ D(\omega) = -2J\omega^2 + jc_{\Omega}\omega \\ A_{det} = (-J\omega^2 + jc_l^2\omega + 2kl^2) - 4J^2\Omega^2\omega^2 \end{cases}$$

式(30)即为 CMG 整机的干扰传递模型。可以看出,整机的干扰传递模型较为复杂,刚度、阻尼、质量等参数都会对模型的精度产生影响。对于给定的 CMG 样机,其刚度、阻尼质量等参数均为确定量。

4 试验验证及分析

4.1 试验设计及数据采集

CMG 输出力矩的主要干扰源有:高速转子的不平衡振动、轴承滚动体和保持架所产生的振动干扰、电机所产生的力矩脉动等,其中高速转子的不平衡振动主要构成了基频干扰;轴承滚动体和保持架产生的主要是非倍频干扰;而电机的力矩脉动一般量值比较低^[1-3]。

试验采用某型号 CMG 样机,如图 4 所示。在基座上选取 CMG 的输出接口点为传感器的安装点,以测试其实际输出力矩情况。其中传感器质量为 163 g(远远小于 CMG 的整机质量 60 kg),故传感器的自身振动对 CMG 动态特性影响较小;传感器的谐振频率为 17 000 Hz(远远超出 CMG 振动信号的频率(0~500 Hz)),故 CMG 振动信号中的关键频率成分不会被淹没。

本试验测试过程中,高速转子的工作转速设为 9 500 r/min,框架转动角速度为 0.6°/s。传感器选用三轴加速度传感器。根据 CMG 整机的干扰传递模型可知,转子的高频平动干扰在 x 、 y 、 z 三个方向是解耦的,所以,仅以 x 方向为例设计了振动测试试验,其余方向类同,试验测试如图 4 所示,测得 CMG 在 x 方向的输出响应如图 5 所示。

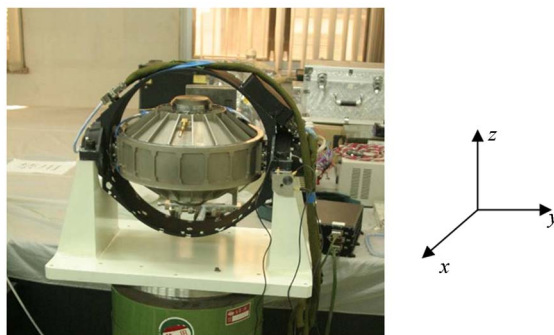


图 4 控制力矩陀螺振动测试
Fig. 4 Vibration test of CMG

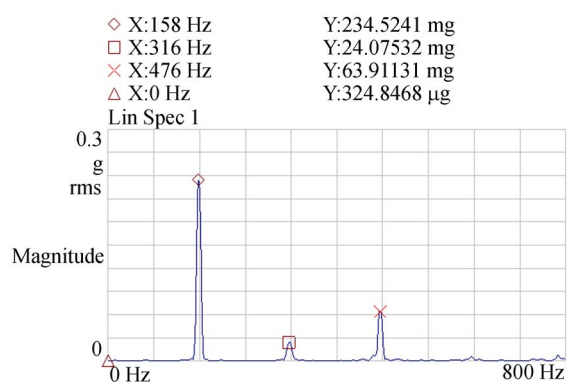


图 5 控制力矩陀螺振动测试频率响应
Fig. 5 Frequency response for vibration test of CMG

可以看出,当高速转子的工作转速为 9 500 r/min 时,其不平衡振动干扰的频率应为工作频率频率 158 Hz,根据图 5 测试结果所示,高速转子不平衡干扰响应异常突出,由此也验证了在 CMG 中,高速转子的不平衡振动是输出力矩信号的主要干扰源。

4.2 干扰传递模型验证

利用实验结果,令 CMG 的干扰输入为高速转子的不平衡振动,则通过干扰传递模型,即可求出 CMG 的干扰输出响应。对于干扰源、干扰传递以及干扰响应这三个要素,如果其中两个要素已知,可求出第三个要素,所以对于 CMG 的其他干扰源也可以利用干扰传递模型并通过本方法进行试验验证。

在本试验中,将 CMG 样机高速转子的不平衡量取为 0.6 g·cm,为了进行对比分析,仍取高速转子的工作转速为 9 500 r/min,由于 x 方向所受到的干扰与其余两个正交方向解耦,根据转子的不平衡量和转速,以及不平衡离心力的计算公

式及投影关系,可得 CMG 低速组件在 x 方向所受到干扰力的时域形式可表示为 $5.9382 \cos 994.8376t$ 。将其进行拉氏变换,则 CMG 在 x 方向所受的干扰可以表示为向量的形式,即:

$$\left[\frac{s}{s^2 + 989701.8504} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right],$$

根据公式(30),则 CMG 在 x 方向的干扰响应可以表示为:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{s}{s^2 + 989701.8504} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \mathbf{H}_a = \\ & \left[\frac{s}{s^2 + 989701.8504} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{nd} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{cs} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (31)$$

令 \mathbf{A}_{nd} 、 \mathbf{A}_{cs} 中 $j\omega = s$ 。由于阻尼主要影响振动的相位,对频率的影响较小,所以这里忽略阻尼的影响^[6]。样机中轴承刚度为 $10 \text{ N}/\mu\text{m}$,通过计算式(31)并进行拉氏反变换可得 CMG 在 x 方向的加速度响应为 $8.4584 \cos 994.8376t$,响应频率为 158 Hz 。

4.3 试验结果分析

由实际试验数据采集结果及模型验证计算结果可知:根据干扰传递模型所计算出的 CMG 干扰响应频率与试验测试出得 CMG 输出结果吻合,验证了干扰传递模型的准确性,为 CMG 高频抖动的主动控制方法研究奠定了模型基础。

同时,根据试验结果可以看出,与高频干扰相比,CMG 的干扰响应信号在低频范围内采集到的数据量值非常低,即低速组件的转动在干扰传递过程中对干扰响应频率的影响较小;但是在干

扰响应信号的高频段,CMG 高速转子工作转速的基频响应非常突出,所以对于 CMG 而言,高速转子的不平衡振动是其产生高频抖动的主要源头。

5 结 论

本文通过解析建模和试验辨识相结合的方法分析推导出 CMG 的干扰传递模型,得到了干扰传递模型以及相应的模态参数,并通过试验验证了干扰传递模型建立的准确性,同时也验证了 CMG 高速转子的不平衡振动是 CMG 高频抖动产生的主要源头。所以对于 CMG,可以通过改进高速转子的加工和装配工艺、合理设计转子的工作转速、以及优化产品结构的动态特性等手段来最大限度的降低高速转子不平衡振动对产品以及航天器所造成的不利影响。本文的研究结果可以为后续的 CMG 高频干扰源及其传递特性分析奠定基础,并为航天器姿态的高频抖动控制提供模型基础和理论支持。试验过程中由于阻尼、传感器性能以及试验环境复杂性等因素的影响,试验结果存在一定的误差。同时,由于产品样机数量有限,在模型参数辨识的过程中,只完成了部分样机的试验数据采集。在今后的研究中应进一步完善不同样机产品的试验数据,并通过数据分析方法从而最大限度减小试验误差,从而得到更为精确的 CMG 干扰传递模型,为进一步的理论实验研究奠定基础。

参考文献:

- [1] MASTERSON R A, MILLER D W, GROGAN R L. Development and validation of reaction wheel disturbance models: empirical model [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 249(2): 575-589.
- [2] MASTERSON R A, MILLER R A, GROGAN D W, et al.. Development of empirical and analytical reaction wheel disturbance models [R]. AIAA 99-1204.
- [3] HASHA M D. *Reaction Wheel Mechanical Noise Variations*[R]. Space Telescope Program Engineering Memo SSS218, 1986.
- [4] 谷松,贾继强,金光.快速机动小卫星执行机构研究[J].光学精密工程,2008,16(8):1540-1545.
- [5] GU S, JIA J G, JIN G. Research on momentum management of fast slew maneuver small satellite [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2008, 16(8): 1540-1545. (in Chinese)
- [6] 陈雪芹,耿云海,王峰,等.敏捷小卫星对地凝视姿态跟踪控制[J].光学精密工程,2012,20(5):1031-1040.
- [7] CHEN X Q, GENG Y H, WANG F, et al.. Staring imaging attitude tracking control of agile small satellite [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(5): 1031-1040. (in Chinese)
- [8] 傅志方. 振动模态分析与参数辨识[M]. 北京:机械工业出版社,1990.
- [9] FU ZH F. *Vibration Modal Analysis and Paramete-*

- ter Identification* [M]. Beijing: China Machine Press, 1990.
- [7] FANG J C, REN Y. High-precision control for a single-gimbal magnetically suspended control moment gyro based on inverse system method [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(9): 4331-4342.
- [8] HERZOG R, BUHLER P, GAHLER C, *et al.*. Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1996, 4(5): 580-586.
- [9] 邓瑞清, 虎刚, 王全武. 飞轮和控制力矩陀螺高速转子的涡动特性研究[J]. *空间控制技术与应用*, 2009, 35(1): 56-60.
DENG R Q, HU G, WANG Q W. Whirling characteristics of high speed rotors in flywheel and CMG [J]. *Aerospace Control and Application*, 2009, 35(1): 56-60. (in Chinese)
- [10] 汤亮, 陈义庆. 不平衡振动自适应滤波控制研究[J]. *宇航学报*, 2007, 28(6): 1569-1574.
TANG L, CHENG Y Q. Research on adaptive filter control of imbalance vibration [J]. *Journal of Astronautics*, 2007, 28(6): 1569-1574. (in Chinese)
- [11] 韩邦成, 崔华, 汤恩琼. 基于滑模扰动观测器的磁轴承主动振动控制[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(3): 563-570.
HAN B CH, CUI H, TANG E Q. Vibration suppression of magnetic bearing based on sliding mode disturbance observer [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(3): 563-570. (in Chinese)
- [12] 陈茂胜, 金光, 安源, 等. 采用自适应控制的单框架控制力矩陀螺角动量飞轮系统的设计[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(5): 1075-1081.
CHEN M SH, JIN G, AN Y, *et al.*. Design of angular momentum wheel in SGCMG using adaptive compensation PI control [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2011, 19(5): 1075-1081. (in Chinese)
- [13] ABBAS H S, ALI A, HASHEMI S M, *et al.*. LPV state-feedback control of a control moment gyroscope [J]. *Control Engineering Practice*, 2014, 24: 129-137.
- [14] CARPENTER M D, PECK M A. Reducing base reactions with gyroscopic actuation of space-robotic systems [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2009, 25(4): 1262-1270.
- [15] 徐向波, 房建成, 李海涛, 等. 控制力矩陀螺框架系统的谐振抑制与精度控制[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(2): 305-312.
XU X B, FANG J CH, LI H T, *et al.*. Resonance elimination and precision control of CMG gimbal system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(2): 305-312. (in Chinese)
- [16] LAPPAS V J, STEYN W H, UNDERWOOD C. Design and testing of a control moment gyroscope cluster for small satellites [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2005, 42(4): 729-739.

作者简介:



邓瑞清(1979—),男,河南洛阳人,博士后,2005年于北京理工大学获得硕士学位,2010年于中国空间技术研究院获得博士学位,主要从事惯性精密仪器、航天器控制执行机构、导弹伺服系统方面的研究工作。E-mail: buaadrq015@163.com



刘刚(1970—),男,山东济南人,教授,博士生导师。1998年于山东大学获得硕士学位,2001年于大连理工大学获得博士学位。主要从事航天器姿态控制技术,磁悬浮惯性执行机构,精密机电控制系统技术等方面的研究。E-mail: lgang@buaa.edu.cn