

文章编号 1004-924X(2005)02-0105-012

机载光电跟踪测量设备的目标定位误差分析

王家骥, 金光, 颜昌翔

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要: 光电跟踪和测量设备用于测量飞行器在空中的飞行轨迹, 作为飞行器飞行性能的评价。随着现代技术的发展, 对飞行器性能提出愈来愈高的要求, 从而也对跟踪和测量飞行器飞行轨迹的光电跟踪和测量设备提出了相应的技术进步要求, 特别是对其测量精度指标。如何做好和完善误差分析、误差分配和误差综合, 成为研制更高性能的光电跟踪测量设备总体设计中的一个重要问题, 贯穿从可行性论证、方案论证、方案设计、设计、制造、装调、直到试验等整个研制过程。就这一类设备中最为复杂的机载光电跟踪测量设备的目标定位误差(即3轴上的测量误差), 通过建立从被测目标到地面中心测量站9个坐标系, 进行31次线性变换, 构造35个变量的统一测量方程; 进行测量误差因素的分析 and 分配, 以及用蒙特卡洛法来分析和计算系统的目标定位误差。

关键词: 误差分析; 蒙特卡洛法; 定位误差分析; 光电跟踪测量

中图分类号: V556.5 **文献标识码:** A

Orientation error analysis of airborne opto-electric tracking and measuring device

WANG Jia-qi, JIN Guang, YAN Chang-xiang

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033)

Abstract: Opto-electric tracking and measuring device is used to measure flight trace of aircraft. With the development of modern technology, performance demands of aircraft become higher and higher, so does the technology advance of opto-electric tracking and measuring device, especially its measurement precision. Error analysis, distribution and synthesis are very important in developing higher performance opto-electric tracking and measurement device through all the process such as: feasibility demonstration, scheme demonstration, scheme design, design, manufacture, assembly and adjustment, and experimentation. Aiming at the most complicated orientation error analysis, namely measuring error along three axes, we constructed 9 coordinate from measured target to ground center station, carried out 31 times linear coordinate transformation, formed uniform measuring equation containing 35 variables. And we also carried out error analysis and distribution of all factors affecting measurement, and analysis and calculation of orientation error employing Mont Carlo method.

Key words: error analysis; Mont Carlo method; orientation error analysis; opto-electric tracking and measurement

1 引言

光电跟踪和测量设备用于测量飞行器在空中的飞行轨迹,作为飞行器飞行性能的评价。随着现代技术的发展,对飞行器性能提出愈来愈高的要求,从而也对跟踪和测量飞行器飞行轨迹的光电跟踪和测量设备提出了相应的技术进步要求,特别是对其测量精度指标。

如何做好和完善误差分析、误差分配和误差综合,成为研制更高性能的光电跟踪测量设备总体设计中的一个重要问题,贯穿从可行性论证、方案论证、方案设计、设计、制造、装调、直到试验等的整个研制过程。

通过误差分析,找出影响测量设备精度的所有误差因素、误差传递因子(即权重)及其概率密度分布,特别是影响大的因素,一旦遗漏会造成设备性能的下降,严重的甚至可造成失败。通过合理的误差分配,即给出各个误差影响因素的随机统计特征值(一般为二阶矩),做得合理,可以充分应用资源、加快研制进度、减少成本。在误差分析和误差分配之后,还要通过完善的计算方法正确可靠地进行误差综合,即对要研制成的设备进行测量精度的评价。

以往都采用将影响该类设备的大量的误差因素,投影到测量设备的 3 个测量轴(视轴、俯仰轴和方位轴)上,分析诸误差因子在 3 轴上的误差传递因子,最终分别在 3 个轴上进行均方根综合。过程非常复杂,而且还可能造成过大的偏差,特别是在进行优化误差分配时,就显得更为突出。将就这一类设备中最为复杂的机载光电跟踪测量设备的目标定位误差(即 3 轴上的测量误差),通过建立从被测目标到地面中心测量站 9 个坐标系,进行 31 次线性变换,构造 35 个变量的统一测量方程;进行测量误差因素的分析 and 分配,以及用蒙特卡洛法来分析和计算系统的目标定位误差。

2 机载光电跟踪测量设备的测量方程

2.1 机载光电跟踪测量设备的坐标系的定义

根据实际分析的需要从中心地平坐标系,并引入地心质心坐标系到目标坐标系建立 9 个坐标系,各坐标系(右手坐标系)定义如下。

(1) $C(C_1, C_2, C_3)$ —中心地平坐标系

原点可以是飞行器的飞行起点,或者某一个地面测量站,所谓的目标定位,即测量出目标在中心地平坐标系中的空间轨迹, C_1 指向正北, C_3 指向天顶, C_2 与 C_1 和 C_3 形成右手坐标系见图 1。

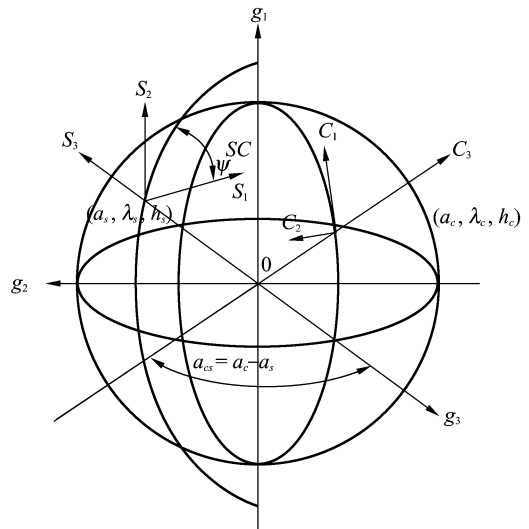


图 1 机载光电跟踪测量设备在地心质心坐标系中坐标系统示意图

Fig. 1 Coordinates of airborne opto-electrical tracking and measuring device in the earth centroid coordinate

(2) $G(g_1, g_2, g_3)$ —地心质心坐标系

原点在地球质心, g_1 轴为地球自转轴并指平北极, g_3 轴位于与地平坐标系原点相同经度的赤道平面内, g_2 轴与 g_1 和 g_3 形成右手坐标系。

(3) $S(S_1, S_2, S_3)$ —载机航迹地平坐标系

见图 2,即在某一时刻载机在航迹上所

处的位置(由 GPS 确定), S_1 为航向, S_3 指向天顶, S_2 与 S_1 和 S_3 形成右手直角坐标系。

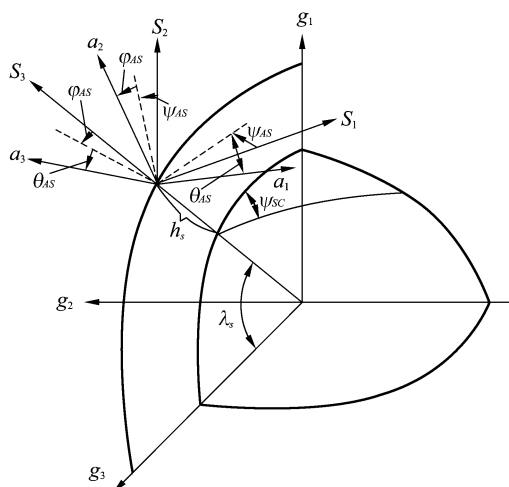


图 2 机载光电跟踪测量设备的航迹坐标系示意图

Fig. 2 Coordinates of flight path of airborne opto-electrical tracking and measuring device

(4) $A(a_1, a_2, a_3)$ —载机坐标系

当无 3 轴姿态角时(与载机航迹坐标系重合),其中 $\theta_{AS}(t)$, $\varphi_{AS}(t)$, $\Psi_{AS}(t)$ —载机的 3 轴姿态角,即载机坐标系相对于载机航迹地平坐标系的 3 轴姿态角; θ_{AS} 绕 S_2 轴的转角; φ_{AS} 绕 S_1 轴的转角; Ψ_{AS} 绕 S_3 轴的转角。 Ψ_{SC} —航向角(载机航迹地平坐标系的 S_1 轴(即航向)与正北方向的夹角)。

(5) $B(b_1, b_2, b_3)$ —光电跟踪测量设备基座坐标系(简称基座坐标系)

光电跟踪测量设备基座坐标系与载机间用减振器相联结,当光电跟踪测量设备基座与载机之间无安装误差时, B 坐标系与 A 坐标系完全重合。在工作时由于减振器的运动, B 坐标系相对 A 坐标系的 3 轴姿态角 $\theta_{BA}(t)$, $\varphi_{BA}(t)$, $\Psi_{BA}(t)$ 。 θ_{BA} 绕 A_2 轴的转角; φ_{BA} 绕 a_1 轴的转角; Ψ_{BA} 绕 a_3 轴的转角,上述转角可实时测量。一般而言,垂直轴系的固定部分固联在基座上,基座的下部与跟踪架的调平机构相联。基座坐

标系 B 固联在基座上,表征了基座的空间位置,其原点位于基座调平面的中心对称点上。

(6) $V(V_1, V_2, V_3)$ —光电跟踪测量设备照准部坐标系(竖轴坐标系)

照准部与水平轴之间以轴承相联结,水平轴可以在照准部上带着望远镜坐标系绕横轴回转,称高低运动,或称俯仰运动,转动的角度称高低角 λ 。照准部还包括跟踪架垂直轴系的转动部分,照准部可以绕垂直轴在水平面内作回转(称方位运动,转动的角度称方位角 α)。

(7) $E(e_1, e_2, e_3)$ —光电跟踪测量设备横轴坐标系

横轴(也称水平轴)坐标系固联在水平轴上,水平轴坐标系表征了跟踪架水平轴的空间位置。其原点在横轴与望远镜光轴(视轴)的交点上。 e_1 轴和 e_2 轴位于水平面内, e_1 轴指向前方,并相互正交; e_3 轴指向地面,与 e_1 轴和 e_2 轴组成正交右手坐标系。

(8) $T(t_1, t_2, t_3)$ —光电跟踪测量设备望远镜坐标系

望远镜坐标系表征了望远镜的空间位置,其原点在光学传感器望远镜光轴与跟踪架水平轴的交点上, t_1 轴为望远镜光轴,指向前方; t_3 轴与 t_2 轴正交指向天顶(望远镜光轴处于水平位置时); t_2 轴分别与 t_3 和 t_1 轴正交,并组成右手坐标系。

(9) $K(K_1, K_2, K_3)$ —目标坐标系

目标坐标系的定义为, K_1 轴与光电跟踪测量仪的望远镜光轴重合, K_2, K_3 与望远镜坐标系方向相同,目标位置定义在坐标原点上。

2.2 从中心地平坐标系到被测目标坐标系的坐标变换过程

目标在中心坐标系 C 中的位置到目标坐标系的转换顺序按图 3 进行。应用图 3 所定义的坐标转换,可建立从中心坐标系到目标坐标系的矩阵变换关系。

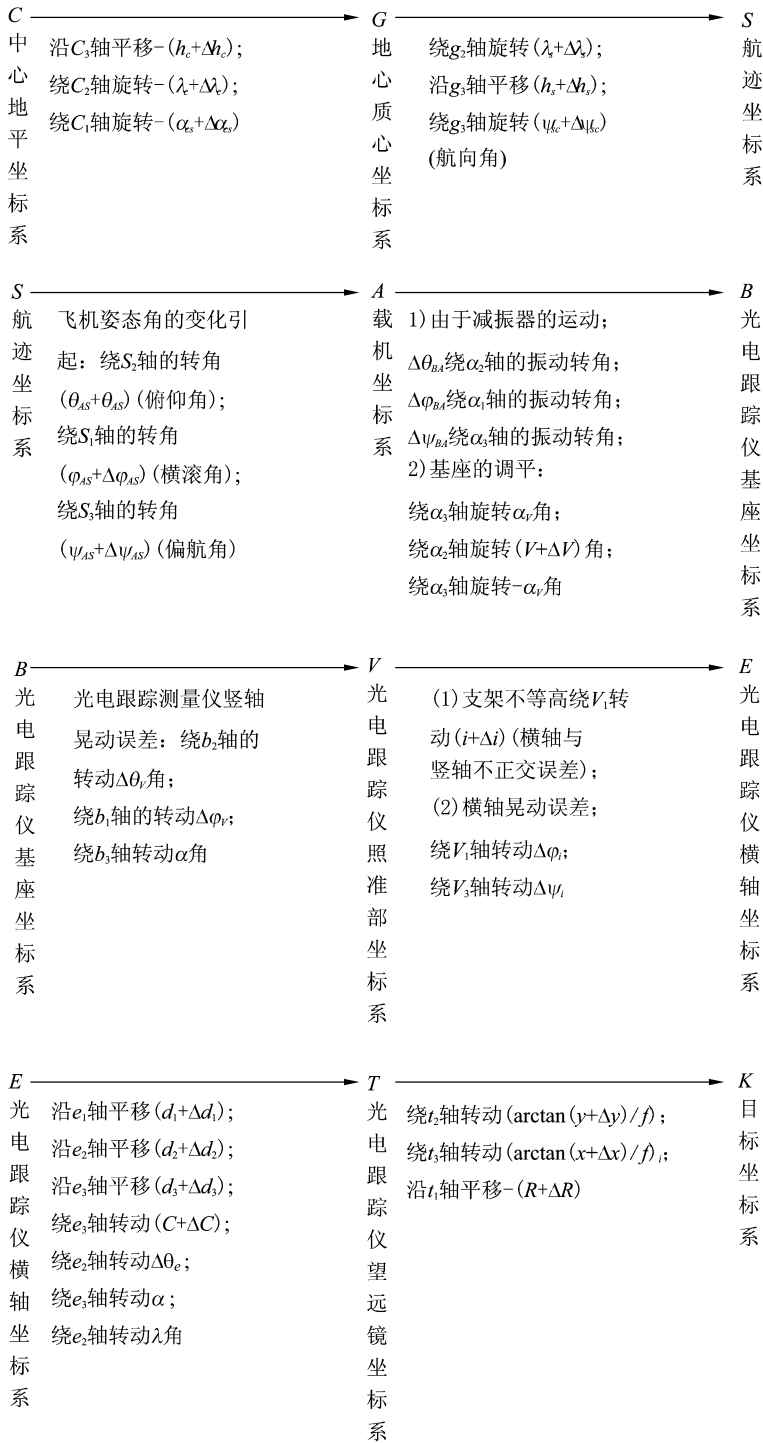


图 3 中心地平坐标系到被测目标坐标系的含有测量误差的坐标变换过程示意图

Fig. 3 Coordinate transformation process from horizon center coordinate to measured target coordinate with measuring error

2.3 从中心地平坐标系到目标坐标系坐标变换作用矩阵

为了分析机载光电跟踪测量设备的测量误差,有必要引入坐标变换的方法。该方法是从中心坐标系通过矩阵坐标变换到经纬仪像面坐标系,具体方法如下。

(1)中心地平坐标系转换到地心质心坐标系的转换

沿 C_3 轴平移 $-h_c$;绕 C_2 轴旋转 $-\lambda_c$;绕 C_1 轴旋转 $(\alpha_c - \alpha_s)$ 后,与地心质心坐标系重合。

沿 C_3 轴的平移 $-h_c$ 和误差 Δh_c

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (h_c + \Delta h_c) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

沿 C_2 轴的旋转 $-\lambda_c$ 和误差 $\Delta \lambda_c$

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_c + \Delta \lambda_c) & 0 & \sin(\lambda_c + \Delta \lambda_c) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\lambda_c + \Delta \lambda_c) & 0 & \cos(\lambda_c + \Delta \lambda_c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

沿 C_1 轴的旋转 $-\alpha_{cs}$ 和误差 $\Delta \alpha_{cs}$

$$\mathbf{M}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{cs} + \Delta \alpha_{cs}) & -\sin(\alpha_{cs} + \Delta \alpha_{cs}) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_{cs} + \Delta \alpha_{cs}) & \cos(\alpha_{cs} + \Delta \alpha_{cs}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中: h_c 为中心地平坐标系原点高程;

λ_c 为中心地平坐标系原点大地纬度;

α_{cs} 为中心地平坐标系原点与航迹坐标系原点的经度差, $\alpha_{cs} = \alpha_c - \alpha_s$, α_c 为中心地平坐标系原点经度; α_s 为航迹坐标系原点经度。

(2)地心质心坐标系到航迹坐标系的转换

绕 g_2 轴旋转 λ_s ;沿 g_3 轴平移 h_s ;绕 g_3 轴旋转 Ψ_{SC} (航向角)。

$$\mathbf{M}_4 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda_s + \Delta \lambda_s) & 0 & -\sin(\lambda_s + \Delta \lambda_s) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\lambda_s + \Delta \lambda_s) & 0 & \cos(\lambda_s + \Delta \lambda_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

绕 g_2 轴旋转 λ_s 和误差 $\Delta \lambda_s$

$$\mathbf{M}_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(h_s + \Delta h_s) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

沿 g_3 轴平移 h_s 和误差 Δh_s

$$\mathbf{M}_6 = \begin{bmatrix} \cos(\Psi_{SC} + \Delta \Psi_{SC}) & \sin(\Psi_{SC} + \Delta \Psi_{SC}) & 0 & 0 \\ -\sin(\Psi_{SC} + \Delta \Psi_{SC}) & \cos(\Psi_{SC} + \Delta \Psi_{SC}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

绕 g_3 轴旋转 Ψ_{SC} 和误差 $\Delta \Psi_{SC}$ (航向角)

(3)航迹地平坐标系 $S(S_1, S_2, S_3)$ 到载机坐标系的变换 $A(a_1, a_2, a_3)$

当无 3 轴姿态角时,与航迹坐标系重合。 $\theta_{AS}(t)$, $\varphi_{AS}(t)$, $\Psi_{AS}(t)$ —载机的 3 轴姿态角,即载机坐标系相对于载机场航迹地平坐标系的 3 轴姿态角。 θ_{AS} 绕 S_2 轴的转角(俯仰角); φ_{AS} 绕 S_1 轴的转角(横滚角); Ψ_{AS} 绕 S_3 轴的转角(偏航角)。

绕 S_2 轴旋转 θ_{AS} 角和误差 $\Delta \theta_{AS}$

$$\mathbf{M}_7 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{AS} + \Delta \theta_{AS}) & 0 & -\sin(\theta_{AS} + \Delta \theta_{AS}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_{AS} + \Delta \theta_{AS}) & 0 & \cos(\theta_{AS} + \Delta \theta_{AS}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

绕 S_1 轴旋转 φ_{AS} 角和误差 $\Delta \varphi_{AS}$

$$\mathbf{M}_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_{AS} + \Delta \varphi_{AS}) & \sin(\varphi_{AS} + \Delta \varphi_{AS}) & 0 \\ 0 & -\sin(\varphi_{AS} + \Delta \varphi_{AS}) & \cos(\varphi_{AS} + \Delta \varphi_{AS}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

绕 S_3 轴旋转 Ψ_{AS} 角和误差 $\Delta \Psi_{AS}$

$$\mathbf{M}_9 = \begin{bmatrix} \cos(\Psi_{AS} + \Delta \Psi_{AS}) & \sin(\Psi_{AS} + \Delta \Psi_{AS}) & 0 & 0 \\ -\sin(\Psi_{AS} + \Delta \Psi_{AS}) & \cos(\Psi_{AS} + \Delta \Psi_{AS}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

(4)载机坐标系到光电跟踪测量基座坐标系的变换

光电跟踪测量设备基座坐标系与载机间用减振器相联结,当基座与载机之间无安装误差时, B 坐标系与 A 坐标系完全重合。在工作时由于减振器的运动, B 坐标

系相对 A 坐标系的 3 轴姿态角 $\Delta\theta_{BA}(t)$, $\Delta\varphi_{BA}(t)$, $\Delta\Psi_{BA}(t)$ 。 $\Delta\theta_{BA}$ 绕 a_2 轴转角, $\Delta\varphi_{BA}$ 绕 a_1 轴的转角, $\Delta\Psi_{BA}$ 绕 a_3 轴的转角。由于飞机的振动规律比较复杂, 为了分析方便起见, 在此把减振器的振动近似看成简谐振动, 则有: $\Delta\theta_{BA}(t) = \theta_M \sin(\omega t + a)$; $\Delta\varphi_{BA}(t) = \varphi_M \sin(\omega t + a)$; $\Delta\Psi_{BA}(t) = \Psi_M \sin(\omega t + a)$, 其中: $\theta_M, \varphi_M, \Psi_M$ 为最大角振幅, 而 $(\omega t + a)$ 为位相, ω 与飞机的振动主频有关系 ($Z-9$ 直升机 $\omega = 150 \text{ rad/s}$)。

绕 a_2 轴旋转 $\Delta\theta_{BA}$ 角

$$\mathbf{M}_{10} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta_{BA} & 0 & -\sin \Delta\theta_{BA} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Delta\theta_{BA} & 0 & \cos \Delta\theta_{BA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

绕 a_1 轴旋转 $\Delta\varphi_{BA}$ 角

$$\mathbf{M}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\varphi_{BA} & \sin \Delta\varphi_{BA} & 0 \\ 0 & -\sin \Delta\varphi_{BA} & \cos \Delta\varphi_{BA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

绕 a_3 轴旋转 $\Delta\Psi_{BA}$ 角

$$\mathbf{M}_{12} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\Psi_{BA} & \sin \Delta\Psi_{BA} & 0 & 0 \\ -\sin \Delta\Psi_{BA} & \cos \Delta\Psi_{BA} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

(5) 光电跟踪测量设备基座坐标系 B (b_1, b_2, b_3) 的调平误差

设竖轴倾斜方位角为 α_V , 倾斜误差是 $(V + \Delta V)$ 。在装机进行调平时进行测定, 其变换为:

绕 b_3 轴旋转 α_V 角

$$\mathbf{M}_{13} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_V & \sin \alpha_V & 0 & 0 \\ -\sin \alpha_V & \cos \alpha_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

绕 b_2 轴旋转 V 角和误差 ΔV

$$\mathbf{M}_{14} = \begin{bmatrix} \cos(V + \Delta V) & 0 & -\sin(V + \Delta V) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(V + \Delta V) & 0 & \cos(V + \Delta V) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

绕 b_3 轴旋转 $-\alpha_V$ 角

$$\mathbf{M}_{15} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_V & -\sin \alpha_V & 0 & 0 \\ \sin \alpha_V & \cos \alpha_V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

(6) 光电跟踪测量设备基座坐标系到光电跟踪测量设备照准部坐标系(竖轴坐标系)的变换

光电跟踪测量设备竖轴晃动误差可解为绕 b_2 轴的转动和绕 b_1 轴的转动。

绕 b_2 轴旋转 $\Delta\theta_V$ 角

$$\mathbf{M}_{16} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta_V & 0 & -\sin \Delta\theta_V & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Delta\theta_V & 0 & \cos \Delta\theta_V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

绕 b_1 轴旋转 $\Delta\varphi_V$ 角

$$\mathbf{M}_{17} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\varphi_V & \sin \Delta\varphi_V & 0 \\ 0 & -\sin \Delta\varphi_V & \cos \Delta\varphi_V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

(7) 光电跟踪测量设备照准部坐标系(竖轴坐标系)到光电跟踪测量设备横轴坐标系的变换

① 绕 V_1 转动 $(i + \Delta i)$ —横轴差(横轴与竖轴不垂直误差)

$$\mathbf{M}_{18} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i + \Delta i) & \sin(i + \Delta i) & 0 \\ 0 & -\sin(i + \Delta i) & \cos(i + \Delta i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

② 横轴晃动误差

横轴晃动可分解为绕 V_1 转动 $\Delta\varphi_i$, 绕 V_3 转动 $\Delta\Psi_i$,

绕 V_1 轴旋转 $\Delta\varphi_i$ 角

$$\mathbf{M}_{19} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\varphi_i & \sin \Delta\varphi_i & 0 \\ 0 & -\sin \Delta\varphi_i & \cos \Delta\varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

绕 V_3 轴旋转 $\Delta\Psi_i$ 角

$$\mathbf{M}_{20} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\Psi_i & \sin \Delta\Psi_i & 0 & 0 \\ -\sin \Delta\Psi_i & \cos \Delta\Psi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

③绕 b_3 轴转动 α 角

$$\mathbf{M}_{21} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

其中: $\alpha = \alpha_E + \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$

α_E 为竖轴光电编码器读出值;

$\Delta\alpha_1$ 为竖轴光电编码器测量误差;

$\Delta\alpha_2$ 为竖轴光电编码器零位误差;

$\Delta\alpha_3$ 为竖轴光电编码器联轴节误差。

(8)光电跟踪测量设备横轴坐标系到光电跟踪测量设备望远镜坐标系变换

该项变换含以下几项:

①沿 e_1 轴平移 $d_1 + \Delta d_1$, d_1 为望远镜主点前、后移的距离; Δd_1 为主点前后平移偏差,

$$\mathbf{M}_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -(d_1 + \Delta d_1) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

②沿 e_2 轴平移 $d_2 + \Delta d_2$, d_2 为视差; Δd_2 为视差误差,

$$\mathbf{M}_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -(d_2 + \Delta d_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (23)$$

③沿 e_3 轴平移 $d_3 + \Delta d_3$, d_3 为望远镜视轴上、下安置距离; Δd_3 为望远镜视轴上、下安置误差,

$$\mathbf{M}_{24} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(d_3 + \Delta d_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

④绕 e_3 轴转动 $C + \Delta C$, 其中: C 为照

准差(视轴与横轴的不正交); ΔC 为照准差的误差(视轴方位角的晃动),

$$\mathbf{M}_{25} = \begin{bmatrix} \cos(C + \Delta C) & \sin(C + \Delta C) & 0 & 0 \\ -\sin(C + \Delta C) & \cos(C + \Delta C) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

⑤绕 e_2 轴转动 $\Delta\theta_e$, $\Delta\theta_e$ 为视轴高低角晃动,

$$\mathbf{M}_{26} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta_e & 0 & -\sin \Delta\theta_e & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \Delta\theta_e & 0 & \cos \Delta\theta_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (26)$$

⑥绕 e_3 轴转动 α 角, 其中: $\alpha = \alpha_E + \Delta\alpha_1 + \Delta\alpha_2 + \Delta\alpha_3$, α_E 为竖轴光电编码器读出值; $\Delta\alpha_1$ 为竖轴光电编码器测量误差; $\Delta\alpha_2$ 为竖轴光电编码器零位误差; $\Delta\alpha_3$ 为竖轴光电编码器联轴节误差。

$$\mathbf{M}_{27} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (27)$$

⑦绕 V_2 转动 λ , 其中: $\lambda = \lambda_E + \Delta\lambda_1 + \Delta\lambda_2 + \Delta\lambda_3$, λ_E 为横轴光电编码器读出值; $\Delta\lambda_1$ 为横轴光电编码器测量误差; $\Delta\lambda_2$ 为横轴光电编码器零位误差; $\Delta\lambda_3$ 为横轴光电编码器联轴节误差。

$$\mathbf{M}_{28} = \begin{bmatrix} \cos \lambda & 0 & -\sin \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \lambda & 0 & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

(9)望远镜坐标系 $T(t_1, t_2, t_3)$ 到像面像点位置(目标脱靶量 x, y 及它们的误差 $\Delta x, \Delta y$)的变换。

从光轴转到像面上目标点位置, 可以通过绕 t_2 轴的转动 $\arctan(\Delta y / f')$ 和绕 t_3 轴的转动 $\arctan(\Delta x / f')$ 来实现。

$$\mathbf{M}_{29} = \begin{bmatrix} \cos(\arctan(\frac{y + \Delta y}{f'})) & 0 & -\sin(\arctan(\frac{y + \Delta y}{f'})) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\arctan(\frac{y + \Delta y}{f'})) & 0 & \cos(\arctan(\frac{y + \Delta y}{f'})) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$\mathbf{M}_{30} = \begin{bmatrix} \cos(\arctan(\frac{x+\Delta x}{f})) & \sin(\arctan(\frac{x+\Delta x}{f})) & 0 & 0 \\ -\sin(\arctan(\frac{x+\Delta x}{f})) & \cos(\arctan(\frac{x+\Delta x}{f})) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (30)$$

(10) 望远镜坐标系 $T(t_1, t_2, t_3)$ 到目标坐标系 $K(K_1, K_2, K_3)$ 的变换
沿 K_1 轴平移 $R + \Delta R$

$$\mathbf{M}_{31} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -(R + \Delta R) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

2.4 机载光电跟踪测量设备测量方程

设考虑误差项时目标在中心地平坐标系坐标为 $[C_{K_1}, C_{K_2}, C_{K_3}]$, 通过坐标转换到目标坐标系 $[K_1, K_2, K_3]$, 其变换矩阵为 $[\mathbf{M}]$, 又因: $K_K = [0, 0, 0, 1]^T$, 最后可得测

量方程为:

$$K_K = \begin{bmatrix} K_{K_1} \\ K_{K_2} \\ K_{K_3} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{31} \mathbf{M}_{30} \cdots \mathbf{M}_1 \begin{bmatrix} C_{K_1} \\ C_{K_2} \\ C_{K_3} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

其中: $K_K (K_{K_1}, K_{K_2}, K_{K_3}, 1)$ 为被测目标在目标坐标系中的位置;

$C_K [C_{K_1}, C_{K_2}, C_{K_3}, 1]$ 为被测目标在中心地平坐标系的位置。

3 机载光电跟踪测量设备的测量误差因素分析

由于篇幅限制, 文中简略这一部份, 但是各误差因素的名称、误差因素的概率密度分布类型及其分配的统计特征值, 列于表 1 中。

表 1 所有误差项定义和计算使用值

Tab. 1 Definitions, distribution types and error budgets of all error items

序号	误差变量名称	误差分布	误差量
1	中心地平坐标系原点的高程误差	正态分布	$\sigma_{h_c} = 0.01 \text{ m}$ (GPS 差分静态定位精度)
2	大地纬度误差	正态分布	$\sigma_{\lambda_c} = 0.8 \exp(-7)^\circ$ (GPS 差分静态定位精度)
3	相对航迹坐标系的大地经度误差	正态分布	$\sigma_{\alpha_{cs}} = 0.2 \exp(-3)^\circ$ (GPS 导航定位精度)
4	航迹坐标系的高程误差	正态分布	$\sigma_{h_s} = 10 \text{ m}$
5	大地纬度误差	正态分布	$\sigma_{\lambda_s} = 0.2 \exp(-3)^\circ$ (GPS 导航定位精度)
6	航迹坐标系的航向角偏差	正态分布	$\sigma_{\psi_w} = 0.1^\circ$
7	飞机的俯仰角	正态分布	$\sigma_{\theta_{AS}} = 0.02^\circ$
8	飞机的横滚角	正态分布	$\sigma_{\varphi_{AS}} = 0.02^\circ$
9	飞机的偏航角	正态分布	$\sigma_{\Psi_{AS}} = 0.1^\circ$
10	减振器角振动误差(俯仰方向)	均匀分布	$\theta_{BA\max} = 0.1^\circ$ (采用无角位移减振器)
11	减振器角振动误差,(横滚方向)	均匀分布	$\Phi_{BA\max} = 0.1^\circ$ (采用无角位移减振器)
12	减振器角振动误差(偏航方向)	均匀分布	$\Psi_{BA\max} = 0.05^\circ$ (采用无角位移减振器)
13	基座调平偏差方位角	均匀分布	$\alpha_{V\max} = 0.002^\circ$
14	基座调平误差	正态分布	$\sigma_V = 0.001^\circ$
15	竖轴晃动误差(b_2 轴)	均匀分布	$\Delta\theta_{V\max} = 0.0015^\circ$
16	竖轴晃动误差(b_1 轴)	均匀分布	$\Delta\varphi_{V\max} = 0.0015^\circ$
17	竖轴光电编码器测量误差	均匀分布	$\Delta\alpha_{1\max} = 0.0015^\circ$
18	竖轴光电编码器零位误差	正态分布	$\sigma_{\alpha_2} = 0.0008^\circ$
19	竖轴光电编码器联轴节误差	正态分布	$\sigma_{\alpha_3} = 0.0008^\circ$
20	横轴差(横轴与竖轴不正交误差)	正态分布	$\sigma_i = 0.0013^\circ$
21	横轴晃动误差(v_1 轴)	均匀分布	$\Delta\varphi_{i\max} = 0.0013^\circ$
22	横轴晃动误差(v_2 轴)	均匀分布	$\Delta\Psi_{i\max} = 0.0013^\circ$

23	横轴光电编码器测量误差	均匀分布	$\Delta\lambda_{1\max} = 0.0015^\circ$
24	横轴光电编码器零位误差	正态分布	$\sigma_{\lambda_2} = 0.0008^\circ$
25	横轴光电编码器联轴节误差	正态分布	$\sigma_{\lambda_3} = 0.0008^\circ$
26	望远镜主点前、后移的平移偏差	正态分布	$\sigma_{d_1} = 0.0001 \text{ m}$
27	望远镜视差误差	正态分布	$\sigma_{d_2} = 0.001 \text{ m}$
28	望远镜视轴上、下安置误差	正态分布	$\sigma_{d_3} = 0.001 \text{ m}$
29	望远镜视轴照准差(视轴与横轴的不正交)	均匀分布	$C_{\max} = 0.00056^\circ$
30	照准差的误差(视轴方位角的晃动)	正态分布	$\sigma_C = 0.00017^\circ$
31	视轴高低角晃动误差	正态分布	$\sigma_{\theta_e} = 0.00017^\circ$
32	望远镜焦距偏差	正态分布	$\sigma_f = 0.0005 \text{ m}$
33	像面像点位置测量误差	正态分布	$\sigma_x = 0.000006 \text{ m}$
34	像面像点位置测量误差	正态分布	$\sigma_y = 0.000006 \text{ m}$
35	激光测距误差	正态分布	$\sigma_R = 1 \text{ m}$

4 用蒙特卡洛法研究和分析机载光电跟踪测量设备的目标定位误差

应用全微分法对机载光电跟踪测量设备的测量方程进行目标定位误差的评价将会遇到不可克服的困难,本节将应用蒙特卡洛法,并通过机载光电跟踪测量设备的测量方程来评价机载光电跟踪测量设备的目标定位误差。

4.1 基本数据的准备^[6]

对应公式(32)中的 35 个随机变量产

生 35 个伪随机数序列 $S_{i,j}, i=1,2,\dots,n$ (n 为计算采样数,一个比较大的数); $j=1,2,\dots,m$ ($m=35$,即 35 个伪随机数),如表 2 所示。35 个随机变量中有 11 个变量为均匀分布,因此产生均匀分布随机数矩阵 $S_{i,j}$,其中: $i=1,2,\dots,n$ (n 是一个比较大的数,即计算采样数); $j=10,\dots,13; 15,\dots,17; 21,\dots,23; 29$ 。而其余的 24 个随机变量为正态分布,因此产生归一化正态分布随机数 $T_{i,j}$,其中 $i=1,2,\dots,n; j=1,\dots,9; 14; 18,\dots,20; 24,\dots,28; 30,\dots,35$ 。各参数的误差项定义和计算使用值见表 1。

表 2 参数误差的随机数计算表^[7]

Tab. 2 Random number calculation table of all parameter errors

序号 i,j	误差变量名称	均匀分布随机数矩阵 $S_{i,j}$ 符号	归一化正态分布随机数矩阵 $T_{i,j}$	各参数的随机误差
1	中心地平坐标系原点的高程误差 Δh_c		$T_{i,1}$	$\Delta h_c = T_{i,1} \sigma_{h_c}$
2	大地纬度误差 $\Delta \lambda_c$		$T_{i,2}$	$\Delta \lambda_c = T_{i,2} \sigma_{\lambda_c}$
3	相对航迹坐标系的大地经度误差 $\Delta \alpha_{CS}$		$T_{i,3}$	$\Delta \alpha_{CS} = \Delta T_{i,3} \sigma_{\alpha_{CS}}$
4	航迹坐标系的高程误差 Δh_s		$T_{i,4}$	$\Delta h_s = T_{i,4} \sigma_{h_s}$
5	大地纬度误差 $\Delta \lambda_s$		$T_{i,5}$	$\Delta \lambda_s = T_{i,5} \sigma_{\lambda_s}$
6	航迹坐标系的航向角偏差 $\Delta \Psi_{SC}$		$T_{i,6}$	$\Delta \Psi_{SC} = T_{i,6} \sigma_{\Psi_{SC}}$
7	飞机的俯仰角 $\Delta \theta_{AS}$		$T_{i,7}$	$\Delta \theta_{AS} = T_{i,7} \sigma_{\theta_{AS}}$
8	飞机的横滚角 $\Delta \varphi_{AS}$		$T_{i,8}$	$\Delta \varphi_{AS} = T_{i,8} \sigma_{\varphi_{AS}}$
9	飞机的偏航角 $\Delta \Psi_{AS}$		$T_{i,9}$	$\Delta \Psi_{AS} = T_{i,9} \sigma_{\Psi_{AS}}$

10	减振器角振动误差 $\Delta\theta_{BA}$ (俯仰方向)	$S_{i,10}$		$\Delta\theta_{BA} = 2(S_{i,10} - 0.5)\theta_{BA\max}$
11	减振器角振动误差, $\Delta\varphi_{BA}$ (横滚方向)	$S_{i,11}$		$\Delta\varphi_{BA} = 2(S_{i,11} - 0.5)\varphi_{BA\max}$
12	减振器角振动误差 $\Delta\Psi_{BA}$ (偏航方向)	$S_{i,12}$		$\Delta\Psi_{BA} = 2(S_{i,12} - 0.5)\Psi_{BA\max}$
13	基座调平偏差方位角 α_V	$S_{i,13}$		$\alpha_V = 2(S_{i,13} - 0.5)\alpha_{V\max}$
14	基座调节误差 ($V, \Delta V$)		$T_{i,14}$	$\Delta V = T_{i,14} \Delta V_{\max}$
15	竖轴晃动误差 $\Delta\theta_V$	$S_{i,15}$		$\Delta\theta_V = 2(S_{i,14} - 0.5)\theta_{V\max}$
16	竖轴晃动误差 $\Delta\varphi_V$	$S_{i,16}$		$\Delta\varphi_V = 2(S_{i,15} - 0.5)\varphi_{V\max}$
17	竖轴光电编码器 测量误差 $\Delta\alpha_1$	$S_{i,17}$		$\Delta\alpha_1 = 2(S_{i,16} - 0.5)\alpha_{1\max}$
18	竖轴光电编码器 零位误差 $\Delta\alpha_2$		$T_{i,18}$	$\Delta\alpha_2 = T_{i,17} \sigma_{a_2}$
19	竖轴光电编码器 联轴节误差 $\Delta\alpha_3$		$T_{i,19}$	$\Delta\alpha_3 = T_{i,18} \sigma_{a_3}$
20	横轴差 i (横轴与 竖轴不垂直误差)		$T_{i,20}$	$i = T_{i,17} \sigma_i$
21	横轴晃动误差 $\Delta\varphi_i$	$S_{i,21}$		$\Delta\varphi_i = 2(S_{i,20} - 0.5)\varphi_{i\max}$
22	横轴晃动误差 $\Delta\Psi_i$	$S_{i,22}$		$\Delta\Psi_i = 2(S_{i,21} - 0.5)\Psi_{i\max}$
23	横轴光电编码 器测量误差 $\Delta\lambda_1$	$S_{i,23}$		$\Delta\lambda_1 = 2(S_{i,22} - 0.5)\lambda_{1\max}$
24	横轴光电编码 器零位误差 $\Delta\lambda_2$		$T_{i,24}$	$\Delta\lambda_2 = T_{i,23} \sigma_{\lambda_2}$
25	横轴光电编码器 联轴节误差 $\Delta\lambda_3$		$T_{i,25}$	$\Delta\lambda_3 = T_{i,24} \sigma_{\lambda_3}$
26	望远镜主点前、后移 的平移偏差 Δd_1		$T_{i,26}$	$\Delta d_1 = T_{i,25} \sigma_{d_1}$
27	望远镜视差误差 Δd_2		$T_{i,27}$	$\Delta d_2 = T_{i,26} \sigma_{d_2}$
28	望远镜视轴上、下 安置误差 Δd_3		$T_{i,28}$	$\Delta d_3 = T_{i,27} \sigma_{d_3}$
29	望远镜视轴照准差 C (视 轴与横轴的不垂直)	$S_{i,29}$		$C = 2(S_{i,28} - 0.5)C_{\max}$
30	照准差的误差 ΔC (视轴方位角的晃动)		$T_{i,30}$	$\Delta C = T_{i,29} \sigma_c$
31	视轴高低角晃动误差 $\Delta\theta_e$		$T_{i,31}$	$\Delta\theta_e = T_{i,30} \sigma_{\theta_e}$
32	望远镜焦距偏差 Δf		$T_{i,32}$	$\Delta f = T_{i,31} \sigma_f$
33	像面像点位置测量误差 Δx		$T_{i,33}$	$\Delta x = T_{i,32} \sigma_x$
34	像面像点位置测量误差 Δy		$T_{i,34}$	$\Delta y = T_{i,33} \sigma_y$
35	激光测距误差 ΔR		$T_{i,35}$	$\Delta R = T_{i,34} \sigma_R$

测量误差分析计算程序的建立^[5]：

建立机载光电跟踪测量方程的前提条件是：①影响测量误差的因素；②建立统一位置传递方程；③各项误差的分布；④坐标系的转换。围绕上述几方面的因素，利用 MATLAB 程序进行编程，即可建立机载光

电跟踪测量方程。

4.3 计算过程

(1) 根据任务书或合同对设备的技术要求，设计一组在(32)测量方程中各参数的典型名义值，包括： h_c 、 λ_c 、 α_{CS} 、 λ_{CS} 、 Ψ_{SC} 、 i 、 C 、 d_1 、 d_2 、 d_3 、 x 、 y 、 θ_{as} 、 φ_{as} 、 Ψ_{as} 、 θ_{ba} 、 φ_{ba} 、 Ψ_{ba} 、

$\alpha_V, V, \theta_V, \varphi_V, \varphi_i, \Psi_i$; 给出一个目标点在中心坐标系中的初始位置值 $[C_{K_{10}}, C_{K_{20}}, C_{K_{30}}, 1]^T$ 。将测量方程(32)中的各误差项全部设为零,解(32)测量方程得光电跟踪测量设备应测得的 3 个测量值 α_E, λ_E 和 R 的名义值(初始值) $\alpha_{E_0}, \lambda_{E_0}$ 和 R_0 。

(2)将步骤 1 中的各参数的名义值和初始值,以及表 2 中 35 个参数误差的随机数代入测量方程(32),用蒙特卡洛法计算出 3 个数列,即: $\alpha_{E_1}, \alpha_{E_2}, \dots, \alpha_{E_n}; \lambda_{E_1}, \lambda_{E_2}, \dots, \lambda_{E_n}$ 和 R_1, R_2, \dots, R_n 。

(3)依据步骤 2 中计算出的 3 个数列,计算出 3 个数列的一阶矩: $m_{\alpha_E}, m_{\lambda_E}$ 和 m_R ; 以及二阶中心矩: $\sigma_{\alpha_E}, \sigma_{\lambda_E}$ 和 σ_R 。

(4)将 $\alpha_E = \alpha_{E_0} + m_{\alpha_E} + \Delta_{\alpha_E}, \lambda_E = \lambda_{E_0} + m_{\lambda_E} + \Delta_{\lambda_E}$ 和 $R = R_0 + m_R + \Delta_R$ (注意:将 $\Delta_{\alpha_E}, \Delta_{\lambda_E}$ 和 Δ_R 代入时,应根据 $\sigma_{\alpha_E}, \sigma_{\lambda_E}$ 和 σ_R 作 3 个随机参数,即 $\Delta_{\alpha_E} = T_{i36} \sigma_{\alpha_E}, \Delta_{\lambda_E} = T_{i37} \sigma_{\lambda_E}$ 和 $\Delta_R = T_{i38} + \sigma_R$),以及 $M_1 \sim M_{31}$ 中的所有参数的名义值和表 2 中 35 个参数误差的随机数代入测量方程(32),再一次应用蒙特卡洛法求出: $[C_{K_1}, C_{K_2}, C_{K_3}, 1]^T$ 。而 $[\Delta_{CK_1}, \Delta_{CK_2}, \Delta_{CK_3}, 1]^T = [(C_{K_1} - C_{K_{10}}), (C_{K_2} - C_{K_{20}}), (C_{K_3} - C_{K_{30}}), 1]^T$ 即机载光电跟踪测量设备(系统)的目标定位误差。

4.4 计算程序

根据上述计算过程编制的计算程序界面如图 4。

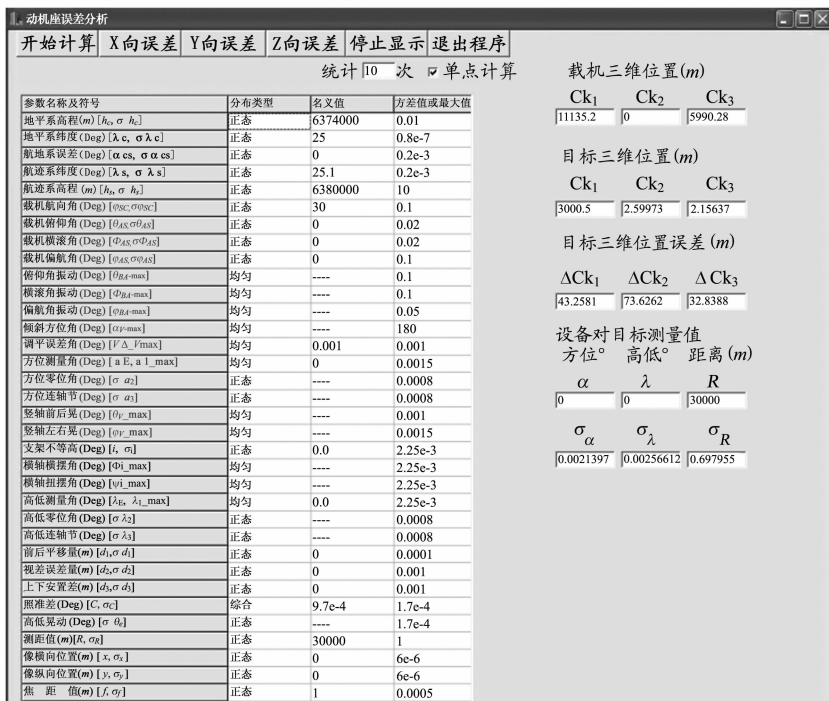


图 4 计算程序界面图

Fig. 4 Interface figure of calculating program

5 结 论

通过本文叙述的坐标变换的方法,可以构建起考虑了光电跟踪测量设备所有环

节的测量方程,并且可以得出唯一解;

只要将载机坐标系与中心地平坐标系重合在一起,就可以得到安置在地平坐标系中的光电跟踪测量设备的测量方程;本文的分析内容可以完全适用于传统的安置

在地面的跟踪测量设备的测量误差分析、误差分配和误差综合(即对测量设备的测量精度的分析评价)。

本文的分析内容和分析方法也完全适用于车载光电跟踪测量设备。

参考文献:

- [1] 王家骥. 光学仪器总体设计[M]. 长春光学精密机械与物理研究所研究生部教材. 1998.
WANG J Q. Optical instrument collectivity design[M]. *Teaching Material of Department of Graduate of Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics*, 1998. (in Chinese)
- [2] 金光, 王家骥, 倪伟. 星体弧长法标定光电经纬仪指向精度[J]. 光学 精密工程, 1999, 7(4): 91-95.
JIN G, WANG J Q, NI W. Calibration of pointing accuracy with electro-optic phototheodolites by the star arc-length[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(4): 91-95. (in Chinese)
- [3] 金光, 王家骥, 倪伟. 利用坐标变换推导经纬仪三轴误差[J]. 光学 精密工程, 1999, 7(5): 89-94.
JIN G, WANG J Q, NI W. Deduction of errors of three axis of theodolites using coordinate transformation[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(5): 89-94. (in Chinese)
- [4] 毛英泰. 误差理论与精度分析[M]. 北京: 国防工业出版社.
MAO Y T. *Theory of error and precision analysis* [M]. Beijing: National Defense Industry Press. (in Chinese)
- [5] 张培强. MATLAB 语言[M]. 北京: 中国科学技术出版社.
ZHANG P Q. *Language of MATLAB* [M]. Beijing: China Science and Technology Press. (in Chinese)
- [6] 朱本仁. 蒙特卡洛方法引论[M]. 济南: 山东大学出版社.
ZHU B R. *Introduce of Mont Carlo method* [M]. Jinan: Shandong University Press. (in Chinese)
- [7] 董绪荣. GPS/INS 组合导航定位及其应用[M]. 长沙: 国防科学技术出版社.
DONG X R. *Application of technique of GPS/INS navigation and location* [M]. Changsha: Press of University of National Defence Technology. (in Chinese)

作者简介:王家骥(1940—),男,苏州人,长春光机所研究员、博士生导师、原所长,现为所学术委员会主任,长春光机所研究生毕业,主要从事光学遥感技术、瞄准技术、星敏感器和星模拟器技术等研究。