

文章编号 1004-924X(2017)02-0460-09

高效率的三角网格模型保特征简化方法

段黎明^{1,2*}, 邵 辉^{1,2}, 李中明^{1,2}, 张 桂^{1,2}, 杨尚朋^{1,2}

- (1. 重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室 ICT 研究中心, 重庆 400044;
2. 重庆大学 机械工程学院, 重庆 400044)

摘要:部分三角网格模型因数据量庞大而导致其不便于存储、分析和显示,本文提出了一种结合网格精细化方法的三角形折叠网格简化算法以解决此问题。首先通过 $\sqrt{3}$ 网格细分法确定待折叠三角形三个顶点的修正坐标,并根据修正坐标初步确定折叠点位置,然后引入折叠点的拉普拉斯坐标和原三角形法向信息来更新折叠点位置,最后由三角形折叠后该区域的体积误差和被折叠三角形的平展度共同确定折叠代价,从而使网格优先从较为平坦和特征点较少的区域开始依次进行三角形折叠简化。对多个模型进行了实验测试和数据分析,结果表明该方法能够有效精简网格数据,与 3 个不同类型的简化方法相比,该方法的简化效率最高,而且能有效保持原网格模型的几何特征并控制简化三角形的质量。

关键词:网格简化;三角形折叠;拉普拉斯坐标; $\sqrt{3}$ 细分法

中图分类号:TH703 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20172402.0460

Simplification method for feature preserving of efficient triangular mesh model

DUAN Li-ming^{1,2*}, SHAO Hui^{1,2}, LI Zhong-ming^{1,2},
ZHANG Gui^{1,2}, YANG Shang-peng^{1,2}

- (1. ICT Research Center, Key Laboratory of Optoelectronic Technology and Systems, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2. College of Mechanical Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

* Corresponding author, E-mail: duanliming163@163.com

Abstract: Considering that some triangular mesh models are inconvenient for storage, analysis and display due to enormous data volume, a simplification algorithm for triangular collapsed mesh combining with mesh refinement was put forward. In this method, the modified coordinates for three vertexes of the triangle to be collapsed were determined by using the $\sqrt{3}$ surface subdivision method, and the position of the folding point was preliminarily determined in accordance with the modified coordinates; then the Laplacian coordinate of the folding point and normal information of the original triangle were introduced to update the folding point position; finally, the collapse cost was calculated based on volume error of the area after triangle collapse and flatness of the collapsed triangle, thus enabled the mesh to preferentially carry out collapse simplification from relatively flat area with few feature points. Experimental test and data a-

收稿日期:2016-08-15;修订日期:2016-10-16.

基金项目:国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ030629)

analysis were established in multiple models, and result indicates that the method can effectively simplify the mesh data. Compared with three simplification methods of different types, the method can achieve the highest simplification efficiency, and can, at the same time, effectively maintain geometric characteristics of the mesh model and control quality of the simplified triangle.

Key words: mesh simplification; triangle collapse; Laplacian coordinate; $\sqrt{3}$ subdivision method

1 引 言

三角网格模型在快速成型、3D 打印、模型仿真等领域的应用十分广泛^[1,2],但其数据量往往十分庞大,这虽然可以很好地保持物体的细节特征,却不便于数据的计算、展示、存储和传输。因此,如何在简化网格模型的同时又较好地保持模型的细节特征成为国内外许多学者的主要研究课题。

目前网格简化方法一般可分为三类:元素删除法、网格重绘法和元素折叠法。元素删除法包括点删除和三角形删除,Schroeder 等人^[3]首先根据网格模型的几何性质和拓扑关系来删除顶点,但该方法对原网格模型特征的保持较差。网格重绘法是在原网格模型的基础上重新绘制顶点数更少的模型,以达到简化的目的,如 Turk^[4]根据细节层次的要求,在原模型表面将一些新点连接起来创建一个近似表面,该方法的缺点是对于简化细节特征较多的不光滑模型,计算量和误差都比较大;袁小翠^[5]等人运用点云聚类 and 主成分分析的思想,以点云为对象进行模型简化,但该方法易丢失部分边界数据;Ozaki 等人^[6]以点云聚类方法为基础,通过二次误差度量(Quadric Error Metric, QEM)得到简化模型的最小采样区域,再用支持向量机进行聚类学习,该方法对大数据量的模型简化效率较高,但容易丢失尖锐特征。元素折叠法包括边折叠和三角形折叠,这类方法适应性高,应用最为广泛。Garland 等人^[7]首先用局部 QEM 作为边折叠的代价,速度快且效果较好,但是数据存储量较大且容易形成累积误差;Jia 等人^[8]将相邻面法矢量的夹角作为误差因子进行边折叠简化,但其过于重视局部特征而忽视了网格整体的连续性;计忠平等^[9]为了保留局部网格特征,用模型局部区域的体积变化和顶点离散曲率确定折叠代价,最后再通过调整得到折叠点的精确位置,该方法计算过程比较繁琐且三角形质量一般;Zhou 等^[10]将点的曲率和边长的乘

积定义为误差准则,该方法有效地保持了拓扑结构,但简化过程中忽略了网格的质量和边界的影响;董燕等^[11]提出了基于顶点重要度的保形简化算法,将顶点重要度作为权重引入折叠代价中,但该方法的简化效率同样不高;Dassi 等人^[12]在使用特定折叠代价函数的同时,引入简化模型与原模型的位移标量值,从而有效提高了简化模型的三角网格质量,但对细节特征的保留效果有待提升。与边折叠方法相比,三角形折叠的简化效率更高。Hamann^[13]首先将三角形网格顶点的曲率作为折叠依据,优先简化那些较为平整的表面区域,但误差估计不够准确;为了更有效地进行三角形删除,Shafae^[14]提出一种称为动态三角剥离的方法,以实时生成视点相关的多分辨率三角形网格;Pan 等^[15]将 QEM 算法与三角形折叠相结合,从而减少了简化的累积误差,但该方法产生的新顶点位置不稳定,不能保证生成的三角形质量;Chen 等^[16]结合 QEM 算法的优点,采用平均误差确定各三角形折叠误差的阈值,其简化效果较为均匀,但在低分辨率的情况下容易丢失局部特征;周元峰等^[17]对 Pan 方法进行了改进,提出体积平方度量下的简化方法,但对重要特征区域的保留效果一般;张霞等^[18]运用顶点投影法来确定三角形折叠点的位置,其充分利用了折叠区域的几何信息,但仍存在简化误差阈值不易控制,忽视网格连续性的问题。

针对上述文献存在的不足,包括误差较大、效率不高、网格连续性较差等,本文提出了一种高效的保特征网格简化方法。首先采用结合拉普拉斯坐标的网格曲面细分方法确定折叠点,然后由体积误差和三角形平展度确定折叠代价以进行三角形折叠简化工作。最后通过实验验证了本文方法在简化网格保形性、简化网格质量和简化效率方面的效果。

2 $\sqrt{3}$ 网格曲面细分法

网格细分曲面算法的基本原理就是对初始网

格设定一定的新顶点生成规则,然后根据这个规则反复迭代直到产生符合要求的连续光滑曲面,理论上它能以任意的拓扑网格结构构造光滑曲面。目前应用较广的细分算法有 loop 细分法、C-C 细分法、蝶形细分法、 $\sqrt{3}$ 细分法等。其中 $\sqrt{3}$ 细分法是 Kobbelt^[19] 提出的一种适用于任意拓扑三角网格的细分方法,其面片增长速度适中,操作简单且在任意网格上都可以达到 C1 连续,所以适用范围较广。

对于一个初始的三角网格模型, $\sqrt{3}$ 细分法首先求出每个面片的中心点,然后连接每个面片的中心点和其顶点,最后去掉原始网格的内部边,同时更新原始顶点,依次生成全新的网格。具体步骤如下:

首先求新插入的中心点:

$$v_0 = \frac{1}{3}(v_1 + v_2 + v_3), \quad (1)$$

其中 v_1, v_2, v_3 分别为某三角形的 3 个顶点, v_0 为该三角形的中心点。

其次,将该三角形的顶点分别用新顶点 v_i' 代替:

$$v_i' = (1 - \alpha_n)v_i + \frac{\alpha_n}{n} \sum_{j=1}^n v_j^i, \quad (2)$$

其中 $i=1,2,3, n$ 为原始顶点 v_i 的一阶邻域点的个数(一阶邻域的定义见 3.1 节), v_j^i 即为 v_i 一阶邻域内的顶点, α_n 的求解公式如下:

$$\alpha_n = \frac{1}{9} (4 - 2\cos(\frac{2\pi}{n})), \quad (3)$$

这里 n 的含义与上式相同。

此外,当待处理的三角形是边界三角形时(至少有一边不与其他三角形相邻的三角形),处理方式会有所不同,又由于边界三角形的几何信息较少,简化效果普遍较差,故本文不予讨论。

3 简化方法描述

3.1 基本概念

为便于之后的叙述和计算,首先介绍一些基本概念。如图 1 所示,假设给定模型为 $M=(V, F, E)$, 其中 V, F, E 分别代表三角网格的顶点、面和边的集合, v_i 为网格的第 i 个顶点, f_k 为网格的第 k 个三角面片, $e_{i,j} = (v_i, v_j)$ 表示以 v_i 为起点, v_j 为终点的边向量, N_{v_i} 表示点 v_i 的法向量,

N_{f_k} 表示三角形 f_k 的法向量。

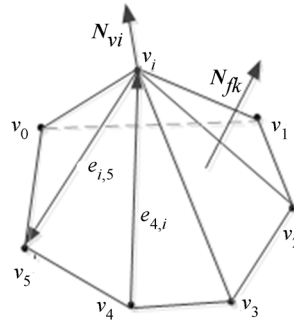


图 1 三角网格模型顶点一阶邻域信息

Fig. 1 The first-order neighborhood information of triangular mesh model's vertex

顶点 v_i 的一阶邻域三角形是指所有包含 v_i 的三角形集合,顶点 v_i 的一阶邻域点指所有与 v_i 直接相邻的点,三角形 f_k 的一阶邻域三角形指 f_k 3 个顶点的所有一阶邻域三角形(不包括 f_k 自身)。

此外,本文研究的都为封闭的流形网格模型。

3.2 折叠点的确定

本文依据三角形折叠的方法进行网格简化,其基本规则如图 2 所示。三角形 f_0 经折叠后, v_1, v_2, v_3 三个顶点“合并”为一个新的顶点 v_0 ,而如何控制这个顶点的位置,使之能较好地保持原模型的特征成为了研究的重点。

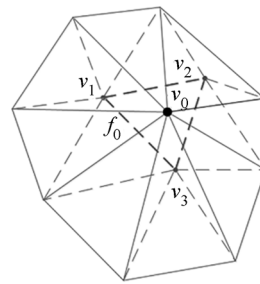


图 2 三角形折叠示意图(虚线为原始网格,实线为简化网格)

Fig. 2 Schematic of triangle collapse (Dot line for original meshes, solid line for simplified meshes)

网格曲面细分的目的是为了精细化网格,得到连续光滑的曲面模型,将这种思想与网格简化相结合,即可在精简网格模型数据量的同时得到光滑的曲面。以图 3 为例,本文的折叠点计算方法如下:

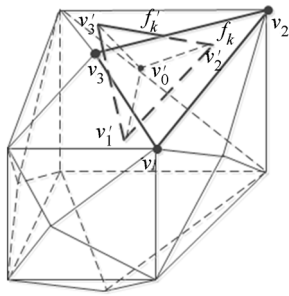


图 3 $\sqrt{3}$ 曲面细分法新顶点位置计算示意图

Fig. 3 Schematic of position calculation of new vertices by $\sqrt{3}$ surface subdivision method

首先根据式(2)、(3)计算待折叠三角形的 3 个顶点的修正坐标 v_1', v_2', v_3' , 根据 $\sqrt{3}$ 曲面细分法的推论, 修正后的顶点之间的连续性较高, 包含了待折叠三角形的一阶邻域三角形信息, 之后根据式(1)确定修正后三角形的中心点即折叠点的位置。

由于式(1)确定折叠点的插值方法较简单, 导致该点与修正顶点都在同一平面, 难免会丢失网格的局部细节信息, 所以需要进一步修正其位置。在网格模型中, 由于 Laplacian 坐标能够反映三维网格模型顶点的局部细节, 所以可以用于控制网格生长^[20], 本文将 Laplacian 坐标引入公式(1):

$$v_0' = \frac{1}{3}(v_1' + v_2' + v_3') + \delta E_{f_k}, \quad (4)$$

式中 δ 即为待插入点的 Laplacian 坐标, v_0' 为修正后的折叠点, E_{f_k} 为待折叠面片 f_k 的单位法向量。当 $\delta > 0$ 时, 插入点向面片法向移动, $\delta < 0$ 时, 插入点向法线反方向移动, 这样即完成了对插入点的调整。 δ 的计算方法如下:

$$\delta = L_F(v_0') = v_0' - \sum_{j \in N(v_0')} w_j v_j, \quad (5)$$

其中 $L_F(v_0')$ 表示在 v_0' 一阶邻域处的 Laplacian 算子, $N(v_0')$ 为折叠后 v_0' 一阶邻域点的个数, v_j 即为一阶邻域点, w_j 为该一阶邻域点的权值, 本文取 $w_j = 1/N(v_0')$ 。

3.3 折叠顺序的确定

简化时要根据每个三角形的折叠代价, 确定折叠的顺序。为了最大程度地保持原模型的体积和表面特征, 本文将简化模型与原始模型间的体积误差与被折叠三角形的平展度相结合来控制折叠顺序。

3.3.1 体积误差计算

通过控制体积误差可以有效控制原模型的体积变化, 从而尽可能减小网格简化代价, 使简化模型尽可能地逼近原模型。如图 2 所示, 三角形 f_0 折叠至新顶点 v_0 , 体积误差 ΔV 为以 v_0 为顶点, f_0 及其一阶邻域三角形为底面的四面体体积之和。以 f_0 及 v_0 构成的四面体为例, 其体积计算公式如下:

$$\Delta V_{(v_0, v_1, v_2, v_3)} = \frac{1}{6} ((v_1 - v_0) \times (v_2 - v_0)) \cdot (v_3 - v_0). \quad (6)$$

3.3.2 三角形平展度的计算

对于一些顶点较为密集、局部体积小的特征区域, 只采用体积误差作为折叠代价, 可能无法较好地保持特征, 因此, 需要增大这些三角形的折叠代价。本文引入三角形平展度的概念, 在体积误差的基础上增加一个折叠因子, 以保留更多的细节特征。三角形平展度可以由其 3 个顶点处所有邻接三角面片的法向二面角来定量计算, 它反映了网格在该点处的面片光滑程度。计算方法如下:

$$\gamma_{f_k} = \sum_{i=1}^3 \gamma_i, \quad (7)$$

其中 γ_{f_k} 为三角形 f_k 的平展度, γ_i 为 f_k 其中一个顶点的平展度, 其计算公式为:

$$\gamma_i = \frac{\sum_{n=1}^m \beta_n}{m}, \quad (8)$$

其中 m 为该顶点一阶邻域三角形的数目, β_n 为该点的一阶邻域边中第 n 条边所对应的二面角。

3.3.3 折叠代价的确定

将某三角形折叠后产生的体积误差乘以该三角形的平展度, 便可得到其折叠代价:

$$Q_{f_k} = \Delta V \cdot \gamma_{f_k}. \quad (9)$$

3.3.4 算法步骤

本文提出的网格简化算法的基本步骤如下。

步骤 1: 输入模型 M 并设置模型简化比例 t ($0 < t < 1$);

步骤 2: 对于原始网格中的每个三角形 f , 按照式(4)计算其折叠点 v_0' , 并按照式(9)计算折叠代价 Q_f ;

步骤 3: 依照折叠代价从大到小的顺序将三角形进行排序, 并存入容器 (Visual C++ 的数据

存储结构)中;

步骤 4:取出折叠代价最小的三角形,进行三角形折叠操作,同时更新折叠点邻域信息,计算新生成的三角形的折叠代价,并依序插入容器中;

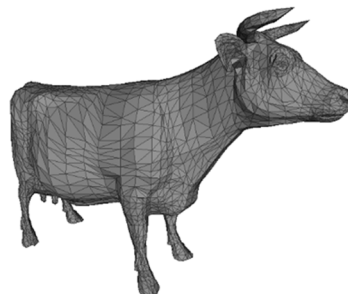
步骤 5:重复步骤 4,直至满足简化比例要求,简化结束。

4 实验结果与分析

为验证本文方法的实际效果,采用 Visual Studio 2010 平台和 OpenGL 库对多个复杂三角网格模型进行了简化实验。本实验所用的计算机配置为 Intel Core i5 CPU, 2.67GHz, 内存为 4GB。此外,为了更好地展示实验结果,对本文所使用模型均进行了一定的预处理,包括去噪和孔洞修复等^[21-23]。

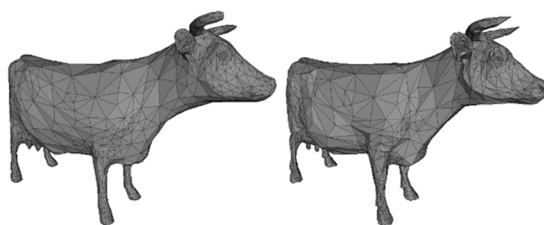
图 4 用奶牛模型(5 804 个三角面片)演示了 Laplacian 坐标对本文方法的影响。图 4(a)为奶牛原始模型,图 4(b)为未使用 Laplacian 坐标进行位置调整的简化结果,可见一些较为尖锐的特征区域如耳朵尖角处没有被保留,图 4(c)为加入 Laplacian 坐标进行调整后的结果,可见简化效果明显得到优化。图 5 为大脑模型(588 032 个三角面片)在不同简化比例下的简化结果,从图中可以

比较直观地看出,在两种简化比例下本文方法均较好地保持了原模型的几何特征,模型表面比较光滑,网格疏落有致。



(a)原始模型

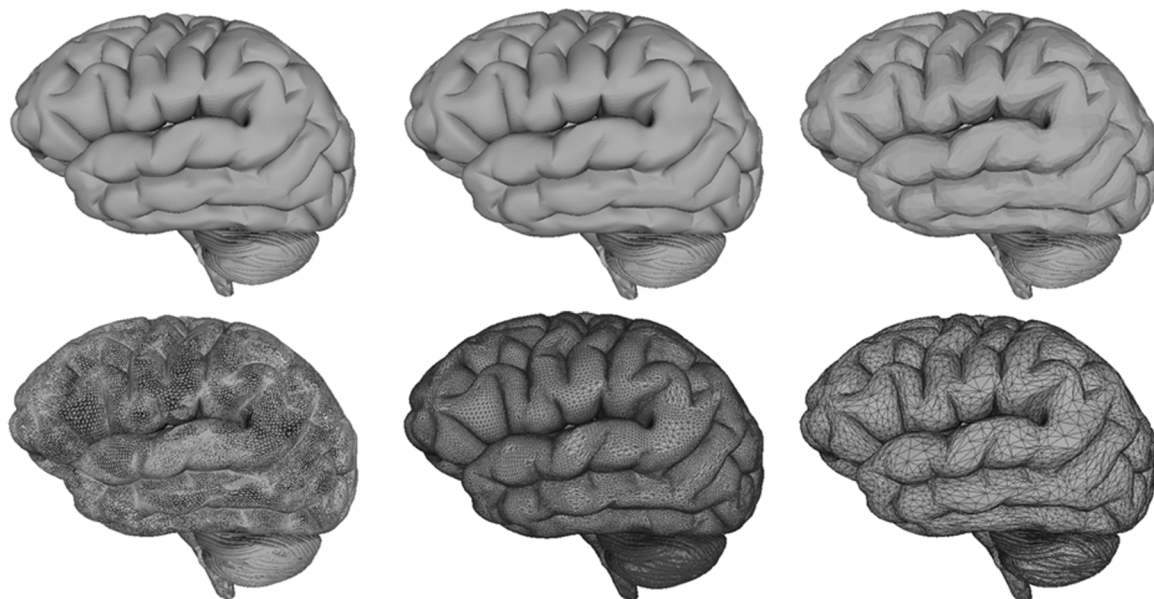
(a) Original model



(b)不使用 Laplacian 坐标的简化结果 (c)使用 Laplacian 坐标的简化结果

(b)Simplification result without Laplacian coordinate (c)Simplification result with Laplacian coordinate

图 4 Laplacian 坐标对简化效果的影响(简化 30%)
Fig. 4 Influence of Laplacian coordinate on simplification performance (30% simplified)



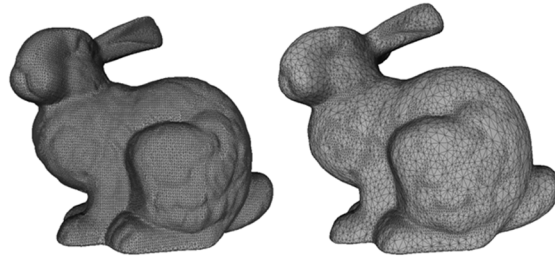
(a)原始模型(588032 个三角面片) (b)简化 40%结果(35281 个三角面片) (c)简化 80%结果(11693 个三角面片)
(a) Original models (588032 triangle facets) (b) Simplification results with 40% reduced (35281 triangle facets) (c)Simplification results with 80% reduced (11693 triangle facets)

图 5 人脑模型简化结果(第一行和第二行分别为表面模型和网格模型)

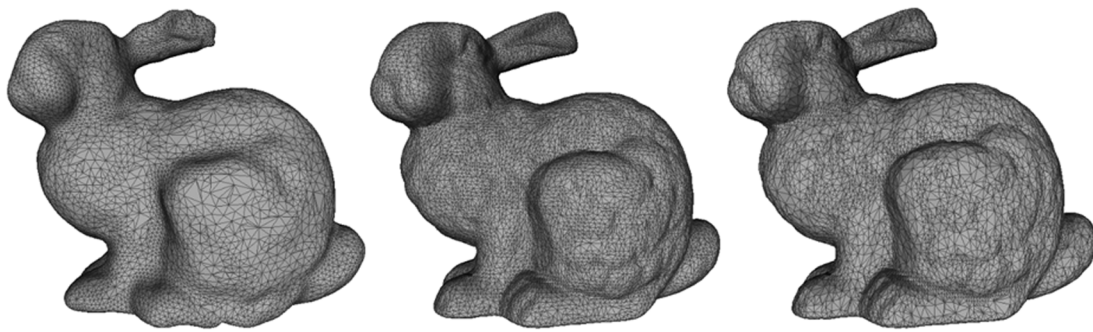
Fig. 5 Simplification results of brain model(first and second rows are surface models and triangular mesh models respectively)

为了定量分析本文简化方法的优缺点,将本文方法分别与点云聚类法(Ozaki 等^[6])、边折叠法(Dassi 等^[12])、三角形折叠法(张霞等^[18])进行对比,在多个模型上分析了不同简化方法在几何

误差、简化时间、三角形质量 3 个方面的差异。本文选用了两个特征明显的模型进行例证,图 6 是简化 70% 的 Stanford bunny 模型,图 7 是简化 90% 的轮毂模型。



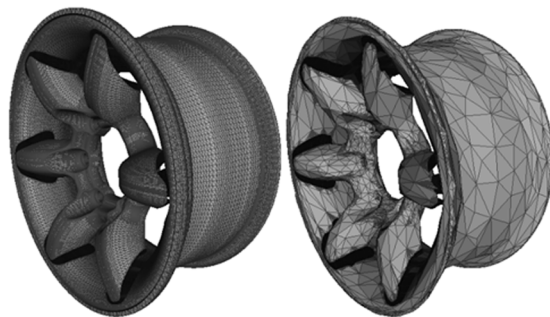
(a)原始模型(69663 个三角形) (b)本文方法简化结果
 (a) Original model (69663 triangles) (b) Simplification result by proposed method



(c)Ozaki 方法简化结果 (d)Dassi 方法简化结果 (e)张霞方法简化结果
 (c) Simplification result by Ozaki (d) Simplification result by Dassi (e) Simplification result by Zhang Xia

图 6 Stanford Bunny 模型简化结果比较(简化 70%)

Fig. 6 Simplification results of different methods on Standord Bunny (70% simplified)



(a) 原始模型(1205716 个三角形) (b) 本文方法简化结果
 (a) Original model (1205716 triangles) (b) Simplification result by proposed method



(c) Ozaki 方法简化结果 (d) Dassi 方法简化结果 (e) 张霞方法简化结果
(c) Simplification result by Ozaki (d) Simplification result by Dassi (e) Simplification result by Zhang Xia

图 7 轮毂模型简化结果比较(简化 90%)

Fig. 7 Simplification results comparison of different methods on hub (90% simplified)

表 1 各简化方法的误差对比结果

Tab. 1 Simplification error of different methods

模型	方法	误差分析			体积误差(%)
		最大误差	最小误差	平均误差	
Bunny	本文方法	0.009 8	0.006 7	0.008 5	0.097 5
	Ozaki 方法	0.020 1	0.005 4	0.012 9	0.131 2
	Dassi 方法	0.010 2	0.004 7	0.007 9	0.065 3
	张霞方法	0.007 3	0.003 9	0.005 4	0.084 5
轮毂	本文方法	0.013 4	0.008 7	0.011 6	0.142 5
	Ozaki 方法	0.019 1	0.006 5	0.014 5	0.167 4
	Dassi 方法	0.012 7	0.004 9	0.012 4	0.114 8
	张霞方法	0.009 6	0.007 8	0.008 9	0.134 7

在几何误差方面,本文通过 Metro 软件比较了不同方法简化前后三角网格模型的最大误差、最小误差、平均误差和模型体积变化情况,对比数据如表 1 所示。从表 1 数据可知,本文简化方法的几种误差在 4 种对比方法中处于中等,优于 Ozaki 方法,但比其他两种方法稍差。这说明虽然本文方法对折叠点位置的调整还不够精细,但已经达到比较良好的效果。表 2 展示了 4 种方法对两个不同模型的简化时间,由表 2 可知,本文方法明显优于其他 3 种方法。

为了进一步分析简化后三角网格的质量,本文用面积法来描述三角形的形状质量。三角形形状质量用 Q 表示:

$$Q = \frac{4\sqrt{3} \cdot A}{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2}, \quad (10)$$

其中 l_1, l_2, l_3 分别为三角形的 3 条边长, A 为三

角形的面积。 Q 的取值范围为 $(0, 1)$ 。 $Q \rightarrow 0$, 则说明三角形质量变差, $Q \rightarrow 1$ 时,说明三角形趋向于等边三角形。本文选取 $Q=0.3$ 为三角形网格质量阈值。 $Q < 0.3$ 则为劣质三角形,对简化模型中劣质三角形进行统计,结果如表 3 所示,结果显示,本方法得到的简化三角形质量略低于 Dassi 方法,但优于其他两种方法。

表 2 各方法简化时间对比

Tab. 2 Simplification times of different methods (s)

模型	本文方法	Ozaki 方法	Dassi 方法	张霞方法
Bunny	3.856	5.719	6.782	5.871
轮毂	24.213	27.274	37.546	35.179

表 3 各方法简化三角形质量对比

Tab. 3 Comparison of triangle quality simplified by different methods (%)

模型	本文方法	Ozaki 方法	Dassi 方法	张霞方法
Bunny	0.567	0.784	0.215	0.547
轮毂	0.875	0.913	0.439	0.946

5 结 论

本文研究了一种基于三角形折叠的网格简化算法。在传统的网格简化方法的基础上结合了网格细分法,因此,能够保持网格特征的优点,同时引入拉普拉斯坐标和三角形法向量进行折叠点位置调整,再通过控制体积误差和三角形平展度来

优化简化顺序,最终得到一种高效的保特征三角网格简化方法。经多个模型的实验分析,本文提出的简化方法与其他 3 种对比方法相比,简化模型误差和三角形质量均得到较好的控制,而且简化效率明显高于其他几种方法。此外,本文方法

是在细分法的基础上进行简化的,简化比例较大时也能较好地保持网格特征和连续性。但是当特征三角形比较集中时,本文简化方法容易出现过共顶点的现象,影响简化网格质量和效率,这需要在下一步工作中进行改善。

参考文献:

- [1] 张雨禾,耿国华,魏潇然. 散乱点云谷脊特征提取[J]. 光学精密工程, 2015, 23(1): 310-318.
ZHANG Y H, GENG G H, WEI X R. Valley-ridge feature extraction from point clouds[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(1): 310-318. (in Chinese)
- [2] 马鑫,魏仲慧,何昕,等. 三维枪弹痕点云数据处理及特征提取研究[J]. 液晶与显示, 2016, 31(9): 889-896.
MA X, WEI ZH H, HE X, et al.. Processing and feature extraction for three-dimensional bullet point cloud data[J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Display*, 2016, 31(9): 889-896.
- [3] SCHROEDER W J, ZARGE J A, LORENSEN W E. Decimation of triangle meshes [J]. *Computer Graphics*, 1992, 26(2):65-70.
- [4] TURK G. Re-tiling polygonal surfaces[J]. *Computer Graphics*, 1992, 26(2): 55-64.
- [5] 袁小翠,吴禄慎,陈华伟. 特征保持点云数据精简[J]. 光学精密工程, 2015, 23(9):2666-2676.
YUAN X C, WU L SH, CHEN H W. Feature preserving point cloud simplification [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(9): 2666-2676. (in Chinese)
- [6] OZAKI H, KYOTA F, KANAI T. Out-of-core framework for QEM-based mesh simplification [C]. *Eurographics Symposium on Parallel Graphics and Visualization*, Eurographics Association, 2015.
- [7] GARLAND M, HECKBERT P S. Surface simplification using quadric error metrics [C]. *Proceedings of SIGGRAPH*, Los Angeles, USA: *Computer Graphics*, 1997: 209-216.
- [8] JIA Q, LIU Y, GU X. Edge collapse mesh simplification algorithm based on detail features preserving [J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2014, 10(7): 2883-2890.
- [9] 计忠平,刘利刚,王国瑾. 基于割角的保特征网格简化算法[J]. 计算机研究与发展, 2006, 43(12): 2144-2151.
- JI ZH P, LIU L G, WANG G J. Feature preserving mesh simplification based on corner cutting [J]. *Journal of Computer Research and Development*, 2006, 43(12): 2144-2151. (in Chinese)
- [10] ZHOU M D, MICHAEL Y W. Engineered model simplification for simulation based structural design[J]. *Computer Aided Design and Applications*, 2012, 9(1): 87-94.
- [11] 董艳,张志毅,杨睿. 基于顶点重要度的保形网格简化方法研究[J]. 计算机工程与设计, 2013, 34(5): 1889-1895.
DONG Y, ZHANG ZH Y, YANG K. Research of algorithm for shape preserving triangular mesh simplification based on important degree[J]. *Computer Engineering and Design*, 2013, 34(5): 1889-1895. (in Chinese)
- [12] DASSI F, ETTINGER B, PEROTTO S, et al.. A mesh simplification strategy for a spatial regression analysis over the cortical surface of the brain [J]. *Applied Numerical Mathematics*, 2015, 90(C):111-131.
- [13] HAMANN B. A data reduction scheme for triangulated surfaces [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 1994, 11(2): 179-214.
- [14] SHAFARAE M, PAJAROLA R. DStrips: Dynamic triangle strips for real-time mesh simplification and rendering[C]. *11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, 2003: 271-280.
- [15] PAN Z, ZHOU K, SHI J. A new mesh simplification algorithm based on triangle collapses [J]. *Journal of Computer Science and Technology*, 2001, 16(1): 57-63.
- [16] CHEN J, SHI X. Real-time LOD algorithm based on triangle collapse optimization [C]. *Proceedings of the 7th International Conference on Computational Intelligence and Security*, Washington, D. C., USA, 2011: 312-315.
- [17] 周元峰,张彩明,贺平. 体积平方度量下的特征保

- 持网格简化方法[J]. 计算机学报, 2009, 32(2): 203-212.
- ZHOU Y F, ZHANG C M, HE P. Feature preserving mesh simplification algorithm based on square volume measure [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2009, 32(2): 203-212. (in Chinese)
- [18] 张霞, 段黎明, 刘璐. 保持特征的高质量三角网格简化方法[J]. 计算机集成制造系统, 2014, 20(3): 486-493.
- ZHANG X, DUAN L M, LIU L. High quality triangular mesh simplification with feature-preserving [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2014, 20(3): 486-493. (in Chinese)
- [19] KOBBELT L. Subdivision [J]. *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 2000, 18(1): 103-112.
- [20] ZHOU K, HUANG J, SNYDEJ R J, *et al.*. Large mesh deformation using the volumetric graph Laplacian [J]. *ACM Transactions on Graphics(TOG)*, 2005, 24(3): 496-503.
- [21] 吴禄慎, 史皓良, 陈华伟. 基于特征信息分类的三维点数据去噪[J]. 光学精密工程, 2016, 24(6): 1465-1473.
- WU L SH, SHI H L, CHEN H W. Denoising of three-dimensional point data based on classification of feature information [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(6): 1465-1473. (in Chinese)
- [22] 赵九龙, 马瑜, 李爽, 等. 三维医学图像的混合噪声去除方法[J]. 液晶与显示, 2015, 30(2): 340-346.
- ZHAO J L, MA Y, LI SH, *et al.*. Mixed noise removing method for three-dimensional medical images [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Display*, 2015, 30(2): 340-346. (in Chinese)
- [23] ZHAO W, GAO S M, LIN H W. A robust hole-filling algorithm for triangular mesh [J]. *The Visual Computer*, 2007, 23 (12): 987-997.

作者简介:



邵 辉(1992—),男,安徽合肥人,硕士研究生,2014年于重庆大学获得学士学位,主要研究方向为逆向工程与三角网格处理。E-Mail: cqushaohui@gmail.com

导师简介:



段黎明(1964—),男,四川营山人,教授,博士生导师 1988年、1998年于重庆大学分别获得硕士、博士学位,主要从事工业CT技术及应用,基于工业CT的逆向设计,网格重建与处理等研究。E-Mail:duanliming163@163.com