

文章编号 1004-924X(2018)04-0884-10

局部加强体对预压双稳态结构 跳转力学特征的影响分析

高仁璟, 李明丽, 王 奇, 赵 剑*, 刘书田*

(大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: 基于轴向挤压后屈曲模态的双稳态结构, 其跳转力、保持力和跳转行程等双稳态特征与预应力分布和后屈曲模态密切相关, 使得难以通过仅调整预压缩量来实现特定双稳态指标的设计。本文提出引入局部加强体调控预压双稳态梁临界屈曲载荷、应力分布及跳转特征的方法, 建立了具有对称局部加强体的预压双稳态梁跳转分析模型, 分析了预应力、加强体尺寸参数和位置对屈曲临界载荷、跳转力和行程的影响规律。结果表明: 局部加强体不影响原结构跳转力和保持力相等的特征; 与尺寸参数相比加强体位置参数对跳转力有较大影响, 随着位置的变化, 跳转力存在由大变小再变大的变化过程, 且调控同行程双稳态梁跳转力的幅度可达 17.04%; 跳转行程主要依赖于局部加强体的刚度和所承受的预应力。

关键词: 双稳态结构; 跳转力; 局部加强体; 预应力; 调控

中图分类号: TH703 **文献标识码:** A **doi:** 10.3788/OPE.20182604.0884

Influences of local reinforcements on the snap-through characteristics of pre-compressed bistable structures

GAO Ren-jing, LI Ming-li, WANG Qi, ZHAO Jian*, LIU Shu-tian*

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment,
Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

* Corresponding author, E-mail: jzhao@dlut.edu.cn; stliu@dlut.edu.cn

Abstract: For the bistable structures formed through compressing the strait beams into post-buckling modes, their bistable characteristics such as snap-through/maintain forces and snap-through distance are deeply related to the pre-stress distribution and the buckling mode. Thus, it is difficult to achieve a required specific bistable characteristic through only adjusting the pre-stress load. For this reason, one effective method was proposed for adjusting the critical buckling load and snap-through characteristics by introducing local reinforcements to regulate stress distribution during the snap-through procedure. Then, the snap-through analyzing model was established for the pre-compression bistable beam with symmetrical local reinforcements. Influences of the pre-stress, reinforcement size parameters and their position on buckling critical load, snap-through force and the stroke were analyzed. The results show that the characteristic of equal snapping and maintaining force is not affected by added local rein-

收稿日期: 2017-07-25; 修订日期: 2017-09-09.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 11572073, No. 11372063, No. 51575088, No. 11332004)

forcements; compared with size parameters of the reinforcement, its position parameter plays a more important role in determining the snapping force, and the snapping force increases firstly and then decreases with the position changed. The snapping force can be regulated up to 17.04% without changing the stroke; the stroke is deeply related with the reinforcement stiffness and the pre-stress.

Key words: bistable structures; snap-through force; local reinforcement; pre-stress; adjustability

1 引言

双稳态结构主要利用变形过程中能量的存储与释放过程来实现特定稳态构型转换,具有稳态保持无功耗、定位准确、响应快等特点,在惯性开关^[1-3]、继电器^[4-6]、智能可变体结构^[7-9]及俘能器^[10-12]等设计中具有广泛地应用需求。双稳态特征的实现方式和可设计性已成为影响其应用的重要因素,直接影响结构或器件的性能,如磁致双稳态结构^[13-14]、柔性双稳态结构^[15-17]等。轴向挤压后屈曲结构是一种重要的柔性双稳态结构形式^[18-23],除了具有典型的双稳态特征之外,还具有稳态构型对称、正反向跳转力相等、可调性强且易于装配的优点,因而受到研究人员的广泛关注。

由于预压双稳态结构的跳转特征参数包括跳转力、保持力和行程等,与预应力密切相关,且结构参数、特征参数和预应力间相互耦合影响,使得难以通过仅调整预应力来实现特定结构几何尺寸约束下的双稳态特定目标设计。例如,通过调整预压梁的长度、厚度及跨度等参数可以调控跳转力和稳态保持力,但同时也会影响跳转行程、稳态构型和位置,造成设计特性偏离原定目标。为此,国内外研究人员对预压双稳态特征的可调性展开了大量的研究工作,但仍集中于研究预应力对跳转力学特征的影响机理。Vangbo等^[18-19]推导了预压双稳态梁的横向力和横向位移的解析式,并给出了非“细长”梁的双稳态设计参数;赵剑等^[20]基于广义变分和半纯函数修正了文献^[18]中横向力解析表达式中的常系数;Saif等^[21]解析分析了预应力(轴向力)对压缩位移、拱高和临界跳转力的影响关系;Fang等^[22]通过计算预应力/轴向力与最大横向位移间的关系,预测等截面预压双稳态梁的后屈曲变形量;Cazottes等^[23]分析了驱动位置对等截面预压双稳态梁跳转过程的影响。这些文献所给出的方法仍局限于预应力调节法,即

通过调节预应力来改变双稳态行程(拱高的2倍)和跳转力。事实上,从预压双稳态结构的制备过程看出,双稳态行程和跳转力同时敏感于预应力(或预压载荷),因而无法进行基于预应力的双稳态结构行程或跳转力的单独设计。因此,亟需一种考虑多参数调控预压双稳态结构非线性跳转特征的控制方法,实现双稳态特定跳转特征的有效设计。

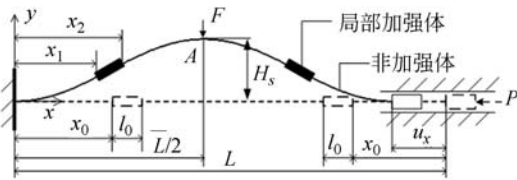
已有研究结果表明,通过优化局部加强单元的几何和位置参数可实现特定性能预成型双稳态结构的设计^[24]。由于预成型双稳态结构未包含预应力,而预应力对结构跳转特性有重要影响。因此,基于预应力与加强体协同调控,能够实现双稳态结构性能的更大范围调控。

本文基于预压双稳态梁的制备过程,提出通过引入局部加强体和预应力协同调控预压双稳态结构的双稳态跳转特性的方法,以满足不同场合的应用需求。

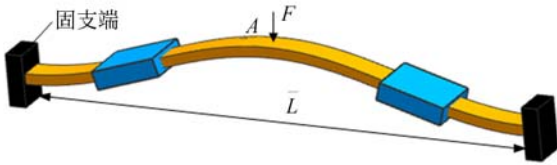
2 对称局部加强预压双稳态梁跳转分析模型

预压双稳态结构的成型过程如图1所示,本文引入局部加强体,通过其尺寸和位置的设计实现对双稳态结构跳转特性的调节。图1(a)为对称局部加强预压双稳态梁成型过程的平面图,其中梁长为 L ,矩形截面的宽度和厚度分别为 W 和 T 。梁左端固支,右端可沿轴向移动。建立坐标系,水平方向为 x 轴,横向为 y 轴,梁宽度方向为 z 轴,对称布置的加强体距固定端的距离为 x_0 。局部加强体的参数包括长 l_0 、宽 w_0 、厚 t_0 和位置 $X(X=l_0/2+x_0)$ 。图中虚线表示局部加强梁的原始状态,实线表示局部加强梁在轴向力/预应力 P 作用下发生后屈曲。原始状态的局部加强梁在大于临界屈曲载荷的轴向力/预应力 P 的作用

下,梁右端移动 u_x ,即端部位移量为 u_x ,实现局部加强双稳态梁的成型。双稳态梁在横向力 F 的作用下发生双稳态跳转,点 A 记为横向力 F 的驱动点。图 1(b)表示:两端固支的对称局部加强预压双稳态梁成型后在横向力 F 作用下的三维图。



(a) 平面图
(a) Plan view



(b) 三维图
(b) Three-dimensional figure

图 1 对称局部加强预压双稳态梁的成型过程

Fig. 1 Forming process of a pre-compression bistable beam with symmetrical local reinforcements

在局部加强预压双稳态梁的成型过程中,梁在轴向力 P 的作用下先失稳再发生后屈曲。在梁中点施加横向力 F 时,梁的微分方程可表示为:

$$EI_z(x)w^{(4)}(x) + \frac{P}{EI_z(x)}w''(x) = F\delta(x - \bar{L}/2), \quad (1)$$

式中: $w(x)$ 为梁中轴线的挠度; E 为弹性模量; $\delta(x)$ 为狄拉克 δ 函数; P 为预加轴向力; $I_z(x)$ 为局部加强梁的惯性矩:

$$I_z(x) = \begin{cases} \frac{WT^3}{12} k_w k_T^3, & x \in [x_1, x_2] \cup [\bar{L} - x_2, \bar{L} - x_1] \\ \frac{WT^3}{12}, & x \in [0, x_1] \cup [x_2, \bar{L} - x_2] \cup [\bar{L} - x_1, \bar{L}] \end{cases}, \quad (2)$$

式中: \bar{L} 为挤压后局部加强梁的跨度,满足 $\bar{L} = L - u_x$; 宽度比 k_w 为加强部分宽度与未加强部分宽度的比值,即 $k_w = w_0/W$; 厚度比 k_T 为加强部分厚度与未加强部分厚度的比值,即 $k_T = t_0/T$; x_1

和 x_2 为挤压后局部加强体端的坐标,满足:

$$g(x_1) = x_0 - \frac{Px_1}{EWT} - \int_0^{x_1} \sqrt{1 + [w'(x)]^2} dx \approx x_0 - \left(\frac{P}{EWT} + 1\right)x_1 - \frac{1}{2} \int_0^{x_1} [w'(x)]^2 dx = 0, \quad (3)$$

$$g(x_2) = l_0 - \frac{P(x_2 - x_1)}{Ew_0 t_0} - \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + [w'(x)]^2} dx \approx l_0 - \left(\frac{P}{Ew_0 t_0} + 1\right)(x_2 - x_1) - \frac{1}{2} \int_{x_1}^{x_2} [w'(x)]^2 dx = 0. \quad (4)$$

预压双稳态梁的边界条件为:

$$\begin{cases} w(x)|_{x=0} = w(x)|_{x=\bar{L}} = 0 \\ w'(x)|_{x=0} = w'(x)|_{x=\bar{L}} = 0 \end{cases}. \quad (5)$$

因轴向力 P 引起的轴向压缩变形量 d_p 为:

$$d_p = \frac{P\bar{L}}{EWT} + \frac{2P(x_2 - x_1)}{EWT} \left(\frac{1}{k_w k_T} - 1\right). \quad (6)$$

根据对称局部加强预压双稳态梁的变形几何关系,有:

$$\begin{aligned} (L - d_p) - \int_0^{\bar{L}} \sqrt{1 + [w'(x)]^2} dx &\approx \\ (L - d_p) - \int_0^{\bar{L}} \left\{1 + \frac{1}{2}[w'(x)]^2\right\} dx &= \\ (L - \bar{L} - d_p) - \frac{1}{2} \int_0^{\bar{L}} [w'(x)]^2 dx &= \\ (u_x - d_p) - \frac{1}{2} \int_0^{\bar{L}} [w'(x)]^2 dx &= 0 \end{aligned}, \quad (7)$$

即:

$$u_x = d_p + \frac{1}{2} \int_0^{\bar{L}} [w'(x)]^2 dx. \quad (8)$$

梁压缩至后屈曲的条件是:轴向力 P 需大于梁的临界屈曲载荷 P_{cr} 。鉴于局部加强梁临界屈曲载荷 P_{cr} 和微分方程(1)的解析式不易获得,故采用有限元法^[25],利用横向力 $F=0$ N,微分方程(1)、边界条件(5)和约束条件(8)建立局部加强梁失稳时的特征方程:

$$([\mathbf{K}_E] + p_i[\mathbf{K}_G])\{\varphi_i\} = 0 (i=1, 2, 3, \dots), \quad (9)$$

其中, $[\mathbf{K}_E]$ 为结构的弹性刚度矩阵; $[\mathbf{K}_G]$ 为结构的应力刚度矩阵/几何刚度矩阵; φ_i 是与 p_i 对应的失稳模态/位移模态; p_i 为第 i 阶失稳载荷/临界载荷,文中临界屈曲载荷 P_{cr} 是指第 1 阶失稳载

荷 p_1 , 即 $P_{cr} = p_1$ 。

将成型后的局部加强预压双稳态梁的右端固支, 在横向力 F 作用下梁的构型可由满足边界条件(5)、约束条件(8)的微分方程(1)的解获得。本文采用有限元法^[25]求解式(1)、(5)和(8)构成的微分方程边值问题。通过梁单元离散和 ANSYS 软件, 求解局部加强预压双稳态梁的挠度、拱高和跳转力。

在给定加强结构尺寸和位置以及梁的预压缩量 u_x 的条件下, 求解由式(1)、(5)和(8)组成的边值问题, 获得梁的挠度 $w(x, F)$ 。中点挠度 u_y 可表示为:

$$u_y = w(\bar{L}/2, F), \quad (10)$$

横向力 F 与中点挠度 u_y 间的关系, 能够完整描述双稳态梁的跳转特性, 其形式如图 2 所示。根据该力-位移曲线, 可确定跳转行程和跳转力。跳转行程为拱高 H_s 的两倍。拱高 H_s 为:

$$H_s = \max(u_y), \quad (11)$$

跳转力 F_{sb} 为:

$$F_{sb} = \max(|F|). \quad (12)$$

3 局部加强体参数和预应力对双稳态梁跳转特性的影响

为研究局部加强体参数和预应力对双稳态梁跳转特性的影响规律, 给出图 1 中预压双稳态梁成型前直梁的尺寸参数和材料(铍青铜)参数, 如表 1 所示。

表 1 预压双稳态梁成型前直梁的尺寸和材料参数

Tab. 1 Size and material parameters of straight beam before pre-compression bistable beam forming

长度	宽度	厚度	弹性模量	泊松比
L/mm	W/mm	H/mm	E/GPa	μ
40.0	2.0	0.20	128	0.32

基于图 1 所示的预压双稳态结构的制备过程, 通过调整预应力 P 的大小, 制作拱高 H_s 均为 2.95 mm 的等截面预压双稳态梁和局部加强预压双稳态梁。此时, 需对长 $L=40.0$ mm, 宽 $W=2.0$ mm, 厚 $T=0.20$ mm 的等截面直梁施加 $P_d=4.240$ N 的预应力; 对局部加强体参数为长度

比 $l_0/L=3.14\%$, 宽度比 $k_w = w_b/W=1.50$, 厚度比 $k_T = t_0/T=2.0$ 和位置 $X/L=25.47\%$ 的局部加强预压双稳态梁, 施加 $P_b=4.242$ N ($P_d \neq P_b$) 的预应力。在预压双稳态梁的驱动点 A 施加横向力 F , 得到如图 2 所示预压双稳态梁的跳转过程。

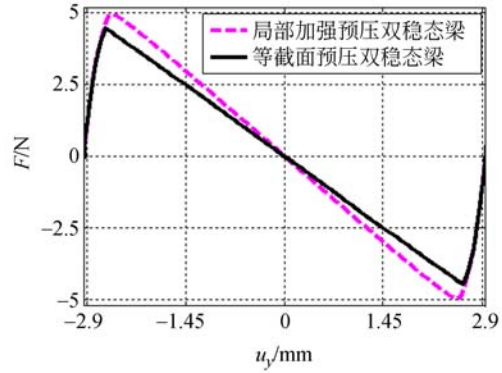


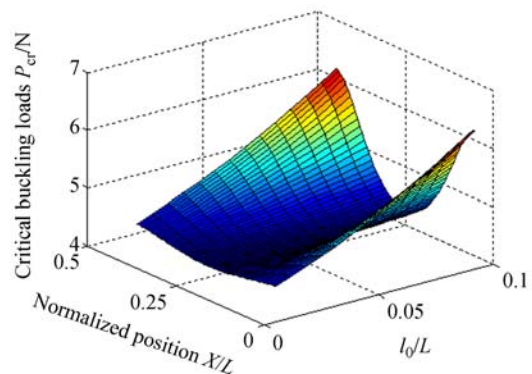
图 2 预压双稳态梁的跳转过程

Fig. 2 Snap-through process of pre-compression bistable beams

从图 2 看出, 等截面预压双稳态梁和局部加强预压双稳态梁的跳转力大小分别为 $F_{sd} \approx 4.46$ N 和 $F_{sb} \approx 4.95$ N, 预压双稳态梁的跳转力和保持力均相等。由此可知: 在拱高 H_s 一定的条件下, 通过调节等截面梁的局部参数和施加的预应力 P , 可以实现同拱高 H_s 预压双稳态梁跳转力的调控。

3.1 局部加强体参数对临界屈曲载荷 P_{cr} 的影响

由式(2)可知: 局部加强体参数可以改变局部加强梁的局部刚度。结构刚度的变化影响局部加强梁的临界屈曲载荷 P_{cr} 。本文通过有限元方法得到 P_{cr} 随局部加强体参数的变化规律, 如图 3 所示。图 3(a) 宽度比 $w_b/W=1.0$ 和厚度比 $t_0/T=$



(a) X/L 和 t_0/L 对 P_{cr} 的影响

(a) X/L and t_0/L have effects on P_{cr}

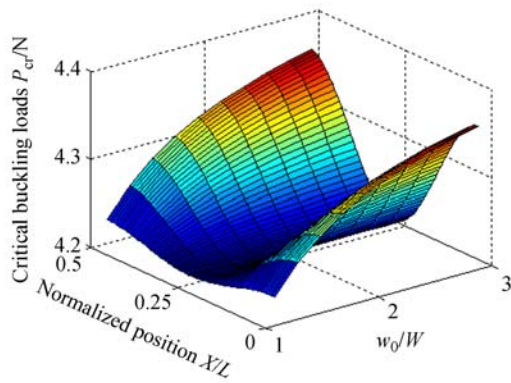
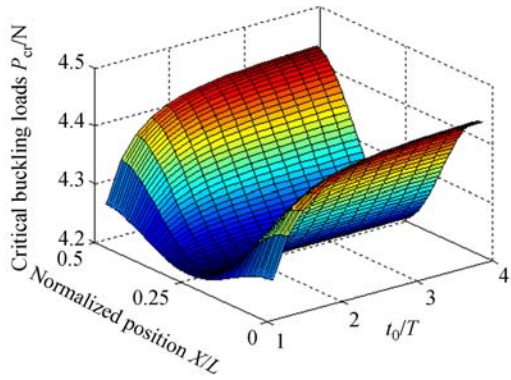
(b) X/L 和 w_0/W 对 P_{cr} 的影响(b) X/L and w_0/W have effects on P_{cr} (c) X/L 和 t_0/T 对 P_{cr} 的影响(c) X/L and t_0/T have effects on P_{cr} 图 3 局部加强体参数对临界屈曲载荷 P_{cr} 的影响

Fig. 3 Parameters of local reinforcement have effects on critical buckling load P_{cr}

2.0; 图 3(b) 长度比 $l_0/L=1.33\%$ 和厚度比 $t_0/T=1.0$; 图 3(c) 长度比 $l_0/L=1.33\%$ 和宽度比 $w_0/W=1.0$ 。由图 3 可知: 局部加强体归一化尺寸参数(长度比 l_0/L , 宽度比 w_0/W , 厚度比 t_0/T)对临界屈曲载荷 P_{cr} 的影响受归一化位置 X/L 的影响较大。当 $X/L=0.25$ 时, 局部加强体的归一化尺寸参数对 P_{cr} 的影响较小; 当归一化位置 X/L 一定时, 增大局部加强体尺寸参数可使临界屈曲载荷 P_{cr} 增大。在归一化位置 X/L 和长度比 l_0/L 一定的条件下, 当厚度比 $k_T=t_0/T$ 的放大倍数 α_T 和宽度比 $k_W=w_0/W$ 的放大倍数 α_W 相同时, 厚度比 $k_T=t_0/T$ 对局部加强惯性矩的影响比宽度比 $k_W=w_0/W$ 的影响大。推导过程如下。

当 $k_{W1}=k_W$, $k_{T1}=\alpha_T k_T$ ($\alpha_T > 1$) 时, 局部加强体的惯性矩 $I_{z1}(x)$ 为:

$$I_{z1}(x) = \frac{WT^3}{12} k_{W1} k_{T1}^3 = \alpha_T^3 \frac{WT^3}{12} k_W k_T^3, \quad (13)$$

$$x \in [x_1, x_2] \cup [\bar{L}-x_2, \bar{L}-x_1]$$

式中: k_{W1} 为放大后的宽度比; α_T 为厚度比的放大倍数; k_{T1} 为放大后的厚度比。

当 $k_{W2}=\alpha_W k_W$, $k_{T2}=k_T$ ($\alpha_W > 1$) 时, 局部加强体的惯性矩 $I_{z2}(x)$ 为:

$$I_{z2}(x) = \frac{WT^3}{12} k_{W2} k_{T2}^3 = \alpha_W \frac{WT^3}{12} k_W k_T^3, \quad (14)$$

$$x \in [x_1, x_2] \cup [\bar{L}-x_2, \bar{L}-x_1]$$

式中: k_{W2} 为放大后的宽度比; α_W 为宽度比的放大倍数; k_{T2} 为放大后的厚度比。

当 $\alpha_W = \alpha_T$ 时,

$$I_{z1}(x)/I_{z2}(x) = \alpha_T^2 > 1 \quad x \in [x_1, x_2] \cup [\bar{L}-x_2, \bar{L}-x_1]. \quad (15)$$

3.2 局部加强体参数和预应力 P 对拱高 H_s 的影响

为了研究局部加强体参数对预压双稳态梁跳转力的影响, 需先分析局部加强体参数和预应力 P 对拱高 H_s 的影响。由于局部加强体归一化位置 X/L 对临界屈曲载荷 P_{cr} 影响较大, 因此, 本文分析了局部加强梁在长度比 $l_0/L=3.33\%$ 、宽度比 $w_0/W=1.0$ 和厚度比 $t_0/T=2.0$ 时归一化位置 X/L 、预应力 P 和拱高 H_s 间的关系, 三者关系如图 4 所示。

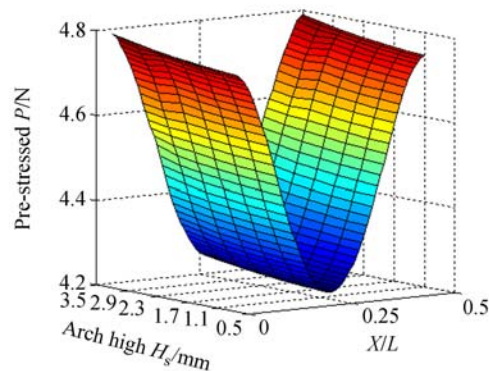
图 4 归一化位置 X/L 、预应力 P 与拱高 H_s 间的关系

Fig. 4 Relationships between normalized position X/L , pre-stressed P and arch high H_s

由图 4 可知: 当拱高 H_s 一定时, 随着归一化位置 X/L 的增加, 预应力 P 先减小后增加; $X/L=0.25$ 时, 预应力 P 取最小值。当局部加强体归

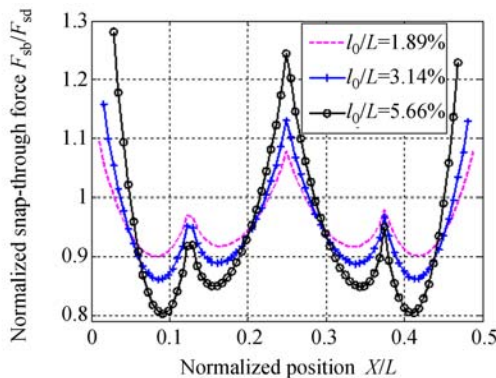
一化位置 X/L 一定时,拱高 H_s 随轴向力 P 的增大而增大。

由图 3 和图 4 可知:局部加强体通过改变局部加强梁的刚度,影响拱高 H_s ; 预应力 P 通过做功直接影响拱高 H_s ,但受局部加强梁刚度的影响。即,当拱高 H_s 相同时,局部加强梁因刚度不同受到的预应力 P 不同。

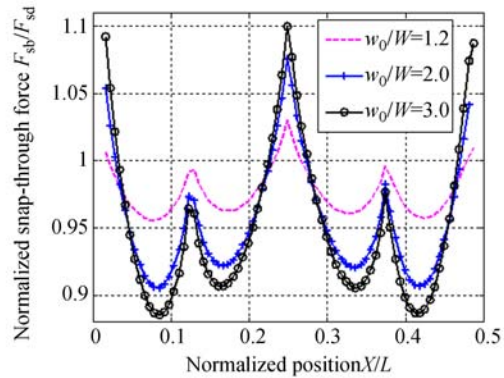
3.3 局部加强体参数对预压双稳态梁跳转力的影响

双稳态器件驱动的难易程度取决于双稳态结构跳转力的大小。相等拱高 H_s 的双稳态结构,跳转力 F_s 越小,驱动越容易实现,越有利于双稳态器件在工程中的应用。因此,本文研究拱高 $H_s = 2.95 \text{ mm}$ 时,局部加强体归一化参数(长度比 l_0/L ,宽度比 w_b/W ,厚度比 t_0/T 和归一化位置 X/L)对跳转力 F_{sb} 的影响。为了清晰表示局部加强预压双稳态梁跳转力 F_{sb} 与参照跳转力 F_{sd} (等截面预压双稳态梁在拱高 $H_s = 2.95 \text{ mm}$ 时的跳转力。此时, $F_{sd} \approx 4.46 \text{ N}$ 。)的比例关系,本文进行了跳转力归一化;即归一化跳转力 F_{sb}/F_{sd} 。

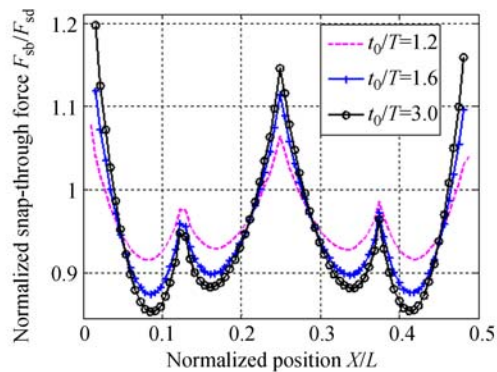
图 5 表明:当局部加强体尺寸参数一定时, $X/L-F_{sb}/F_{sd}$ 曲线均呈“WW”状,且存在最小归一化跳转力。每条曲线均有 5 个峰值,峰值对应的归一化位置 X/L 分别为 $X/L = (l_0/L)/2$ (局部加强位置在固定端处)、 $X/L \approx 0.125$ 、 $X/L \approx 0.25$ 、 $X/L \approx 0.375$ 、 $X/L \approx 0.5 - (l_0/L)/2$ (局部加强体位于梁的中间位置)。在相邻峰值区间内, F_{sb}/F_{sd} 随 X/L 的增加先减小后增大。在 $F_{sb}/F_{sd}-X/L$ 曲线中,当 X/L 在 $X/L = (l_0/L)/2$ 、 $X/L \approx 0.25$ 和 $X/L = 0.5 - (l_0/L)/2$ 附近时,随着局部加强体归一化尺寸参数的增加, F_{sb}/F_{sd} 增



(a) $w_b/W = 1.0, t_0/T = 2.0$



(b) $l_0/L = 3.14\%, t_0/T = 2.0$



(c) $l_0/L = 5.66\%, w_b/W = 1.0$

图 5 拱高 $H_s = 2.95 \text{ mm}$ 时, X/L 对 F_{sb}/F_{sd} 的影响

Fig. 5 Influence of X/L on F_{sb}/F_{sd} when buckling height H_s is 2.95 mm

加。当 X/L 在 $X/L \approx 0.125$ 和 $X/L \approx 0.375$ 附近时,随着局部加强体归一化尺寸参数(长度比 l_0/L ,宽度比 w_b/W ,厚度比 t_0/T)的增大, F_{sb}/F_{sd} 减小。由此可知:局部加强体归一化尺寸参数对跳转力的影响规律受归一化位置参数的影响。 $F_{sb}/F_{sd}-X/L$ 曲线分布在 $F_{sb}/F_{sd} = 1$ 的两侧,表明通过合理选择局部加强体参数,可以实现等拱高不同跳转力的调控。拱高 H_s 一定时,增大局部加强体归一化尺寸参数,归一化跳转力 F_{sb}/F_{sd} 随 X/L 的变化范围增大。如图 5(a) 显示:当 $l_0/L = 1.89\%$ 时, $F_{sb}/F_{sd} \in [0.87, 1.06]$; 当 $l_0/L = 5.66\%$ 时, $F_{sb}/F_{sd} \in [0.78, 1.24]$,归一化跳转力范围相比前者增大。因此,当改变局部加强体位置参数不能满足双稳态梁较小跳转力的设计需求时,可以通过调控局部加强体的尺寸参数来实现。

3.4 局部加强体参数对预压双稳态梁构型的影响

拱高 H_s 与双稳态构型密切相关,且归一化位置 X/L 对临界屈曲载荷影响较大。因此,为了

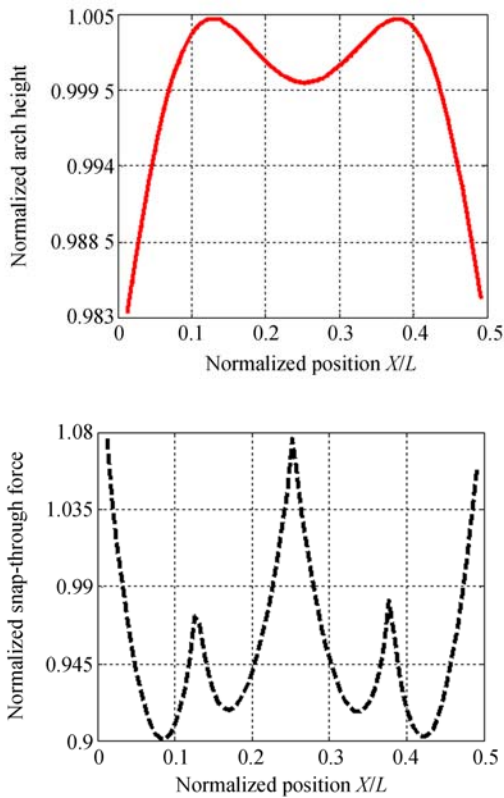


图 6 当 $u_x=0.6$ mm 时,归一化位置 X/L 对归一化拱高和归一化跳转力的影响
 Fig. 6 When $u_x=0.6$ mm, influences of normalized position X/L on normalized arch height and normalized snap-through force

充分显示局部加强体对双稳态梁构型的影响,分析了局部加强梁在长度比 $l_0/L=1.89\%$,宽度比 $w_0/W=1.0$,厚度比 $t_0/T=2.0$ 和端部位移量 $u_x=0.6$ mm 时,归一化位置 X/L 对归一化拱高的影响,如图 6 所示。此外,图 6 还显示了该构型下归一化位置 X/L 对归一化跳转力的影响。其中,归一化拱高和归一化跳转力均是在端部位移量 $u_x=0.6$ mm 时,局部加强预压双稳态梁与等截面预压双稳态梁的归一化拱高和归一化跳转力。

由图 6 可知,当端部位移量 u_x 一定时,归一化位置 X/L 对归一化拱高的影响幅度在 $(1.005-0.983)\times 100\%=2.2\%$ 左右,但对归一化跳转力的影响幅度在 $(1.08-0.9)\times 100\%=18\%$ 左右。因此,改变局部加强体对预压双稳态梁的构型影响很小,但对跳转力的影响较大;即,局部加强体在构型影响范围内,可以调控跳转力的大小。

4 实验验证

本文实验测试选用等截面梁的长 $L=40.0$ mm、宽 $W=2.0$ mm、厚 $H=0.20$ mm。根据局部加强体参数对预压双稳态结构跳转特征的影响,设计了具有局部加强体的预压双稳态梁,其局部加强体参数分别为 $l_0/L=5.66\%$, $w_0/W=1.0$, $t_0/T=2.0$ 和归一化位置 $X/L=8.49\%$ 。搭建了图 7(a)所示的实验测试平台;通过线切割工艺制备了等截面梁和对称局部加强梁试件,试件材料均为铍青铜,如图 7(b)和(c)所示。试件在实验过程中的左右两端夹持长度均为 5.0 mm,从而保证分析过程中的梁总长为 40.0 mm。通



(a) 实验装置
 (a) Experimental setup



(b) 等截面梁
 (b) Equal-section beam



(c) 对称局部加强梁
 (c) Beam with symmetrical local reinforcements

图 7 实验装置及实验试件
 Fig. 7 Experimental setup and experimental specimens

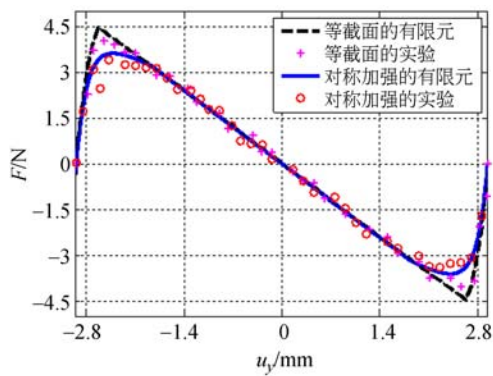


图8 等截面预压双稳态梁和对称局部加强预压双稳态梁的跳转过程

Fig. 8 Snap-through processes of the equal-section pre-compression bistable beam and the pre-compression bistable beam with symmetrical local reinforcements.

过调整预应力大小使等截面梁和对称局部加强梁发生屈曲变形,变形后的拱高均为 $H_s = 2.95$ mm。

图8给出等截面预压双稳态梁和对称局部加强预压双稳态梁跳转过程的有限元结果和实验结果。提取并对比图8中等截面预压双稳态梁和对称局部加强预压双稳态梁跳转力的分析结果,从而得到表2。

表2 预压双稳梁跳转力的仿真结果和实验结果

Tab. 2 Simulation results and experimental results of pre-compressed bistable beams

分析方法	预压双稳态梁跳转力/N		变化率/% ($F_{sd} - F_{sb}$)/ F_{sd}
	等截面 F_{sd}	局部加强 F_{sb}	
有限元	4.46	3.70	17.04
实验	4.16	3.38	17.85

参考文献:

- [1] GO J S, CHO Y H, KWAK B M, *et al.*. Snapping microswitches with adjustable acceleration threshold [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1996, 54 (1-3): 579-583.
- [2] WANG D A, PHAM H T, HSIEH Y H. Dynamical switching of an electromagnetically driven com-

pliant bistable mechanism[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2009, 149(1): 143-151.

由表2可知,对称局部加强预压双稳态梁和等截面预压双稳态梁的跳转力的仿真结果和实验结果分别下降了17.04%和18.75%。实验结果和仿真结果相吻合,验证了本文建立的对称局部加强预压双稳态梁跳转分析模型的可行性;对称局部加强预压双稳态梁在跳转过程中跳转力和保持力相等;当拱高一定时,局部加强体通过改变对称局部加强梁的刚度影响预应力和拱高的关系,从而影响对称局部加强预压双稳态梁跳转力的大小。

5 结论

针对预压双稳态梁结构特定跳转力学特性设计困难的问题,本文提出引入局部加强体调控预压双稳态梁临界屈曲载荷及跳转特征的方法,建立了具有对称局部加强体的预压双稳态梁跳转分析模型,得到了预应力、加强体结构参数对屈曲临界载荷、跳转力和行程的影响关系:(1)局部加强体通过改变局部加强梁的刚度影响预应力和拱高的关系;(2)局部加强体的位置对预压双稳态梁的跳转力有较大影响,随着位置的变化,跳转力存在由大变小再变大的重复变化过程;(3)拱高一定时,增大局部加强体尺寸参数,跳转力随位置参数的变化范围增大。当位置参数变化不能实现双稳态梁较小跳转力的设计时,可调整局部加强体尺寸参数来减小跳转力。实验结果表明:在特定拱高或行程约束下,借助该方法可实现同拱高等截面预压双稳态梁跳转力的调控,调控幅度达17.04%,且不影响其它稳态特征。因此,根据局部加强体参数对跳转特性的影响,通过合理设计局部加强体参数便可实现相同拱高等截面预压双稳态梁跳转力的调控。

- [3] KIM H, JANG Y H, KIM Y K, *et al.*. MEMS acceleration switch with bi-directionally tunable threshold[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2014, 208: 120-129.
- [4] FU SH, DING G F, WANG H, *et al.*. Design and fabrication of a magnetic bi-stable electromagnetic

- MEMS relay[J]. *Microelectronics Journal*, 2007, 38(4-5): 556-563.
- [5] STAAB M, SCHLAAK H F. Novel electrothermally actuated magnetostatic bistable microrelay for telecommunication applications[C]. *Proceedings of the 2011 IEEE 24th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems, IEEE*, 2011: 1261-1264.
- [6] QIU J, LANG J H, SLOCUM A H, *et al.*. A bulk-micromachined bistable relay with U-shaped thermal actuators[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2005, 14(5): 1099-1109.
- [7] ENIKOV E T, KEDAR S S, LAZAROV K V. Analytical model for analysis and design of V-shaped thermal microactuators[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2005, 14(4): 788-798.
- [8] GERSON Y, KRYLOV S, ILIC B, *et al.*. Design considerations of a large-displacement multistable micro actuator with serially connected bistable elements[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2012, 49(1): 58-69.
- [9] GERSON Y, KRYLOV S, ILIC B. Electrothermal bistability tuning in a large displacement micro actuator[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2010, 20(11): 112001.
- [10] CHIACCHIARI S, ROMEO F, MCFARLAND D M, *et al.*. Vibration energy harvesting from impulsive excitations via a bistable nonlinear attachment[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2017, 94: 84-97.
- [11] ANDÒ B, BAGLIO S, BULSARA A R, *et al.*. Investigation of a nonlinear energy harvester[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, 66(5): 1067-1075.
- [12] ZOU H X, ZHANG W M, LI W B, *et al.*. A broadband compressive-mode vibration energy harvester enhanced by magnetic force intervention approach[J]. *Applied Physics Letters*, 2017, 110(16): 163904.
- [13] WU Y B, DING G F, ZHANG C CH, *et al.*. Design and implementation of a bistable microcantilever actuator for magnetostatic latching relay[J]. *Microelectronics Journal*, 2010, 41(6): 325-330.
- [14] LUHARUKA R, HESKETH P J. A bistable electromagnetically actuated rotary gate microvalve[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 2008, 18(3): 035015.
- [15] QIU J, LANG J H, SLOCUM A H. A curved-beam bistable mechanism[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2004, 13(2): 137-146.
- [16] HUANG H W, LEE F W, YANG Y J J. Design criteria for a push-on push-off MEMS bistable device[J]. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 2016, 25(5): 900-908.
- [17] PHAM H T, WANG D A. A constant-force bistable mechanism for force regulation and overload protection[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2011, 46(7): 899-909.
- [18] VANGBO M. An analytical analysis of a compressed bistable buckled beam[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1998, 69(3): 212-216.
- [19] VANGBO M, BÄCKLUND Y. A lateral symmetrically bistable buckled beam[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 1998, 8(1): 29-32.
- [20] 赵剑, 贾建援, 王洪喜, 等. 双稳态屈曲梁的非线性跳跃特性研究[J]. *西安电子科技大学学报(自然科学版)*, 2007, 34(3): 458-462.
- ZHAO J, JIA J Y, WANG H X, *et al.*. Nonlinear snap-through characteristic of a compressed bistable buckled beam[J]. *Journal of Xidian University*, 2007, 34(3): 458-462. (in Chinese)
- [21] SAIF M T A, MACDONALD N C. A millinewton microloading device[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 1996, 52(1-3): 65-75.
- [22] FANG W, WICKERT J A. Post buckling of micromachined beams[J]. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 1994, 4(3): 116-122.
- [23] CAZOTTES P, FERNANDES A, POUGET J, *et al.*. Bistable buckled beam: modeling of actuating force and experimental validations[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2009, 131(10): 101001.

- [24] HUANG Y, ZHAO J, LIU SH T. Design optimization of segment-reinforced bistable mechanisms exhibiting adjustable snapping behavior[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2016, 252: 7-15.
- [25] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.
- WANG X CH. *Finite Element Method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011. (in Chinese)

作者简介:

高仁璟(1964—),女,山东招远人,博士,教授,博士生导师,2011年于大连理工大学获得博士学位,主要从事左手材料、生物传感器、电路与系统等方面的研究。E-mail: renjing@dlut.edu.cn



李明丽(1989—),女,山东诸城人,博士研究生,2013年于聊城大学获得学士学位,主要从事基于多稳态结构的俘能器设计、压电驱动等。E-mail: 1096387147@qq.com