

文章编号 1004-924X(2004)02-0221-05

# 用有限元方法计算 X 光源场发射阴极电流

解 滨, 陈 波, 韩邦诚, 尼启良, 巩 岩

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033)

**摘要:** 针对场致发射阵列建立了有效的三维有限元模型来分析单个尖锥的发射电流。考虑到场致发射阵列的周期性和尖锥的轴对称性, 仅对一个尖锥单元的 1/4 进行分析。对模型的表面施加电压边界条件, 计算得到尖锥表面电场强度分布, 电场强度在尖锥顶点最强, 场发射电流在此处也最强。由 Fowler-Nordheim 函数可得到尖锥表面的场致发射电流密度分布, 对整个尖锥表面进行积分后得到了单个尖锥的场致发射电流约为 7  $\mu\text{A}$ 。计算了在 100 V 门电压下不同顶端半径的场致发射电流。结果显示, 场发射对顶端半径有很强的依赖性。计算了 100 个顶端半径为 8 nm 的尖锥在不同门电压下的总场致发射电流, 发射电流与开启电压与实际测量值符合得很好。

**关键词:** 场发射阴极; 有限元; Fowler-Nordheim 函数; spindt 型阴极

**中图分类号:** TN14 **文献标识码:** A

## Calculation of field-emission for miniature X-ray source with finite element method

XIE Bin, CHEN Bo, HAN Bang-cheng, NI Qi-liang, GONG Yan

(State Key Lab of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** An effective 3-D finite element model was constructed for the field emission array to analyse the field emission current over a single tip. Considering the periodicity of field emission array and the axial symmetry of the single tip model, only 1/4 of the single tip model was analyzed. The electric field intensity distribution over the tip surface was established through calculation with appropriate voltage boundary condition applied, and it was found that the electric field intensity was the strongest at the apex of the tip, and the field emission current was also the strongest there. The field emission current density distribution over the tip surface was established using Fowler-Nordheim function, and the emission current over the single tip established by integrating the current density all over the single tip surface was 7  $\mu\text{A}$ . Field emission currents were calculated for different apex radii at the gate voltage of 100V, and the results indicated that the field emission largely depends on the apex radius. Total field emission currents were calculated for 100 tips with an apex radius of 8 nm at different gate voltages, and the results indicated that both emission currents and opening voltages were in very good agreement with actual measurements.

**Key words:** field emission cathod; finite element; Fowler-Nordheim function; spindt cathod

## 1 引言

传统的 X 射线光源是利用热灯丝阴极产生的电子来轰击阳极产生 X 射线, X 射线管需要预热, 反应时间长, 功耗高。场致发射阴极是利用很强的外部电场使物体表面势垒变窄并且高度降低, 使物体中的电子以相当大的概率穿透势垒离开物体表面, 而这个过程不需额外的能量(如加热), 这是一种非常高效的电子发射形式, 能提供很大的电流密度且发射迟滞时间低于热电子发射。相对于传统的热电子发射阴极, 场致发射阴极由于没有热的阳极灯丝及其附属设备, 可以用于制造小型或微型 X 射线光源<sup>[1-2]</sup>; 而传统的 X 射线源<sup>[3]</sup>相比, 它具有体积小, 可以随时开启等优点。此外, 这种阴极也在平面显示领域具有潜在的应用前景。

制造场发射阴极 X 射线管时, 需要预先对场发射阴极的发射电流进行评估以确定制造参数。影响场发射的重要参数包括门电压, 逸出功和阴极尖锥顶端半径。它们直接影响尖锥表面的电场强度, 只有在几 V/nm 的电场强度时, 才有显著的场发射现象。本文的目的是建立一套可行的评估方法, 判断实际工艺的参数是否达到了使用要求。

得到阴极表面的电场强度需要求解 Laplace 方程 ( $\nabla^2 = 0$ ), 而对于不同的场发射阴极, 其形状不定所以边界条件也经常不同, 使之得到泊松方程的解析解变得困难, 对于三维和不存在对称的情况更是如此。建立在计算机巨大计算能力上的有限元方法是一个比较好的选择<sup>[4]</sup>, 它将空间离散, 把边界条件加载在边界结点上, 计算得到节点值后, 通过插值得到整个空间上的解, 通过改变单元划分精度就可得到不同精度的解。将得到尖锥表面电场分布代入 Fowler-Nordheim 方程得到场发射电流密度, 对其表面积分就可得到发射电流。考虑到有限元解的离散性, 本文采用一种简单的求和近似方法来代替连续积分。

## 2 分析过程

### 2.1 场致发射的机理

Fowler-Nordheim 方程是由 Fowler 和 Nordheim 首先推导出来的, 在假定<sup>[5]</sup>: (1) 考虑简单的一个

能带的电子, 其分布符合费米-狄拉克统计; (2) 光滑平面状的金属表面, 忽略原子尺度的不规则性; (3) 考虑经典镜像力; (4) 考虑逸出功均匀等情况下, 得到 0 K 时阴极发射电流密度如下:

$$J = \frac{1.54 \times 10^{-6}}{\exp \left[ -6.83 \times 10^7 \frac{\sqrt{\phi}}{E} - 3.79 \times 10^{-4} \frac{\phi^2}{E^2} \right]} \quad (1)$$

其中,  $J$  的单位为 A/cm<sup>2</sup>;  $E$  的单位为 V/cm;  $\phi$  的单位为 eV;  $x$  为诺得海姆函数, 可查表。

此公式可应用于常温下, 因为金属中的电子遵从费米分布, 发射的电子来自于  $E_f$  以上的能级。实验和理论均表明, 在 1000 K 以下时, 温度对场致发射的影响很小。

### 2.2 建立模型

Spindt 型场发射阴极由 C. A. Spindt 于 1964 年首先制备, 发展至今已是一种比较成熟的阴极<sup>[6]</sup>, 其发射突起为尖锥形, 阵列微观结构如图 1 所示。发射突起顶端可近似为半径为  $r$  的半球形, 如图 2 所示:



图 1 表面阵列示意图

Fig. 1 Field emission demonstration

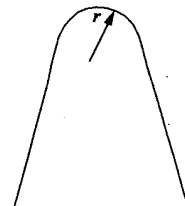


图 2 尖锥形状

Fig. 2 Form of tip apex

Spindt 型阴极形貌如图 3 所示。使用时在门与突起之间施加一定电压(门电压), 在突起顶端

表面产生很强的电场,当电压高到一定程度后就能够产生场发射电流。影响场发射电流的参数是电压、突起顶端半径、逸出功、门半径。为与实验数据对照,使用参数为:逸出功(Si) 4.52 eV,门半径为 0.25 μm,突起的高度为 1.1 μm,门厚度为 0.1 μm,顶端半径为 8 nm。对 Spindt 型阴极的建模如图 4 所示。

考虑到模型的轴对称性,仅对 1/4 的模型进

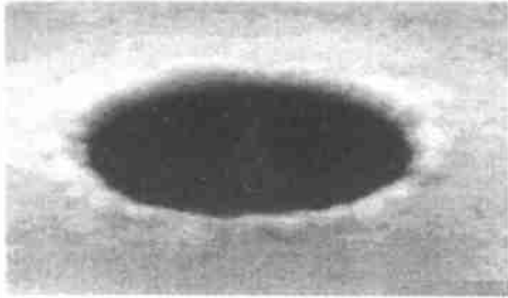


图 3 阴极形貌

Fig. 3 Picture of cathod

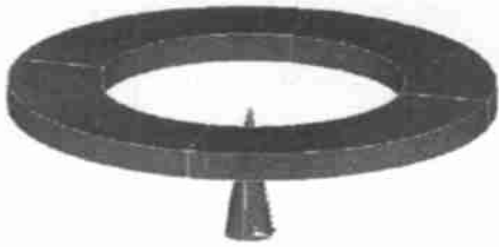


图 4 阴极模型

Fig. 4 Model of cathod

行分析可以减少运算量,且不影响计算精度。

### 2.3 计算电场强度

Spindt 型场发射阴极在高于  $10^{-5}$  Pa 的气压下使用,因此可认为是真空,阴极模型周围空间的相对介电常数为 1。对上述阴极模型进行有限元分析包括如下步骤:网格划分、加载、求解、分析结果。在网格划分时要对感兴趣的区域细化,以得到更准确的结果,在门上加 100 V 电压,在尖锥表面加载 0 V 电压,在其余面上加载无穷远的边界条件,即无穷远处电势为零。最后采用适合静态问题的雅可比共轭梯度法求解。图 5 为计算结果标量图,图 6 为计算结果矢量图。

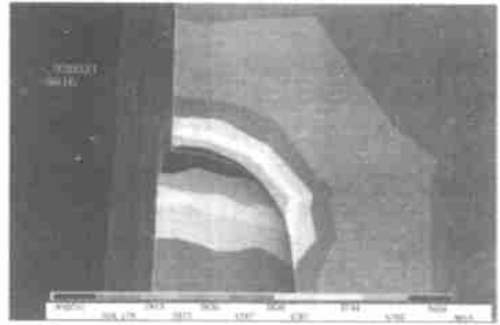


图 5 顶端附近电场强度分布

Fig. 5 Electric field distribution near the apex of a tip

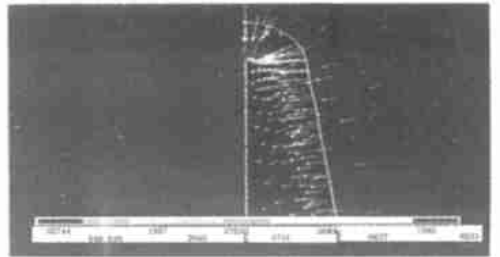


图 6 电力线分布

Fig. 6 Electric flux distribution near the apex of a tip

从结果可以看到,电场强度在尖锥顶端最强达到  $8\,000\text{ V}/\mu\text{m}$ (由于是尖锥尺寸很小,文中计算时单位为 μm),实际上场发射主要集中在该处。计算结果表明,顶端附近的场发射电流占总发射电流的 95%。

### 2.4 电流计算

计算得到阴极的表面电场分布后,即可利用 Fowler-Nordheim 函数计算发射电流密度,并采用了一种简单的估计方法:

$$I = \iint ( ) \cdot ds, \tag{2}$$

其中  $s$  为尖锥的表面面积。

考虑到仿真软件给出的数据是不连续的,式(2)改为:

$$I = \sum_n J( ) \cdot s_n, \tag{3}$$

其中  $s_n$  为第  $n$  个单元的面积;  $J$  为围成第  $n$  个面单元的节点的平均电场强度。

经过一个循环就可完成发射电流的计算。

结果表明,单个尖锥发射电流为  $7\ \mu\text{A}$ ,存在明显的场发射现象。

### 3 分析

为了分析半径对发射电流的影响,在其他条件不变的情况下分析了顶端半径分别为 5 ~ 20 nm 的阴极模型,并计算其单锥发射电流,结果如图 7 所示。

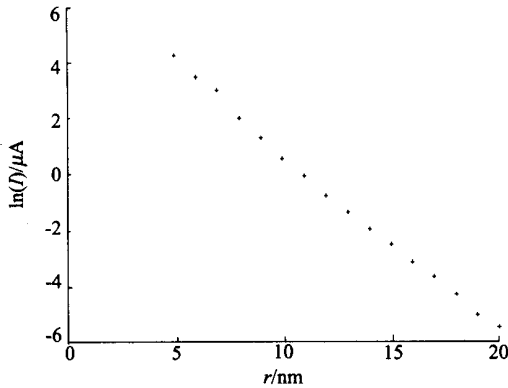


图 7 场发射电流与顶端半径的关系

Fig. 7 Field emission current vs apex radius

可以看到随着顶端半径的变大,发射电流迅速下降。这说明半径对场发射电流影响非常大,也说明在制造此类阴极时,尖锥半径要小至几十 nm,甚至几 nm。需要说明的是,当顶端半径较小时,计算结果还是准确的;而当顶端半径较大时,模拟计算与实验测量结果会出现较明显的偏差,这主要是由于较大尺寸半径的顶端更容易存在小的突起,而更小的突起在场致发射中起着主导作用,但是由于这些小的突起并不能人为控制产生且发射过程中常被较高的电流密度烧熔,造成了发射的不稳定。为了得到稳定的高发射电流密度的电流,小于 10 nm 的顶端半径是需要的。

#### 参考文献:

- [1] BAINS S. Miniature X-ray source has potential for medical applications[J]. *OE Reports*, 1999, 190.
- [2] YUE G Z, QIU Q, GAO B. Generation of continuous and pulsed diagnostic imaging X-ray radiation using a carbon nanotube based field emission cathode[J]. *Appl Phys Lett*, 2002, 181(2): 355-357.
- [3] 何其方, 龚再仲. Henke 型软 X 射线源的研制与测试[J]. *光学机械*, 1984, 3: 37-46.  
HE Q F, GONG Z ZH. Research and test of Henke type X-ray source[J]. *Optics Mechanics*, 1984, 3: 37-46. (in Chinese)
- [4] JUNG J, LEE B, LEE J D. Effective three-dimensional simulation of field emitter array and its optimal design methodology using an evolution strategy[J]. *Journal of Vacuum Science & Technology B*, 1998, 16(2): 920-922.
- [5] 刘元震, 王仲春, 董亚强. 电子发射与光电阴极[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.  
LIU Y ZH, WANG ZH CH, DONG Y Q. *Electron emission and optoelectronic cathode* [M]. Beijing: Institute of Technology Press, 1995. (in Chinese)
- [6] SPINDT C A, BRODIE I, HUMPHREY L, et al. Physical properties of thin-film field emission cathodes[J]. *J Appl Phys*, 1976,

为了验证方法的准确性并计算门电压对场发射电流的影响,对顶端半径为 8 nm 的 100 个尖锥场发射总电流进行了计算,结果如图 8 所示。这与密歇根大学固态电子实验室(Solid State Electronics Laboratory)实际测量数据符合得很好<sup>[7]</sup>,说明本文所用的方法计算比较准确。另外由图 8 中可以看出,开启电压为 60 V,这也与实际测量结果相符。

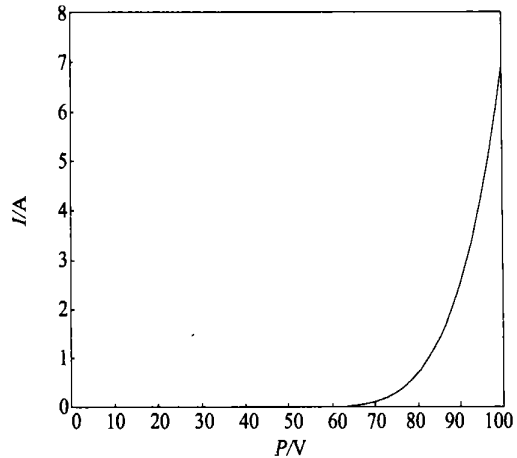


图 8 电流随门电压变化的计算值(顶端半径为 8 nm, 100 锥)

Fig. 8 Current vs gate voltage (apex radius 8 nm, 100 tips)

### 4 结论

用有限元方法可以完成对场致发射电流的评估,并能获得较好的结果,这对确定微型 X 射线场致发射阴极的制造参数很有帮助。此方法也可以对更为复杂的边界条件及几何形状的阴极进行分析,对于解决现实问题非常有效。

47:5248-5263.

- [7] RAKHSHANDEHROO M R, PANG S W. High current density Si field emission devices with plasma passivation and HfC coating [J]. *IEEE Trans Electron Devices*, 1999, 46(4):792-797.

作者简介:解 滨(1977-),男,山东潍坊人,中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室博士研究生,主要研究方向为微型 X 射线源,有限元电磁场计算。E-mail: thouandi@tom.com

## 《发光学报》

——中文核心期刊(物理学类;无线电电子学、电信技术类)

《发光学报》是中国物理学会发光分学会与中国科学院长春光学精密机械与物理研究所共同主办的中国物理学会发光分学会学术会刊。该刊是以发光学、凝聚态物质中的激发过程为专业方向的综合性学术刊物。

《发光学报》于 1980 年创刊,曾于 1992 年,1996 年和 2000 年连续三次被《中文核心期刊要目总览》评为“物理学类核心期刊”,并于 2000 年同时被评为“无线电电子学、电信技术类核心期刊”。2000 年获中国科学院优秀期刊二等奖。现已被《中国学术期刊(光盘版)》、《中国期刊网》和“万方数据资源系统”等列为源期刊。英国《科学文摘》(SA)自 1999 年;美国《化学文摘》(CA)和俄罗斯《文摘杂志》(P)自 2000 年;美国《剑桥科学文摘社网站》自 2002 年已定期收录检索该刊论文。2001 年在国家科技部组织的“中国期刊方阵”的评定中,《发光学报》被评为“双效期刊”。2002 年获中国科学院 2001-2002 年度科学出版基金“择重”资助。本刊内容丰富、信息量大,主要反映本学科专业领域的科研和技术成就,及时报道国内外的学术动态,开展学术讨论和交流,为提高我国该学科的学术水平服务。

《发光学报》将自 2004 年第 25 卷第 1 期始,改在吉林省长春市出版、印刷和发行。

《发光学报》为双月刊,A4 开本,100 页,国内外公开发行。2004 年国内定价:20.00 元,全年 120 元,全国各地邮局均可订阅。《发光学报》欢迎广大作者、读者广为利用,踊跃投稿。

地 址:长春市东南湖大路 16 号

《发光学报》编辑部

邮 编:130033

电 话:(0431)6176862

E-mail:fgxb@ciomp.ac.cn

国内统一刊号:CN 22-1116/O4

国际标准刊号:ISSN 1000-7032

国内邮发代号:12-312

国外发行代号:4863BM

http://www.ciomp.ac.cn